

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEAGÓGICO “RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO Y COGNITIVO DEL
MODELO DE REGRESIÓN LINEAL SIMPLE: UN APORTE TEÓRICO
PARA LA PRAXIS PEDAGÓGICA EN ESTADÍSTICA**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al Grado de Doctor en Educación
Matemática.

Autor: Ángel Carruido
Tutor: Estiven Méndez

Maracay, 03 de marzo de 2022

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de Tutor de la Tesis presentada por el ciudadano: **Ángel Eduardo Carruido Castillo**, C.I N° V. **4.228.767**, para optar al grado de Doctor en Educación Matemática, considero que dicha Tesis reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometida a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En la Ciudad de Maracay a los 03 días del mes de marzo de 2022



Dr. Estiven Méndez Urraca.
C.I. 12.928.335

INDICE GENERAL

	pp.
LISTA DE CUADROS.....	v
LISTA DE GRÁFICOS.....	viii
RESUMEN.....	ix
INTRODUCCIÓN.....	1
 CAPITULO	
I CONTEXTO EMPIRICO	6
Problema o realidad a investigar.....	6
Objetivos de la Investigación.....	15
Objetivo general.....	15
Objetivos específicos.....	15
Justificación de la Investigación.....	16
 II ASPECTOS TEÓRICOS QUE APOYAN LA INTENCIÓN INVESTIGATIVA	 19
Antecedentes de la investigación.....	19
Fundamentación teórica.....	36
Teorías Generales sobre la Educación Matemática.....	36
Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.....	36
La Educacion Matemática Realista de Freudenthal.....	40
Teorías Especificas de la Educación Matemática.....	48
Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau.....	48
Teoría de la Transposición Didactica de Chevallard.....	54
Referentes teóricos considerados.....	62
La Educación Matemática.....	62
La Estadística.....	67
La Educacion Estadística.....	69
La Didáctica.....	70
El Análisis Histórico -epistemológico en Educacion Matemática.....	71
El Análisis Cognitivo.....	72
El Modelo de regresión Lineal Simple.....	74
 III CONTEXTO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN.....	 83
Caracterización de la Investigación en Educacion Matemática.....	83
Tipo de Investigación.....	86
Enfoque Epistemológico.....	87
Método.....	92
Diseño de Investigación.....	93
Escenario de la Investigación e Informantes Clave.....	95
Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	97
Análisis e interpretación de la información.....	103
La categorización.....	104

La triangulación.....	107
La saturación.....	108
La teorización.....	109
La Teoría Fundamentada.....	110
Postura epistémica.....	114
Fases de la investigación.....	116
IV CONTEXTO CRÍTICO DE LA INFORMACIÓN RECOLECTADA	118
Presentación y Análisis de los resultados.....	118
Análisis histórico – epistemológico del análisis de regresión lineal....	118
Consideraciones generales sobre el análisis histórico.....	142
Análisis de los hallazgos aportados por los informantes.....	144
Conclusiones y recomendaciones.....	185
V CONTEXTO GENERATIVO	189
Aspectos Teóricos que conforman el enfoque alternativo de enseñanza de la técnica de Regresión Lineal Simple.....	189
Presentación.....	189
Justificación.....	191
Fundamentación de los Aportes Teóricos.....	196
Constructos teóricos que configuran la Didactica Alternativa.....	206
El enfoque histórico.....	209
Mapas conceptuales.....	214
El enfoque de resolución de problemas.....	217
La tecnología de la información y comunicación.....	221
Evaluación del Aprendizaje en la didactica.....	227
Organización y desarrollo de la Didactica Alternativa.....	229
Unidades Didácticas.....	231
Organizadores curriculares.....	232
El Mapa de Orellana.....	235
Secuencia de conocimientos matemáticos y probabilísticos sugeridos como previos al abordaje de la enseñanza del análisis de regresión...	237
Reflexiones finales.....	242
REFERENCIAS	247
ANEXO	259
Guion de la Entrevista.....	260

LISTA DE CUADROS

CUADRO		pp.
1	Criterios para la selección de los informantes clave.....	97
2	Dimensiones establecidas para orientar el proceso de categorización y subcategorización de la información recolectada en las entrevistas.....	105
3	Características del origen del estudio de la asociación de variables y la evolución histórica del análisis de regresión lineal, desde la perspectiva de los docentes	147
4	Características del origen del estudio de la asociación de variables y la evolución histórica del análisis de regresión lineal, desde la perspectiva de los estudiantes	147
5	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 1. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	148
6	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 1. Subcategoría 2. Actores sociales profesores	149
7	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 1. Subcategoría 3. Actores sociales profesores ..	149
8	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 2. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	150
9	Validez interna. Triangulación de fuentes, Dimensión 2. Subcategoría 2. Actores sociales profesores	151
10	Validez interna. Triangulación de fuentes, Dimensión 1. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	151
11	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 2. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	152
12	Importancia del conocimiento del modelo de regresión lineal simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la estadística inferencial desde la perspectiva de los profesores	154
13	Importancia del conocimiento del modelo de regresión lineal simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la estadística inferencial desde la perspectiva de los estudiantes	154
14	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 3. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	155
15	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 3. Subcategoría 2. Actores sociales profesores	155
16	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 4. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	156
17	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 4. Subcategoría 2. Actores sociales profesores	156

18	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 3. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	157
19	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 4. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	157
20	Características de la didactica empleada en la enseñanza del modelo de regresión lineal bivariable, desde la perspectiva de los profesores	159
21	Características de la didactica empleada en la enseñanza del modelo de regresión lineal bivariable, desde la perspectiva de los estudiantes	159
22	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 5. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	160
23	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 5. Subcategoría 2. Actores sociales profesores	160
24	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 6. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	161
25	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 6. Subcategoría 2. Actores sociales profesores	162
26	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 6. Subcategoría 3. Actores sociales profesores	162
27	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 6. Subcategoría 4. Actores sociales profesores	163
28	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 5. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	163
29	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 6. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	164
30	Obstáculos didácticos y epistemológicos que afectan el aprendizaje del análisis de regresión lineal bivariable desde la perspectiva de los profesores	166
31	Obstáculos didácticos y epistemológicos que afectan el aprendizaje del análisis de regresión lineal bivariable desde la perspectiva de los estudiantes	167
32	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 7. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	
33	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 7. Subcategoría 2. Actores sociales profesores	168
34	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 7. Subcategoría 3. Actores sociales profesores	169
35	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 7. Subcategoría 4. Actores sociales profesores	169
36	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 7. Subcategoría 5. Actores sociales profesores	170
37	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 8. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	170
38	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 8. Subcategoría 2. Actores sociales profesores	171

39	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 9. Subcategoría 1. Actores sociales profesores	171
40	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 7. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	172
41	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 7. Subcategoría 2. Actores sociales estudiantes	172
42	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 8. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	172
43	Validez interna. Triangulación de fuentes. Dimensión 9. Subcategoría 1. Actores sociales estudiantes	173
44	Elementos teóricos necesarios para conformar la didactica innovadora para la enseñanza del análisis de regresión lineal simple, que mejore su aprendizaje. Perspectiva de profesores y estudiantes	175
45	Validez interna. Triangulación fuentes. Dimensión 10. Subcategoría 1. Actores sociales profesores y estudiantes	176
46	Validez interna. Triangulación fuentes. Dimensión 10. Subcategoría 2. Actores sociales profesores y estudiantes	177
47	Validez interna. Triangulación fuentes. Dimensión 10. Subcategoría 3. Actores sociales profesores y estudiantes	178
48	Validez interna. Triangulación fuentes. Dimensión 10. Subcategoría 4. Actores sociales profesores y estudiantes	179
49	Validez interna. Triangulación fuentes. Dimensión 10. Subcategoría 5. Actores sociales profesores y estudiantes	180
50	Roles del Docente.....	202
51	Métodos, Técnicas y recursos a implementar en la Didactica.....	210
52	Relaciones entre análisis de contenido y análisis cognitivo.....	236

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO	pp.
1 El Proceso de la Transposición Didáctica.....	55
2 Sistema Didáctico como base Teórica y relación entre la teoría de las Situaciones Didácticas y la Transposición Didáctica.....	57
3 Educacion Matemática y Didáctica de la Matemática.....	65
4 Modelo Tetraédrico de la Educacion Matemática de Higginson.....	66
5 Diagramas de dispersión en el Análisis de Regresión.....	75
6 La recta de Regresión Lineal Bivariable.....	76
7 Matriz Epistémica de la Investigación.....	114
8 Procedimiento para generación de categorías y subcategorías.....	146
9 Constructo soporte del enfoque didáctico alternativo.....	201
10 Ajuste del modelo del triángulo didáctico.....	202
11 Interconexión de los constructos de la Didactica alternativa.....	208
12 Esquema para desarrollar la didáctica.....	231
13 Organizadores curriculares.....	233
14 Elementos a considerar en la creación de una unidad didáctica.....	233
15 Análisis de regresión lineal en el Mapa de Orellana.....	235
16 Conocimientos previos sobre probabilidad.....	237
17 Variable Aleatoria: funciones de probabilidad y de densidad.....	238
18 Esperanza Matemática para variables discretas y continuas.....	239
19 Varianza de una Variable aleatoria.....	240
20 Algunas distribuciones de variables aleatorias discretas.....	240
21 Algunas distribuciones de variables aleatorias continuas.....	241
22 Esperanza Matemática de distribución conjunta.....	242

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO “RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
LINEA DE INVESTIGACIÓN: **Educación Estadística**

**ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO Y COGNITIVO DEL
MODELO DE REGRESIÓN LINEAL SIMPLE: UN APORTE TEÓRICO
PARA LA PRAXIS PEDAGÓGICA EN ESTADÍSTICA**

Autor: Ángel Carruido
Tutor: Estiven Méndez
Fecha: marzo 2022

RESUMEN

La presente investigación tuvo por objeto generar teóricamente una didáctica innovadora para la enseñanza del análisis de Regresión Lineal Simple, cuyos constructos que la conforman se sustentan en un análisis histórico epistemológico del modelo de regresión lineal simple (investigación documental) y en los hallazgos investigativos que surgieron de los aportes de los informantes clave (docentes y estudiantes) pertenecientes a la realidad observada, emergiendo así una alternativa para la enseñanza de este contenido estadístico, que es propio de la Estadística Inferencial con gran aplicación en los diseños experimentales, que se desarrollan en el contexto de los estudiantes de la facultad de Agronomía de la Universidad Central de Venezuela, futuros ingenieros Agrónomos, con la finalidad de transformar (innovando) el esquema tradicional de enseñanza, que hasta ahora ha asumido el docente que administra esta asignatura y así mejorar su aprendizaje. Dentro de los modelos teóricos que apoyaron este estudio se encuentran: la Teoría de la Transposición Didáctica de Chevallard y la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau como teorías específicas de la Educación Matemática y como teorías generales que se han proyectado sobre la Educación Matemática, fueron tomadas en cuenta: la Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel y la Matemática Realista de Freudenthal. El abordaje epistemológico se ubicó en el paradigma interpretativo, con la aplicación de la metodología cualitativa, basada en el método fenomenológico-hermenéutico. El escenario fue la facultad de agronomía de la UCV, ubicada en Maracay, específicamente en el departamento de Ingeniería Agrícola, teniendo como informantes clave o actores sociales: dos (2) docentes responsables de administrar la asignatura y dos (2) estudiantes cursantes de la materia. Se aplicó a los informantes como técnica de recolección de información la entrevista en profundidad, se analizó la información bajo el contexto de la investigación cualitativa, apoyada en la teoría fundamentada de Corbin y Strauss, lo que permitió teorizar y conformar la estructura de la didáctica innovadora para la enseñanza de esta técnica estadística así como también esbozar como ponerla en práctica. Esta Tesis está inscrita en la línea de investigación Educación Estadística de la UPEL Maracay.

Descriptor: Regresión lineal, análisis histórico, análisis cognitivo, didáctica

INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia de la humanidad, uno de los objetivos del hombre ha sido poder explicar, comprender y dominar los sucesos y fenómenos que ocurren a su alrededor. En esta búsqueda sistemática de explicaciones, el hombre se ha enfrentado siempre con un conjunto de fenómenos que no podían ser ni explicados ni controlados, que desobedecían a toda regularización y cuya existencia provocaba siempre desconcierto. Durante siglos, la consideración de estos fenómenos como algo de origen mágico o divino, por tanto, inalcanzable para la comprensión humana, los mantuvo fuera del mundo científico.

Dichos sucesos y fenómenos naturales, biológicos y sociales, o combinaciones de éstos, se caracterizan por generar resultados u observaciones que no son susceptibles de predecirse con certeza; esto es, que aun cuando se estudien repetidamente bajo un mismo conjunto de circunstancias no siempre se observa el mismo resultado. Ejemplos de ellos son los juegos de azar: lanzamientos de dados o monedas, juegos con barajas, ruletas, loterías, entre otros. Otra familia de ejemplos, también muy conocida, la proporcionan los fenómenos meteorológicos: magnitud, intensidad y extensión de las lluvias; humedad, dirección y velocidad de los vientos; temperaturas máximas y mínimas; y todas sus consecuencias como volúmenes de agua en las represas, magnitud de los daños provocados por inundaciones, sequías, heladas, entre otras.

A la imposibilidad de predecir con certeza los resultados de un fenómeno de este tipo se le llama aleatoriedad y, a los fenómenos con esta característica se les llama fenómenos aleatorios. Los términos azar y estocástico también se usan comúnmente para hacer referencia al carácter imprevisible de estos fenómenos. Ahora bien, la Probabilidad y la Estadística son las disciplinas que ha desarrollado el hombre para el estudio del azar desde el punto de vista de las Matemáticas: la primera propone modelos para los fenómenos aleatorios y estudia sus consecuencias lógicas, mientras que la segunda proporciona métodos y técnicas para elegir modelos adecuados de los fenómenos en estudio a partir de información empírica.

En los últimos años la didáctica de la probabilidad y la estadística ha tenido un fuerte realce e impulso. Muchos profesores que imparten esas materias se han preocupado por fundamentar su trabajo y por tener mejores resultados en la enseñanza de estos conocimientos. Al mismo tiempo, estadísticos, psicólogos e investigadores en didáctica de la matemática se han percatado de la ausencia de investigaciones que respalden esa labor. Esta investigación se une a ese impulso por fomentar la enseñanza de la probabilidad y estadística en el nivel universitario desde la perspectiva de la didáctica de la matemática.

En particular, en esta investigación se aborda una de las ideas fundamentales de los cursos de Probabilidad y Estadística inferencial en las instituciones de enseñanza universitaria pública y privada en Venezuela: El Análisis de Regresión lineal Simple o Análisis bivariable lineal, que se apoya en muchos otros conceptos matemáticos y sirve a su vez de soporte a gran parte de los temas en inferencia estadística. En una primera aproximación, el concepto aparenta una simplicidad que se pierde apenas se introduce alguna breve formalidad o cuando es necesario manipularlo en algún otro concepto. A la vez que es un concepto muy abstracto, es el encargado de extraer del contexto de los problemas los elementos que permiten trabajar la situación en un contexto matemático.

Se pudo constatar en esta investigación, que para los futuros ingenieros agrónomos del país, que se forman en la Facultad de Agronomía de la Universidad Central de Venezuela en Maracay, no es tan sencillo asimilarlo en toda su dimensión al mismo tiempo que sí pueden trabajar con él y manejarlo desde una visión intuitiva. Muchos estudiantes no reconocen la utilidad el método de los mínimos cuadrados involucrado en una situación problemática, lo que les ocasiona fuertes dificultades al abordar su resolución. Otros también tienen una comprensión incompleta de algunos conceptos vinculados con el análisis de Regresión (estimación de parámetros, propiedades de los estimadores mínimos cuadrados y estimación de la varianza, prueba de hipótesis, el enfoque de análisis de varianza para la prueba de significación de la Regresión, entre otros) o bien no establecen adecuadamente las relaciones entre los mismos.

Todo lo expresado anteriormente, repercute negativamente en el estudio de otros conceptos que el estudiante deberá abordar posteriormente, y que se basan en el conocimiento del modelo de análisis de regresión lineal, como son: el modelo de regresión múltiple, la regresión no lineal, regresión logística, regresión borrosa, la metodología de la superficie de respuesta, los diseños experimentales, entre otros.

Debido a la importancia del conocimiento del análisis de regresión simple en la Estadística Inferencial y a la necesidad de estudiar los obstáculos y dificultades a las que se enfrentan los estudiantes de la Facultad de Agronomía de la Universidad Central de Venezuela en Maracay, durante el proceso de aprendizaje de este concepto y de los conceptos que de él se derivan, surgió la presente investigación que consistió en un Análisis Histórico, Epistemológico y cognitivo de dicho concepto, con la finalidad de generar una aproximación teórica del mismo a la par de una concepción teórica de una didáctica alternativa para su enseñanza, de tal manera que estos aportes teóricos permitan el diseño de estrategias didácticas alternativas por parte del docente que administra la asignatura y así mejorar el aprendizaje de este importante concepto.

A propósito de lo anterior, en lo que se refiere a la investigación esta es de tipo cualitativo y el enfoque epistemológico donde se ubica es el interpretativo, teniendo como método el hermenéutico, con la intención de generar un discurso matemático referente al modelo de regresión lineal simple, que permita mejorar su proceso de aprendizaje.

Desde el punto de vista metodológico, por tratarse del estudio de un objeto matemático concreto en el marco de la Estadística Inferencial, la investigación fue desarrollada a partir de una exposición histórica epistemológica del concepto de Variable Aleatoria, el cual es uno de los conceptos base de la teoría de probabilidad y de la estadística inferencial. concepto que desde una perspectiva matemática permite, junto con las funciones de distribución, el manejo de la probabilidad y los eventos aleatorios dentro del contexto de los números reales y desde una perspectiva de modelación permite acotar el contexto y trabajar específicamente con los elementos

que son manipulables y de interés dentro de un problema que involucre algún fenómeno aleatorio.

Seguidamente se centró la investigación en el análisis histórico epistemológico del Análisis de Regresión lineal bivariable, pasando desde el origen del estudio de la asociación de variables aleatorias hasta los antecedentes del denominado método de los mínimos cuadrados, el cual es necesario para establecer y comprender la aplicación del análisis de regresión lineal simple, ya que sus orígenes se sitúan en el mismo contexto histórico social donde estos conceptos se encuentran muy relacionados.

A medida que se realizaba la investigación, esta se fue apoyando en los constructos de las teorías: la Transposición Didáctica de Yves Chevallard, las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, teorías que conforman en parte la llamada Didáctica Fundamental de la escuela de la Didáctica Francesa, así como la Teoría del Aprendizaje Significativo de David Ausubel y la Matemática Realista de Hans Freudenthal, consideradas teorías generales para la educación Matemática y por supuesto el aporte tanto de los antecedentes como los suministrados por los aspectos teóricos referenciales tomados en cuenta en esta investigación

Este trabajo se encuentra estructurado en cinco capítulos que a continuación se describen:

El Capítulo I, llamado Contexto Empírico, en él se desarrolla la caracterización del objeto de investigación, en cuanto a la problemática existente sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje del análisis de regresión lineal simple o bivariable, enmarcándola en el campo de la investigación de la Educación Matemática, pero centrándose en el área de investigación en Didáctica de la Estadística, lo que permitió plantear las interrogantes respecto a la realidad de estudio, el sistema de objetivos y la justificación de la investigación. **El Capítulo II**, titulado Contexto Teórico está integrado por los antecedentes o investigaciones afines relacionados con la temática que se investigó, con tesis doctorales nacionales e internacionales, permitiendo sus aportes canalizar mejor la investigación. Se abordan las teorías en cuyos constructos

se fue soportando la investigación a medida que ésta se fue desarrollando, teorías relacionadas con el material impreso, libros, revistas científicas, documentos publicados y no publicados, simposios y eventos científicos relacionados con el estudio y se presentan los referentes teóricos que se tienen presentes durante el desarrollo de la investigación, entre los cuales se destaca una descripción actual del modelo de regresión lineal simple y la importancia de este concepto en otros que constituyen la estructura de la estadística Inferencial. **El Capítulo III**, el cual lleva por título Contexto Metodológico, se describe el plan que se siguió al realizar la investigación, se ubica el abordaje epistemológico o postura epistemológica de la investigación, la cual se asume desde el paradigma cualitativo, con uso de la información recabada en los diversos momentos de la investigación, así como también el método, escenarios, informantes claves, criterios de selección de los informantes, técnicas e instrumentos y procedimiento de la investigación. **Capítulo IV**, llamado Contexto Crítico, en este capítulo se plasma lo relativo al análisis histórico-epistemológico del concepto y se analizan e interpretan los resultados a través de los rasgos más sobresalientes de la didáctica adoptada por dos (2) docentes en el desarrollo de las actividades de enseñanza del modelo de regresión lineal simple y de cuatro (2) estudiantes cursantes de la asignatura en cuanto al proceso de aprendizaje de este modelo, emergiendo así las categorías y subcategorías y por último se presentan los hallazgos investigativos, las conclusiones y las recomendaciones. **El Capítulo V**, el cual lleva por título Contexto Generativo, se refiere a la construcción de los aportes teóricos que conforman la aproximación teórica de la didáctica innovadora emergente para la enseñanza y aprendizaje del análisis de regresión lineal simple, con la finalidad que facilite en los docentes el diseño de estrategias didácticas, que transformen el proceso de enseñanza de tal manera que los estudiantes logren un aprendizaje más significativo del análisis de regresión lineal y en consecuencia un mejor aprendizaje de los conceptos y métodos de la estadística Inferencial, que involucre en su desarrollo y aplicación esta técnica. Por último se presentan las referencias bibliográficas utilizadas para la investigación y los anexos correspondientes.

CAPITULO I

CONTEXTO EMPÍRICO

Problema o realidad a investigar.

La educación desde hace mucho tiempo ha sido considerada como el eslabón privilegiado para articular la integración cultural, la movilidad social y el desarrollo productivo de un país. Respecto a esto, analistas como Hopenhayn (2010) consideran que una sociedad con altos niveles de escolaridad y buenos logros educativos, tiende a ser más igualitaria en su estructura de ingresos mediante la rentabilidad laboral de la educación y a contar con mayor cohesión y mercados culturales más diversificados, lo que le permitiría crecer económicamente mediante saltos en la productividad y no en virtud de la sobreexplotación de los recursos humanos o naturales. Continúa advirtiendo el autor antes citado, que sobre el carácter de gran eslabón de la educación existe hoy un consenso muy difundido, tanto en la literatura del desarrollo como en el debate político. De tal manera, que antes de la pregunta sobre el tipo de desarrollo que se desea impulsar en un país, inmediatamente sobreviene la pregunta previa ¿Qué tipo de educación se dispone?

Por otra parte, y en una dimensión más instrumental, el referido autor aclara que la apertura global hace que las sociedades nacionales dependan cada vez más de su competitividad externa y ésta, a su vez, de la incorporación de inteligencia y conocimiento renovado al sistema productivo, lo que genera que las opciones de desarrollo demanden grandes y veloces saltos educativos, ya que no solo es cuestión de contar con una población con más años de educación formal, sino que se debe aprender de forma distinta. Por lo que resulta necesario adquirir las destrezas que se requieren para hoy incorporarse a las nuevas formas de trabajo.

Con referencia a lo anterior expresado, la Comisión Económica para América Latina y del Caribe (CEPAL) y la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization UNESCO) advertían en la entrada al siglo XXI, que al

convertirse el conocimiento en el elemento central del nuevo paradigma productivo, la transformación educativa pasaría a ser un factor fundamental para desarrollar la capacidad de innovación y la creatividad.

Dadas las condiciones que anteceden, se tiene entonces, que no solo se trata de adquirir conocimientos, sino hacer del aprendizaje un proceso interactivo, un proceso donde el énfasis este puesto mucho más en la producción de nuevas síntesis cognoscitivas en el estudiante que en la adquisición de información acabada. En este sentido Lugo (2005) sugiere:

Una redefinición paradigmática en el estilo de la educación, se tendría que ir: de la memorización a la comprensión, de la incorporación de información a la discriminación de mensajes, de la adquisición enciclopédica a la adquisición selectiva, del disciplinamiento mecánico a la autonomía responsable, del aprender a aprender a aprender, entre otras. (p.32)

Con base en las consideraciones anteriores, se debe reconocer que los gobiernos venezolanos, en los últimos cincuenta años han hecho grandes esfuerzos por mejorar la educación; sin embargo todavía persisten problemas de enorme importancia por resolver como: la deserción escolar, falta de infraestructura adecuada a los nuevos tiempos, deficiente preparación del docente en didáctica, falta de actualización de los programas, poca actualización del docente a pesar del desarrollo vertiginoso de los contenidos de las asignaturas, el bajo rendimiento por parte de los estudiantes en ciertas asignaturas como por ejemplo Matemática, lo que ha generado gran preocupación por su enseñanza en todos los niveles del sistema educativo.

Sobre el caso particular de la Matemática, el aprender adecuadamente matemática y el saber comunicar estos conocimientos a los diferentes ámbitos de la vida del estudiantado, y más tarde de los profesionales, además de aportar resultados positivos en el plano personal, genera cambios importantes en la sociedad. Siendo la educación como antes se ha dicho, el motor de desarrollo de un país, dentro de ella, el aprendizaje de la matemática es uno de los pilares más importante ya que además de enfocarse en lo cognitivo, desarrolla destrezas que se aplican día a día en todos los

entornos, tales como el razonamiento, el pensamiento lógico, el pensamiento crítico, la argumentación fundamentada y la resolución de problemas, entre otros.

Ahora bien, estos últimos cincuenta años de acuerdo a De Guzmán (2000) han sido escenario de cambios muy profundos en la enseñanza de la matemática, debido a los esfuerzos que la comunidad internacional de expertos en Educación Matemática sigue realizando por encontrar moldes adecuados para su enseñanza y aprendizaje, por lo que sostiene que vivimos aun actualmente una situación de experimentación y cambio.

En este sentido, resulta importante destacar, que buena parte del escenario que se vive en la Educación Matemática de hoy es producto del impacto que tuvo la famosa reforma de las Matemáticas Modernas realizada entre los años 1950 a 1970 en varias partes del mundo. Reforma que nació, según investigadores entre ellos Ruiz (2004) como una posible solución de un problema importante para la enseñanza de la matemática como era cerrar la distancia entre la práctica matemática de los investigadores profesionales universitarios y la matemática en la primaria y la secundaria, por medio del lenguaje de conjuntos y además quisieron con recursos tomados de las nuevas matemáticas integrar las matemáticas como una sola disciplina, dando así el paso de las Matemáticas a la Matemática. La reforma se inició en Europa (especialmente en Francia) y los estados Unidos; luego se extendería a América Latina y a otras latitudes. Siendo los textos y los cambios curriculares los principales mecanismos para empujar la reforma.

La reforma fracasó en sus objetivos iniciales y fue rechazada tanto por los educadores, los estudiantes como, incluso, los mismos padres de familia. Sin embargo, las acciones e ideas que esta reforma potenció, fueron dominantes durante alrededor de treinta años.

La Educación Matemática, entonces, se inscribe dentro de una época de transición y de grandes exigencias teóricas y prácticas.

Como anteriormente se indicó, uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en matemáticos aficionados, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos. Lo que se pretende es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados: Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos y capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.

Ahora bien, las matemáticas constituyen el armazón sobre el que se construyen los modelos científicos, toman parte en el proceso de modelización de la realidad, y en muchas ocasiones han servido como medio de validación de estos modelos. Por ejemplo, han sido cálculos matemáticos los que permitieron, mucho antes de que pudiesen ser observados, el descubrimiento de la existencia de los últimos planetas de nuestro sistema solar.

Sin embargo, la evolución de las matemáticas no sólo se ha producido por acumulación de conocimientos o de campos de aplicación. En dicha evolución los conceptos matemáticos han ido modificando su significado con el transcurso del tiempo, ampliándolo, precisándolo o revisándolo, adquiriendo relevancia o, por el contrario, siendo relegados a un segundo plano. Como ejemplo se tiene al Cálculo de Probabilidades el cual se transformó notablemente, una vez que se incorporaron conceptos de la teoría de conjuntos en la axiomática propuesta por Kolmogorov. Este nuevo enfoque permitió aplicar el análisis matemático a la probabilidad, con el consiguiente avance de la teoría y sus aplicaciones en el último siglo.

En este sentido, se tiene que la perspectiva histórica ha mostrado claramente que las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua, y que

dicha evolución desempeña a menudo un papel de primer orden, ante la necesidad de resolver determinados problemas prácticos (o internos a las propias matemáticas) y su interrelación con otros conocimientos. Algunos ejemplos de ramas de las matemáticas que se han desarrollado como respuesta a problemas lo representan: La Geometría donde muchos aspectos de esta parte de la matemática, responden en sus orígenes históricos, a la necesidad de resolver problemas de agricultura y de arquitectura y también los diferentes sistemas de numeración que han evolucionado paralelamente a la necesidad de buscar notaciones que permitan agilizar los cálculos aritméticos.

La estadística no es una excepción. En cuanto a los orígenes de la estadística son muy antiguos, ya que se han encontrado pruebas de recogida de datos sobre población, bienes y producción en las civilizaciones china (Aproximadamente 1000 años a. c.), sumeria y egipcia. Incluso en la Biblia, en el libro de Números aparecen referencias al recuento de los israelitas en edad de servicio militar. Esta escrito que precisamente fue un censo, según el Evangelio, lo que motivó el viaje de José y María a Belén. Los censos propiamente dichos eran ya una institución en el siglo IV a.C. en el imperio romano. Sin embargo, sólo muy recientemente la estadística ha adquirido la categoría de ciencia. En el siglo XVII surge la aritmética política, desde la escuela alemana de Conring. Posteriormente su discípulo Achenwall orienta su trabajo a la recogida y análisis de datos numéricos, con fines específicos y en base a los cuales se hacen estimaciones y conjeturas, es decir se observan ya los elementos básicos del método estadístico.

Otra rama importante, pero posterior a la estadística la conforma la Teoría de la Probabilidad, la cual se desarrolla para resolver algunos de los problemas que plantean los juegos de azar.

Ahora bien, la probabilidad y la estadística vienen presentando un desarrollo acelerado en sus contenidos, por una parte debido a la investigación propiamente de esos contenidos y otra, por el desarrollo de la informática en cuanto a la elaboración de programas que permiten apoyarse en el uso de la computadora, con la finalidad de crear las herramientas para abordar y resolver los problemas que emergen en una

sociedad tan convulsionada como la actual, en los planos Político, Económico, Social, y Científico.

Sin embargo, hay que resaltar la poca preparación de los estudiantes universitarios en Venezuela en ciertas áreas del conocimiento matemático como por ejemplo en Probabilidad y Estadística en concordancia con lo que señala Ottaviani (2001) al afirmar que, “en general, los profesores de matemática enseñan muy poco los contenidos propios de estas áreas y, cuando los abordan carecen de herramientas didácticas esenciales. A pesar de que la probabilidad y la estadística constituyen un elemento preponderante en el progreso de la sociedad moderna” (p.4).

Es necesario resaltar, que aun cuando estas asignaturas son distintas, su interacción es necesaria para comprender y analizar los fenómenos no deterministas, creándose así el campo de estudio de la Estadística Inferencial.

Problemáticas de este tipo han dado origen a un área dentro de la Educación Matemática denominada Educación Estadística, que Batanero (2010) la describe como “el campo de innovación, desarrollo e investigación, constituido por todas aquellas personas (educadores, estadísticos) que se interesan o trabajan por mejorar la enseñanza, el aprendizaje, la comprensión, la valoración, el uso o las actitudes hacia la estadística y la probabilidad” (p.2)

Un ejemplo de una problemática educativa en el contexto de la Educación Estadística, como ya se ha referido, se presenta en nuestro país, con la enseñanza y el aprendizaje del Análisis de Regresión, asignatura cuyo contenido está inmerso en la Estadística Inferencial y se encuentra contemplada en los pensum de las carreras de ingeniería, administración, contaduría, economía, psicología, entre otras, que se ofrecen en la universidad pública y privada venezolana, a nivel de pregrado y postgrado. Esta asignatura contempla en su programa el desarrollo del modelo de regresión Lineal simple, el modelo de regresión lineal múltiple, el modelo de regresión cuadrático, el modelo de regresión no lineal y la regresión logística, entre otros. Además este conocimiento es necesario para abordar otros contenidos enmarcados en el diseño curricular contemplado para la formación del ingeniero agrónomo, como lo son los

modelos de diseño experimental y la metodología de superficie de respuesta, entre otros.

En este mismo orden de ideas, cabe destacar lo expresado Hildebrand y Otros (1977) :

Entre las nociones estadísticas fundamentales, cuya enseñanza debe optimizarse, se encuentran las de correlación y regresión. Desde la prehistoria hasta nuestros días, el discernimiento sobre la posible relación que puede existir entre dos sucesos ha sido un aspecto importante del conocimiento humano. Conocer si los sucesos se relacionan y, con qué intensidad lo hacen, facilita a las personas explicar el pasado, controlar el presente y predecir el futuro (p.272).

La situación descrita anteriormente no es ajena a la Universidad Central de Venezuela (UCV), específicamente en su Facultad de Agronomía, ubicada en Maracay, Estado Aragua, cuya misión consiste en formar al Ingeniero Agrónomo que demanda el País, para intervenir positivamente en la Producción Agrícola Nacional, como profesional asesor, investigador, colaborador o de libre ejercicio. El cual dentro de su formación profesional en las aulas debe cursar la asignatura Análisis de regresión durante dos semestres. Es necesario destacar que el desarrollo de la asignatura antes mencionada tiene como objetivo general, de acuerdo al programa vigente: “Conocer y aplicar los conceptos del análisis de regresión en la resolución de problemas propios de la ingeniería agrícola”

El investigador durante sus estudios en la maestría en Estadística en la UCV – Maracay, pudo apreciar, que la asignatura Análisis de Regresión a nivel de postgrado requería de conocimientos previos, los cuales se obtenían en el pregrado, por lo que recurrió a asistir a clases con los futuros ingenieros agrónomos para fundamentar los conocimientos antes mencionados, debido a esta experiencia el investigador sostiene, que para el futuro Ingeniero Agrónomo el análisis de Regresión no es fácil de comprender, ya que al aplicarlo en la resolución de problemas relativos a la realidad agrícola, presentan serios inconvenientes relacionados con su cálculo a pesar del uso de calculadoras y de softwares estadísticos relativo al tema, y sobre todo lo referente

a la interpretación de los resultados, afectando así la toma de la mejor decisión en situación de incertidumbre.

Lo expresado anteriormente constituye una problemática educativa a nivel superior y se refleja con el bajo rendimiento en la asignatura y más aún en los niveles de deserción en la misma. Además el aprendizaje de este modelo se constituye en conocimiento necesario para abordar los restantes modelos de regresión los cuales son también fundamentales para la formación del ingeniero.

Reflexiones sobre lo descrito anteriormente, han motivado al investigador a realizar este estudio con la finalidad de que emerjan aportes teóricos sobre los cuales sea posible mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje del modelo de Regresión Lineal simple, considera el investigador que dicha transformación podría estar regida por cambios en la estructura de la didáctica que actualmente el docente pone en práctica en el aula, cambios que se pudieran sustentar sobre la base del conocimiento de la génesis y desarrollo histórico de esta técnica y de la interpretación de su protagonismo en el desarrollo de otros conceptos dentro de la misma estructura (regresión múltiple, regresión logística, regresión no lineal, regresión cuadrática, regresión difusa, superficie de respuesta, el diseño y análisis de experimentos, entre otros).

Considera el investigador, que si esto se analiza junto con las dificultades que presentan los estudiantes, en el abordaje de esta técnica estadística para su aprendizaje, pueden emerger constructos teóricos que permitirían conformar una nueva estructura didáctica, sobre la cual el docente podría diseñar las estrategias de enseñanza alternativas y aplicarlas para que faciliten un aprendizaje significativo del modelo de regresión lineal simple y por consiguiente de los demás contenidos de la estructura estadística donde él subyace.

Ante los hechos observados y descritos anteriormente, el investigador plantea, la necesidad de realizar un análisis cognitivo del contenido matemático que conforman esta técnica estadística, con la intención de que se pueda tener en cuenta las dificultades o errores con las que el futuro ingeniero agrónomo se enfrentan durante

el aprendizaje de esta técnica, paralelo a este propósito, considera necesario realizar un estudio histórico-epistemológico de esta técnica, ya que la misma, como muchos conceptos científicos, ha surgido progresivamente a través del tiempo por necesidades propias de la sociedad en ese momento, lo que le confiere el carácter epistemológico, presentando etapas de mayor o menor desarrollo las cuales están delimitadas por eventos que marcan algún progreso en su conceptualización.

En este mismo orden de ideas, una afirmación que motiva aún más la investigación que se plantea, es la hecha por Batanero y Ortiz (2008) quienes manifiestan que “la investigación en Didáctica de la Estadística es aún muy escasa, por lo que no se conoce todavía cuales son las principales dificultades de los alumnos en el aprendizaje de muchos conceptos importantes de la estadística y la probabilidad” (p.211); las autoras además, recomiendan que es preciso diseñar, experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la probabilidad y la estadística.

En concordancia con los planteamientos anteriormente expuestos. La investigación buscó dar respuestas a las siguientes interrogantes:

¿Cuál ha sido el origen y la evolución histórica del modelo de Regresión Lineal Simple en el campo de la Estadística Inferencial?

¿Qué importancia tiene el conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la Estadística Inferencial?

¿Qué características presenta la didáctica empleada actualmente por el docente durante el proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos relativos al modelo de Regresión Lineal Simple en la Facultad de agronomía de UCV-Maracay?

¿Qué obstáculos didácticos y epistemológicos le impiden al estudiante de la facultad de Ingeniería Agrónoma de la UCV- Maracay, apropiarse del conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple para su aplicación en la resolución de problemas en el contexto agrícola?

¿Cuáles serían los elementos a considerar en el diseño de una didáctica innovadora para la enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple, que mejore su aprendizaje en estudiantes de Ingeniería Agrónoma de la UCV-Maracay?

Ahora bien, en correspondencia con las interrogantes, seguidamente se establecen los objetivos de la investigación, que de acuerdo con Hurtado de Barrera (2006) “constituyen el “para que” de la investigación que tiene relación con la finalidad, con las metas, los logros deseados, los propósitos finales del trabajo, los cuales orientan el devenir del mismo” (p.91).

En este mismo orden de ideas, resulta interesante la apreciación de Guanipa (2010) quien indica que “los objetivos son considerados como metas, propósitos o fines trazados por el investigador en relación con los aspectos que desea verificar y descubrir, se caracterizan por ser los datos de comprobación o descubrimiento por parte del investigador, son los logros sucesivos en un proceso sistemático de investigación” (p.5).

En función de lo expuesto anteriormente, se establece el cuerpo de los objetivos que orientaron la investigación:

Objetivos de la Investigación:

Objetivo General

Generar una estructura teórica de una didáctica para la enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple, con base en un análisis histórico, epistemológico y cognitivo de dicha técnica.

Objetivos Específicos.

- 1.- Describir mediante un análisis histórico el establecimiento del modelo de Regresión Lineal Simple, su origen, evolución y aplicaciones, para destacar la importancia de su enseñanza.
- 2.- Identificar a través de un análisis epistemológico del modelo de Regresión Lineal Simple, su vinculación con los saberes ya existentes y su integración en una estructura más amplia, para situarla en el campo de la Estadística Inferencial en la generación de nuevos conceptos.

3.- Caracterizar el proceso actual de enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple desarrollado por el docente de la facultad de Agronomía de la UCV-Maracay, para estar al tanto de sus debilidades y fortalezas

4.- Interpretar los obstáculos didácticos y epistemológicos que se les presentan a los estudiantes de Agronomía de la UCV-Maracay, en el aprendizaje del modelo de Regresión Lineal Simple y de los contenidos que de él se derivan, a fin de que puedan estos ser superados.

5.- Derivar constructos teóricos de acuerdo al contexto de la Educación Matemática, los cuales conformaran la didáctica innovadora para la enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple en el campo de la Estadística Inferencial, para que se obtenga así un aprendizaje significativo

Justificación de la Investigación

A lo largo de la historia de la sociedad, uno de los principales objetivos del hombre ha sido poder explicar, comprender y dominar los sucesos que ocurren a su alrededor. En esta búsqueda sistemática de explicaciones el hombre se ha enfrentado con un conjunto de fenómenos “extraños” que no podían ser explicados ni controlados, que no se sometían a ninguna regularización y cuya existencia producía desconcierto. Durante siglos, la consideración de estos fenómenos fue como algo de origen mágico o divino y, por lo tanto, inalcanzable para la comprensión humana, lo que los mantuvo fuera del mundo científico.

Ya en la en la época medieval la probabilidad era considerada como materia de opinión en poder de los hombres doctos que consideraban que la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y cuya información y sabiduría provenía del poder divino.

Ahora bien, con el desarrollo de la teoría de probabilidades, la estadística tuvo un impulso en su evolución, creándose así métodos y técnicas que permiten estudiar esos fenómenos inmersos en la incertidumbre.

Una de esas técnicas más relevantes de la estadística es el análisis de la relación o dependencia entre variables (correlación o regresión), pues frecuentemente resulta de interés conocer el efecto que una o más variables pueden causar sobre otra, e incluso predecir en mayor o menor grado valores de una variable a partir de otra.

Una comprensión correcta de esa relación (correlación) o dependencia (regresión) es un prerrequisito básico para garantizar la comprensión de muchos otros conceptos y procedimientos estadísticos. Este trabajo constituye un esfuerzo para ayudar a disminuir las dificultades que tiene los estudiantes en el estudio de la regresión lineal

En este sentido, los métodos de regresión estudian la construcción de modelos para explicar o representar la dependencia entre una variable respuesta o dependiente (Y) y la(s) variable(s) explicativa (s) o dependiente(s), (X).

De acuerdo con los razonamientos anteriores, se puede destacar que, la investigación realizada puede ser considerada como una innovación desde el punto de vista teórico, porque constituye un proceso dinámico y creativo que presenta de una manera muy original, los elementos que describen el desarrollo histórico del modelo de Regresión Lineal Simple y a la vez, muestra cómo este concepto se fue acoplando dentro de la estructura global del campo de la matemática, el cual corresponde, en este caso a la Estadística Inferencial. Al tiempo que el análisis epistemológico permite examinar las relaciones que este concepto tiene con las demás partes de la estructura y el análisis cognitivo faculta conocer errores, dificultades y obstáculos que se presentan en el aprendizaje de la técnica en futuros ingenieros agrónomos, bajo el esquema actual de su enseñanza, los cuales podrían ser superados..

En este mismo orden de ideas, la investigación respecto a lo didáctico presenta relevancia social, pues sus aportes constituyen una alternativa para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje del modelo de Regresión Lineal Simple, lo que genera un impacto positivo sobre las prácticas de aula al ofrecer argumentos que justifican la enseñanza y la gestación de proposiciones didácticas referidas a la técnica antes mencionada y a los asociados a ella.

Otro aspecto a considerar para la justificación, es que en el desarrollo de esta investigación se generó, un conjunto de nociones teóricas que conforman una didáctica innovadora para la enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple, la cual puede ser extensiva a los diferentes contenidos de la estructura estadística

correspondiente a la regresión lineal simple (regresión múltiple, cuadrática, logística, .borrosa, entre otras)

De acuerdo con lo anterior, con esta investigación se benefician los estudiantes de la facultad de Agronomía de la UCV-Maracay, al facilitar esta didáctica innovadora, un aprendizaje significativo de los conocimientos inherentes a la técnica de regresión lineal simple para su efectiva aplicación en la resolución de problemas y en la investigación agrícola, es de provecho para la Facultad de agronomía, la UCV, debido a la modernización y transformación de los modelos de enseñanza y por lo tanto al País, al contar con profesionales mejor capacitados en la técnica de regresión lineal para adaptarse al desarrollo de la sociedad moderna.

Otra aspecto a destacar en la justificación, lo constituye la metodología a emplear por su carácter novedoso, al echar mano del contexto de la educación matemática (Teorías y Metódica) para consolidar una investigación en didáctica de la estadística, investigaciones muy escasas en nuestro país.

Otra condición que justifica la presente, la representan sus resultados pues, constituirá un soporte sustancial para los estudiosos del tema en cuestión y más aún para la Línea de Investigación en Educación Estadística (LINEDES) inscrita en la Unidad de investigación: *Centro de Investigación en Enseñanza de la Matemática utilizando Nuevas Tecnologías* (CEINEM-NT) del Departamento de Matemática del Instituto Pedagógico de Maracay, pues constituye un material de consulta para los interesados, sobre todo para los futuros profesores de Matemática que allí se forman, siendo algunos de los objetivos de la Línea: estudiar las dificultades, obstáculos y errores que se presentan durante el aprendizaje de los contenidos estadísticos; implementar propuestas didácticas orientadas a la enseñanza y aprendizaje de la estadística, diseñar e implementar propuestas didácticas que involucren el empleo de las nuevas tecnologías, encaminadas a la enseñanza y aprendizaje de la estadística.

CAPÍTULO II

ASPECTOS TEORICOS QUE APOYAN LA INTENCION INVESTIGATIVA

En este contexto se describe un panorama general sobre algunas investigaciones internacionales y nacionales que se han venido realizando en el campo de la Educación la Matemática, referente al problema de investigación que se planteó en esta tesis, los cuales constituyen un aporte significativo, pues se incluyen aquí, las opiniones, conclusiones y recomendaciones, realizadas por otros autores que han tratado la problemática que constituye el núcleo, centro u objeto de la investigación que se abordó, así como la metodología empleada y las teorías en que fundamentaron sus investigaciones. Seguidamente, se describen los aspectos básicos tanto de las teorías generales como de las específicas de la Educación Matemática que sirvieron de apoyo a la presente investigación. Asimismo, se puntualizan los aspectos conceptuales teóricos, que constituyeron también una fuente de soporte teórico.

En cuanto a los antecedentes, se analizaron los siguientes:

La investigación de Anacona (2017), titulada ***LOS NÚMEROS REALES EN EL ESTRUCTURALISMO BOURBAKISTA UN ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO CON FINES EDUCATIVOS***, presentada para obtener el título de Doctor en Didáctica de la Matemática en la Universidad de Cádiz-España.

Los números reales a pesar de tener un papel protagónico en la formación matemática universitaria, generalmente se presentan como un producto acabado al cual se tiene acceso a través de acercamientos formales o intuitivos, adquiridos a partir de lo axiomático. Sostiene la investigadora, que este tipo de presentaciones limitan la posibilidad de comprender en un sentido amplio la propiedad de completitud que los caracteriza. En este trabajo se parte de la hipótesis que un estudio histórico-epistemológico sobre la construcción de los reales, en el marco de una propuesta estructuralista como la de Bourbaki, contribuye no sólo a revelar el grado de complejidad que se sintetiza detrás de las presentaciones axiomáticas sino que

ofrece elementos de orden pedagógico que aportan al campo de la educación matemática.

La tesis inicia con un estudio sobre la teoría de conjuntos, como base angular de la propuesta estructuralista del grupo Bourbaki. Esto permitió una revisión del sistema lógico formal en el cual se inscribe la teoría de conjuntos y un análisis detallado de su sistema axiomático. Sobre esta base conceptual se realizó un estudio de la noción de estructura y de la propuesta teórica que Bourbaki desarrolla alrededor de ella. Una vez delineados los aspectos esenciales de dicha propuesta, se estudió el teorema de completitud que emplea Bourbaki para completar un espacio uniforme cualquiera, lo que conduce a la construcción de los números reales.

En el esquema global de indagación que guía y articula este trabajo se priorizan tres asuntos fundamentales: i) esclarecer las bases conceptuales de la propuesta bourbakista a partir de un estudio acerca del sistema axiomático para la teoría de conjuntos, ii) reconocer el papel unificador de las estructuras en el proyecto de Bourbaki y visualizar los alcances conceptuales de su propuesta estructuralista; iii) identificar y estimar a través de un estudio sobre la construcción de los reales en el marco de la propuesta de Bourbaki, aspectos de orden epistemológico que puedan constituirse en claves para una mejor apropiación de los reales a nivel de la educación universitaria.

Con estos objetivos como telón de fondo, la tesis se estructuró de la siguiente manera. En el primer capítulo se presenta una breve historia del sistema axiomático de Zermelo-Fraenkel, con el propósito de comprender en un sentido más amplio, las bases sobre las cuales se erige el sistema axiomático de Bourbaki para la teoría de conjuntos y sus limitaciones como marco fundacional. El segundo capítulo es una historia del nacimiento del grupo Bourbaki alrededor de la teoría de conjuntos. Se presentan las primeras discusiones del Grupo sobre el lugar y el papel que debían tener los conjuntos en el “nuevo tratado de análisis”. El tercer capítulo está dedicado precisamente al estudio del sistema lógico formal en el cual se inscribe la propuesta de Bourbaki y al análisis del sistema axiomático para la teoría de conjuntos. El cuarto

capítulo se consagra la noción de estructura y se muestra cómo se insertan en ella los diversos tipos de estructuras. En el quinto capítulo se realiza una adaptación del teorema de completitud al caso particular de los racionales como espacio uniforme y se obtiene una construcción de los reales “à la Bourbaki”.

Entre las conclusiones se destacan las siguientes: en primer lugar, se demostró que el sistema propuesto por Bourbaki para la teoría de conjuntos es equivalente al de Zermelo-Fraenkel con el axioma de elección pero sin el de fundamentación. Bourbaki llegó a esta propuesta después de casi una década de trabajo y de discusiones al interior del Grupo. Se publicó por primera vez en 1954, época en que la teoría de categorías empezaba a emerger y con ella, las dudas sobre su sistema como marco fundacional para las matemáticas. Bourbaki estudió la propuesta de Grothendieck de adicionar el axioma de los universos al sistema axiomático, con el propósito de darle cabida a las categorías sin abandonar la teoría de conjuntos, pero finalmente se mantuvo en su propuesta original.

En relación con la noción estructura, se muestra cómo se insertan en ella los diversos tipos de estructuras que sostienen el edificio matemático de Bourbaki; y se exhiben los conceptos que permiten la construcción de nuevas estructuras. Con la incorporación de las estructuras iniciales y finales, Bourbaki garantiza que ciertas propiedades topológicas fundamentales se soporten desde su marco estructural y desde ahí alcancen el mayor nivel de generalidad. Las aplicaciones universales, por su parte, constituyen un método ontológico de construcción matemática. A través de ellas se define un objeto desde un punto de vista estructural, sin entrar en las propiedades internas que verifican los elementos de dicho objeto.

Finalmente, en la construcción de los números reales “à la Bourbaki”, se identifican algunos elementos de orden epistemológico y pedagógico, que merecen ser considerados en una reflexión educativa: i) La uniformidad, al ser una condición lógica y epistemológica para la completitud, evidencia de manera prominente el carácter topológico de esta propiedad; ii) La generalización de la noción de sucesión a través de filtros, ofrece condiciones para una mejor aproximación a la noción de

convergencia; iii) La noción de filtro minimal de Cauchy, evita el uso técnico de las clases de equivalencia, lo cual simplifica la demostración; iv) La generalidad de la construcción favorece la identificación de ciertos conceptos que se mimetizan en las propiedades de los espacios particulares; v) El entrecruce de las diversas estructuras sobre el cual se erigen los reales, ofrece una visión de conjunto del conocimiento matemático, muy importante hoy en día en los procesos de formación matemática, vi) En términos categóricos, los reales de Bourbaki se pueden ver como el objeto inicial de la categoría de los espacios uniformes completos que contienen a los racionales, lo que se constituye en un punto de partida de nuevas posibilidades teóricas.

Las consideraciones anteriores, además de verificar la hipótesis de trabajo, permiten concluir que la construcción de los reales “à la Bourbaki”, ofrece condiciones epistemológicas y pedagógicas válidas para considerarla como una alternativa moderna en la enseñanza del Análisis, frente a las construcciones clásicas de Cantor y Dedekind.

Se considera relevante este trabajo puesto que desarrolla sistemáticamente el análisis histórico-epistemológico del objeto de estudio, por lo que se tomó de esta investigación la forma sistemática de cómo se desarrolló el análisis del objeto de estudio y el cómo se estructuró dicho análisis histórico.

El siguiente antecedente corresponde a un estudio sobre el análisis de regresión lineal, su evolución e importancia, que lo consolida como una técnica estadística de gran utilidad en la predicción y la toma de decisiones en múltiples profesiones, por lo que su conocimiento es de vital importancia y por lo tanto su enseñanza y aprendizaje requiere de una constante revisión para estar a la par de sus avances teóricos y prácticos.

Tesis doctoral presentada por Aguilar (2016), cuyo título es: ***ANÁLISIS DE REGRESIÓN CON DATOS IMPRECISOS: UN NUEVO ENFOQUE QUE UTILIZA DISTANCIAS DIFUSAS Y SUS APLICACIONES***. Trabajo presentado para optar al grado de Doctor en Estadística. Universidad de Jaén-España, facultad de ciencias experimentales, Departamento de Estadística.

En este trabajo, la autora parte sobre la base de la importancia que tiene el análisis de regresión como una herramienta estadística potente con muchas aplicaciones en diferentes áreas y aunque esta técnica en un entorno difuso ha sido tratado en la literatura desde diferentes puntos de vista, se presenta en esta investigación una nueva metodología basada en una familia de medidas de distancias difusas entre números difusos arbitrarios que se define utilizando algunas de las características posibilistas y geométricas más importantes de cualquier número difuso.

En este sentido, en el contexto antes expuesto la investigadora utilizando el método de mínimos cuadrados de la regresión lineal clásica, genera una nueva técnica de regresión difusa para resolver problemas de regresión lineal y no lineal, teniendo presente que este proceso de estimación, en general se puede considerar fácil de aplicar en la práctica y no se limita a los números difusos triangulares.

El principal objetivo de esta investigación fue el de generar un nuevo método de regresión difusa basado en criterios de decisión difusos y cuyos resultados sean tan buenos, e incluso mejores, que los obtenidos empleando procedimientos reales, sostiene la investigadora que esta nueva perspectiva lo obliga a afrontar problemas que, habiendo sido tratados en la literatura existente, nunca se ha profundizado lo suficiente como para dar una respuesta satisfactoria a estos desde un punto de vista genuinamente difuso.

En el desarrollo de la investigación, siempre tiene presente, que la técnica de Análisis de Regresión se centra en encontrar las posibles relaciones que puedan existir entre una variable dependiente y una o más variables independientes. Los modelos así obtenidos son ampliamente utilizados en procesos de predicción y previsión.

Ahora bien, en este trabajo se sostiene que dar un enfoque difuso a un problema planteado en análisis de regresión clásico, evita la pérdida de información que se produce con el uso de métodos estadísticos tradicionales que trabajan con valores promedios ocultando valores extremos, por lo que este enfoque permite entender la realidad incorporando información de gran valor, tales como juicios razonados acerca

de lo que va a suceder. En este sentido los modelos de regresión difusa son muy útiles para establecer rangos de incertidumbre.

En este estudio se tiene presente que, uno de los ingredientes en la teoría de la regresión lineal es la noción de medida de distancia, que es la utilizada en el campo real. Pero cuando se trata de trasladar esta noción al campo difuso, no se encuentra una respuesta plenamente satisfactoria. En concreto, no se ha determinado ninguna forma de restar números difusos que sea compatible con la suma de los mismos.

Como se describió anteriormente; uno de los objetivos principales de esta investigación, es el de generar una familia de medidas de similitud en el conjunto formado por todos los números difusos. Esta familia no se restringe únicamente a números difusos trapezoidales, sino que abarca el conjunto completo de los números difusos. Por lo tanto, se presentan muchas formas diferentes para obtener un número difuso que se pueda interpretar como la cercanía entre dos números difusos. La metodología está basada en hacer intervenir algunos de los elementos y geométricos más importantes de cualquier número difuso para definir un nuevo número difuso.

Las principales ventajas de los elementos de la familia de medidas de similitud que de acuerdo a la investigación son:

- Esta familia de medidas de similitud se definen en el conjunto de todos los números difusos.

- Algunos de los subconjuntos más útiles del conjunto de los números difusos (incluyendo números difusos triangulares y trapezoidales) son cerrados bajo estas medidas de similitud.

- En algunos casos, como en el conjunto de los números difusos trapezoidales son auténticas métricas difusas.

- En los casos anteriores, este conjunto está dotado de una topología Hausdorff que verifica el primer axioma de numerabilidad.

Esta investigación fue estructurada y desarrollada bajo es siguiente esquema: primeramente se establecen las bases teóricas del modelo de regresión lineal, el método de mínimos cuadrados para la regresión lineal, medidas de bondad de ajuste,

selección de variables explicativas. Posteriormente se desarrolla la teoría de conjuntos difusos, operaciones entre números difusos, variables aleatorias difusas y el valor esperado de una variable aleatoria difusa. Para así establecer la denominada medida de la distancia entre números difusos, para conjuntos arbitrarios, intervalos compactos hasta llegar a la Medida de Similitud entre números difusos, incluso establece una topología inducida sobre el conjunto de los números difusos trapezoidales.

En cuanto a las conclusiones esta tesis presenta una nueva familia de medidas de distancia entre números difusos que da como resultado otro número difuso. Esto se logró introduciendo previamente una noción de métrica sobre un conjunto arbitrario que tome valores en el mismo conjunto, de tal manera que es una relación binaria reflexiva y transitiva entre los números difusos que, en el caso de los trapezoidales, es de orden parcial. Lo que permite considerar números difusos no negativos en la que la familia toma valores.

Algunas de las ventajas de esta familia de medidas en el análisis de regresión lineal difuso son: 1. Se puede medir la similitud entre dos números difusos arbitrarios y no se restringe solo a los trapezoidales o a los triangulares. 2. La medida de la distancia entre dos números difusos es también un número difuso. 3. Esta metodología se extiende al caso real de manera que se puede considerar en un mismo estudio números difusos y reales, entre otras.

Este antecedente, es considerado relevante para la investigación, pues pone de manifiesto la importancia del crecimiento o desarrollo del análisis de regresión lineal dentro de las técnicas estadísticas aplicadas a problemas relativos en diferentes profesiones. Este estudio es un ejemplo de la evolución del análisis de regresión y el mismo se fundamenta en los aspectos teóricos y prácticos de esta técnica, lo que resulta de suma importancia para los futuros profesionales que actualmente se enfrentan a este conocimiento, el cual debe ser adquirido de una manera significativa, puesto que la misma es una herramienta para su futuro desempeño profesional, así como para abordar lo último desarrollado en este tema.

Respecto al siguiente antecedente, el mismo pone de manifiesto algunas de las teorías de entrada que son consideradas en la investigación doctoral que se realizó, teorías enmarcadas en las perspectivas teóricas de la educación matemática: La Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau y la Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard, entre otras.

Tesis doctoral presentada por Castro (2016), titulada ***OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS NEGATIVOS***, para obtener el grado de Doctor en Didáctica de las Matemáticas, en la Universidad de Zaragoza-España. Cuyo tutor fue Guy Brousseau

En esta investigación se parte de un problema docente: la dificultad que encuentran los profesores de Educación Secundaria para conseguir que sus alumnos den sentido a los números negativos y los utilicen correctamente en los cálculos y razonamientos matemáticos.

La revisión bibliográfica realizada en el capítulo I pone de manifiesto que la mayor parte de los aportes al tema van en la línea de determinar y categorizar los errores y dificultades de los alumnos en el aprendizaje de los números negativos y de presentar nuevas propuestas de enseñanza que ayuden a evitarlos. Estas propuestas se centran en la búsqueda de un buen modelo concreto introductorio de los números negativos, al considerar que el modelo cumple una doble función: por una parte, permite dar sentido a los números negativos y sus reglas de cálculo y, por otra, sirve de apoyo a la reconstrucción de dichas reglas en caso de olvido.

Pero también se constata en la revisión bibliográfica, la existencia de un tercer grupo de trabajos de corte muy distinto. En ellos se pone de manifiesto la larga historia de los números negativos; su difícil emergencia a lo largo de quince siglos; la posible existencia de concepciones históricas que han obstaculizado la aceptación del número negativo por parte de la comunidad matemática; y la posible permanencia a pesar del paso del tiempo de dichos obstáculos epistemológicos en la enseñanza actual.

La tesis intenta afrontar el problema docente de la enseñanza de los números negativos, transformándolo en un problema didáctico susceptible de ser investigado que tenga en cuenta la posible existencia de obstáculos epistemológicos y su influencia en los procesos de enseñanza. Para ello, partiendo del marco teórico de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Guy Brousseau, la autora se plantea el problema didáctico de diseñar una génesis escolar del número negativo que evite la aparición de *obstáculos didácticos*, que afronte la superación de los *obstáculos epistemológicos*, en el supuesto de que existan, y que permita al alumno construir una concepción inicial del número negativo que evolucione con facilidad hacia concepciones cada vez más cercanas al concepto matemático.

Para dar respuesta a este objetivo de investigación:

- En el capítulo II se precisa la naturaleza de los obstáculos epistemológicos en la historia de los números negativos, de acuerdo con la definición dada en la TSD. Esto ha puesto de manifiesto, no sólo el papel obstaculizador que ha jugado la consideración del número como una abstracción del mundo sensible ligada a las situaciones de medida y al comportamiento de las cantidades de magnitud, sino también *el papel obstaculizador del álgebra* entendida como una aritmética generalizada, es decir, como un dominio cuyos objetivos y medios de validación son los aritméticos.

- En el capítulo III se analiza el papel que juega *la transposición didáctica* del número negativo en el tratamiento didáctico de los obstáculos epistemológicos y en la génesis de otros posibles obstáculos didácticos. El análisis permite deducir que la génesis escolar del número entero basada en modelos concretos y realizados en el ámbito aritmético, además de no contribuir a la superación de los obstáculos epistemológicos, los refuerza, lo que constituye un obstáculo didáctico añadido al obstáculo epistemológico.

- En el capítulo IV se diseña y experimenta una génesis escolar del número negativo que responde al problema didáctico planteado. Para ello, se propone una introducción de los números enteros en el álgebra entendida como instrumento de

modelización algebraico-funcional, siguiendo las aportaciones de Chevallard, Gascón, Bosch y Ruiz-Munzón.

A partir de ahí, para teorizar (Capítulo V), se definen los criterios epistemológicos que sustentan el diseño, se construye la situación fundamental, se indican los objetos algebraicos que emergen, las técnicas que se desarrollan y las tareas que contribuyen a la ejercitación de las técnicas y a la institucionalización del saber de la clase.

El antecedente aporta para la presente investigación, de una manera sencilla el papel que desempeñan estas teorías en el tratamiento didáctico de los obstáculos epistemológicos y en la génesis de posibles obstáculos didácticos, además de cómo se precisa la naturaleza de los obstáculos epistemológicos en el desarrollo histórico del objeto de estudio. Permitiendo esto, crear un modelo escolar sobre el origen del objeto matemático que se desea estudiar, con la finalidad de que evite la aparición de obstáculos didácticos y que afronte la superación de los obstáculos epistemológicos.

Méndez (2016) realizó una investigación titulada: ***CONCEPCIÓN TEÓRICA DE UNA DIDÁCTICA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO INTEGRAL EN LA EDUCACIÓN UNIVERSITARIA***. La cual fue presentada como trabajo final de investigación para optar al título de Doctor en Ciencias de la Educación, en la Universidad Bicentennial de Aragua, Venezuela, esta tesis tuvo como propósito generar los constructos teóricos, que permitieran conformar una didáctica alternativa para la enseñanza del cálculo integral con la intención de transformar el proceso de enseñanza actual y así lograr un aprendizaje de este contenido matemático más significativo.

Entre los modelos teóricos, que soportan esta investigación se encuentran la teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau y la Teoría de Transposición Didáctica de Chevallard.

El abordaje epistemológico se ubicó en el paradigma interpretativo, bajo una metodología cualitativa, soportado por el método hermenéutico. El escenario fue la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto pedagógico “Rafael

Alberto Escobar Lara en Maracay, siendo los actores sociales participantes profesores del departamento de matemática que han dictado la signatura, a los cuales se le aplicó una entrevista en profundidad y se utilizó además la técnica de la observación para la recolección de la información que permitiera develar la metodología aplicada en la enseñanza del cálculo integral.

Se analizó la información obtenida de acuerdo a la metodología cualitativa, lo cual condujo a hallazgos investigativos como la necesidad de unificar criterios por parte de los docentes en cuanto a la enseñanza del cálculo integral, debido a los diferentes obstáculos que se les presenta a los estudiantes durante el aprendizaje de este contenido matemático, entre otras. Lo que ponen en evidencia la necesidad de implementar estrategias de enseñanza, que conformen una didáctica alternativa para la enseñanza del cálculo integral.

Este antecedente, es relevante para el estudio porque suministró información importante sobre la metodología que se decidió desarrollar en esta investigación y los hallazgos encontrados dieron una visión amplia de la forma en que se puede estructurar una didáctica alternativa e innovadora.

Otra investigación tomada en cuenta, es la realizada por Bastán, Cuenya y Fioritti (2016) quienes desarrollaron *UN ANÁLISIS HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICO DE LA TOPOLOGÍA Y SU VINCULACIÓN CON EL SABER ENSEÑADO EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICA*. En la Universidad Nacional de Río Cuarto en Argentina. Se apoyan en el marco teórico del Programa Epistemológico iniciado por Brousseau en 1986, donde se asigna un rol fundamental al estudio del saber matemático, no sólo como un saber en sí mismo sino analizando el tipo de problemas que le dieron origen, las técnicas matemáticas (entendidas éstas como maneras de hacer, no como algoritmos) que surgen en ese contexto y los elementos tecnológico-teóricos que se utilizan.

Sostienen que a partir del estudio histórico-epistemológico se pudo ver que los problemas que le dieron origen a la Topología se sitúan en dos contextos matemáticos diferentes: el Geométrico y el del Análisis Matemático y que en cada uno de ellos se

da respuesta a determinado tipo de problemas, los cuales se resuelven con técnicas diferentes y que utilizan tecnologías diferentes aunque mantienen en común ciertos elementos tecnológico-teóricos.

Teniendo como base este análisis, realizan un estudio de la organización matemática (OM) enseñada, respecto de lo topológico en la formación de profesores de matemática, para dar cuenta de las restricciones que sufre el saber hasta tomar las características particulares que presenta en ese ámbito y las razones que determinan esas restricciones.

El estudio histórico permitió ver, entre otras cuestiones, que el tipo de problemas que dan lugar al surgimiento de los conceptos topológicos y los elementos tecnológico teóricos que permitieron justificarlos se enmarcan esencialmente en dos campos de la matemática. Por un lado determinados conceptos topológicos tienen su génesis en problemas ligados a la Geometría y por otro, quizá la mayor parte, surgen ligados al Análisis Matemático. Las diferentes bases genéticas plantean campos de problemas diferentes y por consiguiente elementos técnicos, tecnológicos y teóricos diferentes, lo cual da origen a dos vertientes iniciales en la topología que, de acuerdo a la denominación actual, son llamadas respectivamente: Topología Combinatoria que surge a partir de los trabajos de Euler en 1736 y Topología Conjuntista cuyo origen es situado por varios autores en los trabajos de Cantor a mediados del siglo XIX.

Este trabajo se desarrolló bajo el marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard Y, en el que se modelan los saberes matemáticos en términos de praxeologías matemáticas u organizaciones matemáticas (OM) a las que se define como cuádruplas $(T, \eta, \theta, \Theta)$ formadas por tipos de tareas (T), técnicas utilizadas para resolver esas tareas (η), métodos para justificar las técnicas llamados tecnologías (θ) y justificaciones de las tecnologías, llamadas teorías (Θ). Aquí se distingue esencialmente una praxis constituida por las (T, η) y un logos constituido por (θ, Θ)

Ahora bien, La toma de posición epistemológica respecto a lo topológico en la formación de profesores los llevó a la siguiente pregunta: ¿Qué organización

matemática debería ser reconstruida en la formación de profesores respecto de la topología?

El estudio de la OM sabia resultó útil en varios sentidos, permitió mostrar semejanzas y diferencias entre la OM sabia y la OM enseñada, explicando las discontinuidades que se presentan en la OM a enseñar.

Fundamentalmente el análisis histórico-epistemológico permitió analizar las formas de racionalidad que se fueron conjugando a lo largo de la historia hasta constituir el producto final que hoy aparece como la topología, descrita a través de los tipos de problemas y resultados que pone en juego, de sus saberes, de sus formas expresivas y de las estrategias que utiliza y de los tipos de enunciados que pone en juego; todo ello permite ver que estructuralmente la OM a enseñar se configura de manera diferente. Además permitió comprender por qué lo que aparece como OM enseñada en la formación de profesores bajo el nombre de topología no abarca, ni aproximadamente lo que la ciencia entiende por ello, que aquella es un recorte del saber y que el recorte no se reduce a quitar o agregar algunos contenidos más o menos de forma azarosa sino que responde a razones institucionales que es preciso develar.

De acuerdo a las conclusiones generadas por esta investigación, se puede inferir que guarda relación con el presente estudio puesto que trata sobre los problemas que dieron origen al surgimiento de conceptos que hoy día conforman la estructura de la Topología. Además su marco teórico se apoya en teorías de la didáctica francesa, cuyos constructos son bases teóricas del presente estudio.

Rodríguez (2016) presentó el trabajo de investigación titulado ***FACETA EPISTÉMICA DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO DE LA FUNCIÓN AFIN APLICADA A LA ECONOMÍA*** Tesis presentada como requisito para optar al Grado de Doctor en Educación Matemática, en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto pedagógico de Maracay.

En esta investigación la autora toma en cuenta la apreciación que sostiene Schoenfeld sobre los fines principales de La investigación en Educación Matemática: uno puro a fin de entender la naturaleza del pensamiento matemático, la enseñanza y el aprendizaje y otro aplicado a fin de usar tales comprensiones para mejorar la instrucción de las matemáticas, por ello la aproximación de este problema de investigación, el cual proviene de una reflexión desde la práctica que día a día invita a estudiar y analizar la complejidad de la enseñanza y aprendizaje de ciertos conceptos matemáticos.

En particular, el concepto de función, el cual es fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de diversas situaciones de la vida, en especial el estudio de la función de la Afín, cuya expresión es: $f(x)=mx+b$; $m \neq 0$ m y $b \in \mathcal{R}$, es de gran aplicación a situaciones económicas debido a que en el comercio hay relaciones entre el trabajo y producción, oferta y precio, demanda y precio, producción y beneficio.

Manifiesta la investigadora, que en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática unos recursos fundamentales en la construcción de los conocimientos matemáticos son los libros de texto además de las explicaciones del profesor y el diseño curricular. Por ello, estos textos deben tener un alto grado de representatividad y relación con la evolución histórica de estos conocimientos y con otros libros de referencia que sirven de explicación adicional. Una Universidad en Venezuela que utiliza los libros de textos o material impreso o módulos de aprendizaje como referente para explicar el contenido matemático, es la Universidad Nacional Abierta (UNA), enmarcada en la modalidad de educación a distancia en el subsistema de Educación Universitaria; y destinada a la formación de profesionales en áreas prioritarias del desarrollo social del país.

Por lo que resalta, que en esta modalidad, el docente juega el papel de asesor y facilitador del aprendizaje y el alumno afronta solo el estudio de los contenidos curriculares, por lo tanto para él, aplicar el concepto de la función afín a situaciones económicas, debe ser capaz manejar y entender el significado del concepto de

demanda, oferta, relación entre el precio y las cantidades de demanda y oferta, precio por unidad entre otras, para ello cuenta con el apoyo de módulos o materiales instruccionales o “medio maestro” y otro material de referencia en el Plan de curso.

De allí, el material instruccional o “medio maestro” quien asume la dirección del proceso instruccional en esta modalidad, debe reunir ciertas características que permitan calificarlo como “idóneo” para los fines pretendidos y de un amplio conocimiento Didáctico-Matemático por los que va a transcurrir el aprendizaje de una persona, que afronta solo los contenidos curriculares.

Por lo que esta investigación, tuvo como objetivo general: Generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Función Afín aplicada a la economía.

En cuanto al marco metodológico donde se desarrolló la investigación, la autora lo justifica manifestando que la Investigación en Educación Matemática, tiene como objetivo prioritario la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, lo que ha llevado a extender dicha investigación a ámbitos hasta hoy ignorados, y al igual que el resto de las disciplinas referidas a la educación, aun disponiendo de un conjunto de estrategias metodológicas para abordar su objeto de estudio, no tiene un método propio, por lo que ha integrado métodos de otras disciplinas, lo que ha contribuido a realizar trabajos que han acrecentado de modo progresivo y acumulativo los conocimientos acerca de los métodos de enseñanza y de los problemas del aprendizaje de las Matemáticas.

La investigadora se apoya en lo expresado por investigadores como Kilpatrick, quien sostiene, que se han producido tres cambios en el estilo de plantear las investigaciones en Educación Matemática, en relación al tercer cambio, señala el autor, este cambio de estilo se refiere a aspectos epistemológicos y consiste en un nuevo punto de vista sobre la propia investigación, en particular, respecto a los métodos de llevarla a cabo. Este último cambio ha consistido en el desplazamiento

desde la investigación empírico analítica hacia la investigación cualitativa-interpretativa.

En este último cambio, se encuentra ubicada la presente investigación, la cual tiene un alto énfasis en las características propias de la metodología cualitativa, puesto que se está interesado en describir y analizar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático que debería tener el “Medio Maestro” para la enseñanza idónea de la Función Afín aplicada a la economía mediante el diseño de instrumentos que permitan evaluar dicho conocimiento, debido a que no es algo que se pueda observar y cuantificar.

En cuanto a la metodología empleada, se puede indicar que la investigación se realizó, bajo el enfoque epistemológico interpretativo, sustentado en el método hermenéutico, cuyo fin último es la comprensión. Paradigma cuyo objetivo para la Educación Matemática, es comprender los significados que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática tiene para aquellos que están involucrados en estas actividades.

Con el propósito de ampliar y profundizar el conocimiento de la Función Afín aplicada a la economía, se realizó un análisis de fuentes documentales de tipo epistemológico, cognitivo, semiótico y didáctico, adoptando la investigadora una posición personal sobre las diferentes fuentes, por lo tanto esta investigación es de carácter documental.

También, la investigación es de tipo: descriptivo, hermenéutica y ontosemiótico:

- Es *Descriptivo* porque pretende mostrar y explicar características, cualidades y circunstancias que originaron e hicieron evolucionar el objeto matemático.
- Para la profundización y triangulación se asume la *Hermenéutica*, para interpretar y comprender los sentidos y significados que los informantes clave le dan a su conocimiento Didáctico-Matemático como asesores y especialistas de contenido en la modalidad de estudios a distancia.

- *Ontosemiótico*, puesto que las prácticas discursivas y operativas de los sujetos investigados se analizan teniendo en cuenta la ontología de objetos intervinientes y de las relaciones semióticas que se establecen entre ellos.

En la investigación cualitativa en general, la búsqueda de la profundidad de los hallazgos y explicaciones es siempre un intento de acercarse lo más posible a la perspectiva interna de los sujetos investigados.

Informantes clave o actores sociales involucrados

Por lo tanto, los actores de esta investigación son: El Modulo IV *Aplicaciones de las funciones a las ciencias Administrativas* de Matemática I UNA (2009), de la carrera Administración y Contaduría, los asesores del área de Matemática de la UNA (2 asesores) y el equipo del Diseño de Instrucción. (2 Diseñadores)

Se seleccionaron dos (2) asesores de los centros locales: Yaracuy y Portuguesa con más de cinco años de experiencia, los cuales se identificaron como: As1 y As2 respectivamente. Además, dos (2) especialistas de contenido del Área de matemática encargados de la producción del Módulo IV de Matemática I.

En cuanto a los instrumentos de recolección de información, los Asesores y Especialistas de Contenido fueron informantes de gran importancia para la investigación, ya que a través de sus prácticas, procesos y conocimientos didácticos y matemáticos, en la modalidad de estudios a distancia se pudo comprender e interpretar el significado que los mismos le atribuyen a su formación en esta área específica de conocimiento. De allí la pertinencia, de la entrevista en profundidad, según Cisterna (2005)...es un poderoso instrumento para recopilar información, porque permite acudir directamente a aquellas personas que consideramos como informantes esenciales para nuestra investigación (p.140).

La estructura de las preguntas de la entrevista surge directamente desde las sub-categorías apriorísticas, siguiendo a Cisterna (2005.) cuando investigamos lo que

hacemos es recoger información, que nos permitan responder las interrogantes centrales de la investigación.

En lo referente a las Técnicas de Análisis de Datos. En ésta investigación se presenta la técnica de análisis de un texto matemático que registra la actividad matemática desarrollada por los sujetos participantes propuesto por Godino en su artículo: *Un Enfoque Ontológico y Semiótico de la Cognición Matemática* (2002),

En el análisis de las entrevistas a los asesores y especialistas de contenido se siguieron las pautas de Cisterna (2005) a partir de las respuestas entregadas por cada sujeto a cada una de las preguntas que se le ha realizado y que ha respondido se elabora una síntesis interpretativas por sub-categorías y categoría (triangulación), la cual se compara con el repertorio teórico y el Modelo CDM, para posteriormente realizar las conclusiones referida a cada Subcategoría y categoría, respecto a las practicas, proceso y conocimiento Didáctico –Matemático

Con esta investigación, se genera una aproximación de un modelo de evaluación del conocimiento didáctico – matemático del Medio Maestro que incluye a los *Asesores académicos* y *Especialistas de Contenido*, para ser aplicado a la evaluación del módulo instruccional y en la restructuración presentada por Pino Fan y Godino, (2015), se decide evaluar aspectos específicos del conocimiento del contenido (común, especializado y ampliado) en relación con la enseñanza del módulo Instruccional. Es decir: El *Conocimiento común del Contenido*, *Conocimiento Especializado de contenido* y *Conocimiento Ampliado de contenido*.

La importancia que tiene este antecedente para la investigación que se realizó, se manifiesta en el tipo de investigación que aquí se desarrolla, en el enfoque paradigmático que asume, en el método que aplica, en la selección de los informantes o actores sociales, en las técnicas e instrumentos de recolección de información y del análisis e interpretación de la información y sobre todo de la forma que establece las categorías y subcategorías apriorísticas mediante el método de Cisterna a partir de los objetivos, haciendo más sencillo el proceso metodológico.

TEORÍAS GENERALES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Teoría del aprendizaje significativo de Ausubel

Para Río (2006), es evidente que la memoria, entendida como un proceso de almacenamiento y recuperación de información, es fundamental para el aprendizaje y el pensamiento. Sin embargo, sostiene que una de las críticas que habitualmente se le formulan al sistema educativo es que cae en el memorismo; esto es, el aprendizaje se reduce a la memorización de la información, por repetición mecánica y sin comprensión. Este tipo de aprendizaje solo da lugar a asociaciones arbitrarias con la estructura cognitiva del que aprende; impide utilizar el conocimiento en forma novedosa o innovadora.

Frente al aprendizaje memorístico, el psicólogo y pedagogo estadounidense David Paul Ausubel (1918-2008) propone la teoría del Aprendizaje Significativo al sostener que algo tiene significado para alguien cuando logra entenderlo y darle sentido. Para Ausubel, el aprendizaje significativo ocurre cuando el sujeto consigue relacionar la nueva información con sus conocimientos previos y esta relación se establece de una forma no arbitraria, sino pertinente y consistente, respondiendo a interrogantes, necesidades e intereses del individuo. Este percibe la utilidad de lo que aprende y actualiza sus esquemas de conocimientos pertinentes para la situación que se trate, pero esos esquemas no se limitan a asimilar la nueva información, sino que el aprendizaje significativo supone siempre su revisión, modificación y enriquecimiento estableciendo nuevas conexiones y relaciones entre ellos.

Un aprendizaje es útil cuando la persona que lo ha realizado puede ponerlo en práctica para resolver problemas; incluso, la persona puede usar lo aprendido para abordar nuevas situaciones o para efectuar nuevos aprendizajes. Para Ausubel, la posibilidad de aprender se encuentra en relación directa a la cantidad y calidad de los aprendizajes previos realizados y a las conexiones que se establecen entre ellos.

Esta es una teoría Psicológica del aprendizaje que corresponde al campo de las Teorías Mediacionales, opuestas a las Asociacionistas o de Condicionamiento, y que

tienen en común algunos aspectos como: (a) la importancia de las variables internas como reguladoras de las conductas del sujeto; (b) la consideración de un aprendizaje activo que implica una dinámica de desarrollo, y de reorganización cognitiva; (c) la consideración del aprendizaje como un proceso de adquisición producto de intercambio con el medio.

Esta teoría mediacional resultó interesante para el trabajo de investigación ya que se puede desarrollar en los campos concretos del aprendizaje y de la práctica pedagógica. Razón por la cual se considera como una teoría psicológica del aprendizaje en el aula.

Ausubel ha construido un marco teórico que pretende dar cuenta de los mecanismos por los que se lleva a cabo la adquisición y la retención de los grandes cuerpos de significado que se manejan en la escuela. Es una teoría psicológica porque se ocupa de los procesos mismos que el individuo pone en juego para aprender. Pero desde esa perspectiva no trata temas relativos a la psicología misma ni desde un punto de vista general, ni desde la óptica del desarrollo, sino que pone el énfasis en lo que ocurre en el aula cuando los estudiantes aprenden; en la naturaleza de ese aprendizaje; en las condiciones que se requieren para que éste se produzca; en sus resultados y, consecuentemente, en su evaluación Ausubel (1976).

Es una teoría de aprendizaje porque esa es su finalidad. La Teoría del Aprendizaje Significativo aborda todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que la escuela ofrece al alumnado, de modo que adquiera significado para el mismo.

Conocimientos Previos en el Aprendizaje Significativo

Cuando se desea aprender un conocimiento nuevo, se activan en nuestra memoria ciertas ideas, experiencias, situaciones o preconceptos, que constituyen lo que se denomina “conocimiento previo”. Este en algunos casos, es adquirido por un aprendizaje informal de la cultura social, familiar y cotidiana de la persona, de la televisión, radio, prensa y otros, pero en la mayoría de los casos son los conocimientos

que se traen de grados o semestres anteriores, los cuales muchas veces se han fijado con significado incorrecto.

Pozo y otros (1992), resumen sus características centrales como se menciona a continuación:

1. Son espontáneos, nacen de la improvisación o del intento de dar significado a las actividades cotidianas en una forma casual inferencial, por lo general son muy resistentes al cambio, permanecen mucho tiempo en los esquemas cognitivos.

2. Son incoherentes, su estructura no esta bien organizada, se pueden encontrar en relación con muchos contextos diferentes, los estudiantes muchas veces no saben lo que saben, algunas veces piensan que las cosas las hacen por “X” y en realidad la hacen por “Y”.

3. Son predictivos e inducidos, aun cuando muchas veces son equivocados, le sirven al estudiante para predecir e inducir ciertas situaciones y fenómenos cotidianos de una manera práctica y no científica, buscan la utilidad más que la verdad.

4. Son análogos, algunas áreas del conocimiento son desconocidas para el estudiante, entonces para poder comprenderlas, se ven obligados a activar por analogía o semejanza, una concepción potencialmente útil para dar significado a ese dominio.

Si el nuevo material de aprendizaje, se relaciona de forma sustantiva y no arbitraria con lo que el estudiante ya sabe, este material puede llegar a asimilarse e integrarse en su estructura cognitiva previa, originándose así un aprendizaje significativo, capaz de cambiar esa estructura previa y establecerse de forma duradera y sólida. Entendiéndose como aprendizaje significativo según Ausubel y otros (1996), la adquisición de nuevos significados relacionados de modo sustancial y no arbitrario con la estructura cognoscitiva del estudiante.

Este aprendizaje se logra mediante una intensa actividad por parte del alumno, la cual desde un punto de vista constructivista se concibe como un proceso de naturaleza

interna e intencional, esto por ser el estudiante quien construye, modifica, relaciona y coordina sus esquemas de conocimientos. El aprendizaje significativo es considerado como el producto de la interacción entre un conocimiento previo activado y una información nueva.

La Educación Matemática Realista de Freudenthal

La corriente conocida internacionalmente como Educación Matemática Realista (EMR), reconoce como fundador a Hans Freudenthal (1905-1990), matemático y educador alemán que realizó la mayor parte de su trabajo en Holanda. Esta corriente didáctica nace en los años 60, como reacción al enfoque mecanicista de la enseñanza de la aritmética que se sustentaba en ese país y a la aplicación en las aulas de la “matemática moderna” o “conjuntista”. Muchas de sus ideas originales están hoy adoptadas y discutidas en las teorías didácticas actuales y han servido de base a currículos de otros países como EEUU, Japón, Indonesia, Gran Bretaña, Alemania, Dinamarca, España, Portugal, Sudáfrica, Brasil, Puerto Rico, entre otros. Esta teoría, que no pretende ser una teoría general del aprendizaje como lo es, por ejemplo, el constructivismo (Alsina, 2009).

Una idea central, sino la más importante de la EMR, *es que la enseñanza de la matemática debe estar conectada con la realidad*, permanecer cercana a los alumnos y ser relevante para la sociedad en disposición a constituirse en un valor humano. La imagen de la matemática se enmarca dentro de la imagen del mundo, la imagen del matemático dentro de la del hombre y la imagen de la enseñanza de la matemática dentro de la sociedad (Freudenthal, 1991, p. 32). Para Freudenthal, una preocupación esencial frente a la realidad educativa y académica de su época era: “Hay una cosa que necesitamos decidir urgentemente, si la imagen de la matemática es para una élite o para todos (una imagen de la matemática para la totalidad de la educación)”(p.36).

Para el autor antes citado, lo importante es que todos los alumnos tengan alguna forma de contacto con el quehacer matemático, considerado este como *una actividad estructurante u organizadora de matematización que está al alcance de todos los*

seres humanos (Freudenthal, 1983) y define esta actividad como: Matematizar que consiste en organizar la realidad con medios matemáticos incluida la matemática.

Matematizar es un proceso que involucra: • Reconocer características esenciales en situaciones, problemas, procedimientos, algoritmos, formulaciones, simbolizaciones y sistemas axiomáticos; • Descubrir características comunes, similitudes, analogías e isomorfismos; • Ejemplificar ideas generales; • Encarar situaciones problemáticas de manera paradigmática; • La irrupción repentina de nuevos objetos mentales y operaciones; • buscar atajos y abreviar estrategias y simbolizaciones iniciales con miras a esquematizarlas, algoritmizarlas, simbolizarlas y formalizarlas; y • Reflexionar acerca de la actividad matematizadora, considerando los fenómenos en cuestión desde diferentes perspectivas (Freudenthal, 1983, p. 30).

Herramientas conceptuales en que se basa la teoría de la Educación Matemática Realista (EMR)

A continuación se detallan brevemente algunas de las ideas centrales que sostiene la EMR y que Freudenthal denomina “herramientas conceptuales para una teoría de la educación matemática” (Goffree, 1993, p.31).

1. *Partir de contextos y situaciones problemáticas realistas*, en el sentido de representables, razonables, imaginables para los alumnos, como generadores de su actividad matematizadora. Para Freudenthal, “un contexto es ese dominio de la realidad el cual, en algún proceso de aprendizaje particular, es revelado al alumno en orden a ser matematizado” (Freudenthal 1983, p. 73). Según este autor, *dado que en gran parte la matemática surge históricamente como herramienta para matematizar situaciones del entorno natural y social*, su enseñanza debe basarse también en la organización de este tipo de situaciones. Esto no significa restringirse a fenómenos del mundo real (perceptual), dado que esto limitaría las oportunidades para que los alumnos aprendan a operar dentro de la matemática misma. Se trata que los alumnos, quienes al principio no poseen herramientas matemáticas suficientes, *las reinventen* a partir de abordar problemas presentados en contextos y situaciones realistas.

Un contexto es un evento, una proposición o situación derivada de la realidad, la cual es significativa para los alumnos o la pueden imaginar y conduce a usar métodos matemáticos desde su propia experiencia. Provee significado concreto y apoyo para las relaciones y operaciones relevantes de la matemática.

Existen distintos tipos de contextos: reales, artificiales (fantasía), matemáticos o virtuales, que nacen de la realidad pero contienen elementos no reales en sí mismos, usados con el objetivo de simplificar o simular situaciones (Bressan, A. y Zolkower, B. 2006).

Dentro de esta corriente, los contextos realistas cumplen un papel esencial en el aprendizaje matemático de los alumnos, ya que:

- Son puntos de partida en el proceso de enseñanza y aprendizaje para producir matemática y dominios de aplicación de la misma.
- Bien elegidos, resultan de interés para los alumnos.
- Se constituyen en objetos de trabajo, tornando accesible el contenido matemático, y permiten que los estudiantes trabajen en diferentes niveles de conceptualización en base a sus posibilidades.
- Promueven el uso del sentido común y movilizan los conocimientos informales de los alumnos y la creación de modelos.
- Son abiertos (admiten estrategias variadas y/o varias soluciones) dando lugar a valiosas discusiones matemáticas entre los alumnos.
- Se usan en profundidad (Bressan, Zolkower y Gallego, 2006, pp. 11-33).

Cabe destacar, el que un contexto sea o no realista depende de la experiencia previa de los alumnos y/ o de su capacidad para imaginarlo o visualizarlo.

2. Utilizar los *modelos* (materiales, lingüísticos, esquemas, diagramas y símbolos) que emergen de la propia actividad matemática de los alumnos como herramientas para representar y organizar estos contextos y situaciones. El modelo es simplemente un intermediario, a menudo indispensable, a través del cual una realidad o teoría compleja es idealizada o simplificada con el fin de volverla susceptible a un tratamiento matemático formal (Freudenthal, 1991, p. 34).

Cabe aclarar que desde la perspectiva de la EMR el término modelo no se refiere a modelos preconstituidos e impuestos desde la matemática formal, sino a modelos emergentes o en estado de formación. Durante las trayectorias de aprendizaje-enseñanza, las cuales por lo general giran en torno a preguntas que surgen de situaciones problemáticas, los alumnos se abocan a actividades organizadoras y reorganizadoras de las cuales surgen los modelos.

Para ello, estos modelos deben satisfacer varias condiciones importantes, tales como:

- *Estar enraizados en contextos realistas, imaginables.*
- *Tener suficiente flexibilidad para ser aplicados en un nivel más avanzado o más general.* Cambian con el tiempo (en la didáctica tradicional son fijos).
- *Ser viables.* Los modelos deberían comportarse en una manera natural, autoevidente.

La búsqueda de contextos y modelos que den lugar de modo más o menos natural a la matematización corresponde a lo que Freudenthal (1983) denomina *fenomenología didáctica*, la cual se nutre de la *historia de la matemática* (Streefland, 1991) y de las *producciones y construcciones libres* de los alumnos que van surgiendo durante el proceso de enseñanza (Streefland, 1991).

La fenomenología didáctica es un método que consiste en investigar primero las diversas manifestaciones y usos de un determinado objeto matemático en la realidad, por ejemplo: las fracciones, las razones, las funciones, las proporciones, los ángulos, como fenómenos en la vida real, considerando sus referencias en el lenguaje cotidiano (lo que decimos cuando hablamos de razones, fracciones, funciones, entre otros.) y a partir de esto, *construir la didáctica de ese tema.*

3. Reconocer el papel clave del *docente como guía* y organizador de la *interacción* en las aulas. La enseñanza de la matemática debe tomar en la EMR la forma de *reinención guiada* (Freudenthal, 1991), o sea, un proceso en el que los alumnos reinventan ideas y herramientas matemáticas a partir de organizar o estructurar situaciones problemáticas, en interacción con sus pares y bajo la guía del docente.

El docente posee un papel bien definido como mediador entre los alumnos y las situaciones problemáticas en juego, entre los alumnos entre sí, entre las producciones informales de los estudiantes y las herramientas formales ya institucionalizadas de la matemática como disciplina.

4. El *aprendizaje de la matemática* es considerado como una *actividad social* donde la reflexión colectiva lleva a niveles de comprensión más altos. Las interacciones sociales *verticales* (docente-alumno) y *horizontales* (alumno-alumno) ocupan un lugar central, siendo clave el modo en que el docente maneja estos eventos con miras a maximizar oportunidades para la producción, el intercambio y la apropiación de ideas por parte de los alumnos.

5. La fuerte *interrelación e integración de los ejes o unidades curriculares* de la matemática. La resolución de situaciones problemáticas realistas a menudo exige establecer conexiones y la aplicación de un amplio rango de comprensiones y herramientas matemáticas. La EMR no hace profundas distinciones entre los ejes curriculares, lo cual da una mayor coherencia a la enseñanza y hace posibles diferentes modos de matematizar las situaciones bajo distintos modelos y lenguajes, logrando alta coherencia a través del currículo. Una de las razones es que aplicar la matemática es muy difícil si cada eje es enseñado aisladamente, negando las conexiones que los cruzan, ya que usualmente en las aplicaciones se necesita más que solo conocimientos de la aritmética, o el álgebra o solo la geometría para solucionar un problema.

El paso del conocimiento informal al formal

El objetivo de Freudenthal y sus colaboradores fue estudiar cómo pasa el alumno del *conocimiento informal*, al *preformal* y de allí al *formal*, y cómo ayudarlo en ese tránsito.

Coherente con su búsqueda de una matemática accesible a todos, sus aportes principales están referidos a facilitar el encuentro entre la *organización matemática* de situaciones cotidianas y la matemática formal, profundizando en el proceso de

matematización y en la formulación de secuencias didácticas adaptables a diversas aulas, estructurando clases en base a la multiplicidad de los usos de los saberes a enseñar y a los variados modos de apropiación de los mismos por parte de los alumnos (Alsina, 2009).

En este proceso de matematización progresiva la EMR admite que los alumnos pasan por distintos niveles de comprensión, caracterizados por distintos tipos de actividades mentales y lingüísticas. Estos niveles son: situacional, referencial, general y formal, y están ligados al uso de estrategias, modelos y lenguajes de distinta categoría cognitiva, no constituyendo una jerarquía estrictamente ordenada (Gravemeijer, 2004).

En el nivel situacional se da la interpretación de la situación problemática y el uso de estrategias vinculadas totalmente al contexto de la situación misma. Los estudiantes, apoyándose en sus conocimientos informales, su sentido común y su experiencia, pueden identificar y describir la matemática que yace en el contexto, visualizar, esquematizar y formular el problema de diferentes formas, descubrir relaciones y regularidades, reconocer analogías con otros problemas, etc. A este proceso se lo denomina matematización horizontal.

Los restantes niveles corresponden a la matematización vertical, caracterizada por el “ajuste” de modelos, la esquematización conceptual y formalización progresiva.

El nivel referencial es donde aparecen las representaciones o modelos gráficos, materiales o notacionales, y las descripciones, conceptos y procedimientos personales que esquematizan el problema. De allí que los modelos se consideren como “modelos de” en tanto están referidos a las situaciones particulares que les dieron origen.

El nivel general se desarrolla a través de la exploración, reflexión y generalización de lo aparecido en el nivel anterior, pero propiciando una focalización matemática sobre las estrategias que supere la referencia al contexto. En este nivel, por la reflexión sobre los conceptos, procedimientos, estrategias y modelos utilizados en el nivel anterior, surgen aspectos generalizables⁴ de los mismos y los alumnos pueden

concluir que son utilizables en conjuntos de problemas homólogos a los estudiados, dando lugar a los “modelos para” la resolución de los mismos.

En el nivel formal, se comprenden y se actúa con los conceptos, procedimientos y notaciones convencionales propias de la rama de la matemática con que se está trabajando.

Estos niveles son dinámicos y un alumno puede funcionar en diferentes niveles de comprensión para contenidos distintos o aspectos de un mismo contenido. Más que describir en forma exacta qué puede hacer el alumno en cada uno, sirven para seguir sus procesos globales de aprendizaje.

La idea es que los alumnos puedan revertir de un nivel a otro siempre que lo necesiten, en tanto ninguno está totalmente separado y los de mayor nivel incorporan los conocimientos de los niveles inferiores.

La reflexión sobre los logros del nivel anterior tiene un papel decisivo para el cambio de nivel pues puede instar a un cambio de perspectiva e incluso a un cambio total.

Visión de la Didáctica desde la Educación Matemática Realista.

Si se está claro, que la actividad primordial de los estudiantes es matematizar, ¿Cuál será la actividad primordial de los profesores? Según Freudenthal (1991) la actividad primordial de los profesores es la de didactizar, entendida también como actividad organizadora que se da tanto a nivel horizontal como a nivel vertical. Horizontalmente los docentes trabajan en torno a fenómenos de enseñanza-aprendizaje que emergen en sus aulas y en las de otros; verticalmente, reflexionan y generalizan a partir de situaciones hasta reinventar su propia caja de herramientas didácticas para facilitar la matematización. Sostiene Freudenthal (1991) que:

La didáctica de una disciplina significa la organización de los procesos de enseñanza-aprendizaje relevantes a esa área... Nuestra visión de la didáctica reflejará lo dicho sobre la Matemática... la Matemática surgiendo de la matematización es espejada por la didáctica surgiendo de la didactización. Nótese que el paralelismo intentado aún se extiende a distinguir la didactización horizontal y vertical: desde la realidad

didáctica para tornarse consciente de ella por un lado y para paradigmaticar por el otro. (p.45)

Ahora bien, en cuanto a la relación que tiene esta teoría con el trabajo de investigación pronto a desarrollar, se pueden tomar en cuenta varios puntos, entre otros:

Se puede decir que es relevante, por el hecho de que los conceptos, técnicas y métodos estadísticos son aplicables en contextos y situaciones problemáticas realistas, y que estos contextos se pueden representar, razonar e imaginar por parte de los estudiantes, tal cual como lo plantea esta teoría. Entendiendo de acuerdo a Freudenthal, que un contexto es ese dominio de la realidad, el cual en algún proceso de aprendizaje particular, es revelado al alumno en orden a ser matematizado.

En otro punto, la EMR sostiene que gran parte de la matemática surge históricamente como herramienta para matematizar situaciones del entorno social, por lo que el estudio de **la historia de las matemáticas** por los docentes **cambia de forma profunda el estatus epistemológico del conocimiento matemático** y transforma la práctica de la enseñanza. De este modo, **es importante partir del desarrollo histórico de cada objeto matemático**, (lo que se pretende hacer en la investigación a desarrollar), para tener un conocimiento más amplio de éste, donde los alumnos puedan reconocer su naturaleza, y así mismo puedan tener una mejor comprensión del objeto matemático.

Señala además, que los objetos mentales matemáticos se modifican en la historia como consecuencia de su uso y uso del contexto. Esto no quiere decir, que las modificaciones de un objeto mental indiquen que el objeto mental original era erróneo y que se tenga que ver la historia de los objetos mentales matemáticos como un avance hacia la verdad. No obstante, la educación matemática ha venido formando a partir de objetos mentales ya acabados.

Lo anterior sustenta la intención de realizar un ***análisis histórico-epistemológico del análisis de regresión lineal*** en la investigación de carácter doctoral que se desea llevar a cabo.

Es importante resaltar, que con el establecimiento de contextos y modelos dan lugar de modo más o menos natural a la matematización, Freudenthal establece su fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas; la cual se nutre de la historia de la matemática y de las producciones libres de los alumnos en el proceso de enseñanza.

Otro punto que se considera relevante para la tesis que se realizó, es que la EMR propone dos ideas que siguen siendo objeto de interés y reflexión. En estas ideas se encuentra la fenomenología didáctica y la constitución de objetos mentales, como contrapartida de la adquisición de conceptos.

Esta teoría concede aportes a la futura investigación, en cuanto a su concordancia con el método que se tiene pensado en la tesis doctoral, el cual es el método fenomenológico hermenéutico, ya que esta teoría está basada en el estudio de los fenómenos en un contexto determinado y en una ciencia determinada donde se aplica la matemática.

Por último, esta teoría explica la importancia que tiene la aplicación de la matemática en el mundo real, de manera que esto pide despertar el interés del alumno al momento de comprender que son de gran utilidad específicamente para la ciencia.

TEORÍAS ESPECÍFICAS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La Didáctica de la Matemática de la Escuela Francesa según Vargas (2002) ha ofrecido el desarrollo de varias teorías, algunas de las cuales son la teoría de las situaciones Didácticas de Guy Brousseau en 1986 y la teoría de la transposición didáctica de Yves Chevallard en 1991. Para Artigue (1992), ambas teorías comparten la premisa de considerar los sistemas didácticos compuestos de tres polos en continua interacción, los cuales son: el conocimiento matemático, el alumno y el profesor, pero de acuerdo a Calvo (2001) difieren en el nivel en el que enfocan el estudio de estos sistemas didácticos. Mientras que la teoría de las situaciones didácticas se sitúa en un nivel local, la teoría de la transposición didáctica abarca desde las instituciones

destinatarias de esa enseñanza, ofreciendo así una visión de tipo global de los fenómenos didáctico.

La Teoría de las situaciones Didácticas (TSD) de Guy Brousseau

La teoría de las situaciones didácticas busca estudiar, apoyándose en enfoques constructivistas del aprendizaje, las situaciones de apropiación del conocimiento matemático a partir de la adaptación del alumno a ambientes que se le presentan en un comienzo como problemáticos (Panizza, 2003).

La variedad de situaciones presentadas debe cubrir distintos tipos de respuestas de parte del alumno al que se le proponen. Cada situación puede ser de tres clases: de acción, de formulación o de validación. Para que alrededor de estas situaciones exista aprendizaje y se asegure la transmisión de los conocimientos culturales que se desea que adquieran los alumnos, es necesaria la implementación de dos tipos de intervenciones del profesor: la institucionalización y la devolución.

La institucionalización es la acción por la cual el profesor atribuye a un conocimiento aprendido mediante las situaciones escogidas la condición de objeto matemático digno de interés científico; el profesor confirma que su actividad ha permitido que los alumnos encuentren saberes legítimos fuera de la institución-clase. Por medio de este proceso, los alumnos se convierten en controladores de la adquisición de sus saberes (Sensevy, 2007).

La devolución es la acción mediante la cual el profesor traspasa al alumno la responsabilidad de la situación que le propone con relación a un determinado conocimiento, aceptando aquél la responsabilidad de esa transferencia. Esta acción tiene lugar en el seno de la negociación de un contrato muy particular: el contrato didáctico específico del conocimiento en cuestión (Calvo, 2001). El contrato didáctico se refiere a la negociación establecida entre profesor y alumno. Comprende el conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y los que el alumno espera del docente (Chavarría, 2006).

En el enfoque planteado por Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y medio didáctico. En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Así, situación didáctica se refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante-medio didáctico. Dentro de esta dinámica se identifica otra dimensión: la situación a-didáctica, el proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar por medio de sus conocimientos previos y que le permitirán generar, además, hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que se realiza en una comunidad científica.

En otras palabras, el estudiante se verá en una micro comunidad científica resolviendo situaciones sin la intervención directa del docente, con el propósito de institucionalizar posteriormente el saber adquirido (Chavarría, 2006).

Sobre las situaciones didácticas dijo Brousseau en 1999:

(...) La descripción sistemática de las situaciones didácticas es un medio más directo para discutir con los maestros acerca de lo que hacen o podrían hacer, y para considerar cómo estos podrían tomar en cuenta los resultados de las investigaciones en otros campos. La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y con los profesores (Panizza, 2003, p.21)

La situación de acción la hace el alumno cuando actúa sobre el medio (material o simbólico) poniendo en “juego” sus conocimientos. En la situación de formulación los alumnos “formulan” mensajes entre unos y otros, de manera que promueven la comprensión y la acción hasta llegar a la situación de validación, cuando los alumnos, o mejor los grupos de alumnos, someten a consideración de los demás las afirmaciones propuestas y estos tienen la capacidad de “sancionarlas”, es decir, de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas u oponer otras aserciones.

Cabe aclarar que la validación no es solo específica de las situaciones de validación. Puede decirse que en las situaciones de acción se validan acciones, en las

de formulación se validan mensajes y en las de validación se validan afirmaciones. Brousseau en 1986 lo aclaró de esta manera: “Ciertamente la mayoría de las informaciones están implícitamente acompañadas por una afirmación de validez. Pero en la medida en que el emisor no indique explícitamente esta validez, si él no espera ser contradicho o llamado a verificar su información, si el contexto no da una cierta importancia a la cuestión de saber si la información es verdadera, cómo y por qué o si esta validez es susceptible de ser establecida sin dificultad, entonces el mensaje será clasificado como simplemente informativo”.

No hay que pensar que para cada saber al que apunte la enseñanza hay que pasar necesariamente primero por una situación de acción, luego por una situación de formulación y luego por una situación de validación. Aunque esto pueda ser apropiado en algunos casos, no se trata de una regla general. Por un lado, si bien una situación de validación supone la formulación de una aserción, y la formulación de una aserción supone una acción interiorizada, eso no significa que haya que pasar anteriormente por fases a-didácticas de acción y de formulación (Panizza, 2003).

Sensevy (2007) se refiere a la teoría de la acción didáctica cuya función esencial consiste en la producción de un vocabulario que permita descripciones sistémicas de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Así dice: “cuando hablo de acción didáctica quiero decir lo que los individuos hacen en lugares (instituciones) en los que se enseña y aprende”. La acción didáctica es, pues, una acción conjunta de dos dimensiones particulares donde el término enseñar remite al término aprender y viceversa, y donde la relación didáctica está constituida por la relación ternaria entre el saber, el profesor y los alumnos. La acción didáctica es una acción de comunicación, por ello una manera productiva de considerar las interacciones didácticas es contemplarlas como transacciones donde para comprenderlas es necesario considerar el entorno.

El contrato didáctico propio de una situación didáctica se concibe, entonces, como un sistema de hábitos que engendra por sí mismo un sistema de expectativas. Al crearse una situación didáctica, el contrato didáctico está destinado por naturaleza a

ser roto, ya que una institución didáctica es en esencia un lugar en el que una buena parte de las costumbres están condenadas a desaparecer o a ser modificadas ampliamente con el progreso de los saberes (Sensevy, 2007).

A partir de lo anterior, introduce Sensevy la noción de juego donde hace énfasis en los aspectos afectivos (el interés en el juego), efectivos y pragmáticos (cuándo y cómo gano) de la acción. Un juego didáctico que se rige por un contrato didáctico, supone a la vez, de parte de los miembros de la transacción un contexto cognoscitivo común y un conjunto, propio de la situación, de posibles y necesarios que orienten la acción (Sensevy, 2007).

Dentro de las interacciones que acontecen en la situación didáctica, Brousseau identifica algunos efectos que pueden inhibir o interrumpir la construcción de conocimiento que lleva a cabo el estudiante dentro del medio didáctico que el profesor elabora. Básicamente, son actitudes que generan efectos negativos en el proceso enseñanza-aprendizaje, o bien, en la definición del contrato didáctico, Brousseau indica cuatro efectos: efecto *Topaze* (como en la primera escena del *profesor Topaze* en la obra de Marcel Pagnol), efecto *Jourdain* (la escena de “El burgués gentilhomme” de Molière en la que el profesor de filosofía revela al señor *Jourdain* que hace prosa), el deslizamiento metadidáctico (consiste en que, cuando un intento de enseñanza fracasa el profesor se ve conducido a volver a tomar su texto de enseñanza para explicarlo y completarlo. Entonces, el primer intento, que era un medio de enseñanza, deviene objeto de estudio, incluso en ocasiones, objeto de enseñanza: la forma sustituye al fondo), y el uso abusivo de la analogía (Chavarría, 2006; Brousseau, 1990).

El contrato didáctico, como “regla de decodificación de la actividad didáctica”, constituye, entonces, un sistema de normas; algunas de estas, en su mayoría genéricas, pueden ser perdurables; otras, en su mayoría específicas del saber, deben ser definidas en función de los progresos del saber.

La Teoría de las Situaciones Didácticas y la Noción de Obstáculo

En su obra *La Formación del Espíritu Científico*, el filósofo, epistemólogo, poeta y físico Gastón Bachelard en 1938 establece la idea de obstáculo epistemológico, el cual debe comprenderse como el efecto limitativo de un sistema de conceptos sobre el desarrollo del pensamiento, y da un listado extenso de los mismos, que impiden que un modo de pensamiento pre-científico conciba asimismo el enfoque científico. Brousseau (1990) se basa en esta idea al analizar el aprendizaje y sostiene que si el aprendizaje es entendido como adaptación al medio, esto implica necesariamente rupturas cognitivas, acomodaciones, cambio de modelos implícitos (concepciones), de lenguajes, de sistemas cognitivos. Si se obliga a un alumno o a un grupo a una progresión paso a paso, el mismo principio de adaptación puede contrariar el rechazo, necesario, de un conocimiento inadecuado. Las ideas transitorias resisten y persisten. Estas rupturas pueden ser previstas por el estudio directo de las situaciones y por el indirecto de los comportamientos de los alumnos.

Para Brousseau un obstáculo es una concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarlos a conseguirlo. Además éste autor establece las siguientes características de los obstáculos:

- Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento;
- .El alumno utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto que encuentra con frecuencia;
- .Cuando se usa este conocimiento fuera de este contexto genera respuestas incorrectas. Una respuesta universal exigiría un punto de vista diferente;
- El alumno resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber;
- Después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándolo, de forma esporádica.

En la Teoría de las Situaciones Didácticas, se distinguen los siguientes tipos de obstáculos:

1) *Obstáculos Ontogenéticos* a veces llamados obstáculos psicogenéticos: se deben a las características del desarrollo de la persona.

2) *Obstáculos Didácticos*: que resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza.

3) *Obstáculos Epistemológicos*: intrínsecamente relacionados con el propio concepto.

La Transposición Didáctica (TD) de Yves Chevallard

En la enseñanza usual de la matemática, rara vez se introduce un concepto en los mismos problemas en los que funcionó como medio o a partir de los cuales los sabios los inventaron, siempre se toman en cuenta otros saberes o reorganizaciones de los saberes creados con posterioridad, para hacer menos complejo la enseñanza del concepto. Se produce así, un desfase inevitable entre el objeto de saber y el objeto de enseñanza.

El proceso a través del cual se adaptan los saberes a los diferentes medios, es decir, proceso de transformación o adecuación del saber matemático erudito al saber matemático a enseñar en el aula es el que se ha llamado transposición didáctica. Según la teoría de la transposición didáctica de Yves Chevallard (1991), el trabajo del profesor consiste en realizar para sus alumnos el proceso inverso al que realiza el matemático; su labor será buscar el problema o los problemas de donde surgió el saber sabio, con el fin de re contextualizarlo, adaptar estos problemas a la realidad de sus alumnos, de modo que los acepten como “sus problemas”, es decir re personalizarlos y luego provocarlos, mediante problemas adecuados, para que los integren al cuerpo teórico conocido, emulando al matemático en su nueva descontextualización y despersonalización.

En palabras de Yves Chevallard, transposición didáctica es “el conjunto de las transformaciones que sufre un saber con el fin de ser enseñado” (Vargas, 2002). Brousseau en 1986 explicó que esta transformación comienza en el seno de la comunidad matemática como respuesta a exigencias impuestas por la comunicación, para permitir que el receptor conozca los resultados a los que ha llegado su colega y

se convenza de su validez, sin verse obligado a invertir tiempo y esfuerzo en redescubrir cada uno de estos resultados. Así es como el matemático debe distinguir entre la totalidad de sus reflexiones un trayecto que conduzca al conocimiento que quiere transmitir, descartando los intentos que no tuvieron éxito, ocultando las razones subjetivas que lo guiaron, suprimiendo las pausas y los retrocesos que tuvieron lugar durante su búsqueda, aunque esto signifique esconder el hilo conductor de su investigación, la lógica de su descubrimiento.

Se produce de esta manera una despersonalización, descontextualización y des temporalización del conocimiento. En la selección del subconjunto de conocimientos matemáticos que será enseñado, participan (directa o indirectamente y con distintos grados de implicación) diversas personas e instituciones: profesores, matemáticos con interés en la enseñanza, representantes políticos, asociaciones de padres, editores y autores de libros de texto, entre otros.; integran lo que Chevallard (1991) denomina noosfera, es decir, la esfera donde se debate acerca de los contenidos y métodos de la enseñanza y cuyas opiniones influyen en alguna medida en las decisiones que a este respecto se toman (Calvo, 2001; Brousseau, 1991).

Así Yves Chevallard introdujo la expresión transposición didáctica para nombrar el proceso de transformación de un conocimiento desde que es “objeto de saber”, propio de la comunidad matemática, pasando a ser después “objeto por enseñar” y llegando a ser, por último, un “objeto de enseñanza” cuando alcanza al alumno, destacando que las transformaciones a las que se hace referencia no son en ningún caso simplificaciones del saber propio de la comunidad científica, sino que se trata de adaptaciones del saber que pretenden hacer posible su integración en la enseñanza (Calvo, 2001). La transformación del saber comienza en el saber erudito o saber sabio del científico, pasando por el saber institucionalizado en los textos de estudio, el saber enseñado del profesor, para convertirse finalmente en el saber del alumno (ver siguiente gráfico)

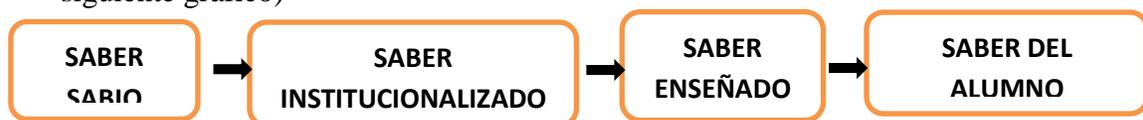


Gráfico 1.-Fuente: Vargas (2002). El proceso de la transposición didáctica

La transposición didáctica es, pues, un proceso y no una práctica individual (Cardelli, 2004).

Con respecto a la transposición didáctica, Brousseau (1990) deja estas preguntas para la desarrollar ese proceso, las cuales son importantes tener presente: “Pero, ¿cómo transformar el saber para convertirlo provisionalmente en inteligible, sin hacerlo demasiado falso, ya que quedarán huellas que no podrán ser borradas? ¿Y cómo rectificar a continuación esos errores? ¿Y de qué derecho podría arrogarse un profesor para hacer sufrir transposiciones didácticas al saber cultural común? ¿Cómo regular las distorsiones inevitables? ¿Puede estar esta tarea totalmente a cargo de un profesor o incluso de los profesores? ¿Se les puede imponer que enseñen conocimientos falsos, incluso provisionalmente, sin un acuerdo cultural a ese respecto? ¿Se puede conseguir tal acuerdo si cada uno de los protagonistas se ve conducido a tener que ignorar cualquier análisis serio? ¿Quién se encarga de esta transacción, qué organización social puede permitirle en condiciones honestas para todos? Estas son algunas de las preguntas ‘sencillas’, casi ingenuas, que se plantean en didáctica de las matemáticas a propósito de un fenómeno corriente que compete a su campo”.

RELACIÓN DE ESTAS TEORIAS ESPECÍFICAS CON LA INVESTIGACIÓN

Estas teorías, se basan en el enfoque sistémico. Entendiendo que el sistema que interesa estudiar es, básicamente, el Sistema Didáctico, el cual está formado por tres subsistemas y sus interacciones: el alumno, el docente y el saber enseñado; la representación de este sistema se realiza mediante lo que se conoce como el Triángulo Didáctico (Ver gráfico 2), sistema donde se desea enfocar la investigación que se piensa realizar. Cabe destacar que Brousseau, considera como otro elemento a un subsistema; el medio, conformado por los materiales, los juegos, las situaciones didácticas, los problemas, entre otros.

Por otro lado la Transposición Didáctica, consiste en un proceso de transformación adaptativo, a la que debe someterse un contenido matemático, esto es de suma

importancia para la investigación que se pretende, sobre todo en el análisis histórico epistemológico que desea realizar, pues mediante este proceso de transposición se pondrá en evidencia, la necesidad de conocer la relación entre variables, sus diferentes evoluciones, su desarrollo al pasar el tiempo y como actualmente se manifiesta este concepto para ser enseñado actualmente debido a la evolución de las variables y del desarrollo de la informática.

Por último, con la teoría de las situaciones didácticas se podrá estar atento a los diferentes obstáculos que se les presenten a los alumnos en el aprendizaje del modelo de regresión lineal simple, permitiendo así obtener información para abordar el análisis cognitivo.



Gráfico 2. Representación del sistema didáctico como base teórica y relación entre la TSD Y la TD

Fuente: Beyer, W (2004). Educación Matemática. Escuela Venezolana de Enseñanza de la Matemática. ULA. Mérida.

Cabe destacar que, según Brousseau (1986), el saber a enseñar tiene una existencia cultural, preexistente y, en cierta forma, independiente de las personas e instituciones interesadas en su construcción y comunicación. Por lo que el análisis de los procesos de comunicación y reconstrucción de dichos saberes por el sujeto en el seno de los sistemas didácticos es el objetivo fundamental de la didáctica.

Nótese que, la transposición didáctica da cuenta de las adaptaciones de estos saberes para su estudio en el contexto escolar.

Parafraseando al autor antes citado, parece claro que el saber matemático se refiere a una forma especial de conocimiento institucionalizado, la cual habitualmente queda registrada de una forma axiomática, mediante la que se despersonaliza y descontextualiza. “Este saber cuyo texto existe ya, no es una producción directa del maestro, es un objeto cultural, citado o recitado” (Brousseau, 1986, p. 73).

Asimismo, se podría pensar que ese conocimiento institucionalizado atribuye al saber matemático unos rasgos que se podrían calificar de absolutos: pues existe un “saber erudito” que está ahí (sin negar su carácter histórico y evolutivo) cuya apropiación por los estudiantes es el compromiso de la enseñanza.

Al respecto es importante resaltar lo expresado por Brousseau (1986):

La distinción entre un saber y un conocimiento se debe en primer lugar a su estado cultural; un saber es un conocimiento institucionalizado. El paso de un estado al otro implica, sin embargo, transformaciones que los diferencia y que se explican en parte por relaciones didácticas que se establecen al respecto (p. 97)

Por lo que la distinción entre saber y conocimiento es central en la TSD:

Las actividades sociales y culturales que condicionan la creación, el ejercicio y la comunicación del saber y los conocimientos [...] El saber es una asociación entre buenas preguntas y buenas respuestas. El profesor plantea un problema que el alumno debe resolver: si el alumno responde, muestra así que sabe; si no, se manifiesta una necesidad de saber que pide una información, una enseñanza. (Brousseau, 1986, pp.38 y 48)

Las teorías descritas anteriormente son generales, para cualquier tipo de conocimiento que se quiera transmitir. El carácter específico del conocimiento matemático y la importancia particular de las situaciones que se empleen en la enseñanza y la gestión de las mismas por parte del profesor son subrayadas por Brousseau (2001). Para éste, en una situación didáctica hay que considerar el grupo de alumnos, el profesor y el medio didáctico que incluye los problemas, materiales e instrumentos que el profesor proporciona a los alumnos, con el fin específico de ayudarlos a reconstruir un cierto conocimiento. Para lograr el aprendizaje el alumno debe interesarse personalmente por la resolución del problema planteado en la

situación didáctica. De acuerdo al autor se diferencian cuatro tipos de situaciones didácticas:

1. Situación de acción, donde se indagan posibles soluciones para el problema planteado.

2. Situación de formulación/comunicación: en la que el alumno debe explicar oralmente o por escrito a otra persona la solución hallada, lo que le hace usar el lenguaje matemático.

3. Situaciones de validación: donde se pide a los alumnos las pruebas de que su solución es la correcta. En caso de que no sea así, el debate con los compañeros les permite descubrir los puntos erróneos.

4. Situaciones de institucionalización: tiene como fin dar un estatuto oficial al nuevo conocimiento aparecido, ponerse de acuerdo en la nomenclatura, formulación, propiedades, para que pueda ser usado en el trabajo posterior.

El mismo autor sostiene, que el trabajo intelectual del alumno debe ser en cierto momento comparable al de los propios matemáticos, y por ello debería tener oportunidad de investigar sobre problemas a su alcance, formular, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, intercambiar sus ideas con otros, reconocer las que son conforme con la cultura matemática, adoptar las ideas que les sean útiles.

La Teoría de las Situaciones Didácticas: El Significado y Comprensión de los Conceptos en Estadística

De acuerdo a lo anteriormente expuesto las situaciones didácticas son fundamentales para el aprendizaje, pero además de esto cuando se trata de enseñar un cierto contenido (por ejemplo, un concepto como la media o una parte de la estadística, como el análisis de la varianza) y el docente se pregunta sobre la comprensión lograda por los alumnos, es fundamental previamente analizar el significado de lo que se trata de enseñar y sus componentes. Esta problemática la plantea Godino (1996), quien identifica cinco tipos de componentes en el significado de la media u otro objeto matemático (concepto teoría):

1. El campo de problema de donde surge el objeto, para el caso de la media sería el problema de estimar una cantidad desconocida a partir de varias observaciones.

2. Los algoritmos y estrategias empleados en la solución de problemas, como sumar una serie de valores y dividir por el número de sumandos, encontrar el valor más frecuente en una tabla de frecuencia, calcular frecuencias acumuladas y hallar el valor al que corresponde la mitad del número total de datos, o integrar el producto de la variable por la función de densidad en un cierto dominio.

3. Representaciones: Las palabras símbolos, gráficos, que sirven para referirse al objeto abstracto, como los términos “Media”, “Valor Medio”, “Promedio”, son

expresados mediante $E(X), \sum_{i=1}^n x_i p_i, \int xf(x)dx$

4. Elementos conceptuales: Las definiciones y propiedades características y sus relaciones con otros conceptos. Por ejemplo, que la suma de las desviaciones de cada valor respecto a la media es igual a cero.

5. Las demostraciones y argumentos que se emplean para probar las propiedades del concepto y para mostrar a otras personas la solución de los problemas.

Como se puede notar el significado de un concepto, procedimiento u otro objeto estadístico es complejo y además estructurado en un conjunto de relaciones entre los diferentes componentes. Cabe también destacar que en diferentes instituciones educativas se dota a un mismo objeto (como la media) de diferentes significados. Mientras en la escuela básica, media y diversificada se considera que el alumno comprende bien la media, si es capaz de definirla, calcularla y aplicarla en problemas sencillos, para los estudiantes de la universidad se pide una comprensión mucho más amplia que abarque otras propiedades y generalizaciones (como las ideas de esperanza matemática o momentos), así como su aplicación en una serie de modelos estadísticos como los contrastes de hipótesis o los modelos lineales.

De aquí que un alumno (sujeto) que es miembro de una cierta institución educativa puede asignar al objeto un significado que no está de acuerdo con el admitido como

correcto en dicha institución. Godino (2006) establece una diferencia entre significados personales e institucionales de los objetos matemáticos, por lo que sostiene que “la función de la enseñanza es lograr el acoplamiento progresivo de los significados personales e institucionales”. (p.25.).

Las anteriores teorías (Situaciones Didácticas y Transposición Didáctica) señalan la conveniencia de cambiar el enfoque tradicional expositivo en la clase de estadística, abandonar el énfasis excesivo en los aspectos teóricos y reforzar el trabajo práctico en pequeños grupos de alumnos, a partir de los problemas que dan sentido a los conceptos. Es importante también, aumentar la capacidad argumentativa, la comprensión de las diferentes representaciones y el cambio de una representación a otra.

Estas recomendaciones de cambio coinciden con la esencia actual de la estadística, que no se limita al paradigma clásico de confirmación de hipótesis formuladas antes de recoger los datos, sino que también es un instrumento de exploración y descubrimiento. Debido a que los computadores actualmente hacen innecesario que se empleen largas horas en aprender los algoritmos de cálculo o la elaboración manual de cálculos, es posible concentrarse en los restantes elementos del significado de los objetos estadísticos; propiedades, representaciones, problemas y argumentaciones. De acuerdo a esto, Batanero (2002) mantiene que: “en la escuela debe propiciarse la filosofía del análisis exploratorio de datos y el trabajo con proyectos que permita dotar de un significado más completo a los conceptos estadísticos, a partir de situaciones variadas conectadas con otras áreas curriculares.” (p.8.).

Este tipo de metodología, sostiene el mismo autor, es muy apropiada en los primeros cursos universitarios, sobre todo al trabajar con alumnos con escasos conocimientos iniciales y señala como ejemplo, la investigación de Tauber (2001) sobre la enseñanza de la distribución normal con un enfoque intuitivo, basado en los proyectos de análisis de datos y el uso del computador, los alumnos participantes finalmente alcanzaron una comprensión intuitiva de gran parte de los elementos de

significado de la distribución normal, incluso aquellos que estudiaron estadística por primera vez.

Según Ottaviani (2000), a través de la investigación de psicólogos y profesores de Estadística, la Estadística ha demostrado ser una disciplina moderna; útil para desarrollar las habilidades requeridas por el mundo global y la sociedad de información, además, manifiesta que entre esas habilidades que requiere la sociedad actual se encuentran: la aplicación de la resolución de problemas, la utilización de la tecnología, el desarrollo de las habilidades requeridas para la recolección, organización y análisis de datos, así como el trabajo en grupos. Estas habilidades, pueden desarrollarse bajo un enfoque constructivista, utilizando la resolución del problema, la modelación y simulación, así como las computadoras de forma instrumental. Con respecto al constructivismo sin duda la Estadística disfruta de una posición privilegiada: trabajar con datos, dialogando y actuando recíprocamente con las áreas de aplicación a la que los datos se refieren, es de hecho la forma habitual como trabaja el estadístico.

En torno a esto, Batanero y Ottaviani (1999) manifestaron que el desarrollo mundial de la sociedad de la información ha dado un fuerte impulso a la difusión de la cultura estadística para toda la sociedad. Ellas afirman que esto requiere que la Estadística, y la Probabilidad se enseñen en la escuela y, por consiguiente, la necesidad de extender dos actividades interrelacionadas: el entrenamiento de docentes y la investigación en la enseñanza, continúan los autores expresando que la investigación en Educación Estadística; ha permitido dar énfasis a la modernización de la Enseñanza de la Estadística y al hecho de que la Estadística puede satisfacer diferentes enfoques y métodos de aprendizaje.

Aspectos teóricos considerados como referentes para la investigación

La Educación Matemática

La Educación Matemática constituye una disciplina que tiene como ámbito de estudio la problemática específica de la transmisión y adquisición de contenidos,

conceptos, teorías y operaciones matemáticas en el contexto de las diversas instituciones escolares; la misma constituye un campo científico y, por lo tanto, un espacio que hace viable la producción profesional de saberes asociados con los procesos de enseñanza, aprendizaje y estudio de la Matemática; se expresa en forma de conocimientos teóricos y prácticos, relativos a dicha problemática, los cuales son generados por la actividad académica que, en conferencias, grupos de estudio, ponencias, congresos y exposiciones, llevan a cabo los miembros de la comunidad matemática internacional que se ocupa de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina.

La Educación Matemática es una profesión relativamente nueva y, en especial, su estatus como disciplina científica y académica se encuentra en un proceso de definición, construcción y consolidación

En perspectiva, son muchas las variables que influyen sobre un cuerpo teórico y práctico dotado de tanta complejidad; en la Educación Matemática participan elementos sociales, institucionales, psicológicos, entre otros.

Su incidencia en los procesos educativos la coloca en relación estrecha con múltiples dimensiones de la sociedad; en algunos casos, como factor relevante activo en los sistemas educativos y científicos de la sociedad. Y, a la vez, las grandes líneas de desarrollo social e histórico penetran y condicionan la evolución interna de la misma disciplina.

Cabe destacar la apreciación de Godino (2003), al indicar que la educación matemática abarca el dominio de conceptos y procedimientos para comunicar y organizar grandes parcelas de la actividad intelectual, científica, económica, cultural y social. Adicionalmente, González (2000) afirma que la educación matemática, se concibe como el campo del saber en el que la problemática específica es la de transmisión y adquisición de conocimientos, contenidos, conceptos, teorías, y operaciones matemáticas en el contexto de las diversas instituciones escolares y otras instancias educativas (formalizadas o no). Cabe destacar que dicha área del saber es

muy joven, pues aún se tiene gran influencia teórica de países como España, México y Brasil, lo cuales tienen mayor tiempo en indagaciones en el área.

El autor antes citado manifiesta, que esta disciplina se debate entre dos posiciones muy marcadas, una que les da importancia a los contenidos matemáticos y la otra da énfasis a los aspectos educativos. Al respecto Ponte (1993) opina que:

la educación matemática viene a ser el área del saber que procura estudiar de modo sistemático y consistente los problemas que afectan la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, así como también la formación de profesores y el contexto curricular, institucional, social y cultural en que se desenvuelve la acción educativa (p. 95).

Desde esta visión, la educación matemática como campo científico, agrupa todas las exploraciones que guarden relación con la enseñanza de la matemática y por su gran extensión se encuentra dividida a través de las diversas líneas de investigación que a nivel nacional e internacional nutren dicho campo de conocimiento. Así pues, quienes que se desempeñan en educación matemática cubren un espectro amplio de tareas para ejecutar, en toda la complejidad asociada, la transmisión del conocimiento matemático en nuestra sociedad actual. Entre esas tareas se tienen: impartir clases de matemáticas, promover el aprendizaje de los escolares, evaluar el conocimiento de los alumnos, diseñar y evaluar materiales curriculares, escribir libros de texto y otros documentos escolares, formar profesores y difundir experiencias educativas, colaborar con grupos de investigación e innovación en la enseñanza, entre otras.

En este sentido, Rico (2003) distingue tres sentidos distintos en educación matemática: en primer sentido, describe la educación matemática como un conjunto de conocimientos, centrados en las matemáticas y que se transmiten por medio del sistema escolar. La educación matemática en este ámbito se refiere al conocimiento matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje.

En segundo sentido, considera a la educación matemática como actividad social que tiene lugar en unas instituciones determinadas y que es llevada a cabo por profesionales cualificados y, en tercer sentido, la educación matemática es vista como disciplina científica; aquí se refiere a la didáctica de la matemática y la define como

totalidad de marcos teóricos y metodológicos, estructuras conceptuales, análisis históricos y epistemológicos que permiten interpretar, predecir y actuar sobre un campo de fenómenos, en este caso los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo con lo anterior, y centrándose en la didáctica de la matemática, esta se ocupa de indagar metódica y sistemáticamente, sobre sus procesos de enseñanza y aprendizaje y todas sus áreas de aplicación, como es el caso del Análisis de Regresión Lineal Simple, objeto de estudio de esta investigación, así como la formación y actualización de los educadores matemáticos. El autor mencionado, sostiene que la disciplina didáctica de la matemática, como lo plantea en el tercer sentido, tiene que ver con su aspecto social y la proyección de esta por parte de los estudiantes.

Así pues, queda clara la diferencia entre educación matemática y la didáctica de la matemática ya que la primera es un sistema social complejo y heterogéneo que incluye teoría, desarrollo y práctica relativa a la enseñanza y aprendizaje de esta. Incluye a la didáctica de la matemática como un subsistema y se considera una disciplina científica y el campo de investigación para comprender los fenómenos y procesos que condicionan enseñanza y aprendizaje de la matemática. (Ver gráfico 3)

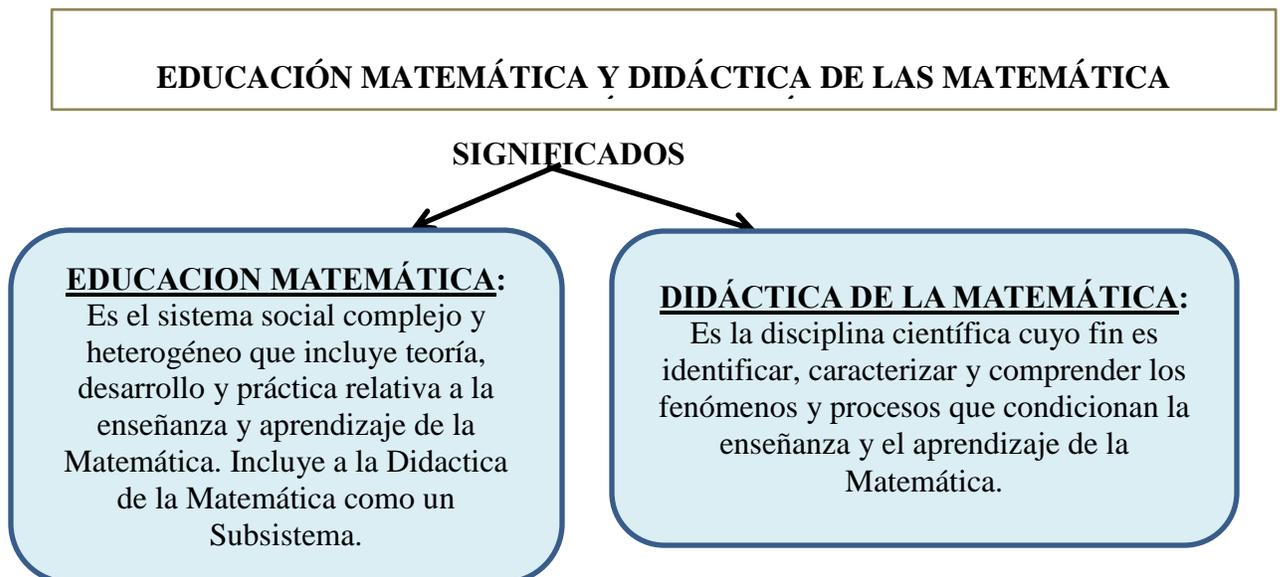


Gráfico 3. Educación Matemática y Didáctica de la Matemática. Elaboración propia

Ahora bien, para Rico (2006) el hecho de que haya dos denominaciones para el campo de trabajo docente, *didáctica de las matemáticas* y *educación matemática*, responde en principio, a dos tradiciones distintas. En la tradición anglosajona se habla de educación matemática y en la tradición continental europea (Francia, Alemania, España, Italia) se habla de didáctica de las matemáticas, aun cuando ya todo el mundo identifica didáctica de las matemáticas con educación matemática. Pero en España, el uso diario no los hace equivalentes. Educación matemática es un término más general, más comprensivo, que abarca una comunidad más amplia, una problemática más compleja, menos técnica y menos académica y que incluye todo el sistema escolar, mientras que didáctica de las matemáticas se toma como el término académico formal universitario de trabajo de investigación y que toma la educación matemática como una de sus posibilidades.

Es importante resaltar lo indicado por D'Ambrosio (2000), al expresar que existen dos disciplinas básicas que han tenido una influencia inicial sobre la investigación en educación matemática: la Matemática y la Psicología. Posteriormente el campo se vuelve interdisciplinar, incorporando el aporte de la Sociología, Filosofía, Historia de la matemática, entre otras disciplinas (Ver modelo de Higginson)

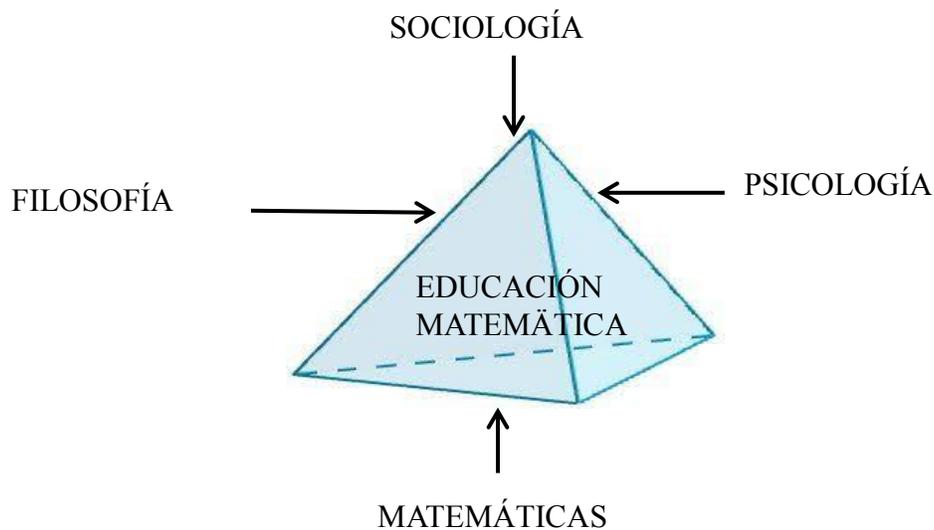


Gráfico 4.- Modelo tetraédrico de Higginson citado por Godino (1991) interpreta la Educación Matemática sobre la base de las interacciones de cuatro disciplinas

Para Higginson, cada una de las disciplinas consideradas responde a interrogantes:

- .- El **qué enseñar** lo responde **la Matemática**.
- .- El **por qué enseñar** lo responde **la Filosofía**.
- .- El **quién** y el **dónde enseñar** lo responde **la Sociología**
- .- El **cuándo** y el **Cómo enseñar** lo responde **la Psicología**

La Estadística

Más que definir una disciplina se pueden describir algunos de sus aspectos conceptuales y aplicaciones. Para ello teniendo en cuenta a Cobb y Moore (1997), la American Statistical Association (www.amstat.org) y Araujo (2011). A partir de estas fuentes se puede afirmar que la estadística es una disciplina metodológica que ofrece a otras áreas del saber un conjunto coherente de ideas y herramientas. Podría verse como la aplicación científica de los principios matemáticos a situaciones sujetas a variabilidad e incertidumbre, particularmente la recolección y análisis de los datos. Su objetivo puede ser simplemente comprender ciertos aspectos de la realidad o apoyar la toma de decisiones en presencia de incertidumbre. La estadística puede aplicarse a las ciencias experimentales, y tiene allí un papel de formalización matemática del método científico. Una definición interesante de la estadística que sintetiza diversos aspectos de ella es la de Araújo (2011):

La estadística es una disciplina científica cuyo propósito es favorecer o facilitar la realización de inferencias inductivas basadas en datos mediante: i) el resumen de la información contenida en los datos (a efectos de que los usuarios puedan realizar sus inferencias a base de tal resumen) y ii) el dimensionamiento o cuantificación o control del error inherente a toda inferencia inductiva”. (p. 1)

Entre las muchas áreas de aplicación de la estadística cabe mencionar las ciencias médicas, la biología, las ciencias sociales, la economía, las finanzas, la mercadotecnia, la manufactura y la administración. Se están abriendo nuevas áreas como la biotecnología y la informática.

Importancia de la Enseñanza de la Estadística

Una fuerza de trabajo bien formada estadísticamente en un País permite integrarse más eficazmente en la economía mundial de mercado y mejorar su posición en ella. Por ejemplo, la estadística proporciona herramientas para obtener las mejoras de calidad y productividad que demanda un mercado competitivo.

La inversión en la enseñanza de la estadística es entonces una inversión en su capital humano y en el futuro económico de una nación. Similares referencias pueden establecerse en áreas como la salud, la educación, la alimentación, la energía, la minería, el medioambiente, las finanzas, el transporte, el turismo y muchas otras de fundamental importancia para el desarrollo integral y la proyección de un país.

Una parte importante de nuestra vida se rige por números; los egresados del sistema escolar deben poder razonar estadísticamente para hacer frente de manera inteligente a las demandas que plantea el mundo moderno. Cabe citar las palabras proféticas del escritor H. G. Wells (Araujo, 2011), “Llegará el día en que pensar estadísticamente sea tan necesario para el ciudadano eficiente como leer y escribir” (p. 1), donde “pensar estadísticamente” debe interpretarse como una consecuencia del proceso de alfabetización estadística, esa que se afirma debe ser la función principal de la enseñanza de la estadística en la escuela.

En síntesis, se puede decir que una persona alfabetizada estadísticamente debería ser capaz de leer e interpretar los datos; usar argumentos estadísticos para dar evidencias sobre la validez de alguna afirmación; pensar críticamente sobre las afirmaciones, las encuestas y los estudios estadísticos que aparecen en los medios de comunicación; leer e interpretar tablas, gráficos y medidas de resumen que aparecen en los medios; interpretar, evaluar críticamente y comunicar información estadística; comprender y utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la estadística; apreciar el valor de la estadística en la vida cotidiana, la vida cívica y la vida profesional en calidad de consumidor de datos, de modo de actuar como un ciudadano informado y crítico en la sociedad basada en la información.

Es también importante que se aprecie el papel de la estadística en el desarrollo científico, se comprenda el alcance de las conclusiones de las investigaciones científicas y se tenga una opinión informada sobre la legitimidad de los resultados reportados. Tal conocimiento empodera a las personas al darles herramientas para pensar por sí mismas y confrontar los resultados que entregan los expertos.

La Educación Estadística

En el contexto de la Educación Matemática se encuentra ubicada un área denominada Educación Estadística, la cual para Batanero (2010) es el campo de innovación, desarrollo e investigación, constituido por todas aquellas personas que se interesan o trabajan por mejorar la enseñanza, el aprendizaje, la comprensión, la valoración, el uso o las actitudes hacia la Estadística.

En este orden de ideas, Casas y otros (2018) aseguran que la estadística es una materia cultural imprescindible en la formación del individuo. Por otra parte Ottaviani (2000) manifiesta que los estadísticos sienten la necesidad de difundir el conocimiento estadístico no solo como un conjunto de técnicas cuantitativas, sino también como cultura que proporciona la capacidad de abstracción que hace posible extraer información de un conjunto de datos.

Ahora bien, en toda disciplina es necesario que confluyan expertos en ella y expertos en la didáctica de la misma. En el caso de la estadística es difícil encontrar expertos en didáctica de la estadística, muy distinto de la didáctica de la matemática, por lo que respecto a la estadística está menos desarrollada.

Según Campos (2016) Los fundamentos teóricos de la Educación Estadística se basan principalmente en el desarrollo de tres competencias: la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico. Así, la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística están estrechamente relacionados con un ambiente educativo propicio para el desarrollo de estas competencias.

Por otro lado Batanero y Ortiz (2001), manifiestan que la investigación en Didáctica de la Estadística es aún muy escasa, por lo que no se conoce todavía cuales

son las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes, por lo que es preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la Probabilidad y la Estadística, a la que no siempre se le puede transferir los principios generales de la enseñanza de las Matemáticas.

La Didáctica

El conocimiento de la Didáctica es esencial para el profesorado, pues representa una de las disciplinas nucleares del corpus pedagógico, que se ha centrado en el estudio del proceso de enseñanza-aprendizaje. El saber didáctico es imprescindible para los docentes, quienes forman las actitudes y enseñan las estrategias de aprendizaje más adecuadas para aprender a lo largo de la vida.

La Didáctica es una disciplina caracterizada por su finalidad formativa y por aportar modelos, enfoques y valores intelectuales adecuados para organizar las decisiones educativas y hacer avanzar el pensamiento base de la instrucción y el desarrollo reflexivo del saber cultural y artístico.

La Didáctica es la disciplina o tratado riguroso de estudio y fundamentación de la actividad de enseñanza, en cuanto que propicia el aprendizaje formativo de los estudiantes en los más diversos contextos (De la Torre, 2001). Ahora bien, para este autor, la Pedagogía es la teoría y la disciplina que comprende, busca la explicación y la mejora permanente de la educación y de los hechos educativos, implicada como está en la transformación ética y axiológica de las instituciones formativas y de la realización integral de todas las personas.

La Didáctica según Medina y Mata (2008) es:

una disciplina de naturaleza pedagógica, orientada por las finalidades educativas y comprometidas con el logro de la mejora de todos los seres humanos, mediante la comprensión y transformación permanente de los procesos socios comunicativos, y la adaptación y el desarrollo apropiado del proceso de enseñanza y aprendizaje (p.12)

La disciplina de la Didáctica alcanza identidad, rigor y altura académico-transformadora cuando es capaz de encontrar su propia caracterización, demarcar su

objeto, acuñar los problemas sustantivos, aplicar una metodología heurístico-comunicativa y afianzar su campo de acción teórico-práctico, en el cual se encuentran los componentes más representativos del saber y el actuar educativos, proyectado en la mejora continua de la profesión docente y en la formación integral de los estudiantes.

El Análisis Histórico Epistemológico en Educación Matemática

Investigadores como: Smestad, Jankvist y Clark (2014); Clark (2012); Jankvist (2009); Bakker y Gravemeijer (2006), entre otros han señalado la importancia de realizar estudios históricos-epistemológicos en educación matemática.

Cabe destacar que en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME 2016) versión n° 13, realizado en la ciudad de Hamburgo, Alemania, se presentaron dos grupos de discusión, el denominado *History of the teaching and learning of Mathematics* (**Historia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**) y *The role of history of mathematics in mathematics Education* (**El papel de la historia de las matemáticas en la educación matemática**), grupos que discuten los aportes que hace el tipo de investigaciones históricas y epistemológicas no sólo a nivel teórico sino a nivel de aplicación en la formación inicial y continua de los docentes, incluyendo su impacto en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos. Otros eventos con intereses similares son el *History and Pedagogical of Mathematics* (HPM) y el *Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática* (CIHEM), entre otros.

El análisis histórico-epistemológico, es un tipo de análisis que toma elementos de la génesis histórica y de la epistemología, a través de la historia de las ideas, para el provecho de la didáctica de las matemáticas.

Al estudiar la génesis histórica, señala Ruiz (1998) que para un mismo concepto matemático se han ido sucediendo una diversidad de puntos de vista sobre el mismo que, en su momento, fueron considerados como correctos y posteriormente han sido rechazados o revisados. Por su parte, la epistemología ayuda a establecer la

configuración de los elementos constitutivos de la significación de un determinado concepto, analizando los diferentes sentidos con los que ha podido aparecer y su adaptación a la resolución de los distintos problemas.

Otro acercamiento a la investigación histórico–epistemológica de gran impacto e influencia, es el que intenta determinar concepciones y obstáculos ligados al desarrollo de una noción matemática, como una herramienta muy útil para el análisis didáctico de las concepciones y obstáculos que se pueden presentar en los alumnos. Se acepta que hay diferencias entre el desarrollo histórico de un concepto y su aprendizaje escolar, pero se considera que identificar obstáculos en la historia permite diseñar modelos didácticos de situaciones que tengan en cuenta todas las condiciones pertinentes para la construcción de los saberes.

El Análisis Cognitivo

El análisis cognitivo, como parte del análisis didáctico, es un proceso que llevará a cabo el profesor de matemática al planificar su actuación docente. En el análisis cognitivo el profesor estudiara un tópico matemático desde la perspectiva de que va a ser objeto de aprendizaje; por lo que trata de analizarlo a efectos de su comprensión por los estudiantes (Gómez, 2007)

Ahora bien, el análisis cognitivo se organiza y fundamenta según dos componentes, que tienen una marcada trayectoria dentro de la investigación cognitiva. **La primera** de ellas es relativa a las competencias que se desea que los estudiantes (en este caso futuros ingenieros agrónomos) desarrollen en torno a cierto tópico matemático (en particular el modelo de regresión lineal simple) (Rico, 2003)

El término competencia alude a lo que el profesor desea que sus estudiantes sean capaces de hacer a partir de los contenidos, a cómo pueden movilizar y usar los conocimientos aprendidos. Es un término que se ha sido adoptado y que recoge parte del significado de lo que se entiende como objetivo de aprendizaje. Además, este concepto, desde algún tiempo, es usado por administraciones y por responsables de proyectos de investigación para describir lo que se debe conseguir con los programas de formación de todos los niveles.

La **segunda componente** según Gómez (2007) se refiere al estudio de los errores en que los estudiantes pueden incurrir en la ejecución de tareas relacionadas con el tópico matemático, y al análisis de las dificultades que subyacen a esos errores y permiten su interpretación. El estudio de las dificultades de aprendizaje y de los errores también son un foco importante de interés en la investigación en educación matemática, pues ayudan a explicar parte de la problemática del aprendizaje (Socas, 2001). La consideración de estas dos componentes de análisis se sustenta en la concepción de las tareas de reflexión que, desde la perspectiva del aprendizaje, debe hacer el profesor de matemática a la hora de planificar su enseñanza.

Para Godino, Font, Contreras y Wilhelmi (2006), el uso del término “cognitivo” no deja de ser conflictivo en sí mismo. Con frecuencia se usa para designar los conocimientos subjetivos y los procesos mentales que ponen en juego los sujetos individuales enfrentados ante un problema. Desde un enfoque exclusivamente psicológico de la cognición matemática, tales procesos mentales, que suceden en el cerebro de las personas, son los únicos descriptores del comportamiento matemático de los sujetos.

Esta modelización no toma en cuenta que los sujetos dialogan entre sí, llegan a un consenso y regulan los modos de expresión y actuación ante una cierta clase de problemas, tampoco toma en cuenta que de esos sistemas de prácticas compartidas emergen objetos institucionales, los cuales a su vez condicionan los modos de pensar y actuar de los miembros de tales instituciones. Por tanto, junto a los conocimientos subjetivos, emergentes de los modos de pensar y actuar de los sujetos considerados de manera individual, es necesario considerarlos conocimientos institucionales, a los que se atribuye un cierto grado de objetividad.

En consecuencia, de acuerdo a Godino y otros (2006) se debería distinguir en la cognición matemática (y en la cognición en general) la dualidad *individual* e *institucional*, aspectos entre los cuales se establecen razonamientos complejos. En este contexto, la cognición *individual* es el resultado de la reflexión y a acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras que la cognición

institucional se deriva del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos. Una manera de designar esas cogniciones con un solo término podría ser reservar el término “**cognitivo**” para la cognición individual (como se hace con frecuencia por el predominio de la psicología cognitiva) y “**epistémico**” (relativo al conocimiento objetivo) para la cognición institucional

El Modelo de Regresión Lineal Simple

En muchos problemas existe relación inherente entre dos o más variables, y se resulta necesario explorar la naturaleza de esta relación. El análisis de regresión es una técnica estadística para el modelado y la investigación entre dos o más variables. Por ejemplo, en un proceso químico, supóngase que el rendimiento del producto está relacionado con la temperatura de operación del proceso. El análisis de regresión puede emplearse para construir un modelo que permita predecir el rendimiento para una temperatura dada. Este modelo también puede utilizarse para la optimización del proceso, tal como hallar la temperatura que maximiza el rendimiento, o para fines de control.

En la Investigación agrícola, según Chacín (2004) cuando el investigador mide el efecto que pueda producir determinado tratamiento sobre algunas características particulares que son de su interés (rendimiento, números de frutos, grosor del tallo, diámetros de la copa, entre otros), no descarta la posibilidad de que pueda existir alguna relación o asociación entre una variable dependiente y una o algunas variables independientes o regresoras que en algunos casos son controladas y en otras aleatorias o ambos casos.

En este mismo orden de ideas, Montgomery y Runger (2010) sostienen, que uno de los aspectos más relevantes de la Estadística es el análisis de la relación o dependencia entre variables. Frecuentemente resulta de interés conocer el efecto que una o varias variables pueden causar sobre otra, e incluso predecir en mayor o menor grado valores en una variable a partir de otra.

En esta investigación se abordará el modelo de regresión lineal simple, que tiene lugar cuando la dependencia entre las variables es de tipo lineal.

En este sentido, se presenta el modelo de regresión lineal a través de la comparación de modelos típicos del modelado estadístico. En este tipo de modelos se trabaja con variables de respuesta continuas. Para comenzar se realiza un “diagrama de dispersión” para poder comprobar las parejas de valores para cada observación (ver gráfico 5).

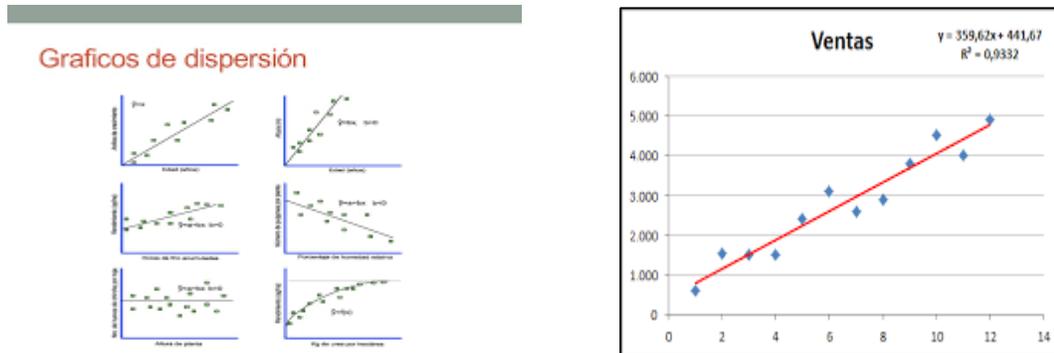


Gráfico 5: Diagrama de dispersión. Tomado de Chacín (2005)

Para valorar la asociación lineal entre dos variables continuas podemos utilizar: La *covarianza*: que es una medida paramétrica que expresa el grado de variación conjunta de dos variables.

$$\text{Cov} (X, Y) = E [(X - \mu_x) (Y - \mu_y)] = E (XY) - \mu_x \mu_y$$

El valor que interesa es el del *coeficiente de correlación lineal* que varía desde +1 (relación lineal positiva perfecta) hasta -1 (relación lineal negativa perfecta). El valor 0 nos indica la ausencia de relación lineal (pero no descarta otros tipos de relación no lineal).

$$\rho_{XY} = \text{Cov} (X, Y) / \sqrt{V(X) V(Y)} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Si se eleva al cuadrado el coeficiente de correlación lineal se obtiene el *coeficiente de determinación R* (al cuadrado), que indica la proporción de la variabilidad de la variable dependiente, explicada por la variable independiente (la bondad del ajuste del modelo), y su inversa nos proporciona el tanto por ciento de error.

Entre las características más importantes del coeficiente de determinación consideraremos los siguientes (Montgomery, Peck y Vining, 2002):

- Nunca decrece al añadir nuevas variables, sino que aumenta hasta llegar al valor 1.
- Hay que comprobar la aportación de una nueva variable al modelo comparando el valor R^2 , con el que se produciría al incluir cualquier variable sin influencia en el modelo.

Así, se puede ajustar una recta para resumir la relación lineal, que podemos representar más formalmente mediante la siguiente fórmula:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x \quad \sigma_x \sigma_y$$

Donde β_0 es el valor de Y cuando $X = 0$, en el punto geométrico donde la recta cruza el eje de ordenadas, y β_1 es el denominado coeficiente de regresión. Da lugar a la pendiente de la recta de regresión. \hat{Y} es la variable dependiente estimada. De este modo, dado un valor de la variable X , el modelo suministra una predicción \hat{Y} .

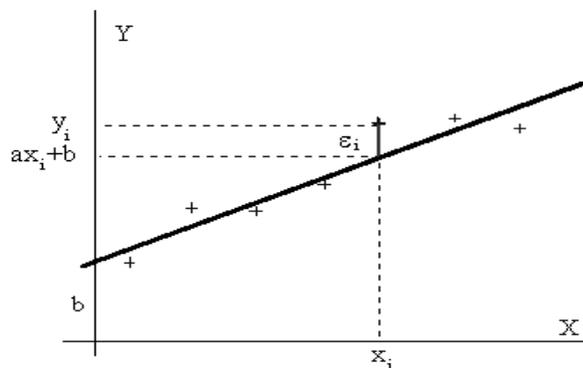


Gráfico 6. Recta de regresión lineal

La diferencia entre el valor real (observado) y el valor predicho, es lo que se denomina “residual” o error en la predicción:

Los criterios para determinar los coeficientes de la recta de regresión que mejor ajusta a la nube de puntos son variados. El más utilizado es la suma del cuadrado de los errores (SCE), ya que consigue que los errores para todas las observaciones sean lo más pequeños posibles, porque el cuadrado penaliza los errores grandes. Como

dichos errores se sitúan en torno a una recta estimada, ello produciría errores que tienden a 0.

El método que asegura que esto se cumpla es el *ordinary least squares* (OLS) o en castellano mínimos cuadrados ordinarios (MCO), siguiendo los criterios de minimizar la SCE, que minimiza el error global que se comete al predecir los valores de Y a partir de los valores de X , y nos permite obtener β_0 y β_1 (Achen, 1982).

Ahora bien, la estructura del modelo de regresión lineal simple es la siguiente:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

En esta expresión se admite que todos los factores o causas que influyen en la variable respuesta Y , pueden dividirse en dos grupos: el primero contiene a una variable explicativa X y el segundo incluye un conjunto amplio de factores no controlados que se engloban bajo el nombre de perturbación o error aleatorio, ε , que provoca que la dependencia entre las variables dependiente e independiente no sea perfecta, sino que esté sujeta a incertidumbre. Por ejemplo, en el consumo de gasolina de un vehículo (Y) influyen la velocidad (X) y una serie de factores como el efecto conductor, el tipo de carretera, las condiciones ambientales, entre otras, que quedarían englobados en el error.

Lo que en primer lugar sería deseable en un modelo de regresión es que estos errores aleatorios sean en media cero para cualquier valor x de X , es decir, $E[\varepsilon/X = x] = E[\varepsilon] = 0$, y por lo tanto: $E[Y/X = x] = \beta_0 + \beta_1 X + E[\varepsilon/X = x] = \beta_0 + \beta_1 X$

En dicha expresión se observa que:

- La media de Y , para un valor fijo x , varía linealmente con x .
- Para un valor x se predice un valor en Y dado por $\hat{y} = E[Y/X = x] = \beta_0 + \beta_1 X$ por lo que el modelo de predicción puede expresarse también como $Y = \beta_0 + \beta_1 X$
- El parámetro β_0 es la ordenada al origen del modelo (punto de corte con el eje Y) y β_1 la pendiente, que puede interpretarse como el incremento de la variable dependiente por cada incremento en una unidad de la variable independiente.

Estos parámetros son desconocidos y habrá que estimarlos de cara a realizar predicciones.

Además de la hipótesis establecida sobre los errores de que en media han de ser cero, se establecen las siguientes hipótesis:

- i) La varianza de ε es constante para cualquier valor de x , es decir, $\text{Var}(\varepsilon/X = x) = \sigma^2$
- ii) La distribución de ε es normal, de media 0 y desviación σ . [$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$]
- iii) Los errores asociados a los valores de Y son independientes unos de otros.

En otras palabras, el análisis de regresión requiere el cumplimiento de una serie de supuestos necesarios para su aplicación siendo estos de gran importancia para evitar conclusiones erradas (Linares y Chacín, 1986) que resumidamente serían:

- a. Homogeneidad de la varianza de los errores.
- b. Normalidad de los errores.
- c. Independencia.
- d. Aditividad de los efectos.

En consecuencia, la distribución de Y para x fijo es normal, con varianza constante σ^2 y media que varía linealmente con x , dada por $\beta_0 + \beta_1 X$. Además los valores de Y son independientes entre sí.

ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

Partimos de una muestra de valores de X e Y medidos sobre n individuos:

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n).$$

Y se quiere estimar valores en Y según el modelo $Y = \beta_0 + \beta_1 X$, donde β_0 y β_1 son por el momento desconocidos.

Debemos encontrar entonces de entre todas las rectas la que mejor se ajuste a los datos observados, es decir, buscamos aquellos valores de β_0 y β_1 que hagan mínimos los errores de estimación.

Para un valor x_i , el modelo estima un valor en Y igual a $\widehat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$ y el valor observado en Y es igual a y_i , con lo cual el error de estimación en ese caso vendría dado por $e_i = y_i - \widehat{y}_i = y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)$.

Entonces tomaremos como estimaciones de β_0 y β_1 , que notamos por $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$, aquellos valores

De la misma forma, se puede obtener:

$$SSE = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \text{ (función de mínimos cuadrados)}$$

Donde SSE, se denomina suma de los cuadrados de las observaciones con respecto a la recta de regresión. De ahí que al método de estimación se le llame método de mínimos cuadrados.

Ahora bien, los estimadores mínimos cuadrados de β_0 y β_1 (que son $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$) deben satisfacer las ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial SSE}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \widehat{\beta}_0 - \widehat{\beta}_1 x_i) = 0$$

$$\frac{\partial SSE}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \widehat{\beta}_0 - \widehat{\beta}_1 x_i) x_i = 0$$

Después de simplificar las expresiones anteriores, se tiene:

$$n\widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\widehat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \widehat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i$$

Estas ecuaciones reciben el nombre de ecuaciones normales de mínimos cuadrados y la solución de estas ecuaciones dan como resultado los estimadores de mínimos cuadrados $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$. Por lo que las estimaciones de regresión lineal simple son:

$$\widehat{\beta}_0 = \bar{y} - \widehat{\beta}_1 \bar{x} \quad \text{(estimación de la ordenada en el origen)}$$

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \quad (\text{estimación de la}$$

pendiente del modelo de regresión lineal simple)

$$\text{Dónde: } \bar{y} = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{y} \quad \bar{x} = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n x_i$$

Por lo tanto la Recta de Regresión estimada o ajustada es:

$$\widehat{y} = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x$$

Nótese que cada par de observaciones satisface la relación:

$$y_i = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 x_i + e_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Donde $e_i = y_i - \widehat{y}_i$, recibe el nombre de residuo y el mismo describe el error en el ajuste del modelo en la i -ésima observación y_i .

Desde el punto de vista de la notación, en ocasiones es conveniente dar símbolos especiales al numerador y el denominador para la estimación de $\widehat{\beta}_1$ dados los datos

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n).$$

$$\text{Así: } S_{xy} = \sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}$$

Y

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}$$

PROPIEDADES DE LOS ESTIMADORES DE MINIMOS CUADRADOS

En este apartado, se describen las propiedades estadísticas de los estimadores de mínimos cuadrados $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$, teniendo presente que se ha supuesto que el término de error e es una variable aleatoria con media cero y varianza σ^2 . Como los valores de

x son fijos, Y es una variables aleatoria con media $\mu = \beta_0 + \beta_1 x$ y varianza σ^2 . Por consiguiente, los valores de $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$ dependen de los valores de Y observados, por tanto, los estimadores de mínimos cuadrados de los coeficientes de regresión pueden verse como variables aleatorias. Por lo que es importante investigar el sesgo y las propiedades de la varianza de los estimadores mínimos cuadrados $\widehat{\beta}_0$ y $\widehat{\beta}_1$.

Para ello considérese $\widehat{\beta}_1$. El valor esperado de $\widehat{\beta}_1$ es:

$$\begin{aligned} E(\widehat{\beta}_1) &= E\left(\frac{S_{xy}}{S_{xx}}\right) \\ &= \frac{1}{S_{xx}} E\left[\sum_{i=1}^n y_i(x_i - \bar{x})\right], \text{ por definición de } S_{xy} \\ &= \frac{1}{S_{xx}} E\left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\beta_0 + \beta_1 x_i + e_i)\right], \text{ ya que } y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i \\ &= \frac{1}{S_{xx}} \left\{ E\left[\beta_0 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})\right] + E\left[\beta_1 \sum_{i=1}^n x_i(x_i - \bar{x})\right] + E\left[\sum_{i=1}^n e_i(x_i - \bar{x})\right] \right\} \\ &= \frac{1}{S_{xx}} \beta_1 (S_{xx}) = \beta_1, \end{aligned}$$

Puesto que $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$ y $\sum_{i=1}^n x_i(x_i - \bar{x}) = S_{xx}$, ya que por hipótesis $E(e_i) = 0$. Por tanto, $\widehat{\beta}_1$ es un estimador insesgado de la pendiente verdadera β_1 .

Ahora se considera la varianza de $\widehat{\beta}_1$, dado que se ha supuesto que $V(e_i) = \sigma^2$, se desprende entonces que $V(y_i) = \sigma^2$, y

$$\begin{aligned} V(\widehat{\beta}_1) &= V\left(\frac{S_{xy}}{S_{xx}}\right) \\ &= \frac{1}{S_{xx}^2} V\left[\sum_{i=1}^n y_i(x_i - \bar{x})\right] \end{aligned}$$

Las variables aleatorias $\{y_i\}$ no se encuentran correlacionadas ya que las $\{e_i\}$ no lo están. Por consiguiente, la varianza de la suma es precisamente la suma de las varianzas, y la varianza de cada término de la suma. Así:

$$\mathbf{V} \left[\sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x}) \right] = \sigma^2 (x_i - \bar{x})^2$$

Por tanto,

$$\mathbf{V} (\widehat{\beta}_1) = \frac{1}{S_{xx}^2} \sigma^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sigma^2 \frac{1}{S_{xx}}$$

En forma análoga, puede demostrarse que $E(\widehat{\beta}_0) = \beta_0$ y $\mathbf{V}(\widehat{\beta}_0) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right]$

Es importante destacar que a partir de este conocimiento, se desarrollan los siguientes contenidos:

- 1.- Prueba de hipótesis en la regresión lineal
- 2.- Estimación por intervalos en la regresión lineal simple
- 3.- Comprobación de la idoneidad del modelo: Análisis de residuos, prueba de falta de ajuste, coeficiente de determinación.
4. En cuanto a su aplicación es necesario tener conocimiento del enfoque de Regresión para el análisis de varianza en el análisis de diseños experimentales.

CAPÍTULO III

CONTEXTO METODOLÓGICO

Caracterización de la Investigación en Educación Matemática

En este apartado el investigador considera que es necesario, tomar en cuenta, previamente lo aportado por los conocimientos adquiridos en el curso doctoral perspectivas de la investigación en Educación Matemática, debido a que ésta es un área que ha crecido significativamente en los últimos tiempos. Las actividades asociadas a ella cubren un amplio espectro que va desde la elaboración de complejas teorías de enseñanza o aprendizaje hasta actividades de innovación, producción de materiales y textos didácticos y su experimentación en las aulas, pasando por investigaciones que analizan los procesos de aprendizaje de los estudiantes, las dificultades en la comprensión de conceptos matemáticos o el desarrollo de métodos alternativos de enseñanza, entre otras problemáticas.

De acuerdo a Villareal (2005), el acto de enseñar matemática y el interés por una mejor educación matemática se remonta a varios de milenios. Pero es a finales del siglo XIX, cuando la Educación Matemática, surge como campo profesional, con una identidad propia y comienza de manera incipiente la actividad investigativa, debido a la preocupación por una mayor y mejor formación de profesores en el nivel superior.

Con referencia a lo anterior, Kilpatrick (1992) investigador en el campo de la Educación Matemática sostiene que:

La historia de la investigación en Educación Matemática es parte de la historia de un campo (Educación Matemática) que se ha desarrollado a lo largo de los últimos dos siglos, cuando matemáticos y educadores volcaron su atención hacia cómo y qué matemática es, o debería ser, enseñada y aprendida en la escuela.(p.22)

En este propósito, Kilpatrick (1992) al caracterizar la actividad de investigación, sostiene que la investigación es una búsqueda disciplinada. Donde el término búsqueda se asocia a la presencia de una pregunta específica que se desea responder.

La calificación de disciplinada se refiere, según el autor antes mencionado, no solo a que la investigación sea realizada siguiendo una determinada metodología, sino que además pueda ser examinada y verificada, que sea pública, abierta a la crítica y posibles refutaciones. En el caso de la investigación en educación matemática se trata de una búsqueda disciplinada en torno a la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Sobre este particular, González (2007) establece que las cuestiones básicas de los fundamentos del proceso investigativo: axiología, ontología, epistemología, metodología y teleología, sirven de fundamento al esquema pentadimensional aplicado a la investigación en Educación Matemática, el cual constituye una herramienta analítica para la interpretación cognoscitiva del quehacer investigativo, que concibe a la investigación como una cualidad inherente a la propia condición humana de toda persona:

1. Consideración Ontológica: Asumiendo los planteamientos formulados por Arzarello (1992), donde señala que hacer investigación en educación matemática significa definir como dominio de indagación a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática concebido tal proceso como un sistema dinámico de interrelaciones que se dan entre los estudiantes (aprendices) y la matemática, mediados por el docentes, en un determinado contexto, escenario o medio social.

2. Consideración Epistemológica: esta tiene que ver con el punto de vista que se asume en relación con las implicaciones asociadas con los procesos de producción de conocimiento, en un contexto determinado, y con los nexos existentes entre ciencia, conocimiento e investigación. Por lo que la investigación en educación matemática puede ser entendida como proceso de producción de saber por parte de un sujeto en relación con un objeto. Tal objeto, por su parte, alude a situaciones sociales (clases, implantaciones curriculares, recursos didácticos) que involucran al propio sujeto que los aborda, dándole así un carácter específico a la relación sujeto-objeto, la cual tiene implicaciones importantes en relación con lo metodológico.

3. Consideración Metodológica: Al desarrollarse la educación matemática como un campo transdisciplinario de producción profesional de saberes, la investigación se hace también subsidiaria de los abordajes indagatorios de muchos otros territorios disciplinarios. De allí que en la actualidad cuente con una amplia gama de perspectivas de indagación.

4. Consideración Axiológica: Se parte del principio según el cual el aprendizaje de la matemática puede ayudar al ejercicio de la ciudadanía y a mejorar la calidad de vida de la persona; por lo tanto, tener una educación matemática de calidad adecuada es un derecho que tiene todo ciudadano.

5. Consideración Teleológica: La matemática en la escuela debe ser ofrecida como un saber: útil, pertinente, conveniente, provechoso, importante, necesario y adecuado para dar respuesta a los problemas actuales, vitales, cercanos e interesantes que confrontan los alumnos.

Hechas las consideraciones anteriores, cabe decir que para Villareal (2005) la Educación Matemática es reconocida como área de investigación en la comunidad científica internacional, como muestra de ello existen congresos internacionales que la tienen como protagonista, tal es el caso del International Congress of Mathematical Education (ICME) que desde 1969 realiza encuentros cada cuatro años y otro es el grupo internacional Psychology of Mathematics Education (PME) que se lleva a cabo desde 1977. En estos congresos se conjuga aportes provenientes de diferentes disciplinas tales como Filosofía (de la Matemática y de la Educación), Psicología, Ciencias de la Educación, entre otras.

A los efectos de esto último, sostiene la autora antes citada que al investigar en Educación Matemática es necesario tener dominio tanto de los conocimientos didácticos como matemáticos y que es por esto que la evaluación de las actividades de investigación que se desarrollan en el ámbito de la Educación Matemática resulta dificultosa por tratarse de un área poco desarrollada y con pocos especialistas.

Tipo de Investigación

De acuerdo a Corbetta (2007), toda investigación se enfrenta a tres cuestiones o interrogantes fundamentales: ¿existe la realidad?, ¿es conocible?, ¿Cómo puede ser conocida? En otras palabras se debe tener presente la cuestión ontológica (esencia), la cuestión epistemológica (conocimiento) y la metodológica (método). Las tres están enlazadas entre sí, no solo porque las respuestas dadas a cada una de ellas están fuertemente influenciadas por las respuestas dadas a las otras dos, sino también en el sentido de que en ocasiones es difícil distinguir los límites.

Efectivamente, resulta difícil separar las concepciones sobre la naturaleza de la realidad social de las reflexiones sobre su cognoscibilidad, y estas de las técnicas utilizables para su conocimiento. Sostiene el autor antes citado que esta dependencia mutua se localiza en la definición misma de paradigma científico, que implica tanto la visión teórica como una orientación de los procedimientos de investigación.

Ahora bien, en cuanto a la metodología incluye los métodos, las técnicas, las estrategias y los procedimientos que utilizará el investigador para lograr los objetivos de estudio, y comprende: enfoque epistemológico, el tipo de investigación, la selección del diseño de investigación, la definición de eventos o fenómenos estudiados, la descripción, delimitación y selección de unidades de estudio (población y muestra o actores sociales según el paradigma seleccionado); selección de técnicas y búsqueda de elaboración de instrumentos de recolección de datos o información; la descripción del procedimiento a seguir y la selección de las técnicas de análisis de los resultados.

En otras palabras, la metodología, se refiere a la instrumentación técnica del proceso cognoscitivo, por lo que permite circunscribir a la investigación bajo un enfoque epistemológico particular y en consecuencia ajustarla a un método acorde con su naturaleza y características. Este enfoque constituye el paradigma que cobija la investigación. Dicho esto se describe el enfoque de la presente investigación a continuación.

Enfoque Epistemológico

Centrando ahora la atención en la investigación que se desarrolló, considerando el marco de la investigación en Educación Matemática ya antes descrito, como el más próximo para fundamentar la investigación en Educación Estadística, se partió, de que todo investigador desarrolla su actividad de investigación como miembro de una comunidad que tiene una ideología y se inscribe en un determinado paradigma de investigación. Lo cual implica según Villareal (2005), que a pesar de que los propósitos de la investigación en educación matemática son variados, siempre estarán vinculados, implícita o explícitamente, a algún paradigma de investigación en educación.

Dicho todo lo anterior, se puede indicar que la investigación que se realizó es de corte cualitativo, bajo el enfoque epistemológico interpretativo, sustentada en el método fenomenológico - hermenéutico, cuyo fin último es la comprensión. Paradigma que de acuerdo a Villareal (2005), su objetivo para la Educación Matemática, es comprender los significados que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática tiene para aquellos que están involucrados en estas actividades.

Esta visión estuvo condicionada por los objetivos desarrollados durante la investigación, para cumplir con la meta de observar, conocer y analizar la interpretación de los informantes (estudiantes de la UCV-Maracay que son futuros ingenieros agrónomos y profesores que administran o han administrado la asignatura Análisis de regresión también en la UCV-Maracay).

En cuanto a las aproximaciones interpretativas a la investigación educativa, cabe resaltar la apreciación que hace Molina (1993) al sostener que: “Su tarea principal no es construir teorías científicas que puedan comprobarse experimentalmente, sino construir informes interpretativos que capten la inteligibilidad y coherencia de la acción social revelando el significado para aquellos que la realizan” (p.23).

Se aprecia entonces, que el enfoque interpretativo se fundamenta en la elaboración de interpretaciones de la realidad que refleje las características que definen el

significado de las acciones de quienes la realizan, de manera que se interpreta la experiencia con la intención de comprenderla, darle sentido y llegar a construir conocimiento sobre todo de ese conjunto de comentarios de quienes sirven como informantes claves.

En este mismo orden de ideas, Arnal y cols (2005) sostienen que “la teoría interpretativa se orienta a describir e interpretar los fenómenos educativos y se interesa por el estudio de los significados e intenciones de las acciones humanas desde la perspectiva de los propios agentes sociales” (p.193).

Visto así, la investigación se basó en las percepciones y valoraciones que sobre el modelo de regresión lineal simple, reflejan tanto los docentes como estudiantes quienes actuaron como informantes claves; de igual manera se consideró valiosa las inferencias que desde las perspectiva de su experiencia el investigador realizó interpretando los hechos

Con respecto al enfoque fenomenológico, González (2007) afirma que proviene desde la Antropología e intenta capturar y compartir la comprensión que, tanto profesores como estudiantes, tienen del encuentro educativo, con la finalidad de proporcionar conocimientos específicos acerca de la actividad social dentro de un contexto. Añadida a este esfuerzo comprensivo, se tiene una intención interpretativa del significado que el encuentro educativo tiene para quienes participan en él, es decir, los docentes y estudiantes que conviven en el aula de clases, durante un tiempo más o menos prolongado, teniendo como pretexto la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades, aptitudes, actitudes y cogniciones acerca de los productos y procesos del quehacer matemático.

Es importante acotar que, los métodos, técnicas y estrategias no son generales para cualquier tipo de Investigación; los métodos son diferentes en función del tipo de Investigación y del objetivo que se pretende lograr. Para Tamayo y Tamayo (2009) es necesario tener en cuenta el tipo de investigación que se va a realizar, ya que cada uno de estos tiene una estrategia diferente para su tratamiento metodológico. Por ello,

se debe indicar el tipo de investigación, si es histórica, descriptiva o experimental. Si es un estudio causal, exploratorio o productivo, entre otros.

En el caso particular, de la investigación que se realizó, como ya se indicó, la misma estuvo enmarcada en el paradigma Interpretativo, paradigma inmerso en el campo de la investigación cualitativa que emergió como reacción al intento de desarrollar una ciencia natural de los fenómenos sociales, desde esta postura se rechaza la idea de que los métodos de las ciencias sociales deben ser idénticos a los de las ciencias naturales. En este sentido Sandín (2005) indica que “las ciencias mentales o culturales difieren de las naturales en un objetivo fundamental: Las primeras buscan la comprensión del significado de los fenómenos sociales, mientras que las segundas pretenden la explicación científica”. (p.56).

En consecuencia, la investigación consistió en la comprensión de la conducta humana desde los significados e intenciones de los sujetos que intervienen en el escenario educativo, es decir tuvo en cuenta el sentido de las acciones de los sujetos participantes.

En este mismo orden de ideas, resulta importante tener presente lo señalado por Kilpatrick (2007), cuando indica que se han producido tres cambios en el estilo de plantear las investigaciones en Educación Matemática, y en cuanto al tercer cambio, señala el autor, que este se refiere a aspectos epistemológicos y consiste en un nuevo punto de vista sobre la propia investigación, en particular, respecto a los métodos de llevarla a cabo. Este último cambio, continua indicando el referido autor, ha consistido en el desplazamiento desde la investigación empírico-analítica hacia la cualitativa-interpretativa. Por lo que en este cambio se encontraría ubicada la presente investigación, la cual hace énfasis en las características propias de la metodología cualitativa.

Del Rincón (1994), alega que desde una perspectiva interpretativa, la educación se entiende como una “acción intencionada, global y contextualizada, regida por las reglas personales y sociales y no tanto por leyes científicas” (p.36). El autor en referencia enfatiza que para la concepción interpretativa el propósito de investigar en

educación es “interpretar y comprender los fenómenos educativos más que aportar explicaciones de tipo causal” (p.36).

Ahora bien, con el propósito de ampliar y profundizar en el proceso de enseñanza y aprendizaje del modelo de Regresión Lineal Simple, que se desarrolla en la Facultad de Agronomía de la UCV- Maracay, se realizó un análisis de fuentes documentales de tipo histórico, epistemológico, cognitivo y didáctico, adoptando el investigador una postura personal sobre las diferentes fuentes. Por lo que en parte inicialmente fue una investigación de tipo documental, la cual según Arias (2015) “es un proceso basado en la búsqueda, recuperación, análisis, crítica e interpretación de datos secundarios, es decir, los obtenidos y registrados por otros investigadores en fuentes documentales: impresas, audiovisuales o electrónicas”. (p. 25). Para llevar a cabo de manera satisfactoria la investigación se solicitó la definición de los requerimientos por medio de una documentación, que permiten darle soporte y mayor veracidad al estudio realizado y obtener nuevos conocimientos para el análisis del mismo.

En cuanto a la investigación histórica, Tamayo y Tamayo (2009) sostiene que se presenta como una búsqueda crítica de la verdad que sustenta los acontecimientos del pasado.

El análisis histórico- epistemológico, es un tipo de análisis que toma elementos de la génesis histórica y de la epistemología, a través de la historia de las ideas, para el provecho de la didáctica de las matemáticas.

Al estudiar la génesis histórica, señala Ruiz (1998) que para un mismo concepto matemático se han ido sucediendo una diversidad de puntos de vista sobre el mismo que, en su momento, fueron considerados como correctos y posteriormente han sido rechazados o revisados. Por su parte, la epistemología ayuda a establecer la configuración de los elementos constitutivos de la significación de un determinado concepto, analizando los diferentes sentidos con los que ha podido aparecer y su adaptación a la resolución de los distintos problemas.

Otro acercamiento a la investigación histórico–epistemológica de gran impacto e influencia, es el que intenta determinar concepciones y obstáculos ligados al desarrollo de una noción matemática, como una herramienta muy útil para el análisis didáctico de las concepciones y obstáculos que se pueden presentar en los alumnos. Se acepta que hay diferencias entre el desarrollo histórico de un concepto y su aprendizaje escolar, pero se considera que identificar obstáculos en la historia permite diseñar modelos didácticos de situaciones que tengan en cuenta todas las condiciones pertinentes para la construcción de los saberes.

Para Tamayo y Tamayo (2009) el investigador en este tipo de investigación cuenta con fuentes primarias y secundarias. De las primarias el investigador obtiene las mejores pruebas disponibles. Mientras que en las fuentes secundarias el investigador recurre a la información que proporcionan las personas que no participaron en ella. Estos datos los encuentra en enciclopedias, diarios, publicaciones periódicas, textos y otros materiales.

Las fuentes primarias y secundarias pueden hacer que el investigador modifique el esquema del problema cuando la información indique que ello es necesario.

En cuanto a la crítica de las fuentes, el investigador examina cuidadosamente cada uno de los elementos de que dispone y procura determinar el grado de confiabilidad de la misma. Por lo que somete a sus documentos a una crítica interna y externa.

Mediante la crítica externa el investigador verifica la autenticidad o validez de un documento, a fin de ver si le sirve como prueba. Formula una serie de preguntas: cuándo, dónde y por qué producido el documento y verifica quien fue su autor.

La crítica interna tiene por objetivo determinar el significado y la confiabilidad de los datos que contiene el documento, condiciones en las que se produjo, validez de las premisas intelectuales que usó el autor y la interpretación concreta de los datos; conocer el motivo que indujo al autor a redactar un informe y si expresa sus verdaderos sentimientos.

Por otro lado, la investigación es de tipo: Descriptiva, pues comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la realidad actual que se pretende estudiar, junto con la composición o procesos de los fenómenos. Este enfoque según Best (1980) “se hace sobre conclusiones dominantes o sobre como una persona, grupo o cosa se conduce o funciona en el presente” (p.53)

La investigación descriptiva trabaja sobre realidades de hecho, y su característica fundamental es la de presentar una interpretación correcta (Tamayo y Tamayo, 2009)

Para Hurtado de Barrera (2006), la investigación descriptiva tiene como objetivo, la descripción precisa del evento de estudio. Este tipo de investigación continua indicando la autora en referencia, se asocia al diagnóstico. Tiene como propósito exponer el evento estudiado, haciendo una enumeración detallada de sus características, de modo tal que en los resultados se pueden obtener dos niveles de análisis, dependiendo del fenómeno y el propósito del investigador: un nivel más elemental, en el cual se logra una clasificación de la información en función de las características comunes, y un nivel más sofisticado en el cual se ponen en relación los elementos observados a fin de obtener una descripción más detallada.

En este mismo orden, Borderleau (1987) sostiene que las investigaciones descriptivas trabajan con uno o varios eventos de estudio, pero su intención no es establecer relaciones de causalidad entre ellos. Por tal razón no ameritan de la formulación de hipótesis.

Método

La investigación que se realizó es de tipo cualitativo, siguiendo el método hermenéutico ya que, en virtud de su naturaleza, orientación disciplinaria, la clase de información que se recabó, el tratamiento que se le dio a ésta, la concepción que se asumió y el diseño de estudio que sirvió de base para su desarrollo, se corresponde con un estudio interpretativo.

La utilización del método interpretativo para investigar en escenarios educativos, esta mediado por una sociología de la educación cuya preocupación dominante es

que, se aborde aspectos microeducativos, que tiene que ver con el entendimiento del proceso mismo de la educación, vinculándose con la práctica educativa, tal como la ejercitan los maestros y profesores, con complejidades propias de las interacciones y negociaciones que se producen entre docentes y estudiantes en las actividades que cotidianamente se llevan a cabo en el aula de clases.

Se seleccionó el método hermenéutico, con base en técnicas de investigación documental y de campo, ya que se trata de un mecanismo interpretativista que facilita la comprensión de los hechos observados en la realidad de estudio. Al respecto Elliot (2007: p.81) afirma que “la hermenéutica puede ser considerada como la disciplina de la interpretación y se le ha considerado como arte y ciencia de interpretar textos”.

Señala Martínez (2004) que en el siglo XIX, varios autores hicieron familiar el término Hermenéutica, sin embargo, este vocablo tiene una historia mucho más larga, proviene del verbo griego Hermeneuein que significa "interpretar", algunos llegaron a relacionar con el Dios Griego Hermes, el cual, según la mitología, hacía de mensajero entre los demás dioses y los hombres y además les explicaba el significado y la intención de los mensajes que llevaba.

Como se aprecia, el método hermenéutico, es apropiado para hacer interpretaciones, ayuda a evaluar apropiadamente la realidad en estudio sin desvincularla en ningún momento de la unificación abstracta e imaginaria de ciertos aspectos matemáticos encontrados en el desarrollo del contenido correspondiente al análisis de regresión lineal bivariable. Además, este método propicia el ejercicio reflexivo que actualmente enfrenta la enseñanza de la probabilidad y estadística Inferencial a nivel superior.

Diseño de la investigación

Con el propósito de responder a las preguntas de investigación planteadas o cumplir con los objetivos de estudio, el investigador debe seleccionar o desarrollar un diseño de investigación específico.

Una vez que se decide por el enfoque que habrá de adoptarse para la investigación (sea Cualitativo o Cuantitativo) y definido el alcance inicial del estudio, el investigador debe concebir la manera práctica y concreta de responder a las preguntas de investigación, y cubrir sus objetivos. Esto implica seleccionar o desarrollar uno o más diseños de investigación y aplicarlo(s) al contexto particular de estudio. El termino diseño se refiere al plan o estrategia concebida para obtener la información que se desea (Hernández. Fernández y Baptista, 2006).

El diseño entonces, señala al investigador lo que debe hacer para alcanzar sus objetivos de estudio y para contestar las interrogantes de conocimiento que se ha planteado.

De acuerdo a Hurtado de Barrera (2006), el diseño de investigación pone de manifiesto los aspectos operativos de la misma, por lo que si el tipo de investigación se define en función del objetivo, el diseño de investigación se define en función del procedimiento. Se refiere a donde y cuando se recopila la información, así como la amplitud de la información a recopilar, de tal manera que se pueda dar respuestas a las interrogantes de investigación de la forma más idónea posible. Acota la autora citada que, el donde del diseño alude a las fuentes: si son fuentes vivas, y la información se recoge en un ambiente natural, el diseño se denomina de campo, mientras que el cuándo, alude a reconstruir hechos pasados, denominándose diseño histórico o retrospectivo.

En el caso del enfoque cualitativo, se puede o no preconcebir un diseño de investigación, aunque es recomendable hacerlo. Cabe destacar, que para Hernández. Fernández y Baptista (2006) Es importante señalar que:

Estudio cualitativo no es igual a desorden, caos ni carencia de un plan para responder las inquietudes del investigador. En las investigaciones cualitativas se traza un plan de acción en el campo para recolectar información, y se concibe una estrategia de acercamiento al fenómeno, evento, comunidad o situación a estudiar (p.184).

En el caso de la investigación que se realizó, el diseño será no experimental, donde se observan los fenómenos tal y como se dan en su contexto natural para después

analizarlos, ya que en la investigación no cualitativa se realiza sin manipular variables deliberadamente, pues no se construyen situaciones sino que se observa situaciones ya existentes, no provocadas intencionalmente por el investigador.

Los diseños transeccionales realizan observaciones en un momento único en el tiempo. Cuando recolectan información sobre una nueva área sin ideas prefijadas y con apertura son más bien exploratorios; cuando recolectan datos sobre cada una de las categorías, conceptos, contextos, comunidades o fenómenos y reportan lo que arrojan esos datos son descriptivos (Hernández. Fernández y Baptista ,2006). Por lo que en este apartado además de un diseño Histórico-Documental, esta investigación se desarrollará bajo un diseño descriptivo.

Escenario e informantes clave

Los estudios cualitativos están dirigidos a profundizar en los fenómenos explorándolos directamente desde la perspectiva de quienes participan, convirtiéndose estos en las personas clave para las investigaciones de este tipo. El informante es el centro de toda investigación porque sus vivencias pueden ayudar al investigador en varias tareas como el abrir el acceso a otras personas y/o nuevos escenarios, así como también, favorecer las relaciones en el contexto para poder estudiar la realidad social.

En este sentido, es importante resaltar lo que sostienen Alejo y Osorio (2019) al indicar que cuando se realiza una investigación desde el paradigma cualitativo, el investigador está orientado no solo a adquirir información, sino a aprender de experiencias y puntos de vista de otros individuos, valorar procesos y generar teorías desde las perspectivas de los informantes. Para lograr esto continúan indicando las autoras antes mencionadas, el investigador se valdrá de sus recursos académicos y personales para incursionar en el mundo de cada informante que se convertirá en clave para su investigación.

De acuerdo a lo anterior, los informantes son el eje principal de una investigación cualitativa y deben ser seleccionados cuidadosamente. Por lo que su selección

involucra decisiones tomadas, en el momento en que se proyecta el estudio y se complementan durante el trabajo de campo. Por lo que es importante que el investigador, reporte y describa el proceso de selección de estos informantes con la intención que cualquier lector del trabajo pueda comprender e interpretar los resultados de la indagación.

Se debe tener presente también, que en toda investigación de corte cualitativo, por ser considerado un diseño flexible, no se debería conocer a priori ni el número ni el tipo de informante, más bien es fruto del propio proceso que se genera con el acceso al campo del investigador. Sin embargo, en una de investigación se pueden fijar un número inicial de los mismos, el cual puede cambiar en el desarrollo.

Dicho todo lo anterior, La investigación que se realizó tuvo como escenario una institución de educación superior, en el caso particular la Universidad Central de Venezuela (UCV), en la Facultad de Agronomía en la Ciudad de Maracay, en el Departamento de Ingeniería Agrícola donde se seleccionaron como informantes claves a dos (2) docentes del Departamento que administran la asignatura Análisis de Regresión Lineal y dos (2) estudiantes pertenecientes a los cursos (1 p/c) que administran estos profesores. Ya que de acuerdo con Rodríguez (2007), los docentes no deben ser sólo usuarios de conocimiento producido por otros, sino generadores de conocimientos mediante la reflexión sobre la práctica. Sostiene además este autor que la educación necesita de la investigación y esta sólo puede ser realizada por los docentes que son los comprometidos en su práctica. Por lo que serán participantes activos en el proceso de investigación conjuntamente con los otros actores de la comunidad escolar.

Taylor y Bogdan (1990: p.61) definen a los informantes clave como “fuentes primarias de investigación”. Para su selección, se establecerán ciertos criterios de acuerdo con determinados intereses e intención del investigador, a los cuales deben responder los sujetos. Ser docente de condición ordinario; dictar la asignatura Análisis de Regresión Lineal en el periodo 2021-I, haber dictado la signatura durante un mínimo de 4 años consecutivos; tener más de cinco años de servicio en la UCV y

para los bachilleres: ser alumnos regular de la Facultad y estar legalmente inscrito en la sección correspondiente al curso de Análisis de Regresión Lineal, no ser repitiente en la asignatura.

CUADRO 1. Criterios para la selección de informantes clave.

Informantes clave	Criterios de selección
Estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> • Ser estudiante regular de la Facultad de Agronomía de la UCV _ Maracay. • Estar inscrito en la Asignatura Análisis de Regresión. • Cursar la asignatura por primera vez. • Estar dispuesto a colaborar con la investigación. • Disponer de tiempo necesario para participar en la investigación.
Docentes	<ul style="list-style-type: none"> • Ser docente ordinario adscrito al departamento de Ingeniería Agrícola de la Facultad de Agronomía de la UCV – Maracay. • Tener experiencia no menor de cuatro (4) años como docente en la asignatura Análisis de Regresión Matemática • Estar dispuesto a desarrollar su capacidad de análisis crítico con relación a la enseñanza del Análisis de regresión Lineal simple. • Disposición y tiempo para ser entrevistado por el investigador para desarrollar el estudio.

Técnicas e instrumentos de recolección de información

De acuerdo a Corbetta (2007), la investigación cualitativa puede distinguirse claramente del modelo cuantitativo, al observar las diferencias que existen en las siguientes dimensiones de la investigación: su diseño, la forma de obtener la información, el análisis de los datos y la producción de los resultados.

Dentro de este orden de ideas, es importante tener presente los aspectos fundamentales de las técnicas de recolección de información utilizadas por el investigador cualitativo y el análisis de la misma.

Resulta entonces conveniente señalar en primer lugar, que la recolección de información en general es la técnica que emplea el investigador para así obtener la información que le permitirá comprender el fenómeno estudiado. En el caso del investigador cualitativo, éste procura ejecutar actividades en el mismo lugar donde los participantes experimentan dicho fenómeno, ya que les permite observar el comportamiento y realizar entrevistas a los participantes (informantes clave o actores sociales) para conocer sus puntos de vista e interpretar las experiencias vividas en carne propia con la finalidad de comprender a profundidad lo que desea estudiar.

De acuerdo al tipo de investigación que se pretende desarrollar, se debe indicar las Técnicas con sus respectivos instrumentos a emplear en dicha investigación, lo cual va a depender de los objetivos que se hayan planteado. Por lo que una vez definido el evento y sus indicios, así como sus unidades de estudio, es necesario que el investigador seleccione las técnicas y los instrumentos mediante los cuales aspira obtener la información necesaria para llevar a cabo la investigación (Hurtado de Barrera, 2006. p.161)

Las técnicas tienen que ver con los procedimientos utilizados para la recolección de información, es decir, el cómo. Las técnicas pueden ser de revisión documental, observación y técnicas sociométricas, entre otras. Los instrumentos representan la herramienta con la cual se va a recoger, filtrar y codificar la información, es decir, el con qué. Para Hurtado de Barrera (2006) los instrumentos, pueden estar ya elaborados e incluso normalizados, como es el caso de los test y algunas escalas, sin embargo, si se trata de eventos pocos estudiados, puede ser necesario que el investigador elabore sus propios instrumentos.

Para la autora antes citada, cuando los indicios se ven, la información se recoge en presencia del evento, observando o participando en él. El investigador tiene acceso al evento observando, aquí la técnica sería la observación. Seguidamente indica que cuando los indicios se escuchan, la información se recoge solicitándola a otra persona, por lo que se obtiene Preguntando, siendo la técnica la de la Encuesta o Técnicas sociométricas y si el investigador no puede tener experiencia directa del

evento y es otro que la tiene, la información se obtiene Dialogando a través de la técnica de la Entrevista. Por ultimo cuando los indicios se leen, es porque la información está contenida en textos escritos, ya sea porque la unidad de estudio es un texto, o documento, o porque ya fue recogida y asentada por otra persona, entonces la información se obtiene leyendo, siendo la técnica empleada las técnicas de revisión documental.

Ahora bien, los instrumentos a utilizar en la recogida de información, deben estar en correspondencia con las técnicas, y la selección de las técnicas a utilizar en una investigación debe estar relacionada con el tipo de indicios que permiten captar el evento de estudio. Por lo que para el investigador cualitativo tiene entre otras, las siguientes opciones: para la técnica de Observación, cuenta con la guía de observación que es un instrumento de captación y registro y dicha observación no es asistida técnicamente, y en caso de ser asistida cuenta con la cámara de video que es un instrumento de captación. Para la técnica de la entrevista cuenta con la Guía de entrevista o Guion como instrumento de captación, además del grabador para el registro y en cuanto a las técnicas de revisión documental se cuenta con la matriz de registro como instrumento.

Resulta importante destacar, que respecto a los instrumentos, existen diferentes tipos: no todos los instrumentos de recolección de datos son instrumentos de medición, algunos solo permiten captar la información, otros permite registrarla incluso algunos permiten ampliar los sentidos como el telescopio o el microscopio. Los instrumentos de captación permiten percibir el evento, no necesariamente de manera selectiva, mientras que los instrumentos de registro permiten tener un soporte de la información en periodos de tiempo. Además algunos instrumentos captan pero no registran, y otros registran pero no captan, una hoja de registro permite asentar la información, pero la captación debió ser hecha a través de otra vía.

Cabe destacar que, para que un instrumento sea considerado de medición, debe captar la información de manera selectiva y precisa, es decir solo aquella información que da cuenta del evento de estudio y no otra. A esta selectividad se le denomina

validez y a la precisión se le llama confiabilidad. Además para que un instrumento sea de medición, debe cumplir otro requisito: debe contener en sí mismo un sistema de codificación de la información. Nótese que una balanza capta solo la masa de un cuerpo, pero además tiene una unidad de medida que puede ser gramos o kilogramos. En cambio una cámara fotográfica permite captar y registrar información, pero no codifica y es selectiva, por tanto es un instrumento de registro pero no de medición (Hurtado de Barrera, 2006)

En cuanto a la investigación que se realizó

Primeramente se debe distinguir la obtención de dos tipos de información: (a). La aportada por el análisis histórico epistemológico del modelo de regresión lineal, mediante la investigación documental bibliográfica y (b). La suministrada por los actores involucrados como informantes claves, a través de la entrevista en profundidad.

La investigación documental

La investigación documental es una de las técnicas de la investigación cualitativa que se encarga de recolectar, recopilar y seleccionar información de las lecturas de documentos, revistas, libros, grabaciones, filmaciones, periódicos, artículos resultados de investigaciones, memorias de eventos, entre otros; en ella la observación está presente en el análisis de datos, su identificación, selección y articulación con el objeto de estudio (Guerrero Dávila, 2015).

Este tipo de investigación también puede ser encontrada como investigación bibliográfica, que se caracteriza por la utilización de los datos secundarios como fuente de información. Su objetivo principal es dirigir la investigación desde dos aspectos, primeramente, relacionando datos ya existentes que proceden de distintas fuentes y posteriormente proporcionando una visión panorámica y sistemática de una determinada cuestión elaborada en múltiples fuentes dispersas (Barraza, 2018).

Es fundamental hacer una revisión de los datos en orden lógico, para que se puedan tener presente los acontecimientos que pasaron antes y después o los que

están aconteciendo. Con la investigación documental, también es posible hacer una reflexión de todos aquellos aspectos que hacen alusión a instrumentos para evaluar las categorías de análisis que se estén trabajando, ayuda a delinear el objeto de estudio, construir premisas de partida, consolidar autores para elaborar una base teórica, hacer relaciones entre trabajos, rastrear preguntas y objetivos de investigación, observar las estéticas de los procedimientos, establecer semejanzas y diferencias entre los trabajos y las ideas del investigador, categorizar experiencias, distinguir los elementos más abordados con sus esquemas observacionales y precisar ámbitos no explorados (Valencia López, n.d.)

La revisión bibliográfica debe tener en cuenta todo el conocimiento científico sobre el tema de interés que se va a trabajar para poder plantear unos objetivos de la investigación en el proyecto de investigación. Una revisión bibliográfica es, en sí misma, un artículo de revisión, que puede ser publicado como tal en revistas científicas (Matos Ayala, 2020), asimismo puede formar parte del estado del arte con el que se inician los referentes teóricos de una investigación (Reyes-Ruiz & Carmona Alvarado, 2020)

Para el análisis histórico epistemológico del modelo de regresión lineal simple, se revisaron en primer lugar los textos de: Historia de la Matemática, Historia de la probabilidad e Historia de la estadística, Estadística matemática y Estadística experimental, en esa secuencia y en orden ascendente de acuerdo a su publicación. En segundo lugar revistas (científicas, educativas, entre otras) en cuyo índice de contenido se encontraron artículos referidos al desarrollo histórico del modelo de regresión lineal simple. En tercer lugar trabajos de grado o tesis doctorales que en sus apartados contemplaron el desarrollo histórico del análisis de regresión lineal y por último se recurrió a la búsqueda en internet de información relacionada con el tópico que se investigaba. La información que se obtuvo se vació en matrices de registro para su conocimiento y comprensión y se presentó de una manera amena y sencilla para ser agradable al lector.

La Entrevista

En cuanto a la información suministrada por los informantes, para su recolección se utilizó la técnica de la entrevista cumpliendo con los tres momentos: Planificación, proceso de interacción y análisis e interpretación. En el caso de los informantes clave, como “se pretende estudiar lo que la gente hace y dice” (Bisquerra, 1989, p.258), se efectuó una entrevista en profundidad, la cual fue no directiva y no estructurada y se ajustó a las pautas de una conversación entre iguales (Taylor y Bogdan, 1990).

Con relación a la entrevista, es oportuno señalar que en la planificación de la entrevista el instrumento que guio su desarrollo fue un conjunto de temas en función de las cuales giró la conversación, con el fin de revelar “... los aportes esenciales para obtener la máxima colaboración y lograr la mayor profundidad en la vida del sujeto” (Martínez, 1996, p.48). Las entrevistas no fueron directivas, y muchas veces no se siguió la secuencia pautada, porque se tuvo mucho interés en que los docentes y estudiantes se expresaran lo más espontáneamente posible dentro de la situación formulada. Para registrar estas entrevistas se usó un grabador y sus resultados se transcribieron y vaciaron en matrices diseñadas para tal fin.

La técnica de la entrevista Rodríguez (2007) la concibe como un dialogo intencional orientado hacia unos objetivos. Es un dialogo entre dos o más personas, iniciado por el interesado con el propósito específico de obtener información relevante para su investigación.

Asimismo, parafraseando a Rojas (2007) y Martínez (2007), este tipo de entrevista no requiere de un guion sino de una lista de tópicos o ítems sobre los cuales conversar y están ajustados a obtener información que dirija los resultados al cumplimiento de los objetivos de la investigación (ver anexo A).

Análisis e interpretación de la información

En la investigación cualitativa, la información que se busca es la más relacionada al fenómeno investigado, de tal manera que permita develar las estructuras que dan sentido a las conductas de los sujetos de estudio.

A diferencia de las investigaciones con diseños estructurados, los datos o la información que se reúne y las teorías que emergen se utilizan para reorientar la recolección de nueva información, se vive un constante proceso dialéctico, lo que permite una mejor riqueza y sistematización de la información, enriqueciendo la investigación, en un sistema riguroso y altamente fiel a la realidad que surge del proceso de investigación.

Este tipo de investigación desarrolla un gran nivel de objetividad, gracias a la cuidadosa selección unidades de observación o de informantes clave con un buen nivel de empatía, voluntad, predisposición y confianza, para alcanzar la confiabilidad y validez. Esta metodología posee una refinada técnica que disciplina la subjetividad, enmarcada en la exigencia del rigor científico, como la entrevista en profundidad y la observación participante.

Para Hernández, Fernández y Baptista (2006), en la investigación cualitativa el investigador dispone de cierta libertad para crear sus modelos de análisis e interpretación de la información recabada, por lo tanto no existe un modelo único para ejecutarlo.

En el paradigma cualitativo se emplea el método hermenéutico que persigue la interpretación de los significados humanos, es decir, entender los significados que las personas dan a sus actuaciones de una forma comprensiva, por ello el investigador hace uso de este método, durante todas las etapas del estudio, para que así emerjan las categorías y subcategorías.

Para la interpretación de la información del estudio, se recurrió al uso del nivel de abstracción sobre las categorías y subcategorías emergentes, que permitirán en primer lugar, hipotetizar y luego teorizar.

Ahora bien, para procesar la información, según Taylor y Bogdan (1990), se debe tener presente que:

El análisis de los datos es un proceso en continuo progreso en la investigación cualitativa. La recolección y el análisis de la información van de la mano. A lo largo de la observación participante, las entrevistas en profundidad, los investigadores siguen la pista de los temas y desarrollan conceptos y proposiciones para comenzar a dar sentido a la información. (p.180)

La categorización

La categorización de acuerdo con lo expresado por Martínez (1996), es un proceso descriptivo que se lleva a cabo una vez aplicado los instrumentos, para elaborar definiciones de lo expresado por los informantes y luego interpretar los términos, que son agrupados en subcategorías. Para este citado autor, *la categorización debe emerger del estudio de la información que se recoja... es lograr estructurar una imagen representativa, un patrón, coherente y lógico, un modelo teórico o una auténtica teoría o configuración del fenómeno estudiado, que le dé sentido a todas sus partes y componente.* (p.181).

Una observación importante sobre la reducción de información mediante la categorización y subcategorización (categorías secundarias), es que se replantearon las interrogantes iniciales de la investigación las cuales se habían descrito en el capítulo I, con la finalidad de crear dimensionalidades más amplias que orientaran el proceso de creación de la didáctica innovadora. De esta manera, se presenta el **cuadro 2**, con las interrogantes iniciales y dimensiones finales que dirigieron la indagación, recopilación y posterior análisis de la información. A esto se debe añadir que estas dimensiones sirvieron de patrón para generar los temas de la entrevista que se incluye en el anexo A. Sobre esta entrevista, se aclara que fue diseñada de manera general, tanto para profesores como para estudiantes, y fue adaptado «verbalmente» a las particularidades lingüísticas de cada grupo al momento de llevar a cabo la entrevista.

Cuadro 2. Dimensiones establecidas para orientar el proceso de categorización y subcategorización de la información recolectada en las entrevistas.

Interrogante inicial	Interrogante(s) generada(s)	Dimensión final
<p>1. ¿Cuál ha sido el origen y la evolución histórica del modelo de Regresión Lineal Simple en el campo de la Estadística Inferencial?</p>	<p>¿Qué elementos del desarrollo histórico del modelo de regresión lineal simple se toman en cuenta durante la enseñanza de esta técnica estadística?</p>	<p>1. Origen del estudio de la asociación de variables aleatorias.</p>
		<p>2. Evolución histórica del concepto de regresión lineal.</p>
<p>2. Qué importancia tiene el conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la Estadística Inferencial?</p>	<p>¿Por qué es importante el aprendizaje del modelo de análisis de regresión lineal dentro del campo de la estadística inferencial?</p>	<p>3. Modelo de análisis de regresión lineal múltiple</p>
		<p>4. Diseños experimentales.</p>

Cuadro 2. Continuación

Interrogante inicial	Interrogante(s) generada(s)	Dimensión final
<p>3. ¿Qué características presenta la didáctica empleada actualmente por el docente durante el proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos relativos al modelo de Regresión Lineal Simple en la Facultad de agronomía de UCV-Maracay?</p>	<p>¿Qué características tiene la didáctica empleada en la enseñanza del modelo de regresión lineal?</p>	<p>5. Factores positivos en la didáctica usada para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.</p> <hr/> <p>6. Factores negativos en la didáctica usada para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.</p>
<p>4. ¿Qué obstáculos didácticos y epistemológicos le impiden al estudiante de agronomía de la UCV – Maracay apropiarse del conocimiento del modelo de regresión lineal simple, para su aplicación en la resolución de problemas en el contexto agrícola?</p>	<p>¿Qué obstáculos genera el docente y el mismo conocimiento que impiden el aprendizaje del modelo de regresión lineal simple?</p>	<p>7. Obstáculos didácticos en el aprendizaje del análisis de regresión simple</p> <hr/> <p>8. Obstáculos epistemológicos en el aprendizaje del análisis de regresión simple</p> <hr/> <p>9. Errores y dificultades en la resolución de problemas</p>

Cuadro 2. Continuación

Interrogante inicial	Interrogante(s) generada(s)	Dimensión final
5. ¿Cuáles serían los elementos a considerar en el diseño de una didáctica innovadora para la enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple, que mejore su aprendizaje en estudiantes de Ingeniería Agrónoma de la UCV-Maracay?	¿Qué fundamentos o elementos teóricos son necesarios para estructurar una didáctica alternativa innovadora que optimice el proceso de enseñanza-aprendizaje del modelo de regresión lineal?	10. Elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión simple

La triangulación

Después de terminada la categorización, el investigador ejecuta la técnica de la triangulación con el propósito de dar fe a lo que transmitían los relatos escritos y vividos con el grupo de informante, a este respecto Elliott (1997) señala:

La triangulación implica la obtención de relatos acerca de una situación de enseñanza desde tres puntos de vista bastante distintos: los correspondientes al profesor, a los alumnos y a un observador participante. La determinación de quien obtiene la información, de cómo se presentan los relatos y de quien los compara depende considerablemente del contexto (p. 150).

Por esta razón, la revisión de la información fue de vital importancia para descubrir significados, concepciones, sucesos, actuación de los actores y su relación con el quehacer docente en este proceso desde la propia perspectiva de los actores.

Por su parte, Martínez (2007) afirma que una investigación tiene un alto nivel de validez cuando «... al observar, medir o apreciar una realidad, se observa, mide y aprecia *esa* realidad y no otra; es decir, que la validez puede ser definida por el grado

o nivel en que los resultados de la investigación reflejan una imagen clara y representativa de una realidad o situación dada” (p. 119).

El mismo autor sostiene que la definición anterior representa la denominada *validez interna*, recomendada para estudios naturalistas, fenomenológicos, etnográficos y hermenéuticos, en los que debe predominar la concordancia interpretativa entre los diferentes observadores u actores sociales y que se fundamenta en sus enfoques o esquemas mentales pues el capturar eventos desde diferentes puntos de vista, estudiarlos, analizarlos e interpretarlos ayuda a superar la subjetividad, lo que brinda seguridad y rigor a los resultados obtenidos (p. 117-118).

Adicionalmente, Rojas (2007) define la *triangulación de fuentes*, en la que se puede contrastar la información obtenida de diferentes sujetos o grupos de sujetos (docentes, alumnos, directivos, representantes) acerca de un tema, así como también contrastar información obtenida de personas y documentos (p. 168). Ahora bien, para el establecimiento de la validez de los datos y la información de esta investigación y con las afirmaciones teóricas anteriores, se aplicó el criterio de validez interna, conjuntamente con la triangulación de fuentes, debido a que predominan los esquemas mentales e interpretaciones de dos grupos de informantes claves, docentes y estudiantes de la institución educativa objeto de estudio.

La saturación

Se comenzó llevando a cabo las entrevistas para cada grupo de actores sociales previamente definido y a medida que se avanzaba en el proceso, se orientaron las interrogantes en función de las respuestas obtenidas y en la saturación del discurso, es decir, se dejó de hacer entrevistas cuando se llegó al punto de saturación de la información, o lo que es lo mismo, el punto en el hacer entrevistas o preguntas adicionales no aportaba nada nuevo a la información que ya estaba recolectada pues las observaciones adicionales no conducían a comprensiones adicionales. En estos casos, cuando los datos comienzan a ser repetitivos y no se logran aprehensiones nuevas importantes se denominan «saturación teórica» (Cuñat, 2007).

La Teorización

Esta parte tiene por finalidad describir las etapas y procesos que permitirán la emergencia de la posible estructura teórica, “implícita” en el material recopilado en las entrevistas, grabaciones, notas de campo, etcétera. El proceso completo implica la categorización, la estructuración individual y general, la contrastación y la teorización propiamente dicha.

El proceso de teorización utiliza todos los medios disponibles a su alcance para lograr la síntesis final de un estudio o investigación. Más concretamente, este proceso tratará de *integrar en un todo coherente y lógico* los resultados de la investigación en curso mejorándolo con los aportes de los autores reseñados en el *marco teórico referencial* después del trabajo de *contrastación*.

En el campo de las ciencias humanas, la construcción y reconstrucción, la formulación y reformulación de teorías y modelos teóricos o de alguna de sus partes mediante elementos estructurales de otras construcciones teóricas, es el modo más común de operar y de hacer avanzar estas ciencias.

Einstein mismo llegó a afirmar en repetidas ocasiones que su teoría de la relatividad especial no encontró entidades aisladas ni hechos anteriormente desconocidos, ya que todos sus elementos (los conceptos de espacio, tiempo, materia, fuerza, energía, gravitación, onda, corpúsculo, velocidad y otros) estaban en el ambiente desde hacía cincuenta años; lo que él propuso fue una nueva manera de clasificar y relacionar cosas ya conocidas.

Una teoría es una construcción mental simbólica, verbal o icónica, de naturaleza conjetural o hipotética, que nos obliga a *pensar de un modo nuevo* al completar, integrar, unificar, sistematizar o interpretar un cuerpo de conocimientos que hasta el momento se consideraban incompletos, imprecisos, inconexos o intuitivos.

ANALISIS DE LA INFORMACION RECABADA

Teoría Fundamentada

Strauss y Corbin (2002) sostienen que el término “teoría fundamentada” se refiere a una teoría derivada de datos recopilados de manera sistemática, y analizados por medio de un proceso riguroso de investigación. En este método, la recolección de datos, el análisis y la teoría que emerge de ellos, guardan estrecha relación. Debido a que las teorías fundamentadas se basan en los datos, es más posible que generen conocimientos, aumenten la comprensión y proporcionen una guía significativa para la acción. (pp. 21, 22)

En efecto, la Teoría Fundamentada demanda de un proceso sinérgico, riguroso, que permite la construcción de conceptos y teorías, desde el análisis inductivo de los datos recolectados y no de supuestos teóricos preexistentes. Si los procesos son realizados adecuadamente, la teoría desarrollada coincidirá con la realidad del objeto o fenómeno de investigación. Su principal objetivo es la construcción, el *descubrimiento de una teoría significativa* que permita comprender, interiorizar y explicar el fenómeno de estudio, mediante la utilización de técnicas y procedimientos cualitativos.

Los autores antes mencionados presentan once elementos que se deben considerar dentro del proceso analítico, al realizar una investigación utilizando la metodología de la teoría fundamentada:

- 1.- El análisis cualitativo es su mejor aliado, por cuanto se basa en la interpretación del fenómeno estudiado.
- .2.- El análisis cualitativo conlleva una serie de datos o mucha información, por lo que parte del proceso analítico sistemático, involucra su abstracción y reducción.
- 3.- Los hallazgos resultantes del análisis toman diferentes formas cualitativas-interpretativas
- 4.- El análisis cualitativo conlleva el arte de interpretar, interiorizar, sumergirse en el fenómeno estudiado, y a la vez construir ciencia (Teoría).

5.- Involucra el pensamiento crítico, reflexivo, analítico, sinérgico, empático, científico, persistente, por lo cual exige que el investigador sea: *Escéptico* con lo que está suponiendo y emerge en el proceso de categorización de los datos, *Cuidadoso* con la aplicación de teorías previamente desarrolladas y explicadas y *Cuestionador* e inquieto: frecuentemente preguntarse, cuestionarse, reflexionar, sobre la interpretación de los datos en cada proceso de categorización hasta su proceso de construir la teoría científica.

6.- El análisis cualitativo, como un arte interpretativo, entra en juego de manera muy sutil, subjetiva, sensitiva y le otorga sentido intersubjetivo significativo.

7.- La meta del análisis cualitativo es reivindicar la voz del sujeto informante, hacer comprensible el fenómeno en cuestión, e involucrarse en los problemas cotidianos- locales- comunitarios con fines investigativos.

8.- Sigue una lógica sistemática de procedimientos que facilitan el análisis cualitativo, cumpliendo ciertas reglas cualitativas.

9.- El análisis requiere una interpretación, de un abanico de visiones y proyecciones.

10.- Las teorías se construyen, no sólo emergen. El análisis construye la teoría a partir de los datos, la categorización-interpretación sustantiva subjetiva.

11.- La metodología de la teoría fundamentada, se basa en los datos y en su análisis interpretativo riguroso que se puede corregir durante todo el proceso.

En cuanto al análisis de información cualitativa

El acto de analizar se le llama codificación, los conceptos son la base de todo análisis, al codificarlos se examina cuidadosamente los datos investigados de los cuales se desprenden estos conceptos, estos no emergen de la literatura sino exclusivamente del sentir de las unidades de observación, hasta la construcción de una nueva teoría, fundamentada en los datos recolectados dentro del colectivo selectivo informante. (Strauss y Corbin, 2002).

Los conceptos (también llamados trechos de expresión) elaborados son clasificados en niveles como una pirámide, los conceptos más básicos forman la base de la pirámide, formando las subcategorías, la reunión de varias subcategorías comunes generan conceptos más avanzados denominados categorías, los cuales forman el nivel central de la pirámide, y las reunión de estas categorías generan teorías, ubicándose en la estrella de la pirámide cualitativa.

Procesos estratégicos y su descripción para el análisis de datos y construcción de Teoría fundamentada

Formulación de preguntas

Formular preguntas siguiendo la secuencia lógica del objetivo de la investigación, permiten al investigador ampliar sus horizontes para encontrar respuestas al fenómeno investigado. Es necesario interiorizar (memorizar) las preguntas y la secuencia, para generar una amplia sinergia de interacción dialógica informante-investigador.

Comparación

El investigador sistematiza la información, genera conceptos (expresiones de sentido), los compara entre sí, buscando pertinencia, similitud, sentido expresivo, intención, pre-significado entre uno y otro, para agruparlos en categorías y subcategorías con sus propiedades y dimensiones

Analizar los diferentes significados de un término

Seleccionar los diferentes significados de un mismo término; si el investigador no está seguro de su significación, volverá a revisar y analizar los datos, hasta comprenderlos

Analizar la forma de expresión (lenguaje identitario) del informante clave

El informante clave tiene formas interesantes de expresión; comprender su léxico, acento, su dialecto, y sus dichos puede significar mucho del objeto o fenómeno investigado.

Buscar emociones, significados y experiencias del sujeto de estudio

Recopilar y analizar el sentir subjetivo del informante clave, con respecto al fenómeno de estudio, permite al investigador construir conocimientos significativos,

ante lo cual también se establece el comprometimiento hacia el objeto o fenómeno de estudio.

Preguntar qué, quién, cómo, cuándo, dónde, por qué y con qué (consecuencias-efectos).

Esta estrategia enriquece la información y faculta el desarrollo de una determinada categoría en términos de sus propiedades y dimensiones, buscando sus condiciones conceptuales y la construcción teórica.

Determinar factores como: tiempo, espacio, historia, importancia, asuntos económico-sociales y otros alusivos al fenómeno en cuestión.

Estos factores exteriorizan los problemas existentes del fenómeno de estudio y su influencia en el contexto ontológico y epistemológico.

Fuente: Trujillo, C. Naranjo, M y otros (2019). Investigación Cualitativa: Epistemología, métodos cualitativos.

Creación de Memos y Diagramas

Este es un proceso primordial dentro de toda investigación cualitativa, el investigador debe redactar sus memos durante cada etapa del análisis de los datos, en estos se formulan preguntas acerca de los datos y se dan respuestas, haciendo comparaciones, para dar paso a los conceptos. El redactar los memos y diagramas le permite al investigador sumergirse en los datos, y sobre estos desarrollar una sensibilidad teórica mediante el discernimiento de los mismos.

Designar y desarrollar categorías/temas

Con el análisis de los datos cualitativos surgen categorías/ temas, emergidos del acto interpretativo del investigador. Estas serán validadas o invalidadas según se vayan confrontando los datos recolectados. El categorizar es determinar las propiedades y dimensiones de los distintos conceptos, lo que permitirá aglutinarlos en ciertos grupos llamados temas o categorías para construir una teoría fundamentada

que permitirá generar nuevas teorías científicas sustentadas en la lógica del método científico.

POSTURA EPISTEMICA

Recorrido ontoepistémico de la investigación

Postura epistémica

El investigador ubica la perspectiva epistémica de la investigación a través de una imagen o matriz epistémica. Al respecto, Martínez (2006), indica «...la matriz epistémica consiste en el modo peculiar que tiene un grupo humano de asignar significados a las cosas y a los eventos, es decir, en su capacidad y forma de simbolizar la realidad...» (p. 39). De acuerdo con esto, en el gráfico 3 se muestra la matriz epistémica de la investigación, apoyada en Popper y Eccles (1985) quienes refieren que la matriz epistemológica «...origina o determina una conformación o estructura de la mente” en la cual proyecta la investigación a través de seis posturas: teleológica, epistemológica, axiológica, ontológica, metodológica y tecnológica» (p. 185).

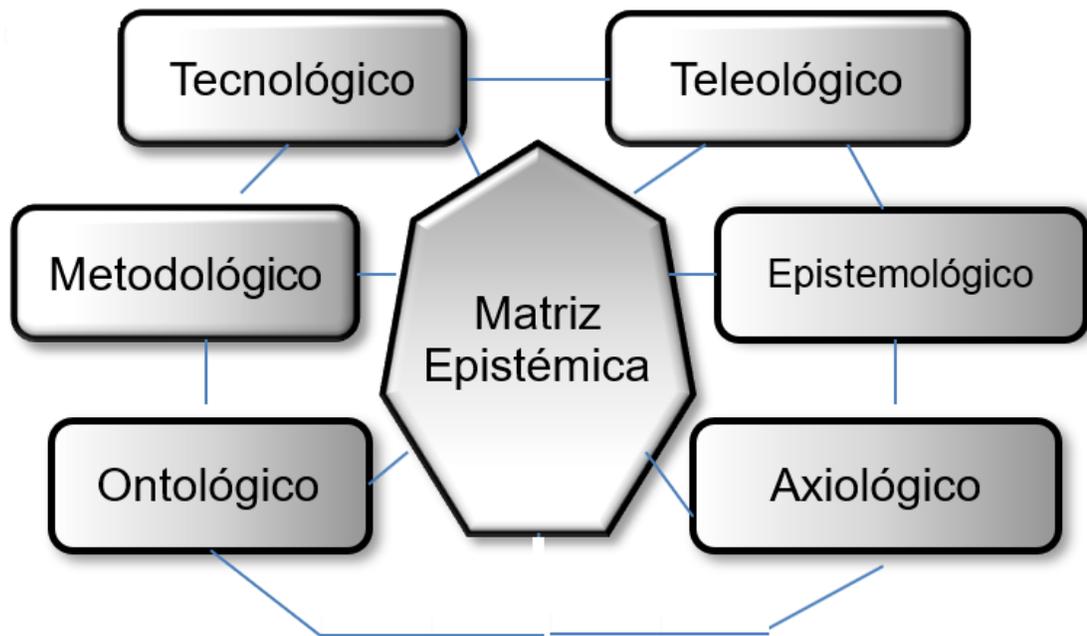


Gráfico 7. Matriz Epistémica de la Investigación.

Por las características de la investigación, esta se ubica desde diferentes puntos de vista:

- **Epistemológico:** de acuerdo a esta postura el enfoque que se utilizó es el cualitativo junto con el paradigma interpretativo porque permitió la comprensión de los significados actores sociales. Adicionalmente, la investigación se ubica en Educación Matemática, específicamente en el campo de la Educación Estadística.

- **Ontológica:** en virtud de que se concibe proyectar, desde el conocimiento integral (mundo de vida) del actor social (docentes), su conocimiento intrasubjetivo para generar posiciones, enfoques, procesos en el desarrollo del modelo de análisis de regresión simple porque el docente en su interacción intrasubjetiva y a través de la nueva didáctica influye en la construcción de los esquemas mentales de los estudiantes para que estos logren un aprendizaje significativo de la importancia del modelo en la aplicación de problemas de índole agrícola.

- **Teleológico:** desde esta perspectiva, la investigación se sumerge en las dimensiones internas de los actores sociales (docentes y estudiantes) de la Facultad de Agronomía de UCV en Maracay, con énfasis en la relación: sujeto -objeto de estudio – significado - función - contexto - ambiente de aprendizaje, en virtud de que el aprendizaje teórico-práctico del análisis de regresión lineal (praxis educativa) se construye, deconstruye y reconstruye en el contexto real (acción) a través de conceptos, aseveraciones y conexiones que pueden modificarse sobre la base de nuevas experiencias, por lo que la realidad social es construida-deconstruida de manera permanente en la cotidianidad.

- **Axiológica:** se respetan los valores de la investigación, del investigador y de los actores sociales (docentes y estudiantes) de la Facultad de Agronomía de UCV en Maracay, cuando aportan en sus verbalizaciones sus opiniones sobre los elementos y factores que influyen en el proceso enseñanza – aprendizaje del modelo de regresión lineal simple y la aplicación de la nueva didáctica en ese proceso.

- **Metodológica:** en virtud de que se utiliza metodología propia de la investigación cualitativa en la que el interés focal es el fenómeno mencionado, es decir, el desarrollo del proceso enseñanza – aprendizaje del modelo de regresión lineal simple apoyado en la nueva didáctica. Adicionalmente, se utiliza la hermenéutica para el análisis e interpretación de los textos y la información obtenida a través de la entrevista, referidos a la problemática de estudio.

- **Tecnológico:** desde su dimensión tecnológica, en esta investigación se considera el desarrollo del proceso enseñanza – aprendizaje del modelo de regresión lineal simple en los estudiantes de Facultad de Agronomía de UCV en Maracay, mediado por una nueva didáctica que en sus elementos constitutivos contiene las TIC.

Fases de la Investigación

Fase 1. Recopilación Documental.

Corresponde a la búsqueda de información de tipo documental sobre el área objeto de estudio, en esta fase se describen las bases teóricas, legales y empíricas sobre las cuales se sustenta la investigación. Es decir; se recopilan los conceptos, constructos, categorías, interrogantes, resultados y conclusiones producto de otras investigaciones. Cabe destacar que este proyecto se inscribirá en la Línea de Investigación en Educación Estadística (LINEDES) perteneciente a la Unidad de investigación: *Centro de Investigación en Enseñanza de la Matemática utilizando Nuevas Tecnologías* (CEINEM-NT) del Departamento de Matemática del Instituto Pedagógico de Maracay

Fase 2. Recolección de Información.

En esta fase se procedió a efectuar la aplicación de las técnicas e instrumentos de recolección de información en el escenario donde esté vinculado el trabajo, en este caso, en la facultad de Agronomía de la UCV, específicamente en el Departamento de Ingeniería Agrícola en Maracay, Estado Aragua, a dos (2) docentes que administran la asignatura Análisis de Regresión y dos (2) estudiantes correspondientes a esos cursos. Los cuales se entrevistarán mediante un guía de temas relacionados con la

investigación en función de los objetivos, lo que arrojó el establecimiento de categorías y subcategorías.

Fase 3. Presentación de los Datos Obtenidos.

Aquí se organizó y clasificó la información obtenida, se procedió a la presentación sistemática y formal de los resultados de acuerdo con cada objetivo formulado.

Fase 4. Análisis e Interpretación de la Información.

En esta parte se procedió a analizar e interpretar los datos obtenidos producto de la búsqueda de información y aplicación de los instrumentos correspondientes. Rodríguez (2007) sostiene que una buena guía para desarrollar esta fase es responder al qué, cuándo, cómo, con qué, con quienes y para que realizar cada una de las actividades.

Indica además este autor, que los diseños de investigación, implican, orientan hacia un conjunto de técnicas de análisis en particular, por lo que si la investigación de campo usa uno de los diseños del método cualitativo, entonces el análisis se hará a la luz del enfoque interpretativo fenomenológico.

Fase 5. Sistematización de la información encontrada.

Se hizo énfasis en un criterio de selección, como fue la relación con los aspectos teleológicos de la investigación, aportes y principales características, que contribuyeron a ofrecer una interpretación de la realidad, a partir de los hechos aportados por los actores sociales, que serían los informantes clave para dar a conocer sus pensamientos y experiencias, entre otras cosas y así, comprender el proceso cognitivo del que forman parte, la interacción que desarrollan con sus pares y los sentimientos y significados generados para construir el aporte teórico.

CAPITULO IV

CONTEXTO CRÍTICO

Presentación y Análisis de los Resultados

En cuanto al Análisis Histórico- epistemológico

El presente capítulo propicia el repensar y la reconstrucción cognitiva, a partir del análisis histórico-epistemológico del modelo de análisis de regresión lineal en el contexto histórico de la teoría de probabilidades, para luego continuar con la exposición e interpretación de los resultados obtenidos al aplicar las entrevistas a los agentes participantes en el proceso de problematización del hecho investigado. Razón por la cual en primer lugar se procede a delinear el Análisis Histórico Epistemológico del modelo de análisis de regresión lineal.

Análisis Histórico Epistemológico del Modelo de Regresión Lineal Simple

De acuerdo a Batanero (2002), el aprendizaje de la Estadística no descansa sobre teorías específicas, por lo que al tratar de renovar la Enseñanza de la Estadística, se debe acercar al área más próxima y analizar las tendencias recientes sobre la Enseñanza de la Matemática, la autora sostiene que:

Estas teorías están basadas en la visión actual dentro de la filosofía de la Matemática, que la consideran como construcción humana, fruto de la necesidad de resolver problemas en campos externos o internos a la Matemática; los objetos matemáticos (conceptos, teoremas, procedimientos) no son eternos e inmutables; por el contrario, serían consecuencia de un proceso de negociación social y están sujetos a evolución. (P.5.)

Tomando como ejemplo desde el punto de vista, según Plackett, (citado por Batanero, 2002) el origen de la idea de media aritmética está en el trabajo de los astrónomos de Babilonia para resolver el problema de estimar los valores

desconocidos de ciertas magnitudes (duración de la estaciones, posición relativa de cuerpos celestes, etc.), en presencia de errores de medida. A partir de una serie de observaciones repetidas, tomaron como mejor estimación la suma total de las observaciones dividida por el número de datos, porque el valor obtenido al realizar dicha operación compensa las diferencias positivas y negativas respecto al resultado y hace mínima la suma de cuadrados de estas desviaciones. Ahora bien, esta operación (de promediar) se ha conservado hasta nuestros días y se ha generalizado progresivamente, introduciendo notaciones para referirnos a los datos y las acciones que realizamos con los mismos, por ejemplo, la expresión: $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n}$

, en la que el valor “n” es genérico (se puede considerar un número cualquiera de sumandos), y la variable “x” puede ser cualquier tipo de magnitud.

Pero es característico de la actividad matemática extender las soluciones a otros ejemplos, diferentes de la situación concreta particular. De tal manera que se puede generalizar la expresión anterior para el caso de una variable aleatoria discreta o continua, llegando a la idea de esperanza matemática:

$$E(\xi) = \sum_{i=1}^n x_i p_i = \mu \quad (\text{Discreta})$$

$$E(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \mu \quad (\text{Continua})$$

De la misma manera, a lo largo de la historia se ha extendido la idea de promedio (momentos, medias de las distribuciones condicionales o marginales,...) y encontrando una variedad de problemas para los cuales esta idea podría proporcionar una buena solución. Cabe resaltar que sólo en una etapa posterior los matemáticos se interesan por el objeto media en sí mismo, analizando sus propiedades y relacionándolo con otros conceptos.

Del mismo modo; Sierpinski (citado por Estepa y Sánchez, 1994) afirman que:

La aparición y desarrollo de las ideas, procedimientos, conceptos, y teorías matemáticas, se han ido perfilando a lo largo de la historia superando obstáculos epistemológicos. La adquisición por parte de las personas de muchos conceptos matemáticos ya elaborados, va ligada a la superación de obstáculos epistemológicos que aparecen asociados a dichos conceptos. (p.62).

Aquí entra en juego lo planteado por Estepa y Sánchez (1994) quienes sostienen:

El conocimiento de los varios avatares por lo que ha pasado una idea matemática, desde su aparición hasta lograr el “status” actual en que se encuentra, dentro de la ciencia matemática, es de gran interés para todos los docentes que tienen la obligación de transmitirla de manera adecuada a sus alumnos. (p.62).

De acuerdo a lo anterior, en el caso de la Estadística, Hildebran y Otros (1977), presentan como ejemplo, el desarrollo histórico de la idea de Asociación Estadística, partiendo del hecho de que: “las técnicas de regresión y correlación tienen como objeto, de manera general, estudiar la posible relación existente entre dos variables continuas. La idea de asociación estadística surge de la extensión de la idea de correlación a variables cualesquiera, incluso no numéricas”. (p.25).

Lo que permite, plantear que la enseñanza de esta idea, fundamental en estadística, se debe optimizar, ya que su presencia en el conjunto de métodos estadísticos es bien clara, por lo que una comprensión correcta de la misma es un prerrequisito básico para la de muchos otros conceptos y procedimientos estadísticos. En los cursos sobre estadística, ya sea Descriptiva o Inferencial, la asociación tiene una presencia garantizada dado que supone una herramienta conceptual esencial, claro está, que en el estudio descriptivo de la asociación y regresión, no se plantean problemas de inferencia. Por este motivo, no se trata el problema del contraste de hipótesis.

En este mismo orden de ideas, se puede observar que la Estadística como disciplina, se proyecta sobre diversos ámbitos del conocimiento humano, aportando herramientas para la resolución de problemas o incluso creándolas para determinar su solución. A lo cual Barnett (1983) refiere: “La Estadística es una disciplina práctica para comprender el mundo no determinista en el que vivimos y para resolver

problemas reales de la sociedad, desde la Agricultura hasta la Meteorología o la Zoología – de la A a la Z!” (p.4).

Es natural entonces poder observar afirmaciones como las de Estepa y Sánchez (1994) con relación a esta idea:

Hemos visto como hombres con una preparación matemática inferior a la de los grandes matemáticos de la época, pero motivados por la solución de un problema, llegan a descubrimientos de extraordinaria repercusión en el desarrollo posterior de la estadística, lo que nos proporciona una buena lección didáctica, sobre las posibilidades que puede ofrecer un interesante problema de la vida real, que atraiga la atención de una persona. (p.70)

Esto refleja que la enseñanza de la estadística, basada en situaciones reales del entorno del alumno, será siempre más eficaz que la que utiliza datos ficticios. La motivación del alumno crecerá y sentirá la necesidad de encontrar soluciones adecuadas y elegir entre las posibles, las más adecuadas (un problema didáctico en la enseñanza de la estadística es que el alumno admita la existencia de varias soluciones). El debate y la discusión con los compañeros de las soluciones aportadas, ayudará al estudiante a comprender los conceptos fundamentales y le hará sentir la necesidad de comunicar su solución de manera más clara posible.

En el documento de los estándares del Consejo Nacional de Profesores de Matemática (NCTM) en 1991 se recomienda que:

Uno de los aspectos esenciales en los problemas estadísticos es la comunicación de los resultados, dependiendo de cuál sea el sentido de la misma así será su interpretación por ejemplo, la recta de regresión que tiene como único referente para su determinación a los datos, puede estar influenciada por puntos disonantes, que se detectarían mediante la nube de puntos, siendo aconsejable un nuevo ajuste con mejor correlación. Todo lo anterior posibilitará que el alumno obvие la imagen simplificada de que la resolución de problemas es en cierto modo una ley de composición algebraica donde se opera números para obtener otros números. (p. 72).

Según Batanero (2002), la génesis histórica de los conceptos tiene su paralelismo en el aprendizaje de los mismos, que también es un proceso gradual, a lo cual indica, “es paradójico que la enseñanza siga con frecuencia un proceso contrario al de la construcción histórica.” (p.6). Sostiene además que en las clases se suele dar gran importancia a los conceptos, proposiciones y teoremas (a nivel universitario, las clases teóricas son las más importantes, impartidas generalmente por el profesor con mayor experiencia). Los problemas y aplicaciones se consideran sólo un apéndice, suponiendo que si el alumno comprende la teoría será capaz de resolver los problemas que se le plantean. Esta creencia es hoy rebatida por psicólogos educativos, sobre todo en relación a niños y adolescentes.

Piaget e Inhelder, (citado por Batanero, 2002) postulan que además del desarrollo físico, son necesarios para el aprendizaje: la experiencia adquirida en forma activa, las interacciones o transmisiones sociales y la resolución de situaciones problemáticas. El autor sostiene que el conocimiento es construido activamente por el sujeto y no recibido pasivamente del entorno. El sujeto trata de adaptarse al mundo que lo rodea y cuando una idea nueva se presenta sobre otras ya existentes se crea un “conflicto cognitivo” o “desequilibrio” en su estado mental, que se resuelve mediante un proceso de “equilibración” (asimilación y acomodación). Mediante la asimilación el niño acepta la nueva idea y mediante la acomodación toda su estructura cognitiva se modifica para adaptarse al nuevo conocimiento. (p.7).

Otra influencia muy fuerte en educación viene de Lev-Vygotsky, quien basa su teoría del aprendizaje en la actividad, considerando que el sujeto no sólo responde a estímulos que se le proporcionan, sino que actúa sobre ellos y los transforma, usando instrumentos mediadores de dos tipos: herramientas y símbolos (o signos), los cuales son productos culturales necesitando el niño de la interacción social para descubrir su función.

La herramienta actúa sobre el estímulo y lo modifica. El signo es un producto cultural que actúa como mediador entre la persona y el entorno y no modifica el estímulo, sino a la persona que lo usa como mediador, puesto que el símbolo permite

referirse a un objeto o acción, y con ello interiorizarlo, así como compartir su significado con otros.

El aprendizaje, consiste en la interiorización progresiva de instrumentos mediadores. Vygotsky (1987), diferencia dos niveles de desarrollo de la persona:

1. El desarrollo efectivo que es lo que el individuo es capaz de hacer por sí mismo, sin ayuda de mediadores externos o personas, es decir, con los mediadores interiorizados.

2. El desarrollo potencial que es lo que se es capaz de hacer con ayuda de otras personas o mediadores externos.

La diferencia entre estos dos niveles, sostiene Vygotsky, es la zona de desarrollo potencial. De acuerdo a Batanero (2002), una gran cantidad de investigadores basan sus trabajos en estas teorías y otras derivadas de ella y enfatizan el papel del trabajo colectivo de los alumnos con situaciones problemáticas y la importancia de sus interacciones para lograr un progreso en el aprendizaje. Así, se tiene por ejemplo la investigación de Carvalho (Citado por Batanero, 2002), quien estudió el interés del trabajo de los alumnos en pareja con situaciones que no les resultan inmediatamente accesibles y cómo este trabajo permite el progreso del aprendizaje de la estadística no sólo del alumno que tenía menos conocimientos iniciales, sino de su compañero.

Centrado ahora en el análisis histórico - epistemológico del análisis de regresión lineal de variables aleatorias.

Considera el investigador que para este análisis histórico es necesario tomar como punto de partida el concepto de **Variable Aleatoria**, ya que a partir de este concepto se establecen los denominados Modelos de distribución de probabilidad de una variable aleatoria, con sus elementos denominados Esperanza Matemática y Varianza de la Variable aleatoria, apareciendo luego la necesidad del estudio de los modelos de distribución conjunta de probabilidad de variables aleatorias, originándose así los conceptos de Esperanza Matemática y Covarianza de las variables aleatorias, dando origen al estudio de la **Asociación de Variables Aleatorias**, en otras palabras

descubrir y medir la asociación o covariación entre las variables, para determinar cómo varían juntas las variables, así aparecen el análisis **Correlación y la Regresión**.

La correlación y la Regresión son dos aspectos relacionados, pero distintos, del estudio de la asociación. El primero tiene como objetivo determinar el grado de la relación entre las variables, mientras que el análisis de regresión, trata de establecer la naturaleza de la relación entre las variables, es decir, estudia la relación funcional entre las variables y, por tanto proporciona un mecanismo de predicción o pronóstico. Ahora bien, para comprender el origen y desarrollo del Análisis de Regresión, se analiza el origen de la Correlación previamente hasta el establecimiento del denominado **Método de los Mínimos Cuadrados**, el cual cristaliza la génesis del **Análisis de Regresión** e impulsa la creación de los diferentes modelos de análisis de Regresión utilizados hoy día en la investigación y aplicación en diseños de experimentos.

Formación del Concepto de Variable Aleatoria.

En palabras de Salinero (2008) “Suele ocurrir que la formación de los conceptos científicos ocurre antes de que sean comprendidos totalmente. Esto también fue lo que pasó con el concepto de variable aleatoria, uno de los pilares básicos de la teoría de probabilidad moderna” (p.23).

De acuerdo a Todhunter (1949) El concepto de variable aleatoria estuvo presente de forma encubierta casi desde el principio de la teoría de probabilidad. En uno de los problemas de su libro, Huygens introdujo una variable aleatoria que sigue una distribución Hipergeométrica.

Hald (1990) sostiene que cuando Galileo habló de los errores, “aleatorios” que no se pueden predecir y que varían de medida en medida, en realidad se refería a que esos errores son una variable aleatoria de distribución desconocida.

Boyer (1999) indica que cuando Bernoulli enunció su ley de los grandes números, al contabilizar el número de bolas blancas extraídas de la urna, ese número de éxitos es

una variable aleatoria que toma valores entre **1** y **n** el número total de pruebas, siguiendo una distribución binomial.

En el mismo orden de ideas Datson (1998) Al analizar el problema de la ruina del jugador, también aparece una variable aleatoria, el número de juegos hasta que uno de los jugadores queda arruinado. Y De Moivre fue incluso más lejos al introducir la distribución normal.

Sin embargo, afirma Hacking (1995) que ninguno de ellos se dio cuenta que hacía falta introducir un nuevo concepto. Tampoco Gauss, Daniel Bernoulli o Laplace mencionaron en ningún momento esta idea, ni siquiera cuando en el comienzo del siglo XIX aparecieron nuevos problemas en los que siempre aparecía la distribución normal: el tamaño de los órganos de animales de la misma edad, la desviación de los proyectiles en la artillería o en la teoría matemática de la física molecular aplicada a los gases. Además, la preeminencia de la distribución normal sobre todas las demás tuvo el efecto contraproducente de desalentar la investigación sobre las propiedades de la media y la varianza, porque para el caso de la normal es una cuestión bien conocida.

Los primeros pasos en la dirección de introducir la idea de „variable aleatoria“ fueron dados por el francés Simeón Denis Poisson (1781-1840) en 1832 en su libro “Sobre la Probabilidad de los Resultados Promedios de Observaciones”. No utilizó el término “variable aleatoria”, pero sí habló de alguna “cosa” que uno puede entender como un conjunto a_1, a_2, \dots, a_n con sus correspondientes probabilidades p_1, p_2, \dots, p_n es decir, habló de las variables aleatorias discretas. También consideró variables aleatorias continuas y sus densidades.

Simeón Denis Poisson



(1781-1840) francés

La definición de variable aleatoria dada por Poisson era demasiado intuitiva y demasiado apegada a la experiencia práctica como para servir de base a un desarrollo teórico de la teoría de la probabilidad. Era necesaria una formalización más profunda de los conceptos probabilísticos y hubo que esperar al desarrollo de las teorías de conjuntos y de la medida que tuvo lugar a finales del siglo XIX y comienzos del XX, debidos principalmente a Georg Cantor, Emile Borel y Henri Lebesgue.



Georg cantor
(1845-1918)
Alemán



Emile Borel
(1871 – 1956)
francés



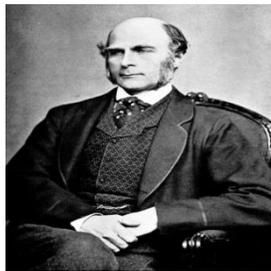
Henri Lebesgue
(1875 – 1941)
francés

La palabra “variable” fue utilizada por primera vez por Pafnuty Chebyshev, que asumió implícitamente que todas las variables aleatorias eran independientes y fue Alexander. Lyapunov (1857–1918) el primero que usó sistemáticamente el término “variable aleatoria” y especificó que serían independientes cuando fuese necesario. En el comienzo de su obra “Sobre una Afirmación en la Teoría de Probabilidad”, Lyapunov dio la definición de función de distribución de una variable aleatoria tal y como la conocemos hoy.

Con respecto a la Correlación de Variables Aleatorias

Suele atribuirse a Sir Francis Galton (1822 – 1911) el descubrimiento de la Correlación, en este sentido Cortada - Carro en 1969, citada por González (1990) expresa:

Galton (1822 – 1911), a quien se debe considerar como el precursor de psicometría en la psicología, pues extendiendo la estadística a los datos de tipo genético para el estudio de la herencia de los caracteres somáticos y psíquicos, la utilizo para demostrar sus conceptos sobre las diferencias individuales y proporciono el origen del método de correlaciones... (p.5)



Sir Francis Galton (1822 -1911)

Sin embargo, los orígenes de la Correlación hay que hallarlos en trabajos anteriores a los presentados por Galton, los cuales fueron publicados antes de su nacimiento, ya en 1808, Robert Adrain (1775-1843) había publicado las dos pruebas de la Ley del error bajo el título *Research concerning the probabilities of the errors which happen in making observations* (Investigación sobre las probabilidades de los errores que ocurren al hacer observaciones) publicada en la revista *The Analyst or Mathematical Museum*, dirigida por Adrián. La segunda de estas pruebas se refiere a la independencia entre variables, y trata el problema de un modo matemático: “Curvas de igual Probabilidad”, “fuentes de error de probabilidades iguales”.

Adrián descubrió que dos curvas de igual probabilidad podrían ser círculos concéntricos para dos fuentes de error iguales, y podrían ser elipses concéntricas, cuando las fuentes de igualdad probable no fuesen una razón uno a uno.



Robert Adrain (1775 – 1843)

Pierre Simón, Marqués de la Laplace (1749-1827) en 1810, Giovanni Antonio Amadeo Plana (1781-1864) en 1812, Carl Friedrich Gauss (1777-1855) en 1823 y Auguste Bravais (1811-1863), presentan ecuaciones similares, en sus publicaciones sobre probabilidad, a la ecuación de las ordenadas del área correspondiente a la correlación de dos variables que se distribuyen con una ley de probabilidad Z.



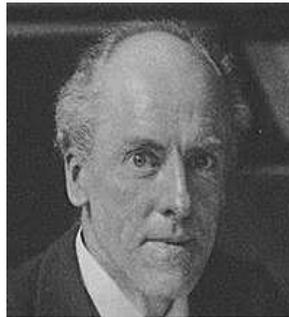
Laplace (1749-1827) Amadeo Plana (1781-1864) Auguste Bravais (1811-1863)

Laplace en 1810 en su trabajo sobre integrales definidas y su aplicación al cálculo de probabilidades, incluye una integral doble que corresponde con la expresión matemática “ ρ ” (hoy día representa coeficiente de correlación), también la incluye en su obra *Teoría Analítica* en 1812. En colaboración con Plana presento una ecuación, similar a la que se usa hoy para calcular el coeficiente de correlación, para calcular la probabilidad de ocurrencia simultánea de dos variables.

La primera exposición teórica sobre correlación se debe a Bravais, quien fue profesor de Astronomía en Lyon y de Física en París, quien en su trabajo *Análisis Matemático sobre las probabilidades de los errores de situación de un punto* en

1846, expresa como solución geométrica una elipse con el centro situado en el origen de coordenadas cartesianas.

Es importante destacar, que Pearson dejó constancia en sus obras en 1902, 1924, 1920 de la admiración que sentía por Galton, de haber sido Galton quien introdujera en la Estadística el término de correlación lo hubiera señalado en sus obras, sobre todo en la de 1920 en la ofrece una visión panorámica del nacimiento del término correlación. El mérito de Galton en la génesis y desarrollo del concepto correlación radica en haber usado por primera vez, en sentido técnico, el término correlación en un artículo titulado *co-relation and their measurement*, en el que sostiene que las estaturas de los padres y sus vástagos adultos están correlacionadas.



Karl Pearson (1857 – 1936)

Karl Pearson fue un prominente científico, matemático y pensador británico, que estableció la disciplina de la estadística matemática. Desarrolló una intensa investigación sobre la aplicación de los métodos estadísticos en la biología y fue el fundador de la bioestadística. Siempre sostuvo que la estadística es la gramática de la ciencia.

La paternidad del término Regresión se atribuye, sin reservas, a Galton y su nacimiento se sitúa en las coordenadas tiempo – espaciales (*Typical laws of heredity in man*) que no son totalmente ciertas; porque si es verdad que el concepto de regresión ya está implícito aquí, Galton usa la palabra *reversión* y no regresión. Palabra y concepto unidos aparecen más tarde en 1855 en *Regression towards mediocrity in hereditary stature*.

Casi desde su nacimiento se empleó el método correlacional de Galton en la investigación educacional: Bryan (1892) usó el coeficiente de correlación en un estudio sobre la capacidad motora voluntaria en una muestra de 787 niños. Este método cuantitativo sirve para descubrir, explorar y medir la intensidad de las relaciones ya existentes entre dos o más variables. Con la aparición de este método los problemas de investigación educacional se polarizan: problemas observacionales y problemas experimentales. En estos últimos se controla una o más variables para descubrir las leyes matemáticas de carácter general que expresen, en función de las variables exógenas, los cambios que se operan en la variable endógena.

Los métodos correlacionales se aplican al estudio de las diferencias individuales: a principios del siglo 1900-1930, un grupo de psicólogos ingleses dirigidos por Spearman, Burt y Thomsom, inician los estudios sobre la naturaleza de la inteligencia, basándose en los resultados obtenidos en las correlaciones calculadas entre dos puntuaciones obtenidas por los individuos en pruebas que les eran aplicadas para medir diversos aspectos de la actividad mental de hombres y mujeres.

Pearson y Galton

Stephen M. Stigler (1986) sobre Francis Galton, ha escrito, “es una figura romántica en la historia de la estadística, quizá el último de los caballeros científicos”. Estudió Medicina en Cambridge, y la ejerció sin distinción. Heredero de grandes recursos materiales, al tomar posesión de su herencia dedicó su energía a satisfacer su curiosidad científica. Exploró África, elaboró mapas. Posteriormente se interesó en Psicología, Antropología, Sociología y hasta en Criminología, pero a partir de 1865 su trabajo predominante fue en estudios de la herencia. Galton fue vástago de una familia notable, nieto de Erasmus Darwin (1731 - 1802) quien además de abuelo de Charles, fue un renombrado médico, fisiólogo y poeta y, según algunos autores, entre ellos Bronowsky, (1978), concibió antes que su otro nieto la teoría evolucionista. Charles Darwin fue su primo carnal.

Desde el punto de vista de la estadística matemática se considera a Galton como un ingenioso amateur, ya que, sin conocer los refinados métodos estadísticos de la

época (de Laplace y Gauss) y por medio de investigaciones empíricas de las leyes de la herencia, estudia la variabilidad de características humanas y desarrolla sus propios y rudimentarios métodos para describir observaciones univariadas y bivariadas normalmente distribuidas, explicando la utilidad y el significado de la correlación y regresión no solamente en el contexto de la herencia sino en general.

Karl Pearson nació en Londres el 27 de marzo de 1857. Fue un hombre con una energía excepcional y ambicionó siempre las distinciones académicas. También acumuló una vasta cultura general, como lo prueban sus importantes ensayos sobre filosofía de la ciencia. Aunque no tenía la originalidad de Galton trabajó a su lado, con mayor arsenal matemático, y muchos problemas propuestos por él. En colaboración estrecha con George Udny Yule, generó el primer conjunto unificado de métodos estadísticos y los volvió de uso común. Galton y Pearson, alumno y discípulo, crearon la escuela biométrica, firmemente establecida alrededor de 1900.

Gauss vs Legendre y el descubrimiento de la regresión estadística

El legendario matemático Carl Friedrich Gauss consideró su descubrimiento de la regresión estadística como "trivial". El método parecía tan obvio para Gauss que él pensó que no había sido el primero en utilizarlo. Él no publicó su hallazgo hasta muchos años más tarde, después que Adrien-Marie Legendre publicó el descubrimiento del mismo. Cuando Gauss sugirió que lo había descubierto y usado antes que Legendre se desató una de las más famosas disputas de la historia de la ciencia. Gauss finalmente obtuvo el reconocimiento del descubrimiento pero no sin lucha.



Carl Friedrich Gauss
(1777 – 1855)

La regresión estadística es una herramienta para la investigación de la relación entre las variables. Se utiliza con frecuencia para predecir el futuro y entender qué factores provocan un resultado. Si quieres saber el ganador de las próximas elecciones, o averiguar el impacto de un nuevo medicamento, seguramente utilizarás la regresión.

En el siglo XVIII, la mejora de la navegación oceánica fue quizás el problema científico práctico más importante. Los viajes por mar seguían siendo peligrosos, la mejora en esta área daba mucho dinero. Con una mayor precisión en la navegación, los barcos y sus cargas, llegarían a su destino con mayor rapidez y seguridad. La Geodesia, el estudio de la medición de la tierra, estaba en pleno auge. Una herramienta clave era el estudio de los movimientos de los otros planetas y cometas, en relación a la Tierra. Esto conducía a una mejor cartografía y un mejor conocimiento de la ubicación, que a su vez hacía más fácil encontrar el camino más rápido y seguro.

Fue en este contexto histórico en el que los matemáticos Carl Friedrich Gauss y Adrien-Marie Legendre descubrieron de forma independiente el método de los mínimos cuadrados, la característica esencial de la regresión estadística. Los mínimos cuadrados es una manera de utilizar los datos para hacer predicciones cuantitativas. Estas predicciones se han optimizado de modo que, para cualquier punto en el conjunto de datos, el error del modelo multiplicado por sí mismo (al cuadrado) se reduce al mínimo. Tanto Gauss y Legendre utilizan el método de los mínimos cuadrados para entender las órbitas de los cometas, en base a mediciones inexactas de las ubicaciones anteriores.

Hay dos razones principales para que el error al cuadrado fuera casi inmediatamente aceptado por la comunidad matemática. En primer lugar, en ese momento y en menor grado hoy, era relativamente fácil de calcular. Si bien no existe una fórmula sencilla que se puede utilizar para obtener la mejor estimación para minimizar el error al cuadrado, es una prueba seria para calcular la mejor estimación

para casi cualquier otro criterio de optimalidad, incluyendo el error absoluto. En segundo lugar, la estimación basada en mínimos cuadrados tiene algunas propiedades estadísticas ingeniosas.



Adrien-Marie Legendre (1752 – 1833)

Legendre fue el primero en hacer público su descubrimiento del método de mínimos cuadrados. En su documento de 1805, "Nuevos métodos para la determinación de las órbitas de los cometas",

Carl Friedrich Gauss llamado el "Príncipe de los matemáticos." En un movimiento de indecencia académica, le "robó" el crédito del descubrimiento a Legendre. En 1809 en el tratado de Gauss, "Teoría del movimiento de los cuerpos celestes en movimiento alrededor del sol en las secciones cónicas," el matemático fue capaz de resolver el problema aparentemente irresoluble del cálculo de las órbitas planetarias. La manifestación central de su teoría era la capacidad de Gauss de adivinar cuándo y dónde el asteroide Ceres aparecería en el cielo, un logro que ningún otro científico podría reclamar. Tenía una gran cantidad de complejas matemáticas y geometría, incluyendo el uso del método de los mínimos cuadrados.

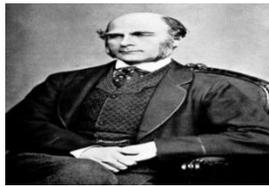
Gauss escribió: "Nuestro principio, del que hemos hecho uso de desde 1795, últimamente ha sido publicado por Legendre...." Legendre se horrorizó. La decisión de Gauss de reclamar un descubrimiento que otro matemático había publicado antes que él era sin duda un comportamiento cuestionable. Legendre envió una carta a Gauss para expresar su profunda decepción.

Gauss nunca se retractó de su afirmación. La evidencia sugiere que Gauss estaba diciendo la verdad. Gauss había explicado la teoría de mínimos cuadrados a algunos

matemáticos anteriormente a la publicación de Legendre, y hay cálculos en sus cuadernos, que no se podrían haber hecho por otro método.

Gauss no había publicado su hallazgo debido a su preferencia por desarrollar sus ideas antes de hacerlas públicas. Gauss tenía un lema, "Pocos, pero maduros." Hoy en día, a Gauss se le atribuye la invención de los mínimos cuadrados, y por lo tanto de la regresión estadística. Esto se debe principalmente a que la explicación de Gauss fue mucho más desarrollada que la de Legendre.

A pesar de que fueron los creadores de la característica principal de la regresión, ni Gauss ni Legendre utilizaron la palabra "regresión" para referirse a su método. El término fue aplicado por primera vez a las estadísticas por Francis Galton. Galton es una figura importante en el desarrollo de las estadísticas y la genética. Por desgracia, sus estudios sobre la herencia le llevaron a inventar el término "eugenesia" y a abogar por el alumbramiento de una sociedad "mejor".



Galton

Galton no conocía la literatura estadística germana y utiliza el método de Quetelet, tomado de un geógrafo para ajustar una distribución normal a sus datos. Este método era muy simple desde el punto de vista numérico, ya que, requiere solamente el cálculo de frecuencias relativas y la interpolación en la tabla de la binomial acumulativa. Como no domina con soltura la matemática de su tiempo utiliza artificios mecánicos para "probar" las propiedades de la distribución binomial.

El análisis de regresión como lo conocemos hoy en día es principalmente trabajo de Ronald Fisher, uno de los estadistas más reconocidos del siglo XX. Fisher combina el trabajo de Gauss y de Karl Pearson para desarrollar una teoría plenamente efectiva de las propiedades de estimación por mínimos cuadrados.



Ronald Aylmer Fisher (1890 -1962)

Ingles

Estadístico y biólogo que usó la matemática para combinar las leyes de Mendel con la selección natural, de manera que ayudó así a crear una nueva síntesis del Darwinismo conocida como la síntesis evolutiva moderna.

En cuanto a Ronald Aylmer Fisher, nació en Londres en 1890. Cuando ingresó a Cambridge, en 1909, la controversia entre Biométricos y Mendelianos dominaba el escenario de las ciencias biológicas en Europa. En 1911, como estudiante en Cambridge, Ronald Aylmer Fisher dictó una conferencia genial para un joven de 21 años. En ella prefiguró una síntesis de las tesis de Darwin y Mendel, mediante el simple argumento de que si una característica, digamos la inteligencia de un individuo, estuviera determinada por 20 pares de alelos, la escala de inteligencia tendría 2^{20} (1 048 576) valores posibles. Es obvio que este argumento elimina la supuesta incompatibilidad entre Mendelismo y evolución continua.

Desde que se graduó en Cambridge, en 1913, habrían de pasar seis años para que encontrara un empleo acorde a sus habilidades. Durante esos años trabajó en compañías de seguros y enseñó matemática en escuelas preparatorias. Su primer artículo formal se tituló: “On an absolute criterion for fitting frequency curves” (Fisher, 1912). En 1915 publicó su único artículo en *Biometrika*, la revista fundada por Karl Pearson (con financiamiento de Galton) en 1902. El artículo, que tendría una influencia fundamental durante muchos años, tenía el título: “Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples from an indefinitely large population”. Que Fisher no volviera a publicar en *Biometrika* y que no ocupara jamás una cátedra en Estadística en Inglaterra, dice mucho sobre el conflicto entre dos egos monumentales.

A pesar de los disensos con Pearson, en 1919 recibió una oferta para trabajar en el Galton Laboratory, y casi simultáneamente una de Sir John Russell para ocupar un puesto en la Estación Experimental de Rothamsted. Eligió Rothamsted suponiendo que allí tendría mayor libertad para emprender investigación original, en lo que sin duda tuvo razón. Seguramente influyeron también sus controversias con Karl Pearson.

En Rothamsted concibió el análisis de varianza, el concepto de aleatorización y creó el Diseño de Experimentos, con los diseños en bloques, cuadros latinos y de bloques incompletos. De su trabajo se derivan todos los diseños actualmente vigentes. Su libro “Statistical Methods for Research Workers” (Métodos estadísticos para) (1925) es el primer tratado moderno de inferencia científica, y el de 1935 “The Design of Experiments” (Diseño de experimentos) es el agente responsable de los cambios más importantes en la metodología científica contemporánea.

En la década de 1920, IBM creó tabuladores de tarjetas mecánicas perforadas que podrían ser utilizadas para calcular las respuestas a los análisis estadísticos computacionalmente pesados como regresiones. Aun así, hasta la década de 1970, los cálculos para completar una regresión podría tomar días y la tecnología sólo estaba disponible para los investigadores.

No fue sino hasta la aparición del computador de mesa cuando el uso del análisis de regresión fue verdaderamente democratizado. Hoy en día, cualquier persona con acceso a una computadora puede ejecutar una regresión para un conjunto de datos de tamaño moderado en menos de un segundo.

Antecedentes de los Mínimos Cuadrados

En los actuales manuales de estadística se plantea el método de mínimos cuadrados como una importante y singular técnica relacionada con el problema del ajuste, consistente en obtener la ecuación de una recta que, bajo determinado criterio, se acerque o adapte lo mejor posible a los puntos observados de una distribución bidimensional.

Sin embargo, en sus comienzos, el método de mínimos cuadrados era una técnica geodésica. Era una técnica para resolver sistemas de ecuaciones donde el número de ecuaciones superaba al de incógnitas.

Es importante resaltar que varios son los antecedentes alejados de la estadística que generaron al método de mínimos cuadrados: el problema de la figura de la Tierra y, ligado a él, la medición del arco del meridiano terrestre, y a su vez este último relacionado con el problema de la introducción del Sistema Métrico Decimal.

Cabe destacar que Ruiz Garzón (2003) considera que los matemáticos deberían tratar estos temas al unísono y no como si fueran compartimentos estancos. La visión conjunta de todos estos problemas es mucho más enriquecedora para el alumno

Los dos principales métodos para determinar la figura de la Tierra son los experimentos con el péndulo y las medidas del arco del meridiano terrestre.

Que la tierra no era una esfera perfecta se sabía porque a un péndulo cerca del Ecuador le afectaba menos la gravedad que al mismo péndulo en París. Newton demuestra en los *Principia* (1687), que la Tierra tiene que ser achatada por los Polos.



Isaac Newton
(1643 -1727)

Pero no fue el único intento. En Italia el Papa Benedicto XIV comisionó al sacerdote jesuita Serbio Giuseppe Ruggiero Boscovich (1711-1787), fue un físico, astrónomo, matemático, filósofo, poeta y jesuita de la República de Ragusa (hoy Dubrovnik en Croacia), para llevar a cabo ciertas medidas del arco del meridiano. Boscovich propuso el método que Laplace bautizó como “método de situación” para

diferenciarlo del “método de los mínimos cuadrados” (este último más ventajoso que el primero, en palabras del sabio francés.



Benedicto XIV
(1675 -1758)
Italiano



Giuseppe Ruggiero
(1711 – 1787)
Italiano

Mientras el método de mínimos cuadrados propuesto por Legendre minimiza la suma de los errores al cuadrado, el método propuesto por Boscovich minimiza la suma del valor absoluto de los errores

Algo importante para resaltar en este análisis, es que el problema de la medición del arco meridiano está relacionado con la introducción del Sistema Métrico Decimal.

En 1790 la Convención Nacional decide introducir un sistema métrico que acabe con la disparidad de medidas que existían en todos los países. Unos planteaban como medida de longitud la de un péndulo que marca el segundo en 45° de latitud, a través de la conocida formula física que liga la longitud del péndulo l con su periodo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

En conclusión, el papel de la astronomía ha sido muy importante en el origen y desarrollo del método de mínimos cuadrados. Legendre publica el método en 1805 en un apéndice del libro sobre la órbita de los cometas *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites del comètes*.

En 1801, el astrónomo italiano Giuseppe Piazzi, descubrió el asteroide al que le colocaron el nombre de Ceres (denominado hoy día, planeta enano). A causa de la situación desfavorable del asteroide respecto del Sol, solo pudieron practicarse las observaciones durante cuarenta días. Por haberlo perdido tan pronto los astrónomos se enfrentaron al problema de calcular sus posiciones a partir de pocas observaciones. Gauss desarrollo un sistema para el cálculo de orbitas, método que se utiliza hoy día para seguir satélites artificiales, basado en el método de mínimos cuadrados. Gauss calculo la trayectoria de Ceres de tal manera que cuando el asteroide apareció por el otro lado del Sol, los astrónomos lo encontraron cuando y donde gauss les había dicho.

Giuseppe Piazzi fue un astrónomo, sacerdote y religioso teatino italiano, conocido por ser el descubridor de Ceres (el 1 de enero de 1801) y el fundador del observatorio astronómico de Palermo.



Giuseppe Piazzi (1746 – 1833)

Italiano

Es importante destacar, que en el método de los mínimos cuadrados de Legendre no hay probabilidad. Solo cuatro años más tarde, cuando Gauss publica sus resultados en *Theoria motus corporum coelestium*, se encuentran conceptos de Estadística como la distribución normal o también llamada “Ley de los Errores”. Legendre y Gauss mantuvieron una agria disputa sobre la prioridad en el descubrimiento del método de mínimos cuadrados (García Azcarate, 2002).

Por tanto, el Método de Mínimos Cuadrados **no fue creado para la Estadística. Es un Método Geodésico, creado para ayudar a los astrónomos.**

Nótese que debido al supuesto de linealidad del modelo $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$, este recibe el nombre de estimador lineal de $y = \beta_0 + \beta_1 x$. el estimador lineal ideal que se busca aquí es el Mejor Estimador Insesgado lineal (MEIL). El método que se usa para obtener el MEIL se llama método de los mínimos cuadrados. Existe una amplia motivación y justificación para usar este método. En primer lugar, cuando las Y son variables aleatorias con varianzas iguales y cuando las X son fijas, entonces por el teorema Gauss-Markov, el MEIL de β_0 y β_1 puede obtenerse por el método de los mínimos cuadrados. Segundo, cuando las Y están normalmente distribuidas, los estimadores obtenidos por mínimos cuadrados serán idénticos a los obtenidos por el método de probabilidad máxima. Finalmente, está el hecho de que el método de mínimos cuadrados tiene tratabilidad matemática razonable.

Por su importancia, los mínimos cuadrados (MC) son tratados con gran frecuencia en numerosas publicaciones científicas y técnicas. Es necesario señalar que el problema de MC es conocido bajo diferentes nombres en varias ramas, por ejemplo, en Estadística se le llama análisis de regresión, y en Ingeniería, estimación de parámetros, filtraje o identificación de procesos.

Este método surgió a partir de los campos de la Astronomía y la Geodesia, cuando los matemáticos y demás científicos buscaban soluciones ante los retos de la navegación oceánica durante la era del descubrimiento. Para la navegación de los buques en mares abiertos (gracias al empleo de dicho método) se pudo utilizar una descripción precisa del comportamiento de los cuerpos celestes; sin embargo anteriormente para determinar las posiciones de sus buques los navegantes dependían de las observaciones terrestres.

El desarrollo del fundamento de los MC se le atribuye a Carl Friedrich Gauss en 1795, a los 18 años. Una prueba temprana de la eficiencia de su método lo constituyó la predicción de la posición futura del asteroide Ceres, descubierto poco antes. Además, el francés Adrien-Marie Legendre en 1805 y el norteamericano Robert

Adrain en 1808 formularon independientemente la idea del análisis de MC; Gauss no publicó el método hasta 1809, posteriormente a Legendre

En los dos siglos siguientes a partir de 1809, especialistas en teoría de errores y en Estadística encontraron muchas vías diferentes para implementar los MC: Entre 1821 y 1823 el propio Gauss publicó el método de **mínimos cuadrados ponderados** (MCP) para resolver sistemas lineales $Ac=b$ donde la matriz A tiene $n+1$ columnas (linealmente independientes) y $N+1$ filas, ($N \geq n$). Los datos incluyen estimados de la precisión de las mediciones, en forma del recíproco de la varianza de cada medición (Nievergelt, 2000)

En una publicación de 1934, A. C. Aiken realiza una generalización con respecto a los MCP de Gauss, ya que los datos incluyen estimados de la precisión de las mediciones pero en forma de inversa V^{-1} de la matriz de covarianzas de las mediciones V (Nievergelt, 2000, p. 45).

Alrededor del año 2000 A. D. Björk, Dennis (hijo) y Schnabel, y Lawson y Hanson presentan algoritmos actualizados para resolver problemas de MC; N. J. Higham además trata el análisis de la sensibilidad a los errores (Abdi, 2007, p. 2).

Actualmente el método de MC (con sus diferentes variaciones) se utiliza ampliamente con el objetivo de obtener o estimar los valores numéricos de los parámetros para ajustar un conjunto de datos mediante una función, y también con el objetivo de caracterizar las propiedades estadísticas de las estimaciones (Abdi, 2007, p. 2).

Por ejemplo, Greene (2003), presenta el modelo de regresiones sin relación aparente (“Seemingly Unrelated Regressions”, SUR) es decir, donde las ecuaciones están solo relacionadas por sus errores; el modelo es: $L=XL\beta L+$, $L=1, \dots, q$.

En el 2012, aparece en la revista de la facultad de Matemática y computación se la Universidad de la Habana, cuba un trabajo presentado por Jorge Pérez y Alexander Calzadilla, titulado “Mínimos cuadrados Generalizados para funciones Vectoriales en la Geofísica Espacial”. Donde se expone una aplicación del ajuste de datos mediante

mínimos cuadrados generalizados para funciones vectoriales, a la modelación de los parámetros de la Geofísica Espacial f_0F_2 y Dst, con el objetivo de pronosticar los mismos. Se emplean un modelo con retardo y dos algoritmos que fueron creados, uno para el ajuste y el otro para estimar la matriz de covarianzas, ambos implementados en MATLAB Versión 7.3. En el caso de la experimentación agrícola, se han desarrollado estudios sobre la aplicación del análisis de regresión lineal en un ambiente de borrosidad.

Consideraciones generales finales a partir del análisis histórico basadas en Infante (2007)

La inferencia estadística, como se percibe actualmente, es un producto del siglo XX. El uso generalizado de modelos probabilísticos en las ciencias experimentales es una consecuencia de la crisis de la Física a fines del siglo XIX y de la emergencia de paradigmas tentativos en la Biología en esos años. El papel fundamental de la Estadística en la metodología científica actual tiene su génesis tanto en la confluencia de las ideas de Mendel y Darwin en la Biología, como en el derrumbe del paradigma Newtoniano. Sin duda el énfasis, a menudo exagerado, que ahora se le asigna al análisis estadístico de datos experimentales, tiene su origen en la obra de Ronald Aylmer Fisher (1890- 1962), el estadístico más importante en la historia de la inferencia científica.

La historia de la ciencia ofrece numerosos ejemplos que permiten argumentar que los grandes avances en un campo del conocimiento con frecuencia son producto de la conjunción de dos factores: *el clima intelectual* de una época y *un individuo excepcional*. El clima intelectual es resultado de muchos elementos, no siempre plenamente identificables pero que convergen en un punto de acumulación; el individuo excepcional que personifica el paradigma es, sin duda, un elemento esencial, pero posiblemente sustituible.

Como ejemplos, un par de casos: el primer paradigma científico moderno es la Mecánica de Newton, producto de un ambiente intelectual que se inicia en el Renacimiento (esencialmente con el descubrimiento de América) y los problemas

filosóficos que inaugura, pero el individuo podría haber sido, de haber nacido unas décadas más tarde, Galileo Galilei, o algún contemporáneo entonces notable y ahora totalmente ignorado. En 1905 *el ambiente intelectual en la Física* estaba a punto para la Teoría Restringida de la Relatividad. El *individuo* fue un, hasta entonces, oscuro empleado de la oficina de patentes en Berna, Suiza, llamado Albert Einstein. Años más o menos, no es difícil encontrar posibles sustitutos. Estas consideraciones no pretenden poner en tela de juicio la inmensa creatividad de Newton y Einstein. Se quiere subrayar solamente que ellos fueron las personas adecuadas en el momento preciso.

La Biología tuvo un desarrollo tardío en relación con la Física, pero a fines del siglo XIX enfrentaba un hiato similar al de ésta en los tiempos de Newton. Los trabajos de Charles Robert Darwin (1809 - 1882) y Gregor Johann Mendel (1822-1884) se publicaron a mediados del siglo XIX, y para 1900 habían corrido destinos diametralmente opuestos.

En esta encrucijada Ronald Aylmer Fisher, *el individuo*, tuvo un papel fundamental, propiciado por *el ambiente intelectual* creado por Francis Galton, Karl Pearson, George Udny Yule, Erick Tschermack, Karl Erich Correns, Hugo De Vries y William Bateson, entre otros.

Alrededor de 1880 se gestaba un cambio muy importante en el clima intelectual del siglo XIX. Estimulado por la creatividad de Francis Galton, un grupo notable de investigadores encabezado por Karl Pearson, desarrolló una metodología conceptual para las ciencias empíricas, eliminando obstáculos que habían impedido el progreso en la inferencia por casi un siglo. Algunos antecedentes: *el método de mínimos cuadrados* había sido publicado por Adrien-Marie Legendre (1752- 1833) en 1805, y reclamado como propio por Johann Friedrich Carl Gauss (1777- 1855) en 1809; la síntesis Gauss-Laplace se dio en 1810, legitimando a la Distribución Normal como “el modelo”. Sin embargo, a lo largo de todo el siglo XIX, excepto por los intentos fallidos de Adolphe Jacques Quetelet (1796 -1874) , la inferencia estadística en las ciencias (experimentales o no) es un desierto.

En cuanto a la entrevista aplicada a los docentes y a los estudiantes

El deseo del autor de esta investigación de conocer en profundidad la situación actual, del proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura: análisis de regresión obligatoria para los estudiantes de la Facultad de Agronomía que son futuros ingenieros agrónomos, que egresaran de la Universidad Central de Venezuela en Maracay, y en especial el proceso de enseñanza- aprendizaje del modelo de regresión lineal simple contenido fundamental de la Estadística Inferencial concepto de gran importancia para la comprensión de otros métodos de la Estadística Inferencial, lo llevo de acuerdo con los objetivos de esta investigación a aplicar una entrevista a los actores principales en este proceso: docentes y estudiantes, teniéndolos como informantes claves: dos (2) docentes y dos (2) estudiantes

Con relación a la información obtenida a través de las entrevistas a los docentes y estudiantes, para la elaboración de las respectivas triangulaciones se asume el proceso categorial conceptual a través de dimensiones que emergieron de las interrogantes de la investigación junto con sus respectivos objetivos generados que permitió relacionar los objetivos del estudio con las categorías y sub-categorías de análisis y para efecto de organizar y analizar la información obtenida, se utilizaron cuadros diseñados por el investigador, donde se plasmaron parte de la información resaltante suministrada por los actores sociales entrevistados, conjuntamente con la interpretación del investigador con base en los antecedentes, teorías y referentes teóricos previamente establecidos en el capítulo II

Contexto crítico de la información recolectada de los actores sociales

La finalidad de este apartado es develar los puntos de vista de los actores sociales de la investigación sobre el tema central. Se debe tener presente que, de acuerdo con las características investigativas del trabajo, la información suministrada por ellos se concentró en un cuerpo de entrevistas transcritas, que luego fueron reducidas a datos manejables y analizables mediante la codificación y categorización (Martínez, 1996). Es importante tener en cuenta también que este proceso fue iterativo (cíclico o recursivo) por la necesidad de categorizar y subcategorizar las diez dimensiones

planteadas en el capítulo anterior para cada grupo de informantes (docentes y estudiantes) y así reducir la información.

Se le recuerda al lector que las 10 *dimensiones* establecidas anteriormente son:

- 1) Origen del estudio de la asociación de variables
- 2) Evolución histórica del análisis de regresión lineal;
- 3) Modelo de análisis de regresión múltiple;
- 4) Diseños experimentales;
- 5) Factores positivos en la didáctica usada para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple;
- 6) Factores negativos en la didáctica para la enseñanza del modelo de regresión usada lineal;
- 7) Obstáculos didácticos en el aprendizaje significativo del análisis de regresión lineal simple;
- 8) Obstáculos epistemológicos en el aprendizaje significativo del análisis de regresión lineal simple;
- 9) Errores y dificultades en la resolución de problemas y
- 10) Elementos teóricos esenciales para la enseñanza innovadora del modelo de regresión lineal simple.

Interrogantes de Investigación.

1. ¿Cuál ha sido el origen y la evolución histórica del modelo de Regresión Lineal Simple en el campo de la Estadística Inferencial?
2. ¿Qué importancia tiene el conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la Estadística Inferencial?
3. ¿Qué características presenta la didáctica empleada actualmente por el docente durante el proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos relativos al modelo de Regresión Lineal Simple en la Facultad de agronomía de UCV-Maracay?
4. ¿Qué obstáculos didácticos y epistemológicos le impiden al estudiante de la facultad de Ingeniería Agrónoma de la UCV- Maracay, apropiarse del conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple para su aplicación en la resolución de problemas en el contexto agrícola?
5. ¿Cuáles serían los elementos a considerar en el diseño de una didáctica innovadora para la enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple, que mejore su aprendizaje en estudiantes de Ingeniería Agrónoma de la UCV-Maracay?

El siguiente grafico muestra el procedimiento para la generación de categorías y subcategorías, a partir de *las interrogantes de la investigación* que se expresan anteriormente.

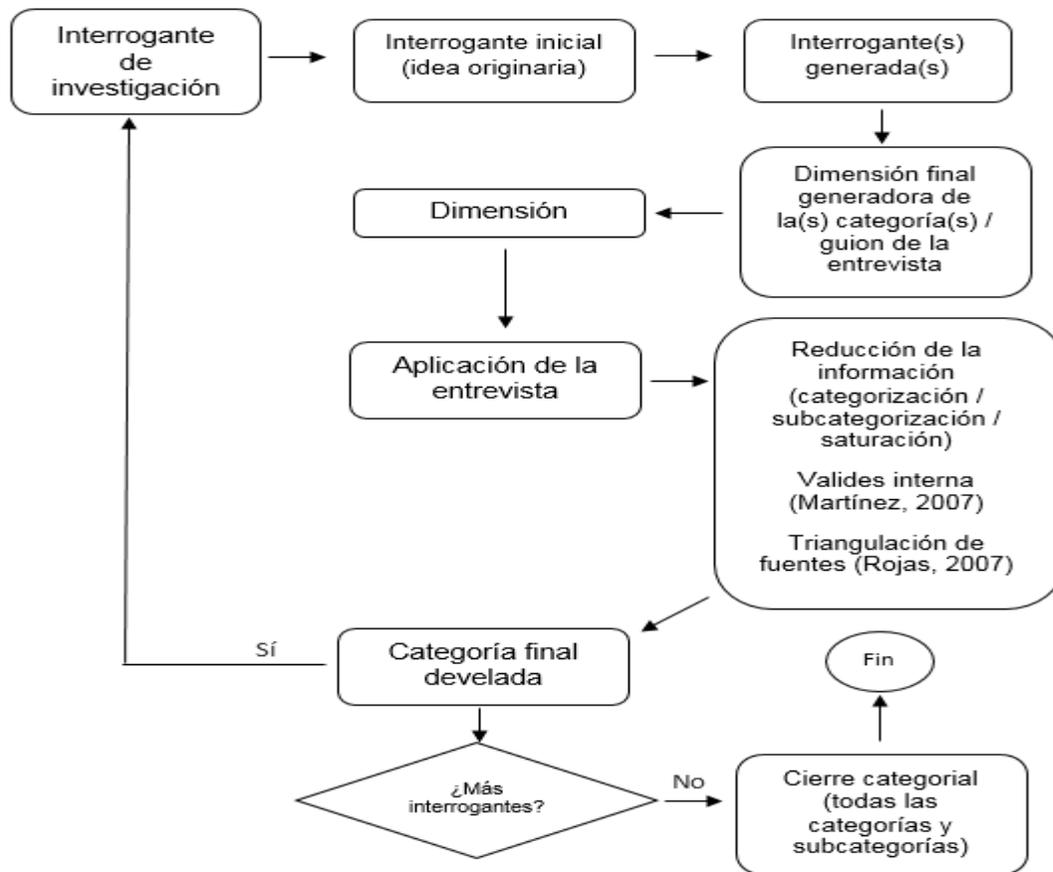


Gráfico 8. Procedimiento para la generación de categorías y subcategorías a partir de las interrogantes de investigación.

A continuación se presentan las categorías y subcategorías correspondientes a las respectivas dimensiones, según las voces de los profesores y estudiantes:

1.- Develando las características del origen del estudio de la asociación de variables y del desarrollo histórico del análisis de regresión lineal (Dimensiones 1 y 2), según las voces de los actores sociales

Esta sección presenta la generación de la(s) categoría(s) y subcategoría(s) relacionada(s) con las características que, según los profesores y estudiantes, tienen del origen del estudio de la asociación de variables.

Luego de las entrevistas al grupo de profesores y estudiantes, se obtuvo un conjunto de opiniones y perspectivas sobre las dimensiones asociadas con la interrogante inicial de la investigación. Durante este proceso se aplicó la reducción de

la información mediante la categorización, subcategorización y saturación. Los resultados están plasmados en los cuadros 3 y 4.

1.- Interrogante: ¿Cuál ha sido el origen y la evolución histórica del modelo de Regresión Lineal Simple en el campo de la Estadística Inferencial?

1.- Objetivo: Describir mediante un análisis histórico el establecimiento del modelo de Regresión Lineal Simple, su origen, evolución y aplicaciones, para destacar la importancia de su enseñanza.

Cuadro 3. Características del origen del estudio de la asociación de variables y la evolución histórica del análisis de regresión lineal, desde la perspectiva de los docentes.

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
1. Origen del estudio de la asociación de variables	En teoría se permite al alumno que construya su propio conocimiento y adquiera las habilidades necesarias comprender la importancia del conocimiento de la asociación de variables.	1. Autoconstrucción del conocimiento sobre el origen de la correlación y regresión de variables estadísticas.
		2. Desarrollo de las habilidades necesarias para la comprensión del origen del estudio de la asociación de variables estadísticas.
		3. Preparación del profesor respecto al origen de la asociación de variables
2. Evolución histórica del análisis de regresión lineal.	Falta de claridad en los aspectos del desarrollo histórico del análisis de regresión simple de dos variables.	1. Presentación del tema desde lo técnico formal.
		2. Desconocimiento del origen y evolución del análisis de regresión lineal

Cuadro 4. Características del origen del estudio de la asociación de variables y la evolución histórica del análisis de regresión lineal, desde la perspectiva de los estudiantes.

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
1. Origen del estudio de la asociación de variables.	Entendimiento de que existen hechos históricos que dieron origen a conceptos estadísticos.	1. Falta de información histórica sobre la asociación de variables aleatorias.
2. Evolución histórica del análisis de regresión lineal.	Falta de claridad en el desarrollo histórico del análisis de regresión lineal.	1. Falta de claridad en los aspectos históricos que permitieron establecer el análisis de regresión lineal.

Cabe destacar que, luego de establecidas las subcategorías finales de las dimensiones 1 y 2 (cuadros 3 y 4), se llevó a cabo el proceso de validez interna y triangulación de fuentes y así establecer la confiabilidad de los datos recopilados (cuadros del 5 al 11) y contrastar las voces de los actores sociales con la interpretación del investigador junto con las teorías y los referentes teóricos presentados en el Capítulo II.

Se aclara que esto se hizo al final del establecimiento de cada grupo de subcategorías en cada interrogante de la investigación y estará representado en los cuadros numéricamente respectivos a partir de aquí y hasta el final del capítulo. Cabe destacar que se comenzó con los actores sociales Profesores y luego con los Estudiantes.

Cuadro 5. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 1.- Origen del estudio de la asociación de variables.

Actores sociales profesores.

1.-Subcategoría Autoconstrucción del conocimiento sobre el origen de la correlación y regresión de variables estadísticas

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...la idea es que los estudiantes vayan descubriendo por ellos mismos el origen de la asociación de variables, para ello está el internet...</i>	<i>...se supone que para que un estudiante curse análisis de regresión debe haber visto análisis de correlación y asuman el origen de la asociación de variables como algo complementario eso se los dejo a ellos...</i>

Interpretación del investigador

De esta manera, ambos profesores entrevistados coinciden en la opinión de que los estudiantes construyan, por ellos mismos a modo propio, su conocimiento sobre el origen histórico de la correlación y la dependencia lineal de variables. Según Alemán (2005) existen tres maneras típicas de enfocar la enseñanza de cualquier teoría científica: la primera la constituye la heurística o conceptual; la segunda es la lógica o axiomática y la tercera forma de enseñar una ciencia es a través de enfoque histórico. El enfoque histórico es una propuesta metodológica que tiene como objetivo principal despertar y motivar el interés del estudiante hacia el estudio de una ciencia. Generalmente se utiliza como complemento de los otros enfoques y consiste en mostrar cómo se han ido desarrollando los conceptos, quiénes intervinieron en su desarrollo y, si es posible, identificar las dificultades encontradas. Sostiene el autor que este enfoque en la enseñanza de la matemática, actúa como ente motivador en el estudiante ya que a través de él descubrirá la génesis de los conceptos y métodos que aprenderá en el aula.

Cuadro 6. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 1.- Origen del estudio de la asociación de variables.

Actores sociales Profesores.

2.-Subcategoría: Desarrollo de las habilidades necesarias para la comprensión del origen del estudio de la asociación de variables estadística

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...el estudiante debe estar claro en la importancia del coeficiente de correlación de dos variables en cuanto a su cálculo y lo que representa eso garantiza su comprensión ...</i>	<i>...resulta más interesante la aplicación de los conceptos que tienen que ver con la asociación que estudiar por qué existen, pues ellas están allí y lo que vale es aplicarlas ...</i>

Interpretación del investigador

Los profesores entrevistados se apartan del estudio histórico de la asociación de variables, coinciden en restarle importancia al origen y desarrollo de este contenido, consideran más apropiado desarrollar la forma de calcular tanto el coeficiente de correlación como la estimación de parámetros del análisis de regresión, consideran el desarrollo de proceso de enseñanza a partir de los enunciados y ejemplos vistos en las clases, lo cual es sustentado con la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1998) y que es construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los estudiantes un saber determinado mediante relaciones establecidas implícita o explícitamente entre un estudiante o un grupo de estudiantes, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución. Pero no les llama la atención a los docentes la parte histórica

Cuadro 7. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 1.- Origen del estudio de la asociación de variables.

Actores sociales Profesores.

3.-Subcategoría: Preparación del profesor en el origen de la asociación de variables

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...lo máximo que les puedo indicar a los estudiantes en cuanto al origen de La asociación de variables es el nombre del coeficiente de correlación y el otro tipo de asociación análisis de regresión... ...</i>	<i>...acepto que desconozco el origen y desarrollo histórico del contenido asociación de variables, comienzo con definir lo que es correlación, sus características e igual cuando desarrollo el tema de regresión lineal ...</i>

Interpretación del investigador

Ambos profesores entrevistados coinciden en indicar su desconocimiento sobre el origen y evolución de la asociación de variables, lo cual contrasta con lo sostenido por la teoría de la matemática realista, al indicar que la búsqueda de

contextos y modelos que den lugar de modo más o menos natural a la matematización corresponde a lo que Freudenthal (1983) denomina *fenomenología didáctica*, la cual se nutre de la *historia de la matemática*. Por otro lado, según la teoría de la transposición didáctica de Yves Chevallard (1991), el trabajo del profesor consiste en realizar para sus alumnos el proceso inverso al que realiza el matemático; su labor será buscar el problema o los problemas de donde surgió el saber sabio, con el fin de re contextualizarlo, adaptar estos problemas a la realidad de sus alumnos, de modo que los acepten como “sus problemas”, es decir re personalizarlos y luego provocarlos, mediante problemas adecuados, para que los integren al cuerpo teórico conocido, emulando al matemático en su nueva descontextualización y despersonalización.

Cuadro 8. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 2.- Evolución histórica del análisis de regresión lineal.

Actores sociales Profesores.

1.- Subcategoría: Presentación del tema desde lo técnico formal.

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...comienzo con la definición de regresión, estableciendo la regresión lineal bivariante, aquí me apoyo en un problema para desarrollar todos los aspectos para ajustar la recta de regresión ...</i>	<i>...estamos bien preparados en el tema y de alguna manera eso es bueno, trato de explicar cada elemento que involucra el conocimiento del análisis de regresión a partir de ejemplos...</i>

Interpretación del investigador

Es justo y meritorio reconocer, porque no todo es malo, la formación de los docentes en su área de especialización, en este caso, en análisis de regresión, es decir que concuerda con lo descrito por Tobón (2006), sobre que las competencias son procesos complejos de desempeño con idoneidad en un determinado contexto, con responsabilidad, la integración de los conocimientos, los procesos cognoscitivos, las destrezas, las habilidades, los valores y las actitudes en el desempeño ante actividades y problemas, la construcción de los programas de formación acorde con los requerimientos disciplinares, investigativos, profesionales, sociales, ambientales y laborales del contexto y la orientación de la educación por medio de estándares e indicadores de calidad en todos sus procesos.

Cuadro 9. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 2.-. Evolución histórica del análisis de regresión lineal.

Actores sociales Profesores.

2.- Subcategoría: Desconocimiento del origen y evolución del análisis de regresión lineal

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... te repito el origen y evolución del análisis de regresión es un tema para que el estudiante lo investigue y lo tenga de consumo propio, como cultura general ...</i>	<i>...lo ideal, cuando uno da la clase, es comenzar a hablar de los ejemplos y casos reales, para que los estudiantes se les cree la curiosidad y después darles la explicación teórico-matemática, pero hablar del origen me parece que está en segundo lugar y es para el estudiante la tarea.....</i>

Interpretación del investigador

Los docentes entrevistados nuevamente manifiestan que no es necesario conocer el origen y desarrollo histórico del análisis de regresión. Cabe destacar que en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME 2016) versión n° 13, realizado en la ciudad de Hamburg, Alemania, se presentaron dos grupos de discusión, el denominado *History of the teaching and learning of Mathematics* (**Historia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**) y *The role of history of mathematics in mathematics Education* (**El papel de la historia de las matemáticas en la educación matemática**), grupos que discuten los aportes que hace el tipo de investigaciones históricas y epistemológicas no sólo a nivel teórico sino a nivel de aplicación en la formación inicial y continua de los docentes, incluyendo su impacto en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos. Por otro lado, al estudiar la génesis histórica, señala Ruiz (1998) que para un mismo concepto matemático se han ido sucediendo una diversidad de puntos de vista sobre el mismo que, en su momento, fueron considerados como correctos y posteriormente han sido rechazados o revisados.

Cuadro 10. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Categoría: 1.- Origen del estudio de la asociación de variables.

Actores sociales Estudiantes

1.- Subcategoría: Falta de información histórica sobre la asociación de variables aleatorias.

(voces de los actores sociales)	
Informante estudiante 1	Informante estudiante 2
<i>...ese es un tema que no lo presenta el profesor, solo manejamos nombres como Pearson por la definición de coeficiente de correlación ...</i>	<i>...en estas clases no se habla de acontecimientos históricos, a eso el profesor no le da importancia, por lo menos yo desconozco como se estableció la correlación ...</i>

Continuación del cuadro 10.

Interpretación del investigador

Los estudiantes coinciden al indicar que no existe una explicación sobre el origen del termino asociación de variables, los profesores lo obvian y se limitan a desarrollar el tema a partir de la definición, en este aspecto resulta importante la afirmación de Ruiz (1998) al sostener que el análisis histórico- epistemológico, es un tipo de análisis que toma elementos de la génesis histórica y de la epistemología, a través de la historia de las ideas, para el provecho de la didáctica de las matemáticas.

Cuadro 11. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Categoría: 1.- Origen del estudio de la asociación de variables.

Actores sociales Estudiantes

1. Subcategoría: Falta de claridad en los aspectos históricos que permitieron establecer el análisis de regresión lineal.

(voces de los actores sociales)

Informante estudiante 1	Informante estudiante 2
<i>...no tenemos idea de cómo se originó el análisis de regresión, pues eso no se desarrolla en clase ni se evalúa ...</i>	<i>...la clase la inicia el profesor con un problema y se van haciendo los cálculos, pero de historia del porque lo utilizamos no se plantea ni se discute ...</i>

Interpretación del investigador

Se acepta que hay diferencias entre el desarrollo histórico de un concepto y su aprendizaje, pero se considera que identificar obstáculos en la historia permite diseñar modelos didácticos de situaciones que tengan en cuenta todas las condiciones pertinentes para la construcción de los saberes. De acuerdo a por Estepa y Sánchez (1994) el conocimiento de los varios avatares por lo que ha pasado una idea matemática, desde su aparición hasta lograr el “status” actual en que se encuentra, dentro de la ciencia matemática, es de gran interés para todos los docentes que tienen la obligación de transmitirla de manera adecuada a sus estudiantes.

Categoría(s) final(es) develada(s). Cierre categorial. . Características del origen del estudio de la asociación de variables y la evolución histórica del análisis de regresión lineal desde la perspectiva de los actores sociales

Finalmente se hizo la unión de las categorías y subcategorías individuales de los dos grupos de informantes claves con respecto a las Características del origen del estudio de la asociación de variables y la evolución histórica del análisis de regresión lineal, a saber:

En el desarrollo del curso de análisis de regresión, existe un total abandono del enfoque histórico por parte de los docentes, solo se dedican a desarrollar el tema partiendo de un problema ejemplo para entrar en los cálculos, pareciera un entrenamiento solo técnico de la aplicación de modelo de regresión lineal. Sobre este esquema está fundamentado en permitir al estudiante la autoconstrucción del conocimiento, así como el desarrollo de las habilidades y destrezas para su comprensión y aplicación en nuevos escenarios y situaciones cotidianas; se reconoce la preparación de los profesores en esta área, sin embargo no le dan participación a la noción histórica del modelo.

2.- Develando la importancia del modelo de regresión lineal simple para la comprensión del Modelo de análisis de regresión múltiple y los Diseños experimentales (Dimensiones 3 y 4) en la formación del ingeniero agrónomo. Según las voces de los actores sociales.

A continuación se presenta la generación de la(s) categoría(s) y subcategoría(s) relacionada(s) con la importancia que, según los profesores y estudiantes, tiene el conocimiento del análisis de regresión en el desarrollo de otros contenidos estadísticos

Luego de las entrevistas al grupo de profesores y estudiantes, se obtuvo un conjunto de opiniones y perspectivas sobre las dimensiones asociadas con la interrogante n° 2, inicial de la investigación. Durante este proceso se aplicó la reducción de la información mediante la categorización, subcategorización y saturación. Los resultados están plasmados en los cuadros 12 y 13.

2. Interrogante: ¿Qué importancia tiene el conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la Estadística Inferencial?

2.- Objetivo : Identificar a través de un análisis epistemológico del modelo de Regresión Lineal Simple, su vinculación con los saberes ya existentes y su integración en una estructura más amplia, para situarla en el campo de la Estadística Inferencial en la generación de nuevos conceptos.

Cuadro12. Importancia del conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la Estadística Inferencial, desde la perspectiva de los docentes.

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
3.- Modelo de regresión lineal múltiple y no lineal	Estos contenidos estadísticos de gran importancia en la estadística inferencial surge del desarrollo del análisis de regresión lineal simple	1. Fundamentos teóricos necesarios para su aprendizaje
		2. Implicación directa de la regresión lineal simple para su comprensión
4.- Los diseños experimentales	El análisis de regresión es muy útil en experimentos diseñados, ayuda a determinar qué factores son importantes y permite construir un modelo cuantitativo que relaciona los factores con la respuesta.	1. Importancia del análisis de regresión en los diseños experimentales
		2. Influencia del modelo de regresión en los métodos de superficies de respuesta

Cuadro13. Importancia del conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la Estadística Inferencial, desde la perspectiva de los estudiantes.

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
3. Modelo de regresión lineal múltiple	Este modelo involucra más de una variable independiente	1. Necesidad de tener conocimientos sobre la regresión lineal para abordar la regresión múltiple
4. Los diseños experimentales	Existen diseños experimentales que se apoyan en el análisis de regresión	1. El modelo de regresión lineal simple es importante para entender los diseños

Seguidamente, se llevó a cabo el proceso de validez interna y triangulación de fuentes y así establecer la confiabilidad de los datos recopilados (cuadros del 14 al 19) y contrastar las voces de los actores sociales con la interpretación del investigador junto con las teorías y los referentes teóricos

Cuadro 14. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 3.- Modelo de regresión lineal múltiple.

Actores sociales Profesores

1.-Subcategoría: Fundamentos teóricos necesarios para su aprendizaje (voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...en muchos problemas de regresión intervienen más de una variable de regresión (dos, tres, cuatro, etc.) en este caso estamos frente a un problema de regresión múltiple y para resolverlo se requiere tener conocimiento de los aspectos que integran al análisis de regresión lineal simple ...</i>	<i>...una vez visto en clases el proceso del análisis de regresión lineal simple, se pasa al análisis de regresión múltiple, donde se consideran dos o más variables regresoras, el estudiante tiene que estar claro en el método de los mínimos cuadrados enseñado en el análisis de regresión simple para estimar los parámetros del modelo o coeficientes de regresión y estar claro que el modelo describe un hiperplano en el espacio de dimensiones de acuerdo al número de variables ...</i>

Interpretación del investigador

La coincidencia de ambos docentes en cuanto a la importancia del desarrollo de las habilidades y destrezas de los estudiantes en el análisis de regresión lineal simple para abordar el modelo de regresión múltiple, está en concordancia con lo definido por Ausubel (1998), con respecto a la obtención de un aprendizaje significativo de un contenido escolar, pues este se convertiría en el cúmulo de conocimientos previos para abordar el nuevo conocimiento planteado, los cuales facilitan el aprendizaje significativo de este nuevo conocimiento presentado. Por otro lado se pone de manifiesto el hecho de que la regresión lineal simple una vez establecido en el campo de la estadística inferencial, su conocimiento permitió la creación de otros modelos de regresión en cuyos contenidos se plasman procedimientos y cálculos desarrollados en el modelo de regresión lineal simple.

Cuadro 15. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 3.- Modelo de regresión lineal múltiple.

Actores sociales Profesores

2.-Subcategoría: Implicación directa de la regresión lineal simple para su comprensión (voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...así como la correlación estimula al estudio de la regresión, esta regresión simple es el escalón necesario para subir al conocimiento de los demás modelos de regresión y el inmediato es el modelo de regresión múltiple ...</i>	<i>...es de esperar que los estudiantes tengan conocimiento claro del análisis de regresión lineal bivariable, pues muchos, para no decir todo lo que se aprendió en ese modelo, tiene que ver con el aprendizaje del modelo de regresión lineal múltiple, aun cuando en el múltiple se generan otros conceptos y se maneja mucho el álgebra lineal ...</i>

Interpretación del investigador

Continuación de cuadro 15.

Los docentes demuestran que están preparados para la enseñanza del modelo de regresión simple y la importancia de que los estudiantes dominen el contenido correspondiente al modelo de regresión lineal simple, para poder abordar el desarrollo en clases del modelo de regresión lineal múltiple. Esto demuestra que existe una implicación directa de la regresión lineal simple para la comprensión del modelo de regresión lineal múltiple. Cabe destacar lo expresado por Chevillard (1999) sobre la necesidad de analizar las diferentes transformaciones de un concepto durante su origen y evolución y su importancia en la generación de nuevos conceptos en el área de su desarrollo.

Cuadro 16. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 4.- Los diseños experimentales

Actores sociales Profesores

1. Subcategoría: Importancia del análisis de regresión en los diseños experimentales

(Voces de los actores sociales).

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...el conocimiento del análisis de regresión es muy importante en el estudio de los distintos diseños experimentales, ya que permite predecir los valores de un factor en estudio ...</i>	<i>...recuerda que un experimento diseñado es una prueba o serie de pruebas, donde importa mucho identificar las causas de los cambios en la respuesta, para poder comparar el efecto de dos o más factores ...</i>

Interpretación del investigador

Aun cuando en estadística, el modelo de análisis de regresión es un modelo cuantitativo y los modelo de diseño experimental son cualitativos, están muy relacionados, de acuerdo a Chacín (2000) con los la regresión se encuentra una ecuación que permite predecir valores de un factor en estudio, mediante otros factores relacionados con él, dentro de un diseño experimental y este diseño experimental utiliza esa información para comparar el efecto de dos o más factores

Cuadro 17. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 4.- Los diseños experimentales

Actores sociales Profesores

2.Subcategoría: Influencia del modelo de regresión en los métodos de superficies de respuesta

(Voces de los actores sociales)..

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...tengo entendido que los métodos de superficie de respuesta corresponde a un conjunto de métodos y procesamientos estadísticos y matemáticos, que se utilizan para resolver ciertos tipos de problemas científicos y que requiere también del</i>	<i>...el conocimiento de esta metodología es importante para los estudiantes de agronomía, pues en la experimentación agrícola una o varias variables están influenciadas por una gran cantidad de variables regresoras, de allí que el análisis de regresión sea previamente conocido por</i>

<i>conocimiento del análisis de regresión ...</i>	<i>el estudiante ...</i>
Continuación del cuadro 17.	

Interpretación del investigador

Aun cuando uno de los docentes poco aporta mucho sobre la metodología de superficies de respuesta, ambos están conscientes de que para abordar esa metodología, es necesario previamente estar en conocimiento del análisis de regresión, pues para ello se solicitan las llamadas variables regresoras. Es importante tomar en cuenta lo expresado por Brousseau (2000)

Cuadro 18. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 3.- Modelo de regresión lineal múltiple.

Actores sociales Estudiantes

1. Subcategoría: Necesidad de tener conocimientos sobre la regresión lineal para abordar la regresión múltiple

(voces de los actores sociales)

Informante Estudiante1	Informante estudiante 2
<i>...ya estudiar la regresión lineal simple es compleja, para el estudio del modelo de regresión lineal múltiple la cosa se torna supe compleja, son muchos los conceptos y la terminología a manejar ...</i>	<i>...si me costó aprender y creo que todavía me falta sobre la técnica del análisis de regresión simple, creo que con el análisis de regresión múltiple no tengo vida, se debe aprender mucha algebra lineal sobre todo con las matrices ...</i>

Interpretación del investigador

Los estudiantes reflejan de alguna manera su frustración ante el nuevo conocimiento que representa el modelo de regresión lineal múltiple, pues además de tener presente todo lo relacionado con el modelo de regresión lineal simple, deben poseer conocimientos del algebra de matrices e ir acoplándose a los nuevos conceptos que se generan en este modelo de regresión múltiple. Esto permite pensar que se debe tener presente las dificultades que se les presenta a los estudiantes (Brousseau, 2000).

Cuadro 19. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 4.- Los diseños experimentales

Actores sociales Estudiantes

1.Subcategoría: El modelo de regresión lineal simple es importante para entender los diseños

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...el profesor siempre indica que es necesario comprender el funcionamiento del modelo de regresión lineal porque lo necesitaremos en la asignatura Diseños experimentales ...</i>	<i>...no he cursado diseños pero algunos de mis amigos que están más avanzado, me indican pilas con análisis de regresión pues lo vas a necesitar en Diseños ...</i>

Interpretación del investigador

Continuación del cuadro 19.

Aun cuando los estudiantes no han cursado la asignatura diseños, están al tanto de que el conocimiento que obtendrán en la asignatura Análisis de Regresión, es necesario para abordar los modelos establecidos en la asignatura diseños experimentales. Nuevamente se requiere recordar a Ausubel (1999)

Categoría(s) final(es) develada(s). Cierre categorial. Importancia del conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la Estadística Inferencial desde la perspectiva de los actores sociales

Finalmente se hizo la unión de las categorías y subcategorías individuales de los dos grupos de informantes claves con respecto a la Importancia del conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple en el aprendizaje de otros conceptos y contenidos de la Estadística Inferencial desde la perspectiva de los actores sociales a saber:

El establecimiento del análisis de regresión lineal y su desarrollo histórico, ha permitido que científicos en diferentes épocas, hayan incursionado en este concepto y desarrollado a partir de esa incursión científica, otros modelos para resolver problemas presentados en ese momento, llegando este desarrollo ser vital para la aplicación y comprensión de nuevas metodologías de análisis estadístico y así desarrollando aún más a la Estadística Inferencial, lo cual es muy útil en la investigación agrícola

3.- Develando las características de la didáctica empleada actualmente por el docente durante el proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos relativos al modelo de Regresión Lineal Simple en la Facultad de agronomía de UCV- (Dimensiones 5 y 6). Según las voces de los actores sociales.

3. Interrogante: ¿Qué características presenta la didáctica empleada actualmente por el docente durante el proceso enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos relativos al modelo de Regresión Lineal Simple en la Facultad de agronomía de UCV- Maracay?

3. Objetivo: Caracterizar el proceso actual de enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple desarrollado por el docente de la facultad de Agronomía de la UCV- Maracay, para estar al tanto de sus debilidades y fortalezas

Cuadro 20. Características de la didáctica empleada en la enseñanza del modelo de regresión lineal simple, desde la perspectiva de los docentes.

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
5. Factores positivos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.	Se permite al alumno que construya su propio conocimiento y adquiera las habilidades necesarias para desarrollar y aplicar el modelo de regresión simple.	1. Autoconstrucción del conocimiento sobre el modelo de regresión lineal simple.
		2. Preparación del profesor en el contenido de análisis de regresión lineal simple.
6. Factores negativos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.	Falta de claridad en la determinación de los objetivos didácticos y en consecuencia, la aplicación de estrategias y recursos deficientes o que no se adaptan a los objetivos reales.	1. Presentación del tema desde lo técnico formal (acción, definición, teorema y aplicación) a lo cotidiano.
		2. Falta de capacitación docente en los fundamentos teóricos y prácticos de la didáctica en general.
		3. Errores en los objetivos didácticos.
		4. Estrategias y recursos didácticos ineficientes o que no corresponden con los objetivos reales.

Cuadro 21. Características de la didáctica empleada en la enseñanza del modelo de regresión lineal simple, desde la perspectiva de los estudiantes.

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
5. Factores positivos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.	Entregan material sobre este contenido a través del correo, junto con una guía de ejercicios	1. Manejo de guía teórica y práctica
6. Factores negativos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.	Falta de claridad en los ejemplos dados en clase para comprender la «utilidad real» del desarrollo del análisis de regresión lineal simple	1. Falta de claridad en los ejemplos prácticos en clase

Cuadro 22. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 5.- Factores positivos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

Actores sociales: Profesores

1. Subcategoría: Autoconstrucción del conocimiento sobre el modelo de regresión lineal simple.

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...la idea es que los estudiantes vayan descubriendo por ellos mismos los conceptos e ideas del análisis de regresión lineal clásico y como aplicarlos...</i>	<i>...se supone que esto vaya en la onda del constructivismo, es decir, que los mismos estudiantes hagan sus ideas, sobre el modelo de regresión lineal simple, obviamente válidas, de los temas que uno les da en la clase...</i>

Interpretación del investigador

De esta manera, ambos profesores entrevistados coinciden en la opinión de que los estudiantes construyan, por ellos mismos, su conocimiento sobre el modelo de regresión lineal simple y el desarrollo de este a partir de los enunciados y ejemplos dados en las clases, lo cual es sustentado con la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (1998) y que es construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los estudiantes un saber determinado mediante relaciones establecidas implícita o explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.

Cuadro 23. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 5.- Factores positivos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

Actores sociales: Profesores

2. Subcategoría: Preparación del profesor en el contenido de análisis de regresión lineal simple

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...tengo más de cinco años administrando esta asignatura, generalmente preparo cada clase antes de desarrollarla y adapto los problemas a cada aspecto teórico que se explica ...</i>	<i>...esta asignatura la curse en pregrado de ingeniería y también la curse en la maestría de estadística aquí en la UCV, la he dado por más de tres años y siempre me remito a los libros para estar al día en los contenidos de análisis de regresión...</i>

--	--

Interpretación del investigador

En cuanto a la preparación de los docentes en la asignatura Análisis de Regresión estos demuestran conocimiento del mismo, aun cuando en la preparación de sus clases recurren al método tradicional, el cual los lleva a las clases expositivas, donde el docente es el que desarrolla la actividad escolar y el estudiante como ente pasivo, solo copia y poco interviene. Sobre esto Batanero (2005) sostiene que los programas de enseñanza de la probabilidad y estadística en todas las etapas deberían estar diseñados para capacitar a los estudiantes a formular preguntas de su entorno, cuya respuesta pueda abordarse con la recogida y análisis de los datos

Cuadro 24. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 6.- Factores negativos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

Actores sociales: Profesores

1. Subcategoría: Presentación del tema desde el punto de vista técnico formal (acción, definición, teorema y aplicación) a lo cotidiano

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...previamente expongo los contenidos correspondientes al análisis de regresión y luego asigno a grupos de tres o cuatro estudiantes problemas para su resolución y discusión ...</i>	<i>...doy el desarrollo teórico referente al análisis de regresión simple, demostramos los teoremas o propiedades y luego les explico los ejercicios preparados para la clase ...</i>

Interpretación del investigador

A este respecto, vale destacar lo apuntado por D'Amore (2003), al sostener que la educación matemática, obviamente, abarca el dominio de conceptos y procedimientos para comunicar y organizar grandes parcelas de la actividad intelectual, científica, económica, cultural y social pero también es necesario cambiar el «orden» de la dinámica en las clases para que, mediante ejemplos reales, crear en los estudiantes situaciones cotidianas que sean capaces de comprender, asimilar y solucionar esos casos para después mostrarles el origen y solución teórico matemática de estas situaciones. La propuesta sería cambiar el método de enseñanza en clase para que, en lo posible, sea de lo cotidiano a lo teórico matemático. Esto lo sostiene Rico (2009), cuando habla de *pensar y razonar* este nivel incluye (a) plantear cuestiones propias de las matemáticas pero con ejemplos reales y cotidianos; (b) conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas, pero con ejemplos cotidianos, a las cuestiones anteriores; (c) distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionales); y al final (d) entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

Cuadro 25. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 6.- Factores negativos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

Actores sociales: Profesores

2. Subcategoría: Falta de capacitación docente en los fundamentos teóricos y prácticos de la didáctica en general

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...Yo reconozco que a veces uno no está bien preparado en o actualizado en las últimas tendencias y teorías de la pedagogía y la enseñanza y eso afecta lo que uno hace. Se refleja allí, en clases desafortunadamente...</i>	<i>...creo que hay que preocuparse por estar al día con las cosas nuevas en la educación, en la didáctica, las estrategias y recursos, pero a veces eso no ocurre...</i>
Interpretación del investigador	
Tal y como se planteó en el capítulo I, los actores sociales profesores que administran esta asignatura, reconocen la falta de proyectos y capacitación que les permitan incluir estrategias didácticas e innovadoras en sus sesiones de clase y la carencia de recursos dentro de la institución, lo que les hace quedarse estancados en clases tradicionales.	

Cuadro 26. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 6.- Factores negativos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

Actores sociales: Profesores

3. Subcategoría: Errores en los objetivos didácticos

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...y es que algo lógico porque si, de repente, uno no está bien entrenado en didáctica, lo más seguro es que se equivoque, por ejemplo, al redactar los objetivos de un tema y por allí comenzamos mal. Claro, se supone que uno como profesor no debería incurrir en eso, pero son cosas que pueden pasar.</i>	<i>...a veces uno se equivoca, a pesar de los muchos años que tenga en esto, en los verbos que se usan para redactar un objetivo, ¿comprende? Y eso es una falla. No voy a decir que todos la tenemos o la tienen, pero es que sí existen esas fallas. Tampoco puedo decir que eso sea una falla de la didáctica como tal pero uno llega y mete todo eso en un mismo saco, ¿sí?...</i>
Interpretación del investigador	
En efecto, el ignorar o confundir la taxonomía en la redacción de los objetivos de aprendizaje esperados, en la organización de los contenidos y desarrollarlos de manera progresiva, de lo simple a lo complejo y de lo general a lo particular, en definitiva, repercute en el resultado obtenido.	

Cuadro 27. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 6.- Factores negativos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

Actores sociales: Profesores

4. Subcategoría: Estrategias y recursos didácticos ineficientes o que no cumplen con los objetivos reales	
(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...y es que eso es como una cadena. Si usted no plantea o no redacta bien el objetivo, lo que va a tener, de seguro, es que aplique una estrategia equivocada en la clase...</i>	<i>...y bueno pues, si usted se equivoca en el objetivo, tenga por seguro que algo malo va a hacer con las estrategias. Alguna equivocación va a cometer porque eso depende de lo otro...</i>

Interpretación del investigador

Podemos afirmar entonces que no definir una estrategia didáctica con una correcta articulación de las actividades programadas puede ocurrir al partir de la selección incorrecta de los objetivos de aprendizaje esperados. Esto es capaz de iniciar una secuencia didáctica con estrategias que no estén acordes con las tareas para dar conexión y propósito a todo lo programado. Esto lo corrobora Cabero (2014) cuando dice que cualquier tipo de medio (desde el más complejo al más elemental) es simplemente un recurso didáctico que deberá ser movilizado en función del alcance, los objetivos, los contenidos y las características de los alumnos.

Es válido destacar que estas tres subcategorías o «factores negativos» tiene relación de dependencia y consecuencia desde el primero hasta este último, porque si el docente no está bien capacitado en los fundamentos teóricos de la didáctica, obviamente existe un riesgo de establecer objetivos didácticos erróneos y en consecuencia, el uso de estrategias y recursos ineficientes, lo que, en estadística, se conoce como ley o teoría de propagación del error (Lindberg, 2000) y que puede extrapolarse a este tipo de situaciones: cuando las variables son valores de mediciones experimentales, suelen tener incertidumbre debido a la medición de limitaciones (por ejemplo, instrumento de precisión), que se propagan a la combinación de esas variables en la función.

Cuadro 28. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 5.- Factores positivos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

Actores sociales: Estudiantes

1. Subcategoría: Manejo de guía teórica y práctica	
(voces de los actores sociales)	
Informante estudiante 1	Informante estudiante 2
<i>...el contenido que nos muestra el profesor en clase, lo debemos poner a prueba en la solución de ejercicios que se nos plantea en una guía ...</i>	<i>...la teoría la envía el profesor por correo y luego en la clase presencial se discute, él la expone y se resuelven los ejercicios de la guía.... Uno se pregunta ¿y esto para qué me va a servir? ...</i>

Interpretación del investigador

Esto es corroborado con la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel (1983) en la que sostiene que un aprendizaje es útil cuando la persona que lo ha logrado lo pone en práctica para resolver problemas, incluso, la persona usa lo aprendido para abordar nuevas situaciones o para efectuar nuevos aprendizajes. Del mismo modo, concuerda con lo que sostienen Montañez y Huertas (2007) al decir que es primordial relacionar los contenidos del aprendizaje con la experiencia cotidiana y con los saberes que circular en la escuela, entre estos, desde luego, las disciplinas científicas.

Cuadro 29. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión: 6.- Factores negativos en la didáctica actual para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

Actores sociales: Estudiantes

1. Subcategoría: Falta de claridad en los ejemplos prácticos en clase

(voces de los actores sociales)

Informante estudiante 1	Informante estudiante 2
<i>...yo a veces no entiendo los ejemplos de la clase, por mucho que me los expliquen...</i>	<i>...no sé por qué, pero es que la mayoría de las veces me cuesta entender los ejemplos. Yo sé que puedo usar eso en otra cosa, pero cuando me dan el ejemplo me tranco...</i>

Interpretación del investigador

Lo expuesto por los educandos en esta subcategoría destaca la importancia de lo que sostiene Pizarro (2015) al afirmar que es necesario hacer de la enseñanza de los cálculos numéricos una actividad confortante y constructiva que reemplace la monotonía de aplicar fórmulas de forma mecánica, muchas veces sin comprender la esencia del método que se está aplicando debido a que no se tiene la posibilidad de comprender la ejemplificación y, en consecuencia, como comparar y analizar los resultados obtenidos en los diferentes ejemplos.

Categoría(s) final(es) develada(s). Cierre categorial. Características de la didáctica en el desarrollo del modelo de regresión lineal simple desde la perspectiva de los actores sociales

Finalmente se hizo la unión de las categorías y subcategorías individuales de los dos grupos de informantes claves con respecto a las características de la didáctica en el desarrollo del análisis de regresión lineal simple, a saber:

La didáctica para el desarrollo del análisis de regresión lineal simple está fundamentada en permitir al estudiante la autoconstrucción del conocimiento sobre este, así como el desarrollo de las habilidades y destrezas para su comprensión y aplicación en nuevos escenarios y situaciones cotidianas; esto gracias a la

preparación de los profesores en esta área. Al mismo tiempo y desafortunadamente, se corre el riesgo, en algunos casos, de estar marcada por errores en la formulación de los objetivos instruccionales, lo que repercute en el diseño de estrategias y recursos ineficientes que generan fallas en la claridad de los ejemplos dados en clase a los estudiantes. Esto no se asocia con falta de capacitación del cuerpo docente en las teorías básicas y actualizadas sobre la didáctica en general y en el tema objeto de estudio, sino en «errores humanos» que «siempre» estarán presentes. Adicionalmente, existe la situación de presentar los temas a partir de los planteamientos teóricos formales (acción, definición, teorema y aplicación) a lo cotidiano, es lugar de presentar primero, a los educandos, situaciones problemáticas cotidianas comprensibles y luego los fundamentos matemáticos teóricos que permitan su representación y solución.

Nótese que las estrategias metodológicas utilizadas en el proceso enseñanza-aprendizaje del contenido programático correspondiente al análisis de regresión lineal simple, se tiene que el enfoque utilizado por los docentes, es el tradicional. No se plantea otra estrategia alternativa que permita alcanzar un mejor aprendizaje de los contenidos y así mejorar el rendimiento de los estudiantes.

4.- Develando los obstáculos didácticos y epistemológicos, que le impiden al estudiante de agronomía de la UCV- Maracay, apropiarse del conocimiento matemático que envuelve el modelo de regresión lineal simple (Dimensiones 7, 8 y 9). Según las voces de los actores sociales.

3. Interrogante: ¿Qué obstáculos didácticos y epistemológicos le impiden al estudiante de la facultad de Ingeniería Agrónoma de la UCV- Maracay, apropiarse del conocimiento del modelo de Regresión Lineal Simple para su aplicación en la resolución de problemas en el contexto agrícola?

4. Objetivo: .- Interpretar los obstáculos didácticos y epistemológicos que se les presentan a los estudiantes de Agronomía de la UCV-Maracay, en el aprendizaje del modelo de Regresión Lineal Simple y de los contenidos que de él se derivan, a fin de que puedan estos ser superados

A continuación, se presenta la generación de la(s) categoría(s) y subcategoría(s) relacionada(s) con los obstáculos didácticos y epistemológicos que, según los profesores y estudiantes, se presentan durante las sesiones de clase y práctica para desarrollo del análisis de regresión lineal bivariable en la institución objeto de estudio. Esto está detallado en los cuadros 30 y 31.

Luego de las entrevistas al grupo de profesores y estudiantes, se obtuvo un conjunto de opiniones y perspectivas sobre las dimensiones asociadas con la 4° interrogante inicial. Durante este proceso se aplicó la reducción de la información mediante la categorización, subcategorización y saturación.

Cuadro 30. Obstáculos didácticos y epistemológicos que afectan el aprendizaje del análisis de regresión lineal bivariable desde la perspectiva de los docentes.

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
7. Obstáculos didácticos en el aprendizaje significativo del análisis de regresión lineal simple	Dependencia extrema de los recursos tecnológicos: calculadoras, programas (spss, statixtis, entre otros)	1. Dependencia extrema de los recursos tecnológicos
	Falta de claridad en la determinación de los objetivos didácticos y en consecuencia, la aplicación de estrategias y recursos deficientes o que no se adaptan a los objetivos reales.	2. Presentación del tema desde lo técnico formal, se obvia lo matemático. 3. Falta de capacitación docente en los fundamentos teóricos y prácticos de la didáctica en general. 4. Clases expositivas cuando es presencial, 5. Estrategias y recursos didácticos ineficientes o que no cumplen con los objetivos reales.
8. Obstáculos epistemológicos en el aprendizaje significativo del análisis de regresión lineal simple	Desconocimiento del lenguaje matemático teórico y técnico. Problemas con conocimientos previos	1. Lenguaje matemático asociado 2.. Conocimientos previos
9. errores y dificultades en la resolución de problemas	Errores en la aplicación de los aspectos matemáticos	1. Fallas en la aplicación de conocimientos matemáticos y estadísticos

Cuadro 31. Obstáculos didácticos y epistemológicos que afectan el aprendizaje del análisis de regresión lineal bivariable desde la perspectiva de los estudiantes.

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
7. Obstáculos didácticos en el aprendizaje significativo del análisis de regresión lineal simple	El profesor se rige por un texto o una guía de ejercicios	1. Solo el profesor explica y resuelve problemas en clases o en encuentros virtuales.
	Falta de claridad en los ejemplos dados en clase para comprender la «utilidad real» del modelo de regresión lineal	2. Falta de claridad en los ejemplos prácticos en clase.
8. Obstáculos epistemológicos en el aprendizaje significativo del análisis de regresión lineal simple	Importante tener conocimiento matemático y estadístico para abordar del nuevo conocimiento.	1. Deficiente conocimiento matemático previo
9. errores y dificultades en la resolución de problemas	Errores en la aplicación de los aspectos matemáticos	1. Fallas en la aplicación de conocimientos matemáticos y estadísticos

Luego de establecidas las subcategorías finales, se llevó a cabo el proceso de validez interna y triangulación de fuentes para determinar la confiabilidad de los datos recopilados (cuadro 32 al 43) y contrastar las voces de los actores sociales con la interpretación del investigador y los referentes teóricos del Capítulo.

Cuadro 32. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 7: Obstáculos didácticos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales profesores.

1.Subcategoría: Dependencia extrema de los recursos tecnológicos

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... tampoco es que vamos a depender 100 % de los recursos TIC para dar una clase porque ¿qué pasaría el día que, no se cuente con estos recurso?...</i>	<i>...yo he visto casos de estudiantes que traen preparada una presentación en PowerPoint y al momento de la presentación solo leen el contenido de las láminas...</i>
Interpretación del investigador	

Sobre este particular, destacamos lo dicho por Rivero (2014) en el capítulo II, quien afirma que la integración de las TIC en la enseñanza de la matemática debe presentar los materiales a través de múltiples medios y canales. Esto contempla, incluso, un reajuste metodológico, temporal o espacial para superar cualquier limitación tecnológica que se presente al momento de la clase. Otra recomendación es advertir a los estudiantes los posibles aprietos de este tipo y soluciones para evitar situaciones de nervios o frustración. Igualmente, EDUCREA (2021) plantea la necesidad de tener un «plan B» porque *es posible que no haya conexión a internet, la web que elegiste está fuera de servicio, el computador está siendo utilizado por otro colega, etc.* (s/p). Claro está que en cuanto al modelo de regresión lineal el manejo de programas estadísticos ayuda y hasta consolida el conocimiento, pero esto después de la deducción teórica e interpretación de los procedimientos.

Cuadro 33. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 7: Obstáculos didácticos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales profesores.

2. Subcategoría: Presentación del tema desde lo técnico formal, se obvia lo matemático.

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...mi clase la inicio con las definiciones, propiedades y formulas contenidas en el análisis de regresiones cuanto a los aspectos matemáticos es obvio que los estudiantes los deben conocer porque ya cursaron matemática III, por lo que me remito a los cálculos sin explicación matemática...</i>	<i>...la matemática es importante para entender los conocimientos estadísticos, pero son solo eso una herramienta y en este momento no me voy a detener a explicar esos aspectos pues se supone que están claros para el estudiante..</i>

Interpretación del investigador

Estas afirmaciones están relacionadas directamente con lo propuesto por Bruner (1960), quien propone que el aprendizaje de conceptos matemáticos se introduzca a partir de actividades simples que los estudiantes sean capaces de manipular para descubrir principios y soluciones con el objeto de que esta estrategia repercuta en sus estructuras mentales. Hay que formar imágenes perceptivas de las ideas matemáticas para desarrollar una notación para describir la operación. Se debe promover el trabajo con objetos concretos antes de pasar a establecer las abstracciones porque el aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto. Cuando estas abstracciones se han consolidado, se está en condiciones de emplearlas como elementos concretos. Aun cuando el estudiante haya cursado matemática previamente, es importante relacionar estos aspectos con el desarrollo del análisis de regresión, pues nada se pierde con mostrar la aplicación de derivadas parciales en la obtención de los parámetros del modelo por ejemplo.

Cuadro 34. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 7: Obstáculos didácticos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales profesores.

3. Subcategoría: Falta de capacitación docente en los fundamentos teóricos y prácticos de la didáctica en general.

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... yo no me gradué de profesor, soy ingeniero agrónomo y lo de didáctica en la enseñanza del análisis de regresión lo único que aplico es la clase expositiva, resuelvo ejercicios y evaluó...</i>	<i>...no he recibido capacitación en la forma de enseñanza, yo enseñé el análisis de regresión y otros contenidos tal cual vi como enseñaban mis profesores....</i>

Interpretación del investigador

Generalmente los responsables de administrar una asignatura a nivel superior en facultades donde no se forman docentes, carecen de formación pedagógica y a medida que pasa el tiempo, los obstáculos didácticos que genera este tipo de docente se hace más fuerte, recordando que este tipo de obstáculo es generado por el docente en su forma de desarrollar el proceso de enseñanza. Con lo anterior expresado por los docentes se puede inferir que los mismos generan obstáculos didácticos que en este momento son necesario eliminarlos para logra un aprendizaje significativo del contenido de análisis de regresión lineal. Lo indica Brousseau (1990) *Obstáculos Didácticos*: son que resultan de las elecciones didácticas hechas por los docentes para establecer la situación de enseñanza.

Cuadro 35. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 7: Obstáculos didácticos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión lineal bivariable. Actores sociales profesores.

4. Subcategoría: Clases expositivas cuando es presencial,

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... yo no abandono las clases expositivas cuando es presencial el encuentro, pues no veo otra forma de desarrollar mis clases....</i>	<i>... no utilizo la computadora ni el video beam para dar mis clases, solo marcador y pizarrón son mis recursos....</i>

Interpretación del investigador

Sobre este particular, se destaca el enfoque tradicional de enseñanza por parte de los docentes, la cual consiste en exposición en la pizarra de los aspectos teóricos y lo complementa con la resolución de ejercicios, que el mismo docente plantea y resuelve, los estudiantes se limitan a observar y copiar

Cuadro 36. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 7: Obstáculos didácticos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales profesores.

5. Subcategoría: Estrategias y recursos didácticos ineficientes o que no cumplen con los objetivos reales.

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... no conozco otra forma de enseñar que la expositiva, mucho menos tengo conocimiento de estrategias que cambien la forma expositiva, te repito no soy profesor, soy ingeniero....</i>	<i>...utilizo la guía como estrategia y como recursos el internet y el programa spss para la comprobación de la solución del problema....</i>
Interpretación del investigador	
Se manifiesta en los docentes encargados de administrar los curso de análisis de regresión, el desconocimiento sobre la implementación de estrategias distintas a la expositiva, se centran en una guía de ejercicios o en un texto y en el programa spss o Excel para la resolución de problemas propuestos.	

Cuadro 37. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 8: Obstáculos epistemológicos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales profesores.

1. Subcategoría: Lenguaje matemático asociado

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... los aspectos matemáticos que se contemplan en el desarrollo del análisis de regresión lineal, es fundamental tener su conocimiento, pues esto está contemplado en la asignatura matemática no en la mía...</i>	<i>...los conceptos estadísticos se apoyan en la matemática, por lo que es necesario que el estudiante tenga ese conocimiento fresco a la hora de abordar el análisis de regresión lineal...</i>
Interpretación del investigador	
El investigador discrepa de lo expresado por los docentes, pues los contenidos matemáticos asociados al análisis de regresión lineal, se deben resaltar a la hora de desarrollar todos los aspectos que involucran la enseñanza del análisis de regresión, pues ellos son de gran importancia. Para Ottaviani (2000) las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos estadísticos importantes, las constituye la falta de comprensión de los conceptos matemáticos relacionados con el objeto estadístico, por lo que es preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la Probabilidad y la Estadística.	

Cuadro 38. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 8: Obstáculos epistemológicos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales profesores.

2. Subcategoría: Conocimientos previos.

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... el estudiante debe poseer conocimientos matemáticos y estadísticos sólidos para enfrentar el nuevo conocimiento llamado análisis de regresión lineal...</i>	<i>...es importante que los estudiantes tengan nociones de correlación y de aspectos matemáticos como: algebra de matrices, derivación parcial entre otros, pues fracasarían al enfrentarse al contenido de análisis de regresión lineal...</i>

Interpretación del investigador

Un aprendizaje es útil cuando la persona que lo ha realizado puede ponerlo en práctica para resolver problemas, incluso la persona puede usar lo aprendido para abordar nuevas situaciones o para lograr nuevos, para Ausubel (1990) la posibilidad de aprender se encuentra en relación directa a la cantidad y calidad de los aprendizajes previos realizados y a las conexiones que se establecen entre ellos.

Cuadro 39. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 9: Errores y dificultades en la resolución de problemas por parte de los estudiantes. Actores sociales profesores.

1. Subcategoría: errores en la aplicación de conceptos matemáticos y estadísticos

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... el estudiante comete muchos errores en la aplicación del método de mínimo cuadrados y por no establece el modelo de regresión lineal correctamente, además tiene dificultades para realizar el ajuste del modelo ...</i>	<i>...los errores son el la aplicación de los contenidos matemáticos y presentan mucha dificultad en la interpretación de los resultados aportados por el modelo de regresión lineal ...</i>

Interpretación del investigador

La información presente en los cuadros, ratifica de alguna manera que el enfoque actual de enseñanza de conceptos de la teoría de la probabilidad y estadística Inferencial, como el de análisis de regresión lineal simple, no está en concordancia con la naturaleza probabilística de los contenidos de la asignatura; por lo que se puede apreciar se centra más en la matematización de estos contenidos que en su interpretación, el cual representa el conocimiento necesario para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre a la hora de enfrentarse el futuro ingeniero a una situación que corresponda a un fenómeno aleatorio. La falta de interpretación unida al desconocimiento de la aplicabilidad de las expresiones matemáticas es notoria para los docentes..

Cuadro 40. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 7: Obstáculos didácticos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales estudiantes.

1. Subcategoría: Solo el profesor explica y resuelve problemas en clases o en encuentros virtuales.

(voces de los actores sociales)	
Informante estudiante 1	Informante estudiante 2
<i>... las clases se desarrollan como siempre, el profesor llega y nos indica el contenido, luego nos da toda la clase....</i>	<i>...el profesor no se aparta del pizarrón, define, demuestra y resuelve los problemas, no motiva la participación en clases....</i>
Interpretación del investigador	
El profesor es el dador de clases, es quien sabe resolver problemas, lo mismo ocurre en las otras asignaturas, no utiliza estrategias motivadoras, es quien pregunta y el mismo se responde. Si el alumno no entendió, no pregunta para salir de la duda.	

Cuadro 41. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 7: Obstáculos didácticos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales estudiantes.

2. Subcategoría: Falta de claridad en los ejemplos prácticos en clase.

(voces de los actores sociales)	
Informante estudiante 1	Informante estudiante 2
<i>... a veces no entiendo el planteamiento del profesor, explica una formula pero no sé cómo aplicarla ni cuando, me pierdo en la explicación...</i>	<i>...aun cuando el planteamiento del problema parece elemental, no logro entender su resolución y mucho menos la interpretación del resultado...</i>
Interpretación del investigador	
Está presente la falta de claridad en la exposición del docente, sea en la parte teórica como en la práctica o de aplicación, por supuesto esto de acuerdo a Brousseau (2000) es producto de los obstáculos didácticos generados por el docente. Lo que constituye una problemática educativa que envuelve al proceso de enseñanza y aprendizaje del análisis de regresión lineal bivariable.	

Cuadro 42. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 8: Obstáculos epistemológicos que afectan el aprendizaje y desarrollo del análisis de regresión bivariable. Actores sociales estudiantes.

1. Subcategoría: Deficiente conocimiento matemático previo

(voces de los actores sociales)	
Informante estudiante 1	Informante estudiante 2
<i>...en verdad el análisis de regresión bivariable tiene sus contenidos difíciles de aprender, a pesar de conocer algo de</i>	<i>...estudiar el análisis de regresión lineal es algo difícil, pues está compuesto por términos matemáticos fuertes y términos</i>

<i>correlación y de matemática, este análisis es algo difícil de estudiar...</i>	<i>estadísticos nuevos....</i>
--	--------------------------------

Interpretación del investigador

El error no es sólo el efecto de la ignorancia, de la duda o del azar, como suponían las teorías conductistas del aprendizaje, sino que es la consecuencia de un conocimiento anterior que se manifiesta falso o no apropiado a una nueva situación. Según Brousseau (1986), la noción de obstáculo está relacionada con la idea de aprendizaje por adaptación. Ciertos conocimientos del alumno están ligados a otros conocimientos anteriores que a menudo son provisorios, imprecisos y poco correctos. Para este autor un obstáculo epistemológico esta intrínsecamente relacionados con el propio concepto.

Cuadro 43. Validez interna. Triangulación de fuentes.

Dimensión 9: errores en la aplicación de conceptos matemáticos y estadísticos. Actores sociales estudiantes.

1. Subcategoría: Conocimientos previos.

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>... encontrar el modelo es difícil, sobre todo por las deficiencias que reconozco tengo en cuanto a la matemática, además el profesor supone que uno tiene esos conocimientos y no los repasa...</i>	<i>...son muchas fórmulas y no sé de dónde vienen ni por qué, me confundo al aplicarlas y me vuelvo un ocho resolviendo el problema, tanto que ni a libro abierto lo hago ...</i>

Interpretación del investigador

Es claro que los estudiantes presentan serios problemas al abordar la resolución de problemas, pareciera que carecen de conocimientos previos para afrontar el nuevo. Un aprendizaje es útil cuando la persona que lo ha realizado puede ponerlo en práctica para resolver problemas, incluso la persona puede usar lo aprendido para abordar nuevas situaciones o para lograr nuevos, para Ausubel (1990) la posibilidad de aprender se encuentra en relación directa a la cantidad y calidad de los aprendizajes previos realizados y a las conexiones que se establecen entre ellos.

Categoría(s) final(es) develada(s). Cierre categorial. Obstáculos didácticos y epistemológicos que afectan el desarrollo del análisis de regresión bivariable desde la perspectiva de los actores sociales

Finalmente se hizo la unión de las categorías y subcategorías individuales de los dos grupos de informantes claves con respecto a obstáculos cognitivos, didácticos y epistemológicos que afectan el desarrollo del pensamiento métrico, a saber:

Esencialmente el aprendizaje de las matemáticas y sus áreas asociadas está afectado por un desafortunado, pero «tradicional» temor hacia estas matefobia (fobia a las matemáticas) por parte de muchos estudiantes de todos los niveles educativos, lo que los hace susceptibles a la resistencia e, incluso, a la rebeldía. Adicionalmente se presenta, también en los educandos, la falta de capacidad de abstracción para crear los esquemas mentales necesarios para la comprensión de los conceptos, axiomas y teoremas propios de los cursos de matemática, lo que incluye al análisis de regresión simple. Sumado a esto, se dificulta en los educandos el comprender las diferencias teóricas y prácticas de la definición de variable (aleatoria y Estadística). Y finalmente, como obstáculos cognitivos, está la falta de ejercitación práctica rutinaria, que no permite el desarrollo de los procesos de los conceptos dados en clase.

Asimismo, se reiteraron como obstáculos didácticos, varios factores que en la categoría anterior fueron denominados elementos negativos de la didáctica en la enseñanza del análisis de regresión lineal como la presentación de los temas desde lo técnico formal (definición, teorema y aplicación) a lo cotidiano, la falta de capacitación docente en los fundamentos teóricos y prácticos de la didáctica en general y los errores en los objetivos didácticos que traen como consecuencia el uso de estrategias y recursos ineficientes o inexistentes que no cumplen con los objetivos reales esperados o la falta de claridad en los ejemplos prácticos en clase.

El cierre de esta categoría está representado por los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del análisis de regresión y que están caracterizados por el desconocimiento, por parte de algunos estudiantes, del lenguaje matemático teórico y técnico necesario para el aprendizaje del tema en estudio,

5.- Develando los elementos teóricos a considerar en el diseño de una didáctica innovadora para la enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple, que mejore su aprendizaje en estudiantes de Ingeniería Agrónoma de la UCV-Maracay

Para finalizar este capítulo se presenta la generación de la(s) categoría(s) y subcategoría(s) relacionada(s) con los constructos teóricos que serían necesarios para conformar una didáctica innovadora para la enseñanza del análisis de regresión lineal bivariable. Esto está detallado en el cuadro 44.

5. Interrogante: ¿Cuáles serían los elementos a considerar en el diseño de una didáctica innovadora para la enseñanza del modelo de Regresión Lineal Simple, que mejore su aprendizaje en estudiantes de Ingeniería Agrónoma de la UCV-Maracay.

Luego de las entrevistas al grupo de profesores y estudiantes, se obtuvo un conjunto de opiniones y perspectivas sobre las dimensiones asociadas con la interrogante inicial de la investigación. Durante este proceso se aplicó la reducción de la información mediante la categorización, subcategorización y saturación. Los resultados están plasmados en el cuadro 44.

Cuadro 44. Elementos teóricos necesarios para conformar la didáctica innovadora para la enseñanza del análisis de regresión lineal simple, que mejore su aprendizaje

Dimensión	Categoría(s)	Subcategoría(s)
10. Elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple	Comprensión de la técnica de regresión lineal simple aplicando su modelo, estableciendo sus supuestos, sus propiedades y aplicaciones fundamentales, las reglas que lo rigen y las hipótesis necesarias para usar e interpretar la relación lineal entre variables aleatorias	1. Motivación en clase
		2. Resolución de Problemas ajustados a la realidad
		3. Programas estadísticos actualizados
		4. Descripción gráfica del proceso de análisis de regresión
		5. Proceso de Evaluación

Después de determinadas las subcategorías finales en el cuadro anterior, se llevó a cabo el proceso de validez interna y triangulación de fuentes y así establecer la confiabilidad de los datos recopilados y contrastar las voces de los actores sociales con la interpretación del investigador y los referentes teóricos. Esto está detallado en los cuadros siguientes, del 45 al 49. Se destaca que el cuadro, al igual que en la triangulación de las subcategorías anteriores, están representadas conjuntamente las voces de los profesores y estudiantes. Esto, debido a la relación estrecha entre las preguntas hechas durante la entrevista, y cuyas respuestas permitieron presentarlas de esta manera conjunta.

Cuadro 45. Validez interna. Triangulación de fuentes

Dimensión 10: Elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple

Actores sociales profesores y estudiantes.

1.Subcategoría: Motivación en clase

(voces de los actores sociales)	
Informante profesor 1	Informante profesor 2
<p><i>... Lo esencial es que el estudiante aprenda el procedimiento del análisis de regresión lineal y los conceptos que de él se derivan en clases, porque usted sabe que son unos cuantos, y a partir de allí, aprenda a aplicar esta técnica de predicción en las situaciones reales...</i></p> <p><i>... es necesario que ellos vean, analicen, saquen conclusiones y que esas conclusiones las apliquen a otras situaciones similares...</i></p> <p><i>... la capacidad de «ver» y clasificar u organizar cosas abstractas y después sintetizar, organizar para llegar a un resultado...</i></p> <p><i>... es una actividad mental reflexiva para resolver problemas y situaciones reales. No es nada más enseñar conceptos estadísticos, si me entiende, ¿verdad? Resolver un problema no es nada más la enseñanza del análisis de regresión, sino un medio, ¿sí?, un medio para lograr el aprendizaje y después comunicarlo porque la estadística ya es un lenguaje general o universal...</i></p> <p style="text-align: center;">Informante estudiante 1</p> <p><i>... yo no siento motivación por parte del profesor para asistir a clases y llegar</i></p>	<p><i>...definitivamente es necesario que el estudiante aprenda, incluso desde su casa, a leer el texto.. Eso es importante para su desarrollo cognitivo...</i></p> <p><i>...Obviamente no podemos asumir que ellos vengan con esos conceptos aprendidos desde su hogar, pero esa curiosidad la tienen que desarrollar temprano. ...</i></p> <p><i>...bueno no soy psicólogo pero les doy animo a los estudiantes para que repasen los dado en clase ...</i></p> <p><i>...si espero que ellos intervengan en clases, cuando desarrollo la teoría o la práctica, pasa la hora de la clase y nada, no hay preguntas ni dudas planteadas...</i></p> <p style="text-align: center;">Informante estudiante 2</p> <p><i>... yo respeto al profesor, el poco habla con nosotros, solo se dedica a hacer la</i></p>

<i>contento, al contrario solo veo que llena el pizarrón de conceptos y a veces los dicta y no los escribe y si se plantea un problema, él solito lo resuelve, se pregunta y se da la respuesta durante el desarrollo del ejercicio...</i>	<i>exposición de la clase y nosotros copiamos, respecto si habla de la historia del concepto que está enseñando no la hace, solo lo define y listo...</i>
--	---

Interpretación del investigador

Se evidencia entonces la necesidad de que los estudiantes se sientan motivados para enfrentar el nuevo conocimiento que se les va a describir en clases, pero que además en esa descripción ellos tengan participación independientemente de los errores o dificultades que puedan expresar o manifestar en esa participación, por lo cual el docente debería de actuar como mediador en esa participación. Aquí entra en juego la importancia del enfoque histórico, es decir el paseo histórico de un concepto antes de su desarrollo formal, es considerado por la educación matemática como un factor altamente motivante para el abordaje del concepto. En este sentido, La aparición y desarrollo de las ideas, procedimientos, conceptos, y teorías matemáticas, se han ido perfilando a lo largo de la historia superando obstáculos epistemológicos. En este sentido, Sierpinska (citado por Estepa y Sánchez, 1994) afirma que la adquisición por parte de las personas de muchos conceptos matemáticos ya elaborados, va ligada a la superación de obstáculos epistemológicos que aparecen asociados a dichos conceptos

Cuadro 46. Validez interna. Triangulación de fuentes

Dimensión 10: Elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple

Actores sociales profesores y estudiantes.

2.Subcategoría: Resolución de Problemas ajustados a la realidad

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<p><i>...enseñar estadística sin resolver problemas no tiene sentido, los problemas son para aplicar los conceptos ya enunciados y el estudiante tiene que saber cuándo y cómo aplicar esos conceptos en la resolución del problema...</i></p> <p><i>...siempre busco plantear un problema relacionado con la agricultura, por eso busco los textos que son afines a agronomía...</i></p>	<p><i>...los problemas que se resuelven en clase generalmente son sencillos al igual que los que coloco en las evaluaciones, la resolución de problemas es algo que no puede faltar en la enseñanza del análisis de regresión, aun cuando estos no tengan relación con la agricultura...</i></p>
<p style="text-align: center;">Informante estudiante 1</p> <p><i>... sobre los problemas que el profesor presenta en clase, en verdad que son problemas difíciles de entender, pues se</i></p>	<p style="text-align: center;">Informante estudiante 2</p> <p><i>... a mí me cuesta entender cómo se resuelve un problema de regresión lineal, se debe manejar términos</i></p>

<i>aplica todo lo relacionado con el análisis de regresión pero para mí es muy disperso todo y no entiendo...</i>	<i>matemáticos fuertes y un vocabulario estadístico muy complejo, además muy poco se relacionan con la profesión...</i>
---	---

Interpretación del investigador

Se interpreta entonces que la metodología de resolución de problemas utilizada por los docentes en clase no está cumpliendo con el objetivo propuesto, a pesar de ser una metodología propia de la enseñanza de la estadística, en otras palabras no está siendo bien implementada. De acuerdo a De Guzmán (1991), la Enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas es actualmente el método invocado a poner en práctica. Por lo que sostiene, “lo que en el fondo se persigue con esta estrategia es que el alumno adquiera en lo posible de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas”. Beyer (2001) sostiene que de un tiempo a esta parte se ha puesto muy de moda el término “Resolución de Problemas”. Pero que esta expresión tiene distintas connotaciones dependiendo de quien la usa, donde se usa y cuando se usa. Cabe destacar que en la resolución de problemas, el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con tino por el profesor, colocando al alumno en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por si mismo lo que los grandes matemáticos lograron con gran esfuerzo. Las ventajas del procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos validos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido.

Cuadro 47. Validez interna. Triangulación de fuentes

Dimensión 10: Elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple

Actores sociales profesores y estudiantes.

3.Subcategoría: Programas estadísticos actualizados

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<i>...tu estas al tanto de que las universidades están no estancadas, sino en un proceso de involución en este país, que contar con un laboratorio de informática y los programas estadísticos es literalmente en estos momentos soñar, sin embargo existen estos programas y ellos permiten analizar una información de datos estadísticos en poco tiempo...</i>	<i>...programas como el SPSS o plataforma como EXCEL todavía se pueden utilizar, pero de manera particular pues la universidad no cuenta con espacio, tecnología y mucho menos programas. Esto es un recurso para que el estudiante pueda asimilar lo dado en clase y ponerlo en práctica...</i>
Informante estudiante 1	Informante estudiante 2
<i>... yo he logrado obtener ciertos programas estadísticos, pero si no</i>	<i>... sé que para mi profesión será necesario tener un buen equipo de</i>

<i>entiendo cómo hacerlo a mano en papel y lápiz, como voy a entender lo que me pueda arrojar el programa...</i>	<i>computación y paquetes estadísticos para estar al día con los avances de la profesión, pero en estos momentos no cuento con eso....</i>
--	--

Interpretación del investigador

A pesar del avance de la estadística debido al desarrollo de la informática, se puede notar que los estudiantes no tienen acceso a esa tecnología. Permiten crear un ambiente donde la exploración y la experimentación son actividades que pueden contribuir a un mejor aprendizaje. Ya que, mediante la interactividad del software, es posible manipular las representaciones gráficas, hacer que los estudiantes experimenten con distribuciones variando sus parámetros, cambiar datos y que el estudiante observe los efectos proporcionándoles una inmediata retroalimentación. Se evidencia entonces la necesidad de implementar de una manera formal el manejo de paquetes estadísticos una vez que el estudiante ha recibido y procesado la información detallada en clases sobre el análisis de regresión lineal.

Cuadro 48. Validez interna. Triangulación de fuentes

Dimensión 10: Elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple

Actores sociales profesores y estudiantes.

4.Subcategoría: Descripción gráfica del proceso de análisis de regresión

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<p><i>...he oído hablar de los llamados mapas mentales y mapas conceptuales, pero no los he implementado en clases, pues no me he preocupado por realizarlos para los diferentes contenidos de la materia que administro....</i></p> <p><i>... lo mejor que puedo indicar es que el alumno organice los conceptos y fórmulas para tenerlas presentes en las evaluaciones...</i></p> <p style="text-align: center;">Informante estudiante 1</p> <p><i>... no, el profesor no presenta ningún esquema para entender el proceso de análisis de regresión, solo el problema, la formula y a resolver el problema...</i></p> <p><i>Los mapas mentales los utilice en bachillerato y son fáciles de realizar para cualquier exposición, al igual que los mapas conceptuales....</i></p>	<p><i>...que mejor descripción de los elementos que componen al análisis de regresión que la secuencia en que se los explico, eso está en cada quien, pues todos tenemos una manera de estudiar...</i></p> <p><i>...esos de los mapas escolares se usan en primaria y media, mis hijos lo han hecho, pero en la universidad me parece que no cuadra....</i></p> <p style="text-align: center;">Informante estudiante 2</p> <p><i>... en las clases no se realiza alguna descripción del tema desarrollado, si no copias considérate frito, pero esquemas o gráficos no se hacen...</i></p> <p><i>... si realice mapas mentales en cuarto año para exponer en física y en quinto para biología realice un mapa mental en papel bond.....</i></p>

Interpretación del investigador

Aquí se evidencia la no descripción de lo dado en clases respecto al modelo de regresión lineal bivariable y en fin a cualquier otro contenido de la asignatura, pues los profesores no consideran necesario el uso de los mapas mentales o mapas conceptuales, aun cuando estos presentan al estudiante un resumen esquemático de todo lo desarrollado en clase, permitiendo que el estudiante establezca las conexiones entre los nuevos conocimientos y los que ya sabe

Cuadro 49. Validez interna. Triangulación de fuentes

Dimensión 10: Elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple

Actores sociales profesores y estudiantes.

4.Subcategoría: Sobre el proceso de evaluación

(voces de los actores sociales)

Informante profesor 1	Informante profesor 2
<p><i>...las estrategias de evaluación que generalmente utilizo son pruebas escritas, largas, cortas, talleres en parejas a libro abierto, también ejercicios para la casa con una ponderación a la defensa del mismo....</i></p> <p style="text-align: center;">Informante estudiante 1</p> <p><i>... las estrategias de evaluación que aplica el profesor se limitan a pruebas, talleres de ejercicios en pareja...</i></p>	<p><i>...además de las pruebas escritas evalué las exposiciones y un trabajo de aplicación que deben entregar al final del semestre....</i></p> <p style="text-align: center;">Informante estudiante 2</p> <p><i>... el plan de evaluación siempre es igual en todas las materias, pruebas escritas, exposiciones, entrega de ejercicios, de ahí no salen....</i></p>
<p>Interpretación del investigador</p> <p>A pesar de que el aprendizaje de los contenidos de la probabilidad y la estadística a menudo se contemplan como el dominio de un conjunto de habilidades, procedimientos y vocabulario propio de esta ciencia, la evaluación se ha limitado a la aplicación de exámenes o pruebas que intentan medir si el estudiante ha adquirido ese dominio. Las pruebas se orientan a medir destrezas que incluso están aisladas del contexto del problema que plantean. Por lo que aquí se puede entender que la evaluación es muy cerrada y tradicional.</p>	

Categoría(s) final(es) develada(s). Cierre categorial. Elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple

Finalmente se hizo la unión de las categorías y subcategorías individuales de los dos grupos de informantes claves con respecto a los elementos teóricos esenciales para la enseñanza del modelo de regresión lineal simple.

De esta manera damos por finalizado el capítulo IV de la investigación, logrado mediante la reducción de los datos y la información recolectada con las entrevistas a los actores sociales, mediante los procesos de categorización, subcategorización y saturación. Al mismo tiempo se determinó la confiabilidad interna, lo que garantizó la exactitud de estos. Toda esta información obtenida, constituyó los insumos de entrada para el establecimiento de los hallazgos investigativo por cada objetivo definido en el capítulo I.

Respecto a lo anterior, a manera de introducción, profesores de probabilidad y estadística (como Batanero; C, Ottaviani, G y Carruido, A, entre otros) han sugerido que los estudiantes aprenden mejor si se relacionan con la recolección y análisis de datos. La idea es que la probabilidad y la estadística se aprenden mejor poniendo en práctica, sus métodos y técnicas en fenómenos aleatorios que arrojan datos que son la materia prima para su estudio e interpretación de los resultados que arroja el o los análisis producto de la aplicación de estas técnicas o métodos.

Otros (como Holmes, P, Recio, J, entre otros) han encontrado que, en cursos introductorios, el acercamiento no-paramétrico a la probabilidad y la estadística puede hacerse con mucho más éxito que el que utiliza el enfoque de la teoría nominal tradicional. Esto es mayormente cierto en cursos estadísticos preuniversitarios, donde se ha encontrado que es más fácil para estos estudiantes trabajar con rangos que con valores específicos.

Sirvan estos comentarios iniciales para ubicar en una perspectiva teórica práctica la información suministrada por los informantes y la contraposición, a manera de triangulación, de lo que al respecto señala algunas de las teorías donde se sustenta el estudio.

Se puede interpretar de los resultados de los distintos cuadros, que existe la necesidad de generar una didáctica alternativa, innovadora para la enseñanza del análisis de regresión lineal bivariable, ya que está más centrado en el desarrollo matemático de los contenidos que en el conocimiento que aporta la interpretación probabilística o estadística de los resultados que origina ese proceso estadístico. Por

otra parte, el desconocimiento por parte del profesor que administra esa asignatura de los aspectos didácticos actualizados, lo sumerge aún más en la didáctica tradicional incluso hasta en la forma de evaluar al estudiante, generalmente el docente aquí enseña cómo le enseñaron y más cuando los docentes, manifiestan que los alumnos no traen los conocimientos básicos de la teoría de probabilidades para abordar el nuevo conocimiento, por lo que para la mayoría de ellos es aquí donde comienzan a conocer estos contenidos por primera vez.

A su vez, el comentario generalizado de los estudiantes estriba en que los profesores desarrollan el contenido curricular en una forma muy tradicional, prevaleciendo las clases expositivas, con muy poca utilidad en la vida cotidiana y sin mayor interés o motivación.

En consecuencia resulta oportuno ratificar lo señalado por Batanero, (2005:42), al referirse al currículo de la probabilidad y la estadística: "Los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas; seleccionar y utilizar los métodos estadísticos y modelos probabilísticos apropiados para analizar los datos; desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos; comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad"

En lo que respecta a la información referida a las estrategias metodológicas utilizadas en el proceso de enseñanza aprendizaje del contenido programático correspondiente al modelo de regresión lineal bivariante, se tiene que el enfoque utilizado por los docentes que administran esa asignatura, es el tradicional; que consiste en exposición en la pizarra por parte del profesor y lo complementa con la resolución de ejercicios. No se plantea otra estrategia alternativa que permita alcanzar un mejor aprendizaje de los contenidos y así mejorar el rendimiento de los estudiantes.

A su vez los estudiantes corroboran esta apreciación sosteniendo que prevalece en el profesor la didáctica expositiva, monótona e intrascendente. Hoy día con esos avances de la informática y de la misma probabilidad y estadística es necesario

implementar estrategias que se adapten a estos avances, alternativas como la que ofrece es el uso del computador pues actualmente hay programas estadísticos que pueden facilitar los cálculos numéricos, representar gráficamente un grupo de datos pero necesitamos un entrenamiento del computador adaptado al programa. Por otro lado, los mapas conceptuales pueden ser una estrategia que permita al estudiante organizar lo aprendido en cuanto al concepto esperanza matemática, para así consolidarlo como conocimiento significativo.

De acuerdo a algunos investigadores en educación matemática una estrategia que tiende a despertar el interés en el estudiante, y porque no en el estudio del contenido de esperanza matemática es el uso del enfoque histórico donde el alumno bajo esta estrategia, se pasearía por las diferentes etapas y avatares donde se desarrolló el concepto hasta la época actual. Otra estrategia consistiría en la aplicación de la resolución de problemas la cual considero como la base fundamental para la enseñanza de la probabilidad y la estadística, mientras el estudiante se enfrente a situaciones de la vida real donde debe poner en práctica los conocimientos de los contenidos de esperanza matemática, de tal manera que la interpretación de los resultados estén por encima de los desarrollos matemáticos fundamentales, mejor preparado estará en el campo de las probabilidades y estadística tanto para ejercer su enseñanza como para su aplicación en problemas de la vida diaria.

Por otra parte, el uso de la Tics en la enseñanza de la estadística ya es un hecho inaplazable, la universidad no puede ir por un lado formando profesionales para la enseñanza, desligados de la realidad en cuanto al desarrollo tecnológico de la informática y mucho menos cuando esta brinda la oportunidad de resolver problemas en tiempo breve y hasta de modelizar situaciones para inferir sus soluciones.

En cuanto a lo que respecta a la evaluación, podemos interpretar que la misma se desarrolla generalmente es a través de pruebas escritas y talleres de ejercicios en grupo y exposición grupal de un tema asignado previamente. Da la impresión que el aprendizaje del contenido programático correspondiente a la esperanza matemática de una variable aleatoria a menudo se contempla como el dominio de un conjunto de

habilidades, procedimientos y vocabulario. La evaluación se ha limitado a la aplicación de exámenes o pruebas escritas que intentan medir si el estudiante ha adquirido este dominio. Las preguntas que aparecen en las pruebas tradicionales se orientan típicamente a la medición de destrezas matemáticas, aisladas del contexto estadístico de un problema y no prueban si el estudiante ha entendido o no los conceptos correspondientes al contenido de esperanza matemática, si está en capacidad de integrar el conocimiento probabilístico a la solución de un problema o si es capaz de comunicarse efectivamente usando el lenguaje de la probabilidad y la estadística.

En relación con los conocimientos previos que el estudiante debe tener como herramientas para un abordaje efectivo del análisis de regresión bivariable y su contenido programático dentro de la teoría de la estadística inferencial, para los docentes manifiestan que la mayoría de los alumnos no traen los conocimientos básicos de estadística y mucho menos los de probabilidad y que los estudiantes son muy apáticos al conocimiento estadístico, pues están cargados de prejuicios sobre esta asignatura, la rechazan más por su contenido matemático que por su naturaleza investigativa. Al mismo tiempo los estudiantes refuerzan lo que sostienen los docentes al expresar que en el bachillerato muy poco fue lo enseñado sobre estadística y probabilidad y que aun cuando al llegar a la UCV- Maracay cursaron estadística aplicada, en esta solo lograron elaborar tablas de frecuencias, gráficos y uno que otro calculo utilizando las formulas de la media o varianza. Que al enfrentarse al concepto de análisis de regresión sobre todo al, aumentan las dificultades pues deben tener presente los conocimientos de cálculo diferencial e integral aunados a los propios de la teoría de la probabilidad.

En consecuencia, del análisis general de las entrevista, se aprecia que existe una problemática educativa referida a la enseñanza del modelo de regresión lineal bivariable, que incluso es más general de lo que se pensaba pues abarca toda la enseñanza de los contenidos del análisis de regresión (Múltiple, no lineal, borroso, entre otros) y es necesaria una solución inmediata a la misma pues los estudiantes que están sometidos a esta problemática son futuros ingenieros agrónomos.

Conclusiones y Recomendaciones

De acuerdo con el Análisis histórico- epistemológico y cognitivo del modelo de análisis de regresión lineal bivariable y al Análisis de la Realidad Observada así como de los Hallazgos Aportados por los Informantes Clave en la entrevista a los docentes que administran la asignatura Análisis de Regresión en la Facultad de Agronomía de la UCV – Maracay y a los alumnos inscritos en las secciones que estos administran, el autor de esta investigación expone las siguientes conclusiones:

Conclusiones

La sociedad moderna necesita del conocimiento de las técnicas y métodos estadísticos y probabilísticos para el desarrollo científico, tecnológico y económico. El razonamiento estadístico juega un gran papel en la vida profesional del hombre moderno ya que con la globalización y las redes de comunicación esta diariamente siendo bombardeado por gran cantidad de información, que necesita ser procesada. Esto ha generado que la educación de todo país, enfrente el reto de poner a la disposición de los ciudadanos los conocimientos estadísticos y probabilísticos necesarios para analizar esa gran cantidad de información. Esto se evidencia en nuestro país, en la incorporación de los contenidos estadísticos y probabilísticos en los pensum de estudio en los niveles educativos de primaria y media general y en los planteamientos que hacen las instituciones de educación superior en reforzar o rediseñar su enseñanza en los niveles universitarios, tanto en pregrado como en postgrado, con la intención de crear una cultura estadística que contribuya al desarrollo del país.

La Universidad Central de Venezuela (UCV) institución formadora en la Facultad de Agronomía en Maracay, de los ingenieros agrónomos que se requiere el país, no es ajena a la problemática antes planteada; específicamente en lo referente a la formación de ese ingeniero que llevará sobre sus hombros la responsabilidad de incidir positivamente en el desarrollo agrícola del país. Por lo que se requiere de una Formación especializada en estas áreas que de acuerdo a la investigación realizada pudiese ser cuestionada, ya que los futuros ingenieros agrónomos presentan serias

deficiencias en contenidos estadísticos, como el caso de la Regresión Lineal, y esta deficiencia está muy relacionada con el enfoque de enseñanza que actualmente ponen en práctica los docentes formadores del departamento de estos futuros ingenieros, que administran la asignatura Análisis de Regresión.

La enseñanza de la probabilidad y Estadística Inferencial, y en particular la enseñanza del contenido correspondiente al análisis de regresión lineal, está siendo administrada bajo metodologías muy tradicionales que solo propician la memorización en el educando, ya que el docente desarrolla la teoría, utilizando el Pizarrón mediante el enfoque expositivo, sin propiciar la participación o integración del alumno en las clases.

El alumno ante este enfoque de enseñanza, se comporta solo como un ente pasivo y receptivo ante la información que suministra el profesor en su exposición, por lo que se dedica a copiar todo lo expuesto.

El conocimiento de los contenidos de la probabilidad y la estadística Inferencial permite la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre. Con esto se pone de manifiesto la naturaleza no determinista de la probabilidad y la estadística Inferencial, por lo que su enseñanza debe ser ajustada a su naturaleza. Pero el formador con su enfoque actual desconoce este hecho y la matematiza su enseñanza al igual que la geometría, álgebra y análisis.

El docente formador al enfocarse más en los procesos matemáticos durante la enseñanza de los contenidos de probabilidad, como es el caso de la enseñanza del modelo de regresión lineal simple, el alumno en las pruebas o en la resolución de problemas, solo devuelve el discurso matemático ofrecido por el docente obviando la interpretación de los resultados que son necesarios para la toma de decisiones. Además sabiendo que cuyo aprendizaje significativo permitiría el aprendizaje también significativo de los contenidos que a continuación de él se derivan. Así no se puede construir una cultura estadística en un país pues este futuro ingeniero.

Los docentes formadores no elaboran materiales que impacten o motiven al estudiante a integrarse y ser partícipes de su propio aprendizaje, pues llevan el proceso enseñanza – aprendizaje de una manera unidireccional.

El alumno no posee los conocimientos previos necesarios sobre la asignatura para abordar los contenidos relacionados con el modelo de regresión lineal.

El docente no utiliza las estrategias como: el enfoque histórico, la resolución de problemas, mapas mentales y el uso de las Tics.

Es importante destacar que el docente que administra la asignatura, está consciente de la importancia y la necesidad de cambio en el enfoque actual de su enseñanza.

Por otro lado es importante tener claro que, en sus comienzos, el método de mínimos cuadrados era una técnica geodésica. Era una técnica para resolver sistemas de ecuaciones donde el número de ecuaciones superaba al de incógnitas.

Es importante resaltar que varios son los antecedentes alejados de la estadística que generaron al método de mínimos cuadrados: el problema de la figura de la Tierra y, ligado a él, la medición del arco del meridiano terrestre, y a su vez este último relacionado con el problema de la introducción del Sistema Métrico Decimal.

Por tanto, el Método de Mínimos Cuadrados no fue creado para la Estadística. Es un Método Geodésico, creado para ayudar a los astrónomos.

La presente investigación enmarcada en la Educación Estadística registra resultados que orientan a la construcción de una forma de enseñanza innovadora, contraria a la actual; la cual se puede apoyar en las teorías de la educación matemática y en constructos teóricos que pueden ser adaptados a la naturaleza de la probabilidad y la estadística inferencial, concatenados con la intención de conformar una didáctica que mejore la calidad del aprendizaje por parte de estudiantes que son futuros ingenieros agrónomos.

La didáctica innovadora no solo debe ser concebida como una interrelación entre estrategias que la conformen, debe soportarse sobre nuevas formas de organización

de las actividades donde se puedan poner en práctica estas estrategias, como por ejemplo la generación de unidades didácticas, teniendo presente los llamados organizadores curriculares para su fortalecimiento.

Recomendaciones

Los docentes que dictan la asignatura análisis de regresión deben tener presente que los estudiantes que son futuros ingenieros agrónomos requieren un cambio en el enfoque de la enseñanza de la asignatura, más centrada en la naturaleza no determinista, por lo que es recomendable en primer instancia rediseñar el programa de esta asignatura en función de lo antes dicho. Y discutirlo previamente con los estudiantes, es decir que sea del conocimiento de estudiante y de fácil acceso.

Utilizar estrategias metodológicas atractivas, variadas e interesantes, que permitan al estudiante mejorar el interés y la confianza en sí mismo, con la finalidad de estimular y mantener la motivación en el grupo por el aprendizaje de los contenidos de la asignatura.

Cambiar el enfoque de enseñanza tradicional que maneja el docente por uno más dinámico que permita rápidamente la participación del alumno en su propio conocimiento.

Preparar a los docentes en la implementación y evaluación de las estrategias que se proponen en este trabajo. Planificar talleres y cursos sobre la implementación y conocimiento de las estrategias que conformen una didáctica alternativa.

Realizar una revisión del programa de la asignatura que actualmente se utiliza para el desarrollo de las actividades, con el propósito de reestructurarlo en función de la nueva didáctica. Entre otras.

CAPÍTULO V

CONTEXTO GENERATIVO

Aportes teóricos que conforman la estructura teórica de una didáctica para la enseñanza del Análisis de regresión Lineal Simple

Presentación

A continuación se presentan los aportes teóricos que sirvieron de base para la conformación de una didáctica novedosa para la enseñanza del Modelo de Análisis de Regresión Lineal Simple junto con los conceptos que en la estructura dependen de la existencia de éste. De tal manera que este nuevo enfoque de enseñanza facilite un aprendizaje significativo en estudiantes, que son futuros ingenieros agrónomos, con miras a satisfacer las necesidades de la sociedad del conocimiento.

El proceso de teorización según Martínez (1999:19) se trata de integrar en “un todo coherente y lógico los resultados de la investigación...”. Los resultados se amplían con los aportes de los autores reseñados en el marco teórico referencial después del trabajo de contrastación.

Construir la teoría, en este caso los constructos se logra relacionando siempre más entre sí las categorías y sus propiedades, así van apareciendo cada vez más nexos y analogías y las teorías implícitas se van haciendo cada vez más explícitas, es decir una red de relaciones entre las categorías. Al respecto Galeano (2004:173), plantea que “Las interrelaciones entre categorías se diagraman trazando mapas. Una forma de interrelación la constituyen los mapas conceptuales o construcción de tipologías”.

Igualmente, Martínez (ob cit: 280), señala que “La transición de los datos a la teoría requiere imaginación creadora”. Así mismo cita a Popper (1963) quien plantea que las teorías son el resultado de una intuición casi poética.

La teorización que a continuación se presenta, surgió de la investigación de la situación actual del proceso enseñanza y aprendizaje del Modelo de Análisis de Regresión Lineal Simple y de un análisis histórico epistemológico de dicho concepto,

teniendo como escenario una institución de educación superior, en el caso particular la Universidad Central de Venezuela (UCV), en la Facultad de Agronomía, en el departamento de Ingeniería Agrícola. Se tiene por norte establecer una nueva forma de enseñar este contenido y los contenidos de inferencia estadística donde este contenido tiene pertinencia, a través de un conjunto de estrategias metodológicas diferentes a la utilizada actualmente por el docente, con el objeto de fortalecer su aprendizaje significativo, y por consiguiente su aplicación en los campos de las ciencias agrícolas.

En esta producción teórica se concibe a la didáctica como la disciplina pedagógica de carácter práctico y normativo que tiene por objeto específico la técnica de la enseñanza, esto es, la manera coherente y sustentada de dirigir, orientar, acompañar eficazmente a los estudiantes en su aprendizaje, respetando sus características, intereses y saberes. Es el conjunto sistemático de principios, normas, recursos y procedimientos específicos que todo docente debe conocer y saber aplicar para orientar con seguridad a sus alumnos en el aprendizaje del análisis de regresión lineal simple en el marco de la Estadística Inferencial y/o en la adquisición de habilidades y destrezas, teniendo a la vista las capacidades a desarrollar en ellos.

Cabe destacar, lo establecido por Rico (2003) donde distingue tres sentidos distintos en educación matemática: en *primer sentido*: La educación matemática cuando se refiere al conocimiento matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje. En *segundo sentido*, considera a la educación matemática como actividad social que tiene lugar en unas instituciones determinadas y que es llevada a cabo por profesionales cualificados y, en *tercer sentido*, la educación matemática es vista como disciplina científica; aquí se refiere a la didáctica de la matemática y la define como totalidad de marcos teóricos y metodológicos, estructuras conceptuales, análisis históricos y epistemológicos que permiten interpretar, predecir y actuar sobre un campo de fenómenos, en este caso los fenómenos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en el caso que se presenta al proceso de enseñanza y aprendizaje del modelo de análisis de regresión lineal simple.

En la construcción teórica que sustenta la aplicación de estas estrategias para la enseñanza del mencionado concepto y sus consecuentes, se tiene presente la apreciación de Ottaviani (2001) al manifestar que la Estadística y Probabilidad están particularmente adaptadas a la teoría o enfoque del aprendizaje conocida como *constructivismo*, pues al trabajar con datos, construir diálogos entre ellos e interactuar con las áreas de aplicación a la que éstos se refieren, es en realidad la manera de actuar un estadístico.

Resulta importante resaltar que la tarea del educador en la implementación de estas estrategias metodológicas es mucho más compleja que la de su colega tradicional, pues consistirá en diseñar y presentar situaciones que apelando a las estructuras anteriores, que el estudiante dispone; le permitirá asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje y nuevas operaciones asociadas a él, para luego socializar estos significados a través de una negociación con otros estudiantes; con el profesor, con los demás.

En definitiva, la presente construcción teórica se ocupa del proceso de transposición, del Modelo de Regresión Lineal Simple como dominio de saber científico a la enseñanza de la estadística inferencial y de distintos enfoques de tratamiento, métodos y condiciones para el funcionamiento de sistemas didácticos que garanticen la construcción de un saber vivo por parte de los educandos.

Justificación

La educación busca la integración de las personas frente a un ámbito social en constante evolución, frente a una cultura en la cual se desenvuelven y sobre todo, busca formar personas que logren tener los medios personales y materiales para continuar con el desarrollo intelectual, moral, laboral y disciplinario que una sociedad evolucionada necesita para mantenerse estable y consolidada.

La educación tiene la obligación intrínseca de permanecer en constante alerta a los cambios profundos que la dinámica social va generando y mantenerse abierta para lograr adaptarse a las nuevas y siempre cambiantes necesidades que la situación

global plantea y exige. Además, uno de los trabajos más importantes del docente, como agente dinámico de la educación, consiste en encaminar su trabajo científico y pedagógico en la elaboración y aplicación de estrategias metodológicas que permitan dirigir, y en otros casos reformular, el proceso de enseñanza-aprendizaje según las diferentes necesidades que la sociedad plantee.

No es un secreto que la realidad educativa actual le presenta al docente numerosos desafíos, sobre todo aquellos que se encuentran vinculados a su actuación en el salón de clases a la hora de administrar el proceso enseñanza-aprendizaje de algunas asignaturas, por lo que el docente frente a este reto, debe estar en capacidad de innovar constantemente, es decir la innovación educativa se debe iniciar desde el aula de clases, donde el docente es el elemento estratégico de sus nuevas funciones: mediador, facilitador y guía, para así desarrollar los contenidos desde una perspectiva distinta a la tradicional.

En este sentido, tendrá que diseñar, ensayar estrategias, actividades y evaluaciones que se adapten a las necesidades del educando y las de su entorno social, así como a la evolución de los contenidos de la asignatura. En pocas palabras debe estar consciente de manejar una alternativa metodológica. Cabe entonces preguntarse ¿tienen los profesores, en general un modelo didáctico? Es posible que la mayoría de los docentes trabajen sin un modelo didáctico y metodológico. Su rol en el proceso educativo lo realiza en gran parte influenciado por la experiencia de su época de alumno, desarrollando los métodos que le desarrollaron y repitiendo ciertos hábitos adquiridos. Este vivir como docente lo vivido como alumno le hace trabajar en una determinada forma.

Este docente usa un método elaborado por lo vivido como alumno y las influencias que a la vez le aporta su experiencia como docente, en definitiva tiene un modelo, sin bases teóricas y científicas establecidas, esto es usar de manera no consciente, una determinada metodología. Ahora bien, si el docente tuviera elaborado un modelo didáctico, con fundamentos teóricos y científicos y a la vez con lo que aporta su

experiencia, esto sería un primer paso que le daría seguridad para el camino a recorrer y así enfrentar los retos de la realidad educativa.

La idea anterior justifica para el autor de esta investigación la consideración, de dos puntos muy importantes que debe tener siempre presente un docente: *las concepciones* generales sobre la asignatura que administra y *conocer las bases* para establecer una propuesta metodológica.

En el caso de la Matemática y más específicamente de la Estadística Inferencial, la principal razón para enseñar esta asignatura es su importancia en el análisis y la comunicación de informaciones e ideas, que permite describir, ilustrar, interpretar, predecir y explicar hechos de la vida cotidiana. En torno a esto, el docente encargado de administrar la asignatura Análisis de Regresión en la UCV-Maracay, debe buscar posibilidades metodológicas, técnicas o estrategias que permitan brindarle al futuro Ingeniero Agrónomo una educación de calidad, con los elementos que contribuyan a facilitar un pensamiento crítico que le ayude en situaciones concretas durante su desempeño profesional o en problemas de la vida diaria.

En función de lo antes expuesto, la concepción teórica de una didáctica transformadora surge como un plan estratégico que permita al docente del Análisis de regresión en la UCV-Maracay dar un viraje positivo a la enseñanza de la Estadística y en especial al Modelo de Regresión Lineal Simple, que de acuerdo al análisis epistemológico representa el conocimiento necesario para abordar otros conceptos y contenidos en la teoría de probabilidades y en la estadística Inferencial y así lograr un mejor aprendizaje significativo de los contenidos de la Estadística Inferencial por parte de los estudiantes a nivel universitario, donde se continua bajo esquemas tradicionales, el aprendizaje es concebido como la memorización de información sin ningún sentido para el alumno y donde el profesor se limita a presentar solo la información, lograr que los alumnos la retengan y evaluar la capacidad de estos para reproducirla.

Los aportes teóricos – didácticos que en esta investigación emergen, tienen como finalidad, facilitar a los docentes que dictan o deseen dictar la asignatura Análisis de

Regresión, a futuros ingenieros agrónomos, el diseño de un conjunto de estrategias metodológicas que bajo el esquema de la *didáctica fundamental* conformen una didáctica novedosa, que contribuya a ser más efectivo el proceso enseñanza y que el aprendizaje de los contenidos de esta asignatura sean significativos.

De acuerdo a lo expresado anteriormente, se tiene a un docente que está preparando a un futuro ingeniero, es decir lo está formando para su desarrollo profesional. Desde la posición de formador, el investigador al reflexionar sobre la formación necesaria para una determinada profesión, en este caso ingeniero y agrónomo, está planteando como influir en los aprendizajes que los estudiantes deberían realizar para estar en condiciones de desarrollar dicha profesión, teniendo presente que toda práctica educativa se deriva de la forma en que el profesor interpreta el hecho educativo y de los principios que guían su acción, los cuales guardan siempre alguna relación con la teoría en la que inscribe dicha actuación. En particular, toda actividad de formación se apoya igualmente en una manera de concebir la enseñanza y el aprendizaje, es decir, en un modelo didáctico de referencia.

Al hablar de modelo didáctico, resulta interesante destacar la definición que hace García (1999) al definirlo como “una construcción teórica que, basada en supuestos científicos e ideológicos, pretende interpretar la realidad escolar y dirigirla hacia unos determinados fines educativos” (p.47). Para Azcarate (1996) la potencialidad del modelo didáctico es su capacidad de sistematizar e integrar los aportes de diferentes campos del conocimiento con el fin de caracterizar, de una determinada forma, todos los elementos del Curriculum y sus complejas relaciones. Además su formulación es de carácter teórico y es un instrumento útil para la reflexión y análisis de la práctica educativa que como lo indica Porlan (1993) “no solo pretende describir y explicar una realidad, sino también informar sobre cómo intervenir en ella para transformarla” (p.143).

Para el autor de esta investigación, como docente de matemática considera que trabajar desde un modelo didáctico determinado, permite disponer de un referente

teórico que oriente y organice nuestra acción educativa y faculta obtener respuesta a interrogantes como: ¿Qué ingeniero agrónomo se quiere formar? Y ¿Cómo se puede formar?, en coherencia con el modelo didáctico de referencia.

De acuerdo a Azcarate (1996) frente al modelo tradicional, donde la formación de ingenieros se apoya básicamente en la transmisión verbal de contenidos científicos, organizados en forma disciplinar y presentados sin relación alguna con la praxis del profesor, sus concepciones y su práctica, han ido sucediéndose en el tiempo diferentes enfoques alternativos a este modelo tradicional, como respuestas parciales a las críticas realizadas a dicho modelo.

En el caso que se ocupa esta investigación, los resultados de la misma reflejan la aplicación del modelo tradicional en la formación de los futuros ingenieros agrónomos en la UCV-Maracay, en la enseñanza de los contenidos de la Estadística Inferencial, en particular en la enseñanza del modelo de regresión lineal simple, por lo que surge la necesidad de un enfoque alternativo, de tal manera que transforme el proceso de aprendizaje ya que el rendimiento de los estudiantes en esta asignatura es muy deficiente, tal como lo demuestran las actas de calificaciones archivadas en el departamento de evaluación.

Resulta importante destacar, que la Probabilidad y la Estadística proporcionan una filosofía del azar de gran alcance para la comprensión del mundo actual y capacita a las personas para afrontar la toma de decisiones cuando solo disponen, de datos afectados de incertidumbre, situación tan habitual en nuestros días.

El conocimiento estocástico es un tópico especialmente interesante dado el salto epistemológico que supone su comprensión. Su integración en la estructura del pensamiento implica la modificación del modelo determinista, rompiendo con su hegemonía. Esta ruptura permite la superación de la lógica dicotómica (si, no), imperante en nuestra cultura y en consecuencia, en los centros de enseñanza, de tal manera que introduce a las personas en una forma diferente de pensar al admitir la existencia, entre esas dos posibilidades (si, no), de todo un campo intermedio dominado por la incertidumbre.

La visión del mundo y de las matemáticas es eminentemente determinista, lo cual ha provocado que la mayoría de los niños y adultos carezcan de una red conceptual apropiada para comprender el mundo de la incertidumbre y su posible tratamiento matemático. Razón por la cual, su inclusión no solo supone un cambio curricular, implica una modificación de la lógica determinista dominante. Lo que le hace ser un tópico del conocimiento matemático de especial interés para la formación de profesores pues, si todo cambio curricular tiene repercusiones en la formación de profesores, en este caso se convierte en un hecho ineludible. Sin embargo, a la hora de estar frente al diseño de estrategias concretas de intervención, en lo referente al conocimiento estocástico, el docente se encuentra con un problema que consiste en la poca información sobre este tema desde el punto de vista profesional.

Fundamentación de los aportes teóricos

Los constructos teóricos como producto final del estudio tienen su fundamentación en las teorías de entrada presentadas en el capítulo dos y principalmente en relación con la enseñanza, situaciones didácticas, transposición didáctica, matemática realista y aprendizaje significativo.

Los aportes teóricos que fueron considerados para diseñar la didáctica innovadora han sido concebidos sobre la base del análisis histórico-epistemológico del modelo de análisis de regresión lineal simple y de los resultados obtenidos mediante el análisis de la información proporcionada por los docentes, que desde hace varios años administran la asignatura Análisis de Regresión y por estudiantes que son futuros ingenieros agrónomos, que fueron involucrados en la investigación y los fundamentos teóricos relacionados con las estrategias metodológicas, las cuales deben tener correspondencia con la teorías de la Educación Matemática que soportan esta investigación.

De esta manera, analizando reflexivamente los procesos de enseñanza y aprendizaje de la asignatura Análisis de Regresión que se imparte en la facultad de agronomía de la UCV-Maracay a futuros ingenieros agrónomos, se puede inferir la existencia de una interacción entre la estructura psicológica del alumno y la estructura

de la didáctica que presenta el docente. El Análisis de Regresión, requiere una serie de destrezas para adaptarse a una nueva manera de conocer, en contraste con el conocimiento memorizado de rutina, proceso éste que no involucra el entendimiento, ni funciona con tareas desconocidas.

Por ello, es importante que el docente comprenda que es necesario que el alumno asuma un papel activo por medio de procesos que pueden ser posibles a través de la resolución de problemas, el razonamiento y la comunicación.

De allí que, construir significados nuevos implica un cambio en los esquemas de conocimiento que se poseen previamente, esto se logra introduciendo nuevos elementos o estableciendo nuevas relaciones entre dichos elementos. Así, el alumno podrá ampliar o ajustar dichos esquemas o reestructurarlos a profundidad como resultado de su participación en un proceso instruccional.

Fundamentación Psicológica

De acuerdo a Ausubel, Novak y Hanesian (1996), el docente debe diferenciar los tipos de aprendizajes que pueden ocurrir en un salón de clases, teniendo presente en primer lugar las siguientes dimensiones:

1. La que se refiere al modo en que se adquiere el conocimiento: Cómo se provee al alumno de los contenidos escolares.
2. La relativa a la forma en que el conocimiento es subsecuentemente incorporado en la estructura de conocimientos o estructura cognitiva del aprendiz: Cómo elabora o reconstruye la información.

Dentro de la primera dimensión se encuentran dos tipos de aprendizajes posibles: (a) Por Recepción y (b) Por Descubrimiento y en la segunda dimensión se encuentran las modalidades: (c) Por Repetición y (d) Significativo. Pero en estas dimensiones se entretienen la acción docente, los planteamientos de enseñanza y la actividad cognoscente y afectiva del aprendiz.

En este mismo orden de ideas, Díaz y Hernández (1998) sostienen que el aprendizaje significativo es más importante y deseable que el repetitivo en lo que se refiere a situaciones académicas, ya que: “el aprendizaje significativo posibilita la adquisición de grandes cuerpos de conocimientos integrados, coherentes, estables, que tienen sentido para los alumnos”. (p.39). Además agregan que el aprendizaje significativo es aquel que conduce a la creación de estructuras de conocimiento mediante la relación sustantiva entre la nueva información y las ideas previas de los estudiantes.

Para Ausubel, (citado por Díaz y Hernández, 1998) el conocimiento y experiencias previas de los estudiantes son las piezas clave de la conducción de la enseñanza, por lo que afirma: “si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, diría lo siguiente: el factor aislado más importante que influencia el aprendizaje es aquello que el aprendiz ya sabe. Averígüese esto y enséñese de acuerdo con ello”.

Si queremos que realmente, sea significativo el aprendizaje, éste debe reunir varias condiciones:

1. La nueva información debe relacionarse de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe.
2. Depende de la disposición (motivación y actitud) del alumno por aprender.
3. Depende de la naturaleza de los materiales o contenidos de aprendizaje.

Por otro lado, generalmente el docente antes de empezar a inculcar nuevos conocimientos en los alumnos, se pregunta. ¿Con que base cuentan, para abordar estos nuevos conocimientos?, ¿Con que conocimientos ya adquiridos puedo contar? Algunos hasta aplican una prueba diagnóstica para responder a estas interrogantes. Pero la concepción constructivista señala tres aspectos básicos que permiten responder estas cuestiones, son aspectos que se encuentran íntimamente relacionados y que determinan lo que se denomina: el estado inicial de los alumnos, es decir su punto de partida en el momento de iniciar un proceso de enseñanza – aprendizaje.

El primero de estos elementos es la disposición para llevar a cabo el aprendizaje que se les plantea. Ausubel (op.cit) considera que para que se dé un aprendizaje significativo es necesario que el alumno manifieste su disposición hacia éste. Esta disposición la divide este autor en dos categorías que las llamó enfoque:

1. El enfoque profundo: intención de comprender, fuerte interacción con el contenido, relación de nuevas ideas con el conocimiento anterior, relación de conceptos con la experiencia cotidiana, examen de la lógica de los argumentos.

2. El enfoque superficial: Intención de cumplir con los requisitos de la tarea, memoriza la información necesaria para pruebas o exámenes, encara la tarea como imposición externa, ausencia de reflexión acerca de los propósitos o estrategia.

Está claro que el deseado es el enfoque profundo, puesto que es el que lleva a un aprendizaje significativo.

El segundo de los aspectos son las capacidades, instrumentos, habilidades y estrategias generales que son capaces de utilizar para llevar a cabo el proceso.

El tercer y último aspecto son los conocimientos previos que poseen respecto al contenido concreto que se propone aprender, los cuales abarcan tanto informaciones sobre el propio contenido, como conocimientos sobre contenidos similares. Es este aspecto, desde el punto de vista constructivista, el más importante pues supone la primera piedra del edificio que se ha de construir, la base sobre la cual se apoyaran los nuevos conocimientos, el punto de partida, sin el cual no se podría producir la adquisición de nuevos conocimientos.(Coll, 2004:4).

Fundamentación Didáctica

La orientación didáctica sugiere: promover, favorecer y facilitar el aprendizaje de los estudiantes en análisis de regresión lineal, sobre la base de un análisis reflexivo de los contenidos curriculares, valorando elementos básicos como: objetivos, contenidos, recursos, organización y planificación de estrategias y la evaluación, cambiando la tradicional relación de autoridad y distancia entre los participantes del

proceso docente-alumno, ya que la función fundamental del educador es de orientador y guía del estudiante, por lo que el docente debe asumir los siguientes roles:

Cuadro 50.
Roles del Docente

ROL	CARACTERÍSTICAS
Motivador	Motiva a los alumnos a la búsqueda del por qué de las cosas Promueve la responsabilidad del alumno en el proceso de aprendizaje
Guía	Partiendo del diagnóstico en el aula, logra la integración de lo aprendido en estadística con las asignaturas del componente docente.
Innovador Investigador	Parte de la reflexión sobre la práctica de aula Valora el nivel cognitivo de los alumnos para emprender acciones coherentes con la realidad del aula.
Miembro de un colectivo	Esta al día en los aportes del conocimiento Ser partícipe de la dinámica desarrollada en el aula por los demás profesores que dictan la asignatura. Comparte experiencia sobre el proceso de la enseñanza – aprendizaje de la asignatura.

Fuente: El Investigador (Carruido, 2022)

De acuerdo a lo anterior, la actuación del docente en el aula adquiere una doble connotación: por un lado es compañero de aprendizaje y por otro, planificador de la unidad curricular y más concretamente de las estrategias de enseñanza que se desarrollaran de acuerdo a los grupos de estudiantes asignados periódicamente. Y por otro lado el alumno, será un sujeto activo en el proceso de aprendizaje, generando y buscando el conocimiento reflexivo sobre la realidad que lo circunda.

Constructo Teórico que Sustenta la Estructura del Enfoque alternativo para la Enseñanza del Análisis de Regresión Lineal simple

Sobre la base de la interpretación de la información obtenida en las dos etapas desarrolladas en esta investigación: (a). Análisis Histórico Epistemológico, y (b). Entrevista a los docentes y Estudiantes; asociada a los aportes de las Teorías de Entrada, a los aspectos relevantes de los Antecedentes y a los Aspectos Conceptuales de la Realidad Objeto de Investigación plasmados en el capítulo II, el investigador decidió elaborar un ajuste del Triángulo Didáctico francés; para establecerlo como constructo teórico sobre el cual se sustente una nueva forma de enseñanza no solo del modelo de regresión lineal bivariable , sino de los conceptos y contenidos de la Teoría de Probabilidad y de la Estadística Inferencial. Todo esto enmarcado en el objetivo de la Educación Matemática, específicamente en la Didáctica de la Estadística. (Ver gráfico 10)

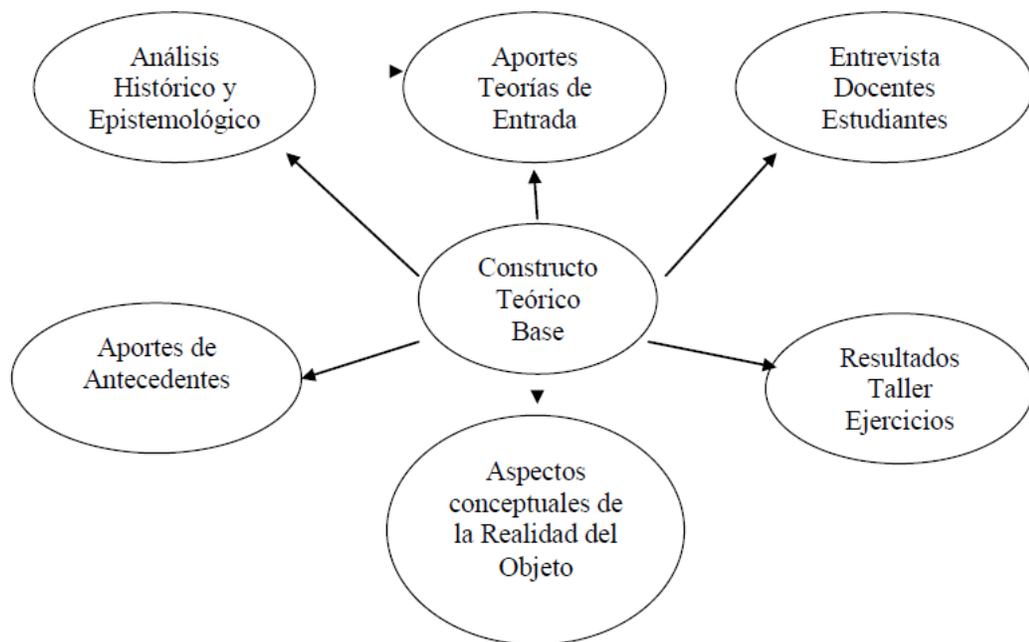


Gráfico 9. Constructo soporte del enfoque alternativo.

El constructo teórico general sobre el cual se sostiene la didáctica que a continuación se diseña, integra cuatro componentes: los Objetivos, el Contenido, las Estrategias y la Evaluación. La nueva forma que se propone de enseñanza, basada en estrategias metodológicas y recursos tiene la intención de propiciar la formación de

un estudiante reflexivo, crítico, creativo y sobre todo que sea participe en la construcción de sus conocimientos, siendo estas las características que el autor de la presente investigación desea que el futuro ingeniero agrónomo ponga de manifiesto en el aprendizaje del análisis de regresión y demás conceptos de la teoría de la probabilidad y estadística Inferencial donde es necesario su conocimiento.

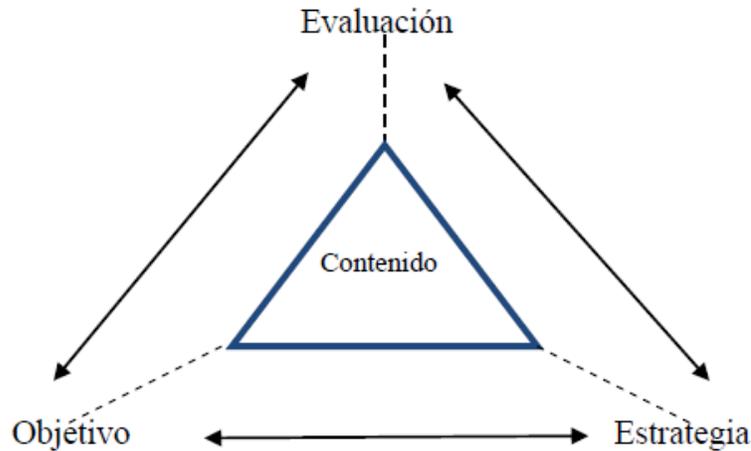


Gráfico 10. Ajuste del modelo del Triángulo Didáctico.

Los elementos están todos relacionados entre sí directamente, formando un todo sistémico de manera tal que una decisión sobre uno de ellos afecta directamente a cada uno de los restantes. Las relaciones entre sus elementos no están preestablecidas y en la medida que el modelo va operando, se van construyendo las relaciones entre sus elementos, siempre a manera de hipótesis de trabajo. En cuanto al análisis de sus componentes, el investigador se apoya en Viviano (1988) quien sugiere que los objetivos deben ser formulados como preguntas o como problemas, lo que permitirá disminuir el grado de abstracción, siendo así más comprensibles para los alumnos.

Además, indica que los objetivos deben ser más generales que específicos. Esta característica se desprende también del análisis de los objetivos como medio. Al enfatizar la dimensión medio del objetivo este aparece como un recurso en el sentido que puede sugerir ciertos caminos o acciones a emprender para alcanzar una meta o

satisfacer una necesidad pero no necesariamente esa meta debe mantenerse sino que puede cambiar en el proceso, puesto que las acciones pueden generar otras necesidades.

En este mismo orden de ideas, en concordancia con Viviano (1988) el investigador señala que los *objetivos* deben presentar las siguientes características:

- a) Deben ser considerados como orientadores para el proceso de enseñanza
- b) Deben ser considerados como producto y medio a la vez.
- c) Deben ser enunciados en forma más general que específica.
- d) Deben apuntar a la resolución de problemas y a la interpretación de ese resultado.

En cuanto al *contenido*, en este modelo es visto como la realidad en la cual el alumno está inmerso, por lo que el contenido está representado por las disciplinas (probabilidad y estadística Inferencial), es decir, el conocimiento científico organizado en ciertas parcelas para la enseñanza. De manera que no se concibe el conocimiento como un producto, sino, como algo nuevo y continuo, por lo que no existe conocimiento a transmitir sino un proceso de construcción que se tiene que vivir. De acuerdo a esta modificación, las características del *contenido* son las siguientes:

- a) El contenido debe ser considerado como una información a ser repensada.
- b) El contenido debe ser considerado como un medio para el proceso de enseñanza.
- c) Debe enfatizar más los procesos que la información específica.
- d) Debe responder a la estructura de la disciplina.

Asimismo, se concibe la *estrategia* como la manera o vía que sirve de instrumento al docente para hacer que los alumnos logren aprendizajes de los objetivos, sobre este particular Viviano (1988) señala que “la estrategia de enseñanza consiste en el conjunto de actividades que debe realizar el educador y el educando con el propósito de iniciar y desarrollar un proceso educativo” (p.28). Esta amplitud de la definición queda disminuida al situarnos en el sistema de coordenadas de nuestro sistema de enseñanza formal, en el cual la participación del alumno en la programación es prácticamente nula.

De acuerdo a lo anterior, resulta lógico que al pensar en la estrategia necesariamente hay que pensar en la comunicación humana, por lo que las actividades dependen de la forma como la estrategia sea concebida. Las características de la *estrategia* bajo esta modificación son resumidas así:

- a) Debe propiciar una relación dialógica.
- b) Debe minimizar las actividades del docente e incrementar las actividades del alumno.
- c) Debe propiciar un ambiente de libertad que estimule la iniciativa.
- d) Debe permitir desvíos de los caminos previstos y en consecuencia permitir el error.
- e) El proceso debe iniciarse en el aprendiz. Esto significa que frente a los problemas, las decisiones deben ser tomadas básicamente por el aprendiz, al menos en primera instancia

Y agrega que el investigador debe ajustarse al avance de los contenidos científicos y al avance de la tecnología.

Finalmente el elemento *evaluación* en este modelo es considerado como un proceso de obtención de información para así tomar decisiones con respecto a las posibles relaciones entre los elementos de dicho modelo.

En este sentido, se tendrá presente que el énfasis no será en la asignación de una calificación, aun cuando habrá que hacerlo, sino en el proceso de confrontación teoría-praxis, de comparación, de análisis y síntesis. La evaluación de los aprendizajes consistirá en detectar las contradicciones, las congruencias, las dificultades, los obstáculos y la evolución de las personas inmersas en el proceso. De la misma forma se presentan los rasgos de la *evaluación*, los cuales deben:

- a) Aportar información acerca de cada uno de los elementos del modelo y su relación.
- b) Permitir la toma de decisiones en cuanto a mantener o variar las relaciones.

- c) Permitir contrastar las congruencias, contradicciones y formas de salir de ellas.
- d) Permitir detectar la coherencia y originalidad de los planteamientos.

Con todo lo anteriormente descrito, ya se tiene las bases para aplicar el modelo sugerido por el investigador, en la concepción de un enfoque didáctico alternativo para la enseñanza del contenido matemático- estadístico relacionado con el modelo de regresión lineal simple y su interpretación de sus resultados. Basta entonces tener presente los principios didácticos que describen las conexiones entre los elementos del modelo.

Principios didácticos que describen las conexiones entre los elementos del modelo.

Tomando en cuenta las apreciaciones de Viviano (1988), cuando sostiene que aun cuando un modelo facilita el análisis del proceso enseñanza- aprendizaje, que permite el establecimiento de una didáctica emergente, no se debe perder de vista que el modelo que se proponga debe ser integral, en cuanto considera que en una acción didáctica convergen y se reflejan de alguna manera las características de cada uno de sus elementos.

Esto lleva al investigador a presentar algunas relaciones o principios didácticos que permitan describir las conexiones entre los elementos del modelo, los cuales son:

1. La reflexión individual debe preceder a la grupal.
2. La evaluación debe referirse no solo a los resultados previstos sino también a los no previstos.
3. La estrategia debe propiciar una situación de resolución de problemas.
4. La estrategia debe considerar la estructura y metodología para la elaboración del conocimiento en la disciplina que interviene como contenido.
5. Los objetivos deben formularse tomando en cuenta la naturaleza del contenido y los procesos psicológicos del aprendiz.
6. La construcción del conocimiento o de un principio lo hace el aprendiz, por lo tanto la estrategia debe propiciar actividades constructivas por parte del aprendiz.
7. La evaluación debe ser considerada como una situación de aprendizaje.

8. La evaluación debe aportar información para la toma de decisiones acerca de los procesos que propician o limitan la creatividad y capacidad de construcción.
9. El docente debe usar la estrategia del silencio frente a una pregunta o problema, no debe apresurarse a dar la respuesta. Debe esperar que los alumnos reaccionen y tener fe que alguien lo hará aun cuando sea en forma aproximada.
10. La principal función del docente debe ser la de hacer preguntas que propicien la reflexión, resalten las contradicciones o las generen y produzcan la ruptura del equilibrio cognoscitivo.
11. El docente nunca debe situarse en un plano de superioridad en ningún aspecto, ni siquiera con respecto al dominio del conocimiento. Debe proyectar la imagen de alguien que indaga pero en forma auténtica.
12. Los errores deben ser utilizados para propiciar la búsqueda.
13. La enseñanza debe proceder de lo concreto a lo abstracto y viceversa.
14. La enseñanza debe de iniciarse con las estrategias que el educando despliega frente a una situación problemática.
15. En cada momento del proceso el docente debe tener presente la concepción que él tiene de los objetivos, del contenido, de la estrategia y de la evaluación, o al menos la concepción del hombre que se educa.
16. Los objetivos centrados en resolución de problemas no se pueden alcanzar por vía directa sino por aproximación que evoluciona tal vez en forma de espiral.
17. Desde el momento que se inicia la clase, el aprendiz debe realizar la tarea descrita en el objetivo.

Constructos Teóricos que conforman la Didáctica Alternativa

Partiendo del hecho de que, las estrategias metodológicas son los medios que presenta el docente para producir cambios de conducta en el alumno durante el proceso enseñanza y aprendizaje, y que estas involucran una serie de elementos como: métodos, técnicas y recursos los cuales deben responder a las características, intereses y necesidades de los educandos, a la simplificación de esfuerzo, a la eficacia y a una adecuada selección basada en el logro de los objetivos propuestos. Se debe tener presente que método significa el camino para llegar a un lugar determinado, en cuanto al proceso educativo, método es el modo de enseñar y aprender.

Los métodos son el conjunto de acciones fundamentales en el conocimiento psicológico del aprendiz, en la lógica didáctica y en la habilidad docente. Unidas a los métodos están las técnicas, que según Nérici (1980) son el conjunto de normas y procedimientos sistemáticos que se establecen para lograr un objetivo de instrucción.

La técnica es considerada didáctica cuando permite realizar una parte del aprendizaje que se persigue con el método.

Para alcanzar un objetivo, un método de enseñanza debe tener una o más técnicas. Por lo que a veces se dice que el método de enseñanza se hace efectivo por medio de las técnicas.

Para este autor, método significa “camino para llegar a un lugar determinado” y técnica significa “como hacer algo”, por lo tanto el método indica el camino y la técnica muestra como recorrerlo.

Los recursos para el aprendizaje forman parte importante de los métodos a seguir dentro de la planificación y se pueden entender como los medios materiales y otros que intervienen o se utilizan para facilitar el aprendizaje.

Para Gagne (citado por UNA, 1990), un recurso es cualquier fuente de estimulación que puede transmitir las funciones de enseñanza; es decir, en el proceso de enseñanza- aprendizaje se entiende por recurso a cualquier persona, organismo u objeto que proporcione información necesaria para facilitar un determinado aprendizaje de conocimientos, actitudes o habilidades.

De acuerdo a lo anterior, se puede decir que las estrategias metodológicas están conformadas por métodos y técnicas correspondientes a la realidad del aprendiz, sus características psicosociales, los objetivos que se persiguen y los recursos didácticos necesarios. Se presentan entonces a continuación los métodos, técnicas y recursos que se sugieren para la enseñanza de la estadística en educación superior.

Cuadro 51.

Métodos, Técnicas y Recursos a implementar en la Didáctica

Métodos: Inductivo, activo, heurístico, constructivo, comunicación grupal.

Técnicas: Mapa conceptual, resolución de problemas, enfoque histórico, torbellino de ideas, diálogo y pregunta, el debate.

Recursos: Periódicos, revistas, computador, paquetes estadísticos: SPSS y Statistix, Trabajos de investigación ya concluidos, Internet, Salas Opsu, calculadora

Fuente: El Investigador (Carruido, 2022)

Descripción de los Constructos que conforman el Enfoque alternativo para la Enseñanza del Análisis de Regresión Lineal Bivariable

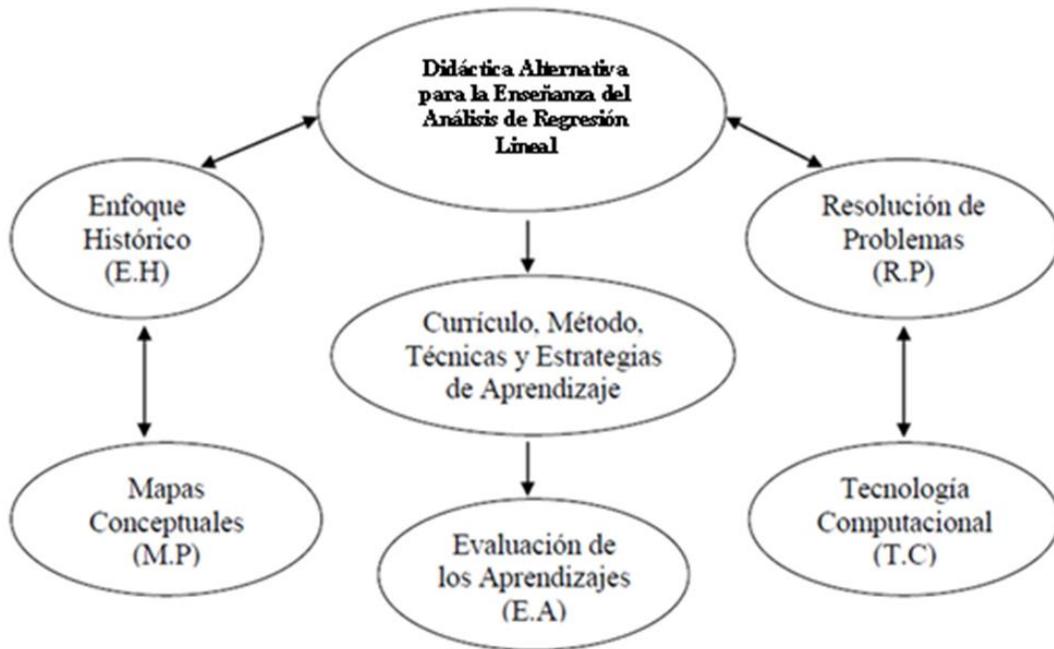


Gráfico 11. Interconexión de los Constructos de la Didáctica Alternativa

I.- El Enfoque Histórico

Objetivos del enfoque histórico

- Valorar el análisis de regresión lineal y más aun a la estadística inferencial en su dimensión social (y, por tanto humana) como un conjunto de conocimientos resultantes del proceso de resolución de problemas del entorno socio-cultural.
- Valorar la estadística inferencial como una disciplina con lenguaje y metodología propios, producto de las interacciones entre culturas en distintos momentos históricos.
- Despertar el interés (motivar) en los alumnos por el estudio de los métodos y procedimientos que ofrece la estadística y la probabilidad para su aplicación en el campo laboral.

Aspectos relevantes de la estrategia

En su mayoría, las teorías de aprendizaje reconocen la importancia de la motivación en el logro del aprendizaje, ya que sostienen que es evidente que solo aprende aquel que quiere aprender, es decir, aquel que tiene disposición hacia el aprendizaje. El enfoque histórico en la enseñanza de la ciencia y en particular en la enseñanza de la matemática, puede representar la herramienta utilizada por el docente para lograr que el estudiante alcance el aprendizaje.

Según Alemán (1999) existen tres maneras típicas de enfocar la enseñanza de cualquier teoría científica: la primera la constituye la heurística o conceptual; la segunda es la lógica o axiomática y la tercera forma de enseñar una ciencia es a través de enfoque histórico. El enfoque histórico es una propuesta metodológica que tiene como objetivo principal despertar y motivar el interés del alumno hacia el estudio de una ciencia. Generalmente se utiliza como complemento de los otros enfoques y consiste en mostrar cómo se han ido desarrollando los conceptos, quiénes intervinieron en su desarrollo y, si es posible, determinar las dificultades encontradas.

En la enseñanza de la matemática, sostiene el autor que este enfoque actúa como ente motivador en el alumno ya que a través de él descubrirá la génesis de los

conceptos y métodos que aprenderá en el aula. Y que en la actualidad, la enseñanza de la matemática se efectúa a través de una transmisión dogmática, por lo que al adoptarse el enfoque histórico se estaría dando un gran avance al proporcionar a la estructura afectiva del alumno, el estado de motivación e interés propicio para el aprendizaje.

En las aulas de la institución de educación superior tomada para esta investigación, es significativo el número de estudiantes que muestran gran indiferencia y hasta rechazo en el aprendizaje de la estadística, lo que se traduce en un considerable índice de fracaso. Por lo que el autor de esta investigación considera que si se logra establecer un lazo entre nuestros alumnos y la época y el personaje (o los personajes) relacionados con los conceptos estudiados, si los estudiantes conocieran la evolución de los conceptos aprendidos en clase, si conocieran las motivaciones y dudas que experimentaron los personajes de aquel entonces, sentirían un poco como propia la idea o concepto que deben aprender.

En el nivel superior, la reconstrucción del proceso evolutivo de los conceptos se facilita, ya que la madurez del estudiante permite llevarlo un poco más allá de lo que contemplan los planes de estudio. No es necesario desarrollar demostraciones rigurosas si lo que se pretende es despertar el interés del estudiante. Lo que se busca es proporcionarle información acerca de cómo surgió el principio, ley o procedimiento que estudiará y posteriormente aplicará.

Cabe aclarar que si al combinar, el enfoque histórico con el heurístico, las ideas fundamentales no han quedado claras y por lo tanto el estudiante no las ha incorporado a su acervo de conocimientos, conocer su evolución no lo ayudara en la resolución de problemas.

Por todo lo antes expuesto, se propone el uso de la historia de la estadística y la Probabilidad, particularmente en el referido al modelo de regresión lineal como recurso didáctico en la enseñanza de este contenido en ingeniería agrónoma, bajo el supuesto de que recurrir a los elementos de su historia despierta la curiosidad en el alumno, lo que a la vez permite que deje correr su imaginación y pueda establecer

una correlación, entre la forma como se originó un contenido particular y la forma como lo adquiere, conocerá el autor o autores del tema, su génesis, su desarrollo y aplicación.

Así, las clases serían más amenas, la participación de los alumnos aumentaría y el desarrollo de contenidos pasaría a ser más interesantes tanto para el alumno como para el docente.

El estudio histórico-epistemológico didáctico orientado a la comprensión de la evolución de algunos de los problemas, ideas y conceptos fundamentales de la estadística y probabilidad, resulta muy importante en la enseñanza en gran medida, porque este análisis permitirá de alguna manera redescubrir a través de la historia, dificultades y errores en el desarrollo de los conceptos matemáticos, aspecto importante en la enseñanza de la estadística porque conduce a relacionar métodos, técnicas, lenguaje, entre otras cosas, que harán más accesible al alumno el conocimiento estadístico.

El análisis histórico-epistemológico adquiere relevancia, pues muchos son los investigadores en didáctica de la matemática que dan importancia al estudio epistemológico e histórico dentro de un trabajo investigativo de tipo didáctico, tal es el caso de Artigue (1990), quien habla de los alcances del análisis epistemológico; o el caso de González U. (1991) que refiere los aportes específicos del conocimiento de la historia a la práctica docente; o por ejemplo Sierpiska & Lerman (1996), quienes junto con Gascón (1999) han analizado la relación entre epistemología, matemática y educación; o también Godino (2003) quien ve su implicación en los procesos de enseñanza y aprendizaje; por citar algunos.

Aunque epistemología, como señala Campos (2004) refiriéndose al Diccionario de Filosofía de Runes, es la rama de la filosofía que estudia el origen, la estructura, los métodos y la validez del conocimiento, o dicho de otra forma epistemología de la matemática tiene que ver con el estudio del conocimiento matemático; su aplicación en el campo educativo es bastante controversial dada la necesidad de dotarla de sólidos fundamentos teóricos.

Sobre este particular, Gascón (1999), plantea adecuar la posición del enfoque epistemológico en la didáctica de la matemática y concluye que lo verdaderamente importante es que cada uno de los modelos epistemológicos (el euclideanismo, cuasiempírico y constructivista) den en gran medida cuenta, no sólo de la producción, sino también de la enseñanza, la utilización y la transposición institucional del saber matemático, para que se convierta en un eslabón de lo didáctico.

Quizá, viéndolo en una forma más sencilla, como indica Paruelo (2003): “La epistemología es una de las herramientas necesarias para el desarrollo de nuevas estrategias para la enseñanza de las ciencias” (p. 329), en este caso para la Enseñanza de la estadística; o desde el punto de vista del enfoque onto-semiótico (EOS), como señalan Godino y Batanero (1994), el análisis epistemológico de los objetos matemáticos debe permitir clarificar la naturaleza de dichos objetos y sus diversos significados según los contextos institucionales. Además, es esencial para la educación matemática, ya que difícilmente se pueden estudiar procesos de enseñanza y aprendizaje de objetos difusos e indefinidos (Arrieche, 2002).

Mientras que en el aspecto histórico, González U. (1991) advierte como “el conocimiento de la Historia de las Matemáticas con sus momentos sublimes y gloriosos y sus períodos sombríos y baldíos, influirá decisivamente en el espíritu del profesor y en su actitud hacia la propia Matemática” (p. 287). Además apoyándose en otros autores, sigue defendiendo la importancia de la historia en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática al mencionar a Kline (1978), quien se basa en la evidencia histórica y se adhiere incondicionalmente al método genético, a lo cual dice: “Cada persona debe pasar aproximadamente por las mismas experiencias por las que pasaron sus antepasados si quiere alcanzar el nivel de pensamiento que muchas generaciones han alcanzado...” (González U., 2004).

Pero, complementando con lo relativo al Enfoque Ontosemiótico de Godino, es de interés el análisis de la historia de las matemáticas, interpretada desde un punto de vista epistemológico, pues permite recabar información sobre los sistemas de prácticas utilizadas para solucionar situaciones-problemas, en relación a marcos

institucionales específicos, interés que no sólo abarca los problemas, sino también las técnicas, los lenguajes, las notaciones, los conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, puestas en juego en cada momento y circunstancia, ya que según Godino y Font (2007) la forma como estos aspectos se relacionan originan las configuraciones epistémicas; entendidas, como redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas institucionales.

Del estudio de estas configuraciones epistémicas y de las entidades primarias, se puede concretar el significado de un objeto o noción matemática estudiada y tomar decisiones de tipo instructivo o curricular eficaces para la selección de los sistemas de prácticas matemáticas que mejor se adapten a un proyecto educativo.

Por lo tanto, con lo epistemológico se puede hacer un análisis concienzudo del origen de los objetos matemáticos y con lo histórico recabamos los aspectos temporales, que dan luz de las circunstancias generales de cómo evolucionan; a modo de reconstruir aspectos que puedan ser herramienta didáctica en el proceso de su enseñanza y aprendizaje.

El punto de vista epistemológico se detecta al estudiar la génesis histórica y evolución de un concepto en la historia o bien en los libros de textos; tal como lo señala Ruiz (1998, P.40) “para un mismo concepto matemático se ha ido sucediendo una diversidad de puntos de vista sobre el mismo que, en su momento, fueron considerados correctos y posteriormente han sido rechazados o revisados”. Esto hace considerar la pluralidad de puntos de vista posibles que le han sido asociados (ideas, conceptos, contextos, procedimientos, métodos y representaciones) y poner en evidencia su mayor o menor adaptación a la resolución de diferentes problemas.

Por una parte, Artigue (1989, 1990, 1992, 1995) ha señalado sus potencialidades y alcances, y la necesidad que el didacta tiene de realizar un estudio epistemológico. Sierpinska (1992) y Brousseau (1983) entre otros lo utilizan para determinar concepciones y obstáculos ligados al desarrollo de una noción matemática. Godino, Ruiz, Roa, Pareja y Recio (2003) lo utilizan para el análisis de Recursos Interactivos

usando algunas herramientas de la “teoría de las funciones semióticas” (Godino, 2002a; 2002b).

Bergé y Sessa (2003) identifican tres modos de uso didáctico del análisis histórico-epistemológico. Afirman que permite recuperar la complejidad de los objetos estudiados y ensancha las concepciones epistemológicas, amplía la capacidad del investigador para interpretar las conductas y respuestas de los alumnos y, por último, provee insumos para pensar una problematización adaptada al aula.

Una manera de ilustración de la aplicación de esta estrategia es, organizar una serie de actividades donde el alumno utilice los espacios que tiene la universidad como fuente de información ya señalados, para que realice una indagación sobre ciertos aspectos del desarrollo histórico del análisis de regresión lineal. Para que estos sean discutidos en grupo durante las clases, de tal manera que el alumno pueda expresar libremente lo investigado a sus compañeros, en un ambiente donde se genere la motivación necesaria para que el alumno sienta interés en la asignatura y disminuyan los prejuicios que posee de esta.

Además, el trabajar en grupo y discutir los hechos históricos relevantes de esta ciencia, permitirá que el alumno obtenga sus propias conclusiones de situaciones que involucran el desarrollo y crecimiento de la Estadística y que muchos de estos hechos son aplicables hoy día, gracias a personajes que se dedicaron a estudiar y desarrollar esta ciencia, en búsqueda de la solución de sus problemas del entorno social. Esta actividad desarrollada por el alumno será amena, motivante y fructífera, si se cuenta con una bibliografía que plasme de manera sencilla, los hechos históricos de esta ciencia e involucre al alumno en la lectura de la historia.

II. Mapas Conceptuales

Objetivos del uso de los mapas conceptuales

- Proporcionar al alumno un resumen esquemático de todo lo aprendido en el contenido de análisis de regresión lineal simple.

- Permitir al alumno establecer las conexiones entre los nuevos conocimientos del análisis de regresión y lo que ya sabe.

Aspectos relevantes de la estrategia

En la enseñanza de la probabilidad y estadística inferencial, se trabaja con un gran número de conceptos y fórmulas que los estudiantes debe aprender bien, entendiendo por concepto según Skemp (citado por Cruz, 1994) “un concepto es una idea, el nombre de un concepto es un sonido, o una marca sobre el papel, asociada con él. Esta asociación puede formarse después de que el concepto ha sido formado o en el proceso de formarlo” (p. 27).

Resulta muy importante que un individuo maneje bien los conceptos en cualquier disciplina y en particular los relacionados con el análisis de regresión lineal simple, por lo que se hace necesario reforzar estos conceptos y una buena estrategia para ello es la elaboración de Mapas Conceptuales que incluso permitirán al individuo mejorar sus razonamientos.

Una vez que ha completado un área de aprendizaje, los mapas conceptuales proporcionan un resumen esquemático de todo lo que se ha aprendido. Igualmente ayuda al que aprende a ser más evidentes los conceptos claves o las proposiciones que se van a aprender, a la vez que sugiere conexiones entre los nuevos conocimientos y lo que ya sabe el alumno. Novak (citado por Cruz, 1994, p.35).

Los mapas conceptuales tienen su origen en una técnica creada por Novak, quien los propone como estrategia para la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación del desempeño estudiantil, la cual está sustentada en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

El docente puede usar los mapas conceptuales para determinar que rutas se siguen para organizar los significados y discutirlos con los alumnos, así como para señalar las concepciones equivocadas que puedan tener. También se pueden utilizar para establecer comunicación con la estructura cognitiva del alumno y para exteriorizar lo que este ya sabe.

Se ha tener presente que los mapas conceptuales no están constituidos solamente por conceptos, se intenta a través de él, representar una estructura jerárquica de cierta área de conocimiento, comenzando por:

1. Los conceptos más generales los cuales se colocan en la parte superior del mapa, se identifica con una palabra y se encierra en una figura geométrica, que frecuentemente es una elipse o un rectángulo.

2. A medida que se descende en la representación, se pasa por los conceptos intermedios a los conceptos más específicos.

3. Entre los conceptos se trazan líneas, sobre ellas se colocan palabras denominadas conectores que señalan una relación entre estos conceptos.

4. Hay que considerar que conceptos del mismo nivel de generalidad se encuentran a una misma altura desde la cima del diagrama.

Por su parte, Perera (citado por Arrieche (2003, p. 24), señala cinco pasos para la elaboración de un mapa conceptual:

1. Leer detenidamente el tema objeto de estudio.

2. Hacer una lista con los conceptos más importantes incluidos en el tema

3. Ordenar los conceptos atendiendo al orden de inclusividad.

4. Seleccionar la figura geométrica que más agrade.

5. Ubicar los conceptos jerárquicamente de acuerdo al orden de inclusividad colocando el más general en la parte superior del mapa.

Además, según Ontoria (1993), los mapas conceptuales contribuyen al aprendizaje porque representan una técnica de estudio que permite:

1. Dirigir la atención sobre un reducido grupo de conceptos e ideas importantes sobre las cuales enfocar la concentración permitiendo que sean recordados más fácilmente.

2. Resumir esquemáticamente lo que se ha aprendido.
3. Organizar los conceptos jerárquicamente facilitando el aprendizaje significativo, al englobar los nuevos conceptos bajo otros conceptos más amplios.
4. Mayor creatividad en el estudio y menor distracción.

III. Resolución de Problemas.

Objetivo del enfoque de resolución de problemas.

- Apoyar al alumno para solucionar problemas y ampliar su conocimiento mediante el análisis de una situación particular, formular un proyecto, recoger información, interpretar datos, comprobar hipótesis y generalizar los resultados.

Aspectos relevantes de la estrategia

De acuerdo a De Guzmán (1991), la Enseñanza de la Matemática a través de la resolución de problemas es actualmente el método invocado a poner en práctica. Por lo que sostiene, “lo que en el fondo se persigue con esta estrategia es que el alumno adquiera en lo posible de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas” (p. 12).

Beyer (2001) sostiene que de un tiempo a esta parte se ha puesto muy de moda el término “Resolución de Problemas”. Pero que esta expresión tiene distintas connotaciones dependiendo de quien la usa, donde se usa y cuando se usa. Continúa indicando este autor que:

Por lo menos en lo que a nuestro medio (el educativo) se refiere, se ha convertido la resolución de problemas en un simple estribillo. Tal es así que hemos afirmado en muchas ocasiones que muchos de los que hablan de resolución de problemas o desconocen de qué se trata o no creen en lo que predicen, por cuanto en su quehacer cotidiano no la emplean como lo que es: una potente herramienta didáctica. (p.26).

También hace alusión este autor al vínculo de la “Resolución de Problemas” con otras herramientas didácticas como son, ente otras: el uso didáctico de la historia de la

matemática, la utilización de la calculadora, las aplicaciones y el modelaje matemático.

En este mismo orden de ideas, De Guzmán (1991) se pregunta: ¿En qué consiste la novedad?, ¿No se ha enseñado siempre ha resolver problemas en nuestras clases de matemática?, a lo que el mismo responde que posiblemente los buenos profesores de todos los tiempos han utilizado de forma espontánea los métodos que ahora se propugnan. Pero lo que tradicionalmente se ha venido haciendo por una buena parte de nuestros profesores se puede resumir en las siguientes fases:

Exposición de contenidos ---> ejemplos ---> ejercicios sencillos ---> ejercicios más complicados ---> ¿problema?

Por lo que mantiene el autor antes citado, que la forma de presentación de un tema matemático basada en el espíritu de la resolución de problemas debería proceder más o menos del siguiente modo:

Propuesta de la situación problema de la que surge el tema (basada en la historia, aplicaciones, modelos, juegos,...)--->manipulación autónoma de los estudiantes ---> familiarización con la situación y sus dificultades ---> elaboración de estrategias posibles ensayos diversos por los estudiantes --->herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados) ---> elección de estrategias ---> ataque y resolución de los problemas ---> recorrido crítico (reflexión sobre el proceso) ---> nuevos problemas ---> afianzamiento formalizado (si conviene) ---> generalización ---> nuevos problemas ---> posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas,...(p.14).

Acota De Guzmán (1991) que en todo el proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con tino por el profesor, colocando al alumno en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos lograron con gran esfuerzo. Las ventajas del procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento,

adquisición de procesos validos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido.

Ahora bien, investigadores en la Enseñanza de la Estadística como: Batanero, Godino, Ottaviani, han dejado ver que se trata de una “disciplina moderna” de gran utilidad para desarrollar las competencias requeridas por el mundo y la sociedad de información. Entre las aptitudes precisadas en la sociedad actual, señalan estos investigadores que están: aplicar el enfoque de Resolución de Problemas, usar Tecnología, desarrollar las competencias requeridas para Recoger, Organizar y analizar datos cuantitativos y trabajar en Grupo. Por lo que sostienen que la enseñanza de la Estadística puede, entre otras cosas, desarrollar esas aptitudes.

Como ya se ha señalado, la investigación en la didáctica de la Estadística realizadas por los investigadores antes señalados ha demostrado que esta disciplina está particularmente adaptada a la teoría del aprendizaje conocida como Constructivismo. Una estrategia fundamental en el constructivismo es el enfoque de resolución de problemas, que consiste en apoyar al estudiante para solucionar un problema y ampliar su conocimiento mediante el análisis de una situación particular, formular un proyecto, recoger información, interpretar los datos, comprobar las hipótesis y generalizar los resultados. Se podría decir que la ventaja pedagógica de empezar planteando un problema en Estadística es que proporciona un marco para conceptos estadísticos.

A manera de ilustrar las bondades de esta estrategia bajo el enfoque constructivista en la enseñanza de la estadística, se debe tener presente que el docente debe crear las condiciones para que el alumno se plantee un problema de su entorno social, para su posterior investigación donde identificará la población de la cual va a extraer la muestra, el tipo de muestra, el método de muestreo, analizará la factibilidad del estudio, la forma cómo va a recolectar los datos, el o los instrumentos de recolección que va a aplicar, su validez y confiabilidad, la organización de los datos, la presentación de los mismos, así como su análisis descriptivo, mostrará y discutirá con

el grupo las conclusiones que presente para transmitir la o las posibles soluciones del problema.

Otra ilustración más específica la constituye el hecho de que recolectados los datos en una investigación de un cierto problema, el alumno elabora la distribución de frecuencias y realiza los cálculos de las medidas de tendencia central y variabilidad, para discutir con sus compañeros la interpretación de estas medidas, en relación con el problema y al mismo tiempo el alumno analizará gráficos de distribuciones de datos pertenecientes a una muestra, debiendo obtener las medidas de tendencia central y variabilidad gracias al análisis gráfico directamente o con la elaboración de la distribución de frecuencias a partir del gráfico, pero siempre dándole gran importancia a la interpretación de los resultados de las medidas obtenidas, buscando así la solución del problema.

Otro caso sería el análisis de problemas en la teoría de probabilidades, donde el alumno utilizará sus destrezas matemáticas para obtener un resultado a través de fórmulas o ecuaciones que dependen de una axiomática, pero el fondo del problema es la interpretación de este resultado en función del contexto donde se plantea dicho problema. Más si el alumno además de expresiones matemáticas se apoya en la tabla de la distribución normal estándar para obtener probabilidades no solo será importante una cantidad, sino lo que estadísticamente o probabilísticamente significa en la solución de un problema.

Una situación más sería, que el alumno trabaje con problemas de asociación de dos variables para determinar su correlación, analizará su gráfica e interpretará el significado estadístico del valor de dicho coeficiente, presentándolo y discutiéndolo con sus compañeros. De igual manera se apoyará al alumno en la solución de problemas que este se plantee en cuanto al establecimiento de la recta de regresión lineal entre dos variables, elaborando él la gráfica e interpretando los resultados que se deriven de las manipulaciones de la variable independiente.

IV. La Tecnología de la información y Comunicación

Objetivo del uso del computador en la nueva didáctica

- Crear un ambiente que permita al alumno explorar y experimentar con las técnicas computacionales desarrolladas para el análisis probabilístico y estadístico, los conceptos y métodos de esta disciplina analizados en clase, para un mejor aprendizaje.

Aspectos relevantes de la estrategia

Es evidente la influencia que están teniendo tanto las computadoras como la nueva generación de calculadoras graficadoras en la educación matemática y, en especial, en la enseñanza de la probabilidad y la estadística. Incluso se ha desarrollado software computacional con características de simulación, visualización dinámica, múltiples formas de representación y con alto grado de interactividad, que permite al usuario obtener un acceso más espontáneo a las ideas matemáticas que subyacen a muchos conceptos importantes en probabilidad y estadística.

Las características citadas anteriormente, permiten crear un ambiente donde la exploración y la experimentación son actividades que pueden contribuir a un mejor aprendizaje. Ya que, mediante la interactividad del software, es posible manipular las representaciones gráficas, hacer que los estudiantes experimenten con distribuciones variando sus parámetros, cambiar datos y que el estudiante observe los efectos proporcionándoles una inmediata retroalimentación. La visualización dinámica, es otra característica de gran utilidad, mediante ella es posible relacionar la forma de las gráficas y valores como medidas de tendencia central y variabilidad.

En cuanto a la capacidad de simulación, se puede decir que es posible generar datos en forma aleatoria que sigan una determinada distribución y tomar muestras aleatorias repetidas un gran número de veces, para ilustrar conceptos importantes como aleatoriedad, teorema del límite central, ley de los grandes números entre otros. También permite la posibilidad de cambiar fácilmente entre representaciones tabulares, representaciones gráficas y representaciones simbólicas de los datos,

proporcionando con ello la oportunidad de entender un concepto con base en sus diferentes formas de representación.

De acuerdo a todo lo anteriormente expuesto, en estadística se ha de prestar atención muy particular a la relación especial que hay entre esta disciplina y el computador. El computador es indispensable para la investigación (uso de los paquetes estadísticos) pero también es importante en la enseñanza de la estadística.

A lo que Ottaviani (2001), sostiene que el computador “no debe ser considerado simplemente como una herramienta de cálculo sino como un medio para adquirir conceptos, entenderlos mejor y conocer sus aplicaciones teóricas y prácticas” (p.17).

En cuanto al proceso enseñanza- aprendizaje opina la referida autora, que debido a la lógica de la estadística y a los aspectos de aplicaciones ulteriores, se debería intentar apoyar al estudiante para que entienda el proceso cognitivo de fenómenos reales y empezar por formular un problema, planificar su estudio, recolectar datos reales, crear el conjunto de datos correspondientes, preparar los para el análisis, producir las salidas para el informe, concluir con la fase crucial de la interpretación de los resultados obtenidos.

Igualmente sugiere, esta autora que “con un entorno tecnológico, los docentes de estadística pueden utilizar la simulación para ilustrar principios y técnicas, mostrar el potencial heurístico de los métodos y de los procedimientos y que el estudiante haga determinadas experiencias en un entorno controlado”(p.18). Pero también advierte que el hecho de introducir computadoras para dictar clases de estadística implica nuevos problemas didácticos, un cambio del entorno educacional y nuevas estrategias didácticas, por lo que sugiere que se estudie detalladamente la mejor manera de organizar el proceso de enseñanza y los métodos de evaluación adecuados para evaluar el aprendizaje bajo esta modalidad de enseñanza.

Por otra parte, Laborde (citado por Inzunza, 2001, p.1), destaca las siguientes razones para integrar la tecnología a la enseñanza de la matemática:

1. Una razón social: el incremento del uso de la tecnología. Hoy la gente joven usa Internet, teléfono celular, juegos electrónicos, etc. Entonces, la enseñanza de la matemática no puede ignorar la tecnología.

2. Hay tecnología útil para matemática y para enseñanza de la matemática, lo cual permite a los estudiantes visualizar fenómenos matemáticos, hacer conexiones, efectuar experimentos, en una palabra hacer matemática como expertos. Esta habilidad antes de la era de la tecnología, estaba restringida a estudiantes dotados de ciertas habilidades mentales, pero hoy en día la posibilidad de manipulación real de la tecnología ofrece acceso a la matemática a las mayorías de los estudiantes.

Cabe destacar que la mayoría de las instituciones de educación superior cuenta con espacios como: laboratorios de informática y Sala OPSU, donde el alumno podrá poner en práctica los conocimientos adquiridos en clase, al realizar trabajos previamente establecidos por el docente como mediador donde tendrá que utilizar el computador y los paquetes estadísticos que hoy día son de fácil acceso, como lo son: el spss, el bmdp, el statgrafic, el statistix, entre otros. y si la institución obtiene la licencia se podría trabajar con el sas y fhathon.

El estudiante podrá resolver problemas con estos conocimientos y los expondrá a sus compañeros para su discusión y análisis. El docente como mediador planificará las actividades y las estrategias para que el alumno utilice el computador como una herramienta en su aprendizaje.

Es posible suministrarle al alumno una serie de situaciones donde el alumno tengan que adquirir datos por su propia cuenta, y realizar su análisis con programas estadísticos que hoy día son de fácil acceso, así que los estudiantes utilizaran el computador, discutirán, escribirán acerca de lo que entienden y realizarán las interpretaciones de las soluciones de sus problemas.

Una de las grandes ventajas en el uso del computador, la pone de manifiesto Allen (2003) cuando plantea el hecho de que la aplicación del método de simulación de

Montecarlo, facilita grandemente los estudios de grandes sistemas, en fenómenos físicos, tecnológicos y matemáticos.

Sostiene el autor que desde las rebajas en los grandes almacenes hasta los laboratorios de turbulencia aeronáutica, todo el mundo simula. Generar números aleatorios en un computador y manejar luego las simulaciones probabilísticas basadas en ellos es más fácil y barato que tratar con fenómenos aleatorios reales, siempre y cuando no se olvide que existe una clara diferencia entre el modelo o simulación de un fenómeno y el fenómeno real propiamente dicho.

Como ilustración plantea el autor lo siguiente: si se sabe que un determinado jugador de baloncesto acierta en el 40% de sus lanzamientos y si en un partido intenta 20 lanzamientos ¿Cuál es la probabilidad de que logre exactamente 11 canastas? Para conocer la respuesta hay unos cálculos estándar que pueden realizarse. Hay también otro método que, aunque en este caso es opcional, a veces es el único modo de abordar el problema.

En el caso planteado, supondría pedir al jugador que jugara rápidamente unos 10000 partidos para determinar el porcentaje de veces en la que mete exactamente 11 canastas. Aunque es claramente impracticable para un jugador, este método, llamado de Montecarlo, puede realizarse fácilmente en un computador.

Basta con pedir al computador que genere un número entero aleatorio comprendido entre 1 y 5, y que se observe si dicho número es 1 o 2. Como 2 es el 40% de 5, si sale 1 o 2 se interpreta como la simulación de un acierto del jugador, si sale 3,4 o 5 se interpreta como un fallo. Luego se pide al computador que genere 20 de tales números aleatorios entre 1 y 5, y se observa si exactamente 11 de ellos son 1 o 2. Si es así, se interpreta como si el jugador simulado hubiera metido exactamente 11 canastas de 20 intentos cuando su porcentaje de aciertos es del 40%.

Por último se pide al computador que realice este ejercicio 10000 veces y que contabilice el número de veces en que 11 de los 20 intentos del partido simulado se

convierte en canasta. Si se divide este número por 10000 se tiene una muy buena aproximación de la probabilidad teórica en cuestión.

Resulta importante destacar que la penetración de las llamadas Nuevas Tecnologías o Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), en todas las actividades sociales en las últimas décadas se ha traducido en una presión creciente sobre las instituciones educativas, de quienes se espera que asuman la tarea de alfabetización informática, y que obtengan un mejor aprendizaje de las distintas áreas gracias a la utilización de dichas tecnologías.

En el área de matemáticas, por ejemplo, los software de geometría dinámica, de graficación de funciones y de cálculo simbólico son propuestos desde la noosfera como artefactos pedagógicos que deberían producir un mejor aprendizaje de las matemáticas.

En distintos países se han equipado las escuelas con ordenadores o calculadoras, y se ha capacitado a los profesores en el manejo del software. Sin embargo, los resultados obtenidos en cuanto a la utilización de esos dispositivos en la enseñanza no son los esperados. Por una parte, son muy pocos los profesores que los utilizan en sus clases, y por otra, aquellos que los utilizan tienden a hacerlo de manera restrictiva, reforzando las prácticas ostensivas. Para explicar este fenómeno se habla de la resistencia al cambio de los profesores, de sus concepciones anticuadas sobre el aprendizaje, de la deficiencia de los programas de formación.

El punto de vista de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) puede arrojar una nueva luz sobre esta problemática. Para comenzar, la TAD postula la imposibilidad de separar las Organizaciones Didácticas (OD) de las Organizaciones Matemáticas (OM), pues las interacciones entre ambas hacen que funcionen de manera solidaria. Por lo tanto, no es posible considerar la utilización de software en la enseñanza únicamente como un dispositivo didáctico, sin estudiar las implicaciones de esta utilización en la Organización Matemática. (Por ejemplo, en el caso del software de cálculo simbólico, Artigue (1999) muestra cómo no es posible eliminar la

mecanización de ciertos algoritmos, el momento de perfeccionamiento de la técnica, sin perder al mismo tiempo la posibilidad de inteligibilidad de dichos algoritmos).

Con el fin de analizar la problemática de la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, es necesario considerar el software de matemáticas como un conjunto de objetos ostensivos de una categoría especial, que se llamaran ostensivos computarizados, que se caracterizan porque en su manipulación intervienen acciones que no provienen de los sujetos, sino de la programación de la que son producto. Es decir que en dichos objetos computarizados se encuentra encapsulada una praxeología matemática, producto de la transposición informática de una organización matemática determinada. Como resultado de ese encapsulamiento, las técnicas de la praxeología informatizada se presentan como “cajas negras”, en las que sólo son visibles las entradas y los resultados.

Este punto de vista permite plantear la siguiente hipótesis: si en los cursos de formación que preparan a los profesores para utilizar software matemático no se presentan los ostensivos computarizados como objetos con legitimidad matemática; es decir, si no se incluyen en las tareas, las técnicas y las tecnologías de una praxeología determinada, los profesores buscarán minimizar el efecto de los nuevos ostensivos en la organización matemática a enseñar, y por lo tanto restringirán al máximo el uso de los mismos.

Por lo tanto, un curso de formación que busca preparar a los profesores para utilizar software matemático, debe construir una praxeología en la que se incluyan los objetos computarizados en las tareas, las técnicas y las tecnologías. El problema es que una praxeología de esas características no necesariamente existe, y por lo tanto el problema no es de re-construcción, sino de construcción.

Desde el punto de vista de la TAD, entonces, la problemática de la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas comprende los siguientes problemas didácticos:

1. Definir y describir una OM que utilice los objetos ostensivos computarizados en sus tareas, técnicas y tecnologías.

2. Estudiar la ecología de una tal OM en una institución dada, es decir la interacción de las tareas, técnicas, tecnologías y teorías de esa OM con las tareas, técnicas, tecnologías y teorías de las demás OM existentes en la institución. Este análisis deberá tener en cuenta también la OM que se tomó como referencia en la programación, y su transposición informática.

3. Estudiar la valencia semántica y la valencia instrumental de los ostensivos computarizados en la OM descrita. En particular, pueden preverse dificultades en la construcción de la valencia semántica de dichos ostensivos, debido a la invisibilidad de las técnicas y las tecnologías que están encapsuladas.

V. La Evaluación en el Aprendizaje de la Probabilidad y la Estadística.

Debido a que el aprendizaje del modelo de regresión lineal a menudo se contempla como el dominio de un conjunto de habilidades, procedimientos y vocabulario, la evaluación se ha limitado a la aplicación de exámenes o pruebas que intentan medir si el estudiante ha adquirido este dominio. Las preguntas que aparecen en los exámenes tradicionales se orientan típicamente a la medición de destrezas, aisladas del contexto de un problema y no prueban si el estudiante ha entendido o no los conceptos estadísticos, si está en capacidad de integrar el conocimiento estadístico a la solución de un problema o si es capaz de comunicarse efectivamente usando el lenguaje de la estadística.

Algunas investigaciones han probado que es posible que los estudiantes produzcan una solución correcta a una pregunta sin haber entendido lo que esta solución encierra detrás de ella. Jolliffe (citado por Behar, 2001, p.202).

Por otro lado, el contenido de la evaluación generalmente permite conocer sobre algunos objetivos de aprendizaje, pero no necesariamente los de más alta jerarquía, sino aquellos que están relacionados con la repetición de algunos algoritmos para resolver aspectos parciales de un problema.

En este sentido Behar (2001) plantea la conveniencia de la creatividad permanente en la evaluación, por ejemplo, proponer proyectos en los cuales el estudiante recolecta los datos, los presenta, analiza y discute. Esta es una poderosa herramienta para desarrollar el entendimiento. Otra sugerencia de este autor es crear preguntas no estándares. Por ejemplo: (a) dar una respuesta a través de la salida de un programa estadístico y pedir al estudiante que se invente un problema compatible con la solución entregada. (b) pedir al estudiante explicar el impacto que tendría en la solución o en algún aspecto específico, el cambio de algunas de las aristas involucradas en el problema. (c) ligar representaciones gráficas y simbólicas.

Agrega el citado autor, que para evaluar la comprensión de términos y definiciones, antes que pedirle al estudiante que defina: unidad experimental, tratamiento, variable, población, muestra, parámetro, etc. es mejor plantearle una situación problema y pedirle en ese contexto específico, que identifique los anteriores elementos.

Al respecto, Garfield y Gal. (1999) listan los principales retos que deberá afrontar la investigación sobre evaluación en la enseñanza de la probabilidad y estadística Inferencial:

Evaluación de los estudiantes en ambientes asistidos por computador y Evaluación de la lectura y escritura en probabilidad y estadística.

1. Evaluación del entendimiento de las grandes ideas estadísticas.
2. Evaluación de la intuición y el razonamiento involucrados en los conceptos de probabilidad y sus procesos.
3. Evaluación de los resultados del trabajo en grupo.
4. Uso de la evaluación para determinar lo que los estudiantes entienden después que ellos interactúan con software de simulación.

Organización y Desarrollo de la Didáctica Alternativa

En los contextos escolares se tiene previsto que los educadores organicen y desarrollen actividades de enseñanza para sus alumnos. Esta tarea sostienen Costa y Garmston (1999) que se inicia con la planificación de la actividad académica, enfrenta al docente con el acto de anticipar, predecir y elaborar una descripción del aprendizaje, en el que puede prever el vínculo de la clase con los objetivos, el contexto del estudiante y el resto de las competencias del programa.

El docente también debe diseñar las secuencias de instrucción y anticipar las formas de verificar si se logró el aprendizaje, como acciones que preparan el escenario para que la fase de ejecución se concentre en la secuencia y simultaneidad del proceso. La primera implica la implementación secuencial de la acción instruccional prevista en la planificación, la segunda, la habilidad para amoldar las estrategias didácticas a las condiciones de aprendizaje surgidas en el aula, en correspondencia con la evaluación del saber que emerge del acto educativo y que proporciona el sustento empírico para la reflexión relativa al mejoramiento constante de la práctica educativa.

Esta estructuración del pensamiento instruccional guarda estrecha relación con las concepciones epistemológicas y la formación profesional alcanzada por el educador (García y Rojas, 2003), permitiendo la conformación de factores predominantes en la regulación del comportamiento didáctico, entendido éste como la actuación del docente en el salón de clase para propiciar procesos que promuevan el aprendizaje.

En este contexto que da prioridad a la actuación del profesor en la facilitación de los procesos del aprendizaje en el aula, el investigador considera se debe enmarcar la enseñanza y aprendizaje del análisis de regresión lineal bivariante en la UCV-Maracay, donde los estudiantes son futuros ingenieros agrónomos, ya que de acuerdo a Carrillo (2000) el docente en la tarea de propiciador y promotor del aprendizaje, pone en juego sus concepciones epistemológicas sobre la matemática(en nuestro caso sobre el modelo de regresión lineal) y sobre su enseñanza y aprendizaje, las cuales conforman un factor decisivo capaz de promover o no el interés de los estudiantes por

la asignatura y sus métodos de análisis, lo que puede tornarse en fortalezas u obstáculos para el desarrollo de la práctica educativa y el crecimiento profesional del docente.

Resulta interesante plantear en esta discusión teórica, que la acción investigativa en Educación Matemática refleja el cambio o movilidad suscitado en los principios epistemológicos que sustentan el proceso de construcción de la matemática, pero esa movilidad no parece reflejarse en la adecuación del pensamiento instruccional del docente en ejercicio a los cambios que la sociedad exige a la escuela. En palabras de Godino (2009), existe un divorcio exacerbado entre la investigación científica que se está llevando a cabo en el contexto académico y su aplicación práctica al mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Sin embargo, la movilidad de la práctica docente no se concibe sin los aportes de la investigación (Kilpatrick, 1998), debido a que la descripción de la práctica a partir de la observación del encuentro educacional no genera por sí misma el conocimiento requerido para orientar el cambio permanente del comportamiento didáctico del docente en el aula.

En el contexto venezolano, para Moreno y García (2009) la discontinuidad entre la teoría pedagógica derivada de la investigación y la praxis didáctica en la enseñanza y aprendizaje de la matemática se acentúa de manera considerable, entre otras cosas, por la falta de tiempo del docente en ejercicio (las múltiples ocupaciones asumidas por el maestro para asegurar su remuneración) y por la ausencia de argumentos teóricos que den sustento a su práctica educativa, vinculada al carácter general de los temas discutidos en los cursos que componen su formación pedagógica, en el entendido de que estos estructuran por sí mismos procesos de aprendizaje con independencia de la asignatura a la cual se aplican o en la creencia de confiar en el docente la responsabilidad de especificar y aplicar esos principios a los contenidos particulares que enseñan. Brindar herramientas teóricas dirigidas a superar estas debilidades y potenciar el pensamiento instruccional del docente en su ámbito es una tarea ineludible del proceso de divulgación investigativa en el campo de la educación matemática.

Por todo lo anterior, y sobre la base de los hallazgos de la investigación, como un intento de resolver el vacío teórico o epistemológico encontrado, se presentan *dos modelos de organización de actividades de enseñanza* que en concordancia con las estrategias antes descritas, técnicas, método y recursos permitirían la superación de las debilidades encontradas en el proceso actual de enseñanza del Análisis de Regresión Lineal Bivariable y de todos los conceptos que dependen de su conocimiento, fortaleciendo el pensamiento instruccional del docente que administra la asignatura Análisis de Regresión. Estos modelos de organización son: Las Unidades Didácticas, y el Mapa de Orellana Chacín.

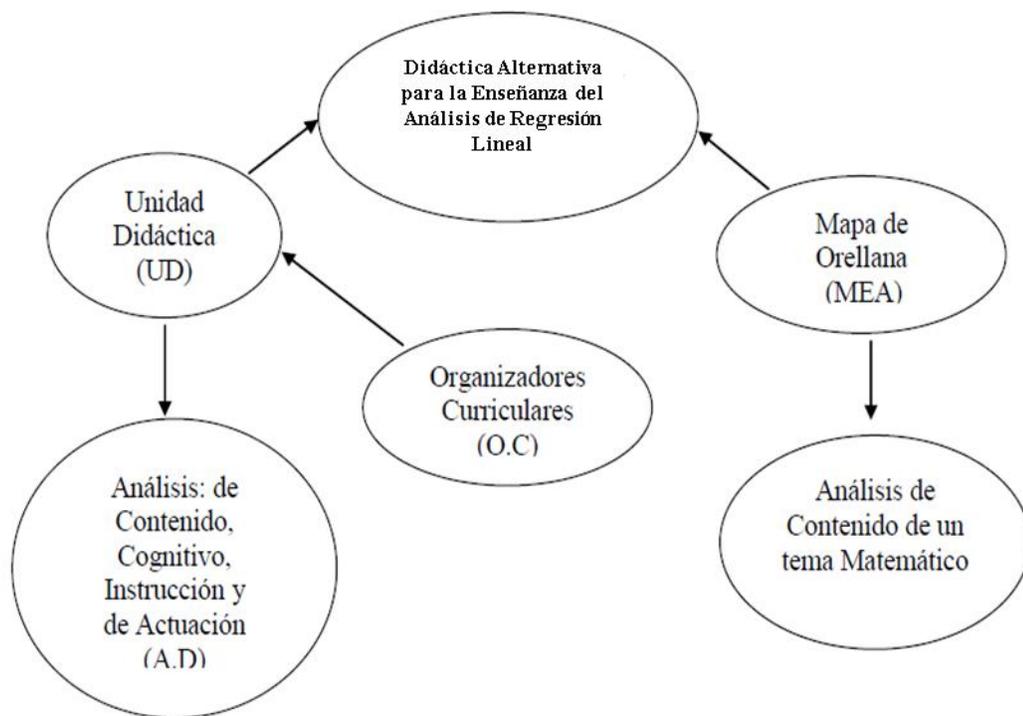


Gráfico 12. Esquema para desarrollar la didáctica.

Unidades Didácticas.

El docente dentro de sus responsabilidades en la administración de una asignatura, antes de abordar un contenido en clase tiene que seleccionar los apartados de dicho contenido, las finalidades educativas que pretende que se logren, las actividades que va a proponer en clase, por lo que tendrá que estudiar los materiales didácticos

existentes y decidirse por los más adecuados. Tendrá que prever que dificultades tendrán los alumnos durante el aprendizaje del contenido, las destrezas que quiere que alcancen y los criterios de evaluación que le permitirán analizar los logros de los estudiantes y del plan formativo. En otras palabras, requiere de una organización previa al acto de enseñanza. Para Segovia y Rico (2001) “la programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos constituye lo que denominan Unidad Didáctica” (p.87).

Organizadores Curriculares

Una manera que proponen para la articulación de unidades didácticas es trabajar con los organizadores curriculares que según estos autores, no son más que los conocimientos que se adoptan como componentes fundamentales alrededor de los cuales se diseñan y desarrollan las unidades didácticas.

Entre los organizadores curriculares más relevantes se encuentran:

1. La fenomenología didáctica, como el estudio de los fenómenos de los que han surgido los conceptos matemáticos, así como las aplicaciones del conocimiento.
2. Los sistemas de representación, entendidos como convenios y/o maneras de simbolizar los conceptos matemáticos.
3. Los modelos matemáticos y procesos de modelización mediante los cuales se les asigna una estructura matemática semejante a un conjunto de fenómenos.
4. Los materiales y recursos que puedan ser utilizados en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
5. Los errores, dificultades y obstáculos asociados al aprendizaje de los objetos matemáticos.
6. La historia de la matemática con uso didáctico dentro de la enseñanza de contenidos matemáticos.
7. La resolución de problemas.

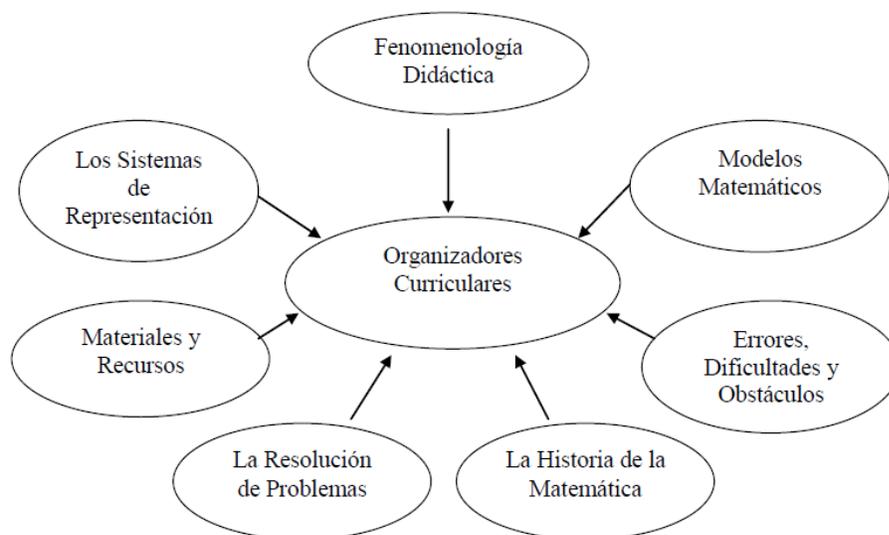


Gráfico 13. Organizadores Curriculares

Para la elaboración de unidades didácticas se requiere de los siguientes componentes: Objetivos, Contenidos, Metodología, Recursos, Materiales, Actividades y Evaluación. (Ver Gráfico 14)

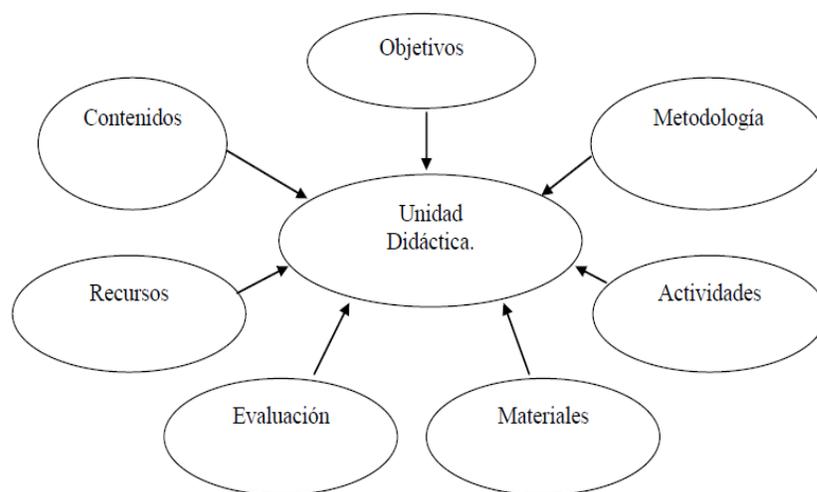


Gráfico 14. Elementos a considerar en una Unidad Didáctica

En el diseño de una unidad didáctica en torno al análisis de regresión lineal bivariable y a los conceptos asociados a su estimación, se podrían considerar los aspectos: (a) Conceptuales, (b) Procedimentales; (c) Actitudinales; (d) Histórico; y (e) Didácticos; que alcanzarían los docentes de matemática en formación al realizar

tareas asociadas con el modelo de regresión lineal bivariable y los conceptos asociados a él. En el contexto concreto de la planificación de una unidad didáctica, docente puede organizar la enseñanza basándose en cuatro análisis (Gómez y Rico, 2002), a saber:

Análisis de Contenido: como procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados del concepto matemático a enseñar. Este análisis podría ser en parte un análisis histórico-epistemológico de la noción del análisis de regresión lineal, el cual se tomaría en cuenta para estructurar la unidad didáctica que servirá como medio de contraste de la comprensión de los conceptos asociados al modelo de regresión lineal en los futuros ingenieros agrónomos.

Análisis cognitivo; en el que el profesor describe su hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre la estructura matemática, cuando se enfrenten a las tareas que propondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje. En relación al análisis cognitivo y los aspectos Conceptuales, procedimentales, Actitudinales, Histórico y Didáctico, se pueden resumir en el siguiente cuadro.

Cuadro 52.

Relación entre Análisis de contenido y Análisis Cognitivo

ANALISIS DE CONTENIDO	ANALISIS COGNITIVO
Histórico (H)	Tomar conciencia de la trayectoria histórica-evolutiva de la noción de análisis de regresión lineal; Personajes que contribuyeron a su establecimiento y desarrollo, problemas notables, obstáculos. Desarrollo actual, aplicaciones.
Conceptual (C)	Definir, reconocer, dar ejemplos, contraejemplos, contrastar, comparar. Entre otros
Procedimental (P)	Demostrar, inducir, deducir, resolver, aplicar, ejecutar, desarrollar, entre otros
Actitudinal (A)	Apreciar, valorar, reconocer, juzgar, criticar, entre otros
Didáctico (D)	Ilustra, explica, ejemplifica, relaciona, uso de material

Análisis de instrucción; en el que el docente diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción.

Para la determinación de las tareas se pudiesen considerar, entre otros, proyectos, problemas, trabajos de campo, elaboración de monografía, presentaciones orales, modelación de fenómenos, actividades de exploración o simulación con apoyo tecnológico, permitiendo el análisis instruccional a la luz de la teoría de la transposición didáctica.

Análisis de actuación, aquí el docente determina las capacidades que los estudiantes han desarrollados y las dificultades que pueden haber manifestado hasta ese momento: el análisis de actuación se verá reflejado a través del contraste antes y después de la puesta en práctica de una unidad didáctica para determinar el desarrollo cognitivo del análisis de regresión lineal y de los asociados a él.

De esta manera al desarrollar este procedimiento cíclico que incluye estos cuatro análisis, se atiende a los condicionantes del contexto e identifica las actividades que idealmente un docente debería realizar para organizar la enseñanza de un contenido matemático concreto. Lo que constituye así un Análisis Didáctico (Gómez, 2002; p.6)

El Mapa de Enseñanza Aprendizaje (MEA) Propuesto por Orellana Chacín

Consiste en una herramienta que facilita llevar a cabo el análisis de contenido de un tema matemático en un determinado nivel educativo. (Ver Gráfico 15)

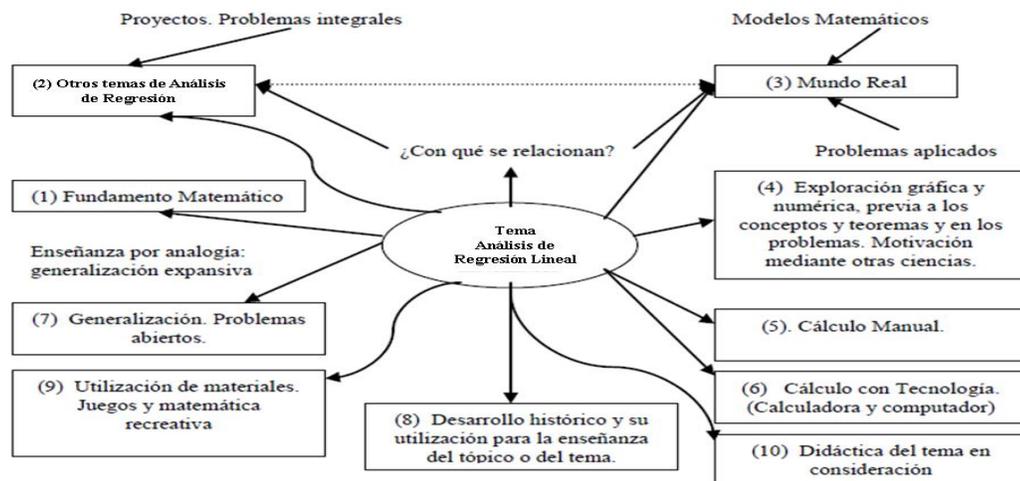


Gráfico 15. Análisis de regresión lineal en el mapa de Orellana Chacín

A continuación se describen los cuadros que Orellana (2002) considera necesario desarrollar para contestar la pregunta: ¿Qué enseñar de un tópico o tema matemático?

Cuadro 1. Se establecen las definiciones a utilizar y los teoremas que serán demostrados para determinar sus consecuencias y plantear ejercicios: el paradigma explicativo, el profesor de matemática se centra en el significado formal del conocimiento matemático, dejando a un margen otros significados de la matemática.

Cuadro 2 y 3: aquí está presente un aspecto que no siempre se lleva a cabo en las asignaturas de matemática, como lo es la conexión con temas matemáticos de otras asignaturas y con el mundo real.

Cuadro 4: aquí se puede proponer un problema previo a enunciados de definiciones y teoremas, pero en lugar de intentar su resolución analítica, se realice una exploración gráfica y numérica de la naturaleza de dicho problema. Esto es un camino inverso de la clase tradicional en donde primero hay definiciones, los principios generales, los teoremas y luego son los ejemplos, los problemas y sus aplicaciones.

Cuadro 5 y 6: en este se trabaja con cálculos realizados manualmente y asistido por calculadoras y computadoras (paquetes estadísticos).

Cuadro 7: en este cuadro se promueve la generalización del conocimiento matemático.

Cuadro 8: se recomienda la utilización del enfoque histórico como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Se pretende dar respuesta a las interrogantes: ¿Cómo surgió el tópico en estudio? ¿Qué problemas lo originaron? ¿Quiénes contribuyeron significativamente a su desarrollo? ¿Qué aplicaciones posee el tópico en otras ramas del conocimiento?, entre otras.

Cuadro 9: aquí se enfatiza en la utilización de materiales y recursos didácticos, así como de juegos y actividades vinculadas a la matemática recreativa.

Cuadro 10: especialmente en los programas de formación docente, Orellana plantea que es obligatorio tratar lo relacionado con la didáctica del tema o tópico matemático.

**SECUENCIA DE CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS Y DE
PROBABILIDAD QUE SE SUGIEREN CONSIDERAR PREVIAMENTE
PARA LA ENSEÑANZA DEL ANALISIS DE REGRESION**

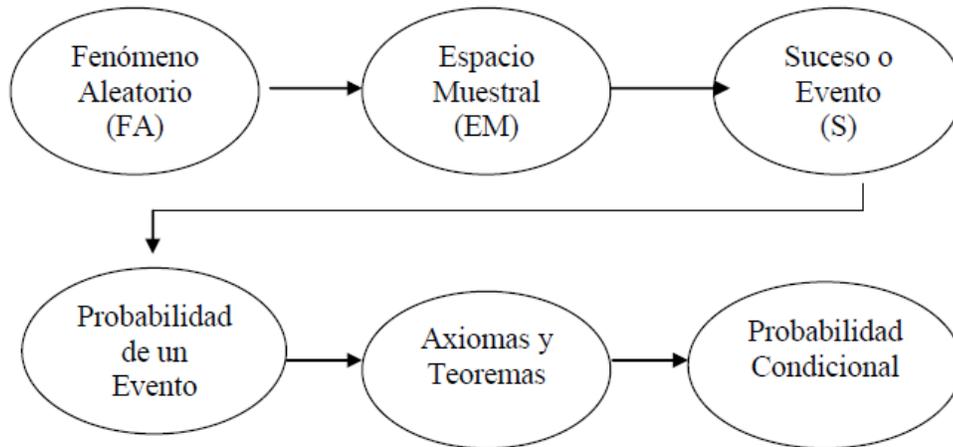


Gráfico 16. Conocimientos previos sobre probabilidad.

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria es un modelo teórico de la distribución empírica de datos relacionados con una población real. Si este modelo constituye una representación exacta de la realidad, las distribuciones teórica y empírica son equivalentes. Una distribución de probabilidad se concibe como una distribución teórica de frecuencia, es decir, es una distribución que describe como se espera que varíen los resultados. Ahora bien, como esta clase de distribuciones se ocupan de las expectativas, son modelos de gran utilidad para hacer inferencias y tomar decisiones en condiciones de incertidumbre.

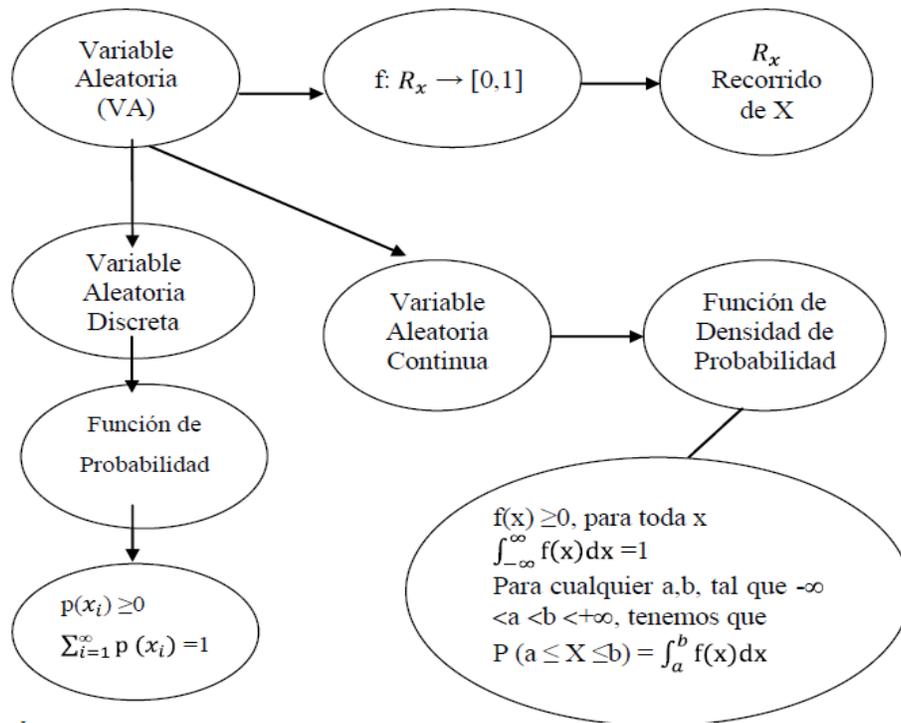


Gráfico 17. Variable aleatoria: funciones de probabilidad y de densidad.

Un concepto fundamental en el estudio de las distribuciones de probabilidad es el de Esperanza Matemática, concepto que ha sido empleado desde hace tiempo en el negocio de los seguros y por otros profesionales que casi siempre toman decisiones en condición de incertidumbre. Ante la situación planteada, cabe aclarar que el abordaje de este concepto requiere de conocimientos previos en el contexto de la Teoría de la Probabilidad como los de: fenómeno aleatorio, espacio muestral, evento o suceso y probabilidad de un evento, entre otros

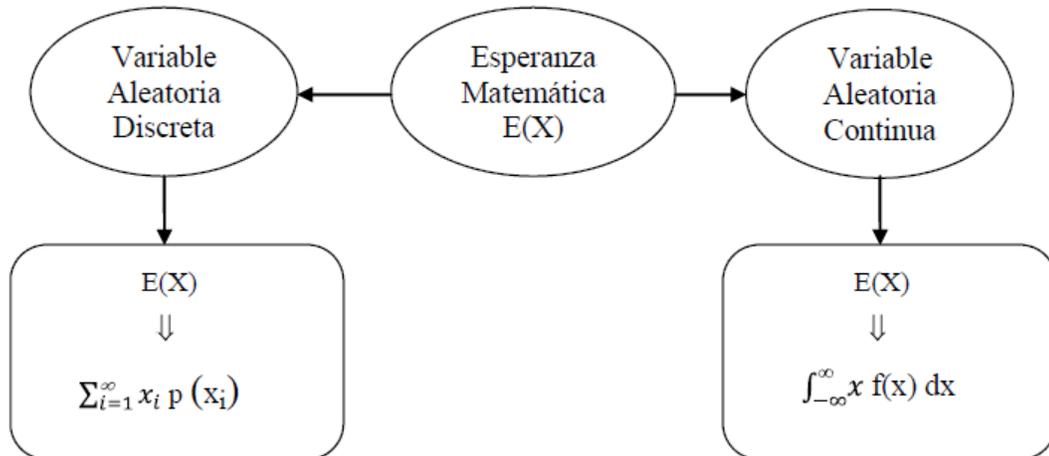


Gráfico 18. Esperanza matemática para variables discretas y continuas.

Asimismo, resulta interesante considerar, que la comprensión del concepto de Esperanza Matemática de una Variable Aleatoria, tiene gran implicación en el conocimiento de otros contenidos, ya que a partir de su establecimiento se suscitan otros conceptos que permiten ir complementando el conocimiento de la Teoría de Probabilidades y los fundamentos de la Estadística Inferencial y que son de gran importancia en la resolución de problemas bajo condiciones de incertidumbre. Conceptos que al igual que la Esperanza Matemática ($E(X)$) se rigen por teoremas, proposiciones y propiedades. Tal es el caso de los conceptos de Varianza de una Variable Aleatoria y la Desviación Estándar. Cuyas expresiones matemáticas son:

<ol style="list-style-type: none"> 1. $V(X) = \sigma_x^2 = E(X - E(X))^2 = \sum_1^{\infty} (x_i - E(X))^2 f(x_i)$. Si X es discreta 2. $V(X) = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx$. Si X es continua
--

Donde la media de X es $E(X) = \mu$ y $f(x)$ es la función de probabilidad y entendiendo que la desviación estándar de una variable aleatoria X no es más que la raíz cuadrada de la varianza de X.

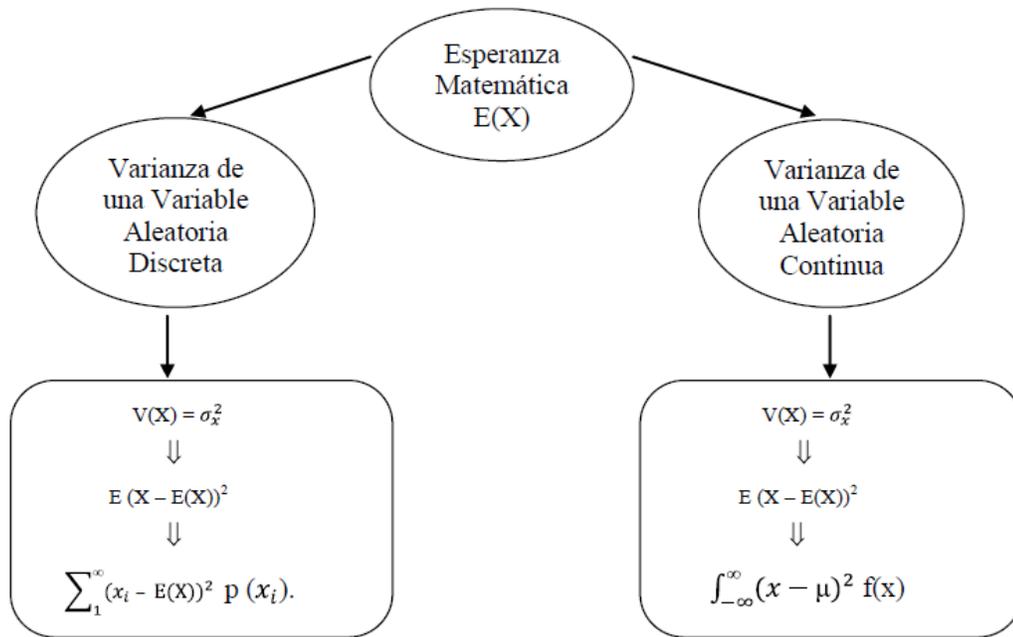


Gráfico 19. Varianza de una variable aleatoria

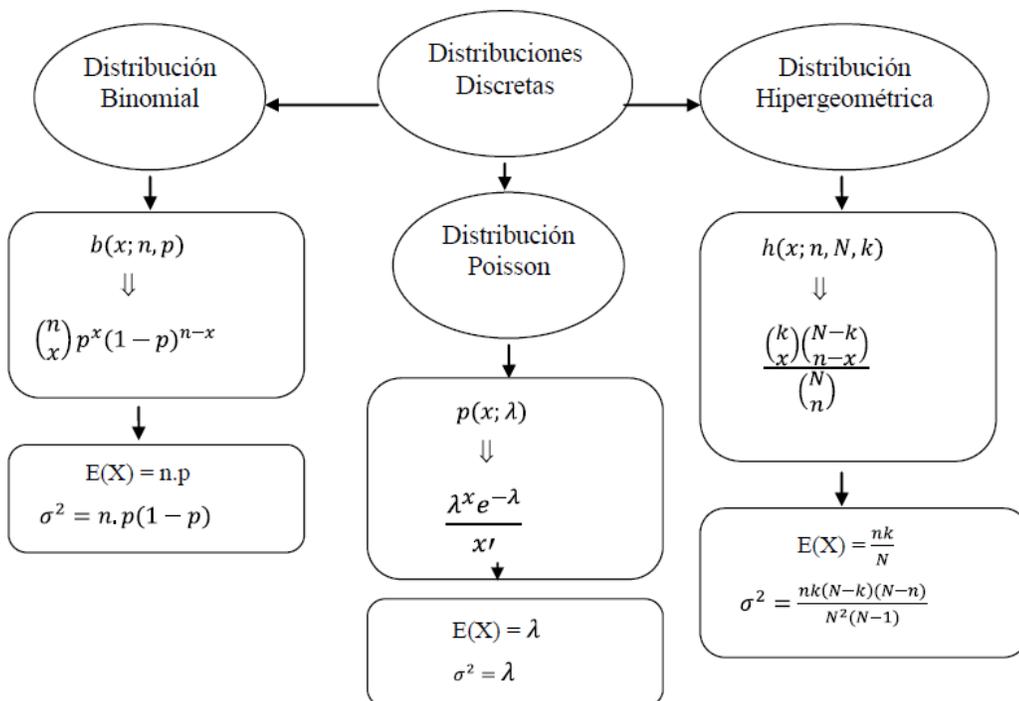


Gráfico 20. Algunas distribuciones de variables aleatorias discretas.

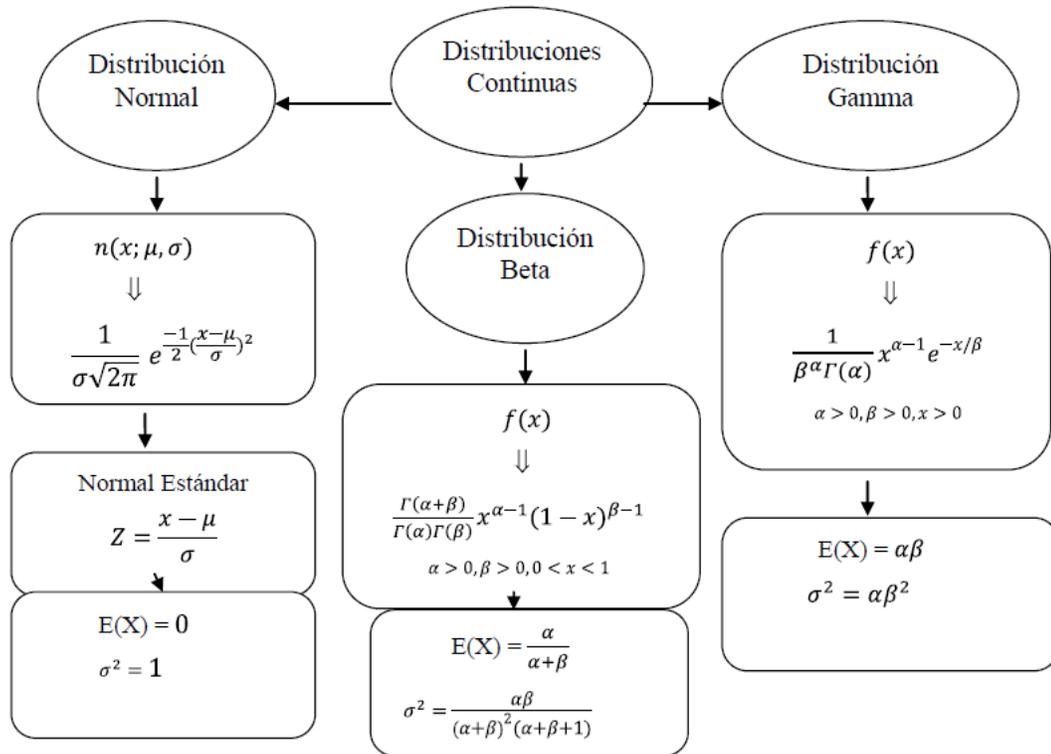


Gráfico 21. Algunas distribuciones de variables aleatorias continuas.

En este mismo orden, se tiene que al analizar las distribuciones conjuntas de probabilidad, es decir, donde se estudian dos variables en conjunto y en ese estudio por el hecho de poder obtener la esperanza de la distribución conjunta, se podrá gracias a éste concepto, abordar y comprender el concepto de Covarianza de dos variables aleatorias con distribución de probabilidad conjunta cuya expresión matemática es:

$$\text{Cov}(X, Y) = \sigma_{xy}^2 = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] = E(XY) - E(X)E(Y) \text{ para dos}$$

variables

$$\text{Donde: } E(XY) = \iint_{-\infty}^{\infty} xy f(x, y) dx dy \text{ si son las dos son continuas}$$

$$E(XY) = \sum \sum_1^{\infty} xy f(x, y) \text{ si las dos son discretas}$$

Seguidamente el concepto de covarianza permite el abordaje y la comprensión del concepto de Correlación entre variables (ver Gráfico 9), siendo éste de gran importancia en las aplicaciones estadísticas cuando se estudia el grado de asociación que presentan dos variables en un estudio y viene dado por la expresión:

$$\rho_{xy} = \frac{\text{Cov}(xy)}{\sqrt{V(x)V(y)}} = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x \sigma_y}$$

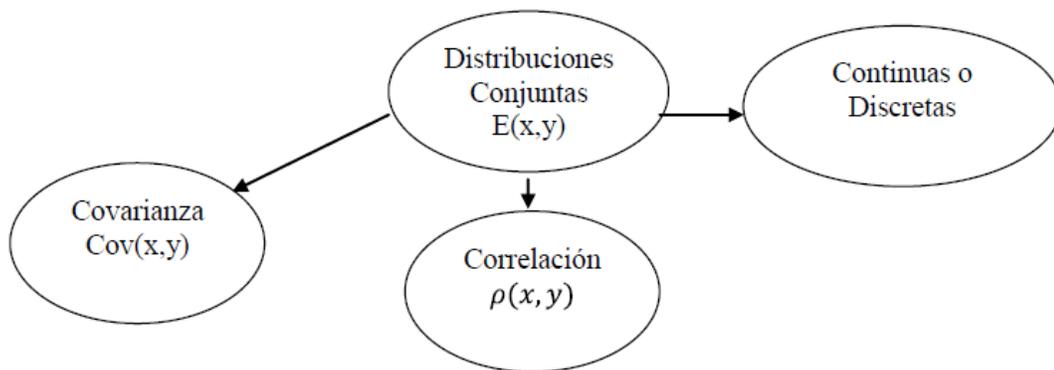


Gráfico 22. Esperanza matemática en las distribuciones conjuntas.

Reflexiones Finales

Algunos autores consultados (Batanero,2003; Mancera, 2000; Ottaviani, 2005) cuando se refieren al proceso de Enseñanza de la Estadística en cualquiera de los niveles del sistema escolar, bien sea como un tópico en el programa de matemática o como una asignatura particular, señalan que se centra en el denominado “Enfoque de resolución de problemas”, en alusión a una diversidad de “formas de trabajo que abarcan desde la simple incorporación de problemas en el desarrollo de una clase hasta propuestas sumamente elaboradas apoyadas en teorías sobre el desarrollo cognitivo o el procesamiento de la información” (Mancera, 2000, p.vii); sin embargo se critica la falta de sistematización en las propuestas formuladas, cuando es evidente que el aprendizaje en esta área se logra de manera eficiente mediante la actividad constructiva del conocimiento, en función de la participación activa del estudiante, y no, a través de la transmisión de una información ofrecida desde afuera.

En este orden de ideas, Rogoff, (citado por Díaz y Hernández, 1998), hablan de cinco (5) principios generales aplicables en el proceso enseñanza – aprendizaje:

1. Proporcionar al alumno un puente entre la información o conocimientos previos y la nueva información.
2. Traspasar de manera flexible y progresiva la responsabilidad del aprendizaje, del docente al estudiante.
3. Sustentar el proceso en una estructura que permita desarrollar la actividad o tarea y alcanzar el objetivo.
4. Permitir la actividad conjunta alumno-docente.

La interacción docente-estudiante no es simétrica: el docente debe asumir el proceso de tutor en el proceso o de mediador

Por su parte, Coll (1995) reflexiona sobre el problema que supone prescribirle métodos, desde “afuera” al docente, ya que este debe reflexionar sobre el contexto y las características de su clase y decidir qué es lo más conveniente en cada caso. En este sentido, para una praxis adecuada en áreas de Lengua y Matemática, se debe considerar:

1. La naturaleza del contenido y los objetivos establecidos.
2. Los materiales y los recursos disponibles.
3. El tipo de actividad o tarea a realizar.
4. Las características, necesidades e intereses del estudiante.
5. Los conocimientos previos que el alumno tiene.
6. El sentido de la actividad educativa y su direccionalidad en la formación del estudiante.

Dada la complejidad de este proceso de enseñanza-aprendizaje, se justifica la importancia “de ofrecer al docente una formación que incluya fundamentos conceptuales, pero que no se restrinja a éstos, sino que incluya una reflexión sobre su propia práctica docente y la posibilidad de generar alternativas de trabajo afectivo” (Díaz y Hernández, 1998), lo que implica un cambio sustancial en la formación del docente, sustentado en lo conceptual, reflexivo y práctico o funcional.

Desde la perspectiva de la formación de un docente que pueda ofrecer soluciones a la problemática de su propia práctica pedagógica en el aula, su efectividad dependerá de su propia construcción en situaciones de incertidumbre, singularidad y conflicto de valores o lo que Shön (1992) llama: “zonas indeterminadas en la práctica profesional” (p.21).

De allí que, según el autor, la calidad del aprendizaje en áreas tradicionalmente consideradas como críticas, entre ellas la Matemática y por consiguiente la Estadística, va a depender de la habilidad del docente para sistematizar y desarrollar nuevas formas de comprensión de cómo ocurre la adquisición del conocimiento en esa área en particular.

Por su parte, Reid y Otros, (citados en Klinger y Vadillo, 1999) señalan que la enseñanza-aprendizaje del área de la matemática requiere una habilidad para adaptarse a formas nuevas y distintas de adquirir el conocimiento, diferente de la memorización y rutinas tradicionales. En efecto, “Lo memorizado se puede utilizar en tareas con la que ya se está familiarizado; pero es importante estar consciente de que este proceso no involucra entendimiento ni funciona con tareas desconocidas” (p.141).

Ahora bien, la estadística aplicada ha tenido un gran florecimiento en los últimos 20 años y hoy es parte del lenguaje científico cotidiano. Aunque el tratamiento estadístico de los resultados experimentales no es un seguro contra los hallazgos casuales, es un gran avance en ese sentido y representa una formidable herramienta para la interpretación de datos, no solo poniendo restricciones a la percepción caprichosa de la información, sino guiando metodológicamente su indagación.

La enseñanza de la estadística en las ciencias agropecuarias no es un tributo a la modernidad sino una larga tradición que se origina en los trabajos de Fisher que, a comienzos del siglo XX, sentaron las bases de la estadística aplicada a la experimentación agrícola.

Lo anterior descrito, impulsa a los docentes de estadística en ciencias agropecuarias, a realizar un trabajo de reorganización de contenidos, selección y actualización de ejemplos y reformulación de problemas. En función de la experiencia docente y de la interacción con sus principales destinatarios, los alumnos.

En el caso que nos ocupa en esta investigación, resalta el cambio de utilizar métodos estadísticos cuando el interés es analizar el comportamiento de una sola variable, eventualmente, bajo distintas condiciones. Por ejemplo, el rendimiento o la altura de las plantas de un cultivo con o sin riego. Pero frecuentemente se presentan situaciones donde se observan dos o más variables sobre cada unidad experimental y el interés se centra en la forma en que estas variables se relacionan.

Algunos ejemplos de relaciones funcionales que pueden ser de interés en agronomía son: la relación entre el rendimiento de un cultivo y la densidad de siembra, la relación entre la cantidad de suplemento dado y el aumento de peso que éste produce en un lote de animales, las dosis de un insecticida y la mortalidad de los insectos tratados, entre otros. En cada uno de estos casos se pueden plantear los siguientes interrogantes:

¿Existe alguna relación entre las variables?

Si se conoce el comportamiento de una de ellas, ¿se puede predecir el comportamiento de la otra?

La estadística aplicada ofrece dos herramientas que permiten dar respuesta a dichas cuestiones: el *Análisis de Regresión* y el *Análisis de Correlación*.

El *Análisis de Regresión* estudia la relación funcional que existe entre dos o más variables. Identifica el modelo o función que liga a las variables, estima sus parámetros y, eventualmente, prueba hipótesis acerca de ellos. Una vez estimado el modelo es posible predecir el valor de la variable denominada variable dependiente en función de la o las otras variable/s independiente/s y dar una medida de la precisión con que esa estimación se ha hecho. Técnica muy importante en la formación del Ingeniero agrónomo, por lo que la preparación en este contenido

estadístico, requiere de la preparación de un docente formador, en tanto en el conocimiento y manejo de la técnica como en la parte pedagógica sustentando su enseñanza en didácticas efectivas y centradas en la realidad del proceso enseñanza aprendizaje.

Por último, se debe tener claro que, paralelamente al cambio de didáctica surge la necesidad de formación didáctica de los profesores que incluye, no sólo el conocimiento estadístico sino lo que se conoce como 'conocimiento didáctico del contenido' (Thompson, 1992).

En Batanero (2002) se describen los siguientes componentes básicos de este conocimiento didáctico:

- La reflexión epistemológica sobre el significado de los conceptos, procedimientos (en general objetos) particulares que se pretende enseñar, es decir, en este caso, la reflexión epistemológica sobre la naturaleza del conocimiento estocástico, su desarrollo y evolución.
- Análisis de las transformaciones del conocimiento para adaptarlos a los distintos niveles de enseñanza. Este análisis permite reflexionar sobre los diversos niveles de comprensión posibles respecto a un mismo conocimiento y valorar el nivel y forma particular en que un determinado concepto podría ser enseñado a una persona particular.
- Estudio de las dificultades, errores y obstáculos de los alumnos en el aprendizaje y sus estrategias en la resolución de problemas que permitirá orientar mejor la tarea de enseñanza y evaluación del aprendizaje.
- Análisis del currículo, situaciones didácticas, metodología de enseñanza para temas específicos y recursos didácticos específicos. Todo ello forma parte de los recursos metodológicos disponibles para mejorar la acción didáctica.

REFERENCIAS

- Abdi, H (2007). *The Method of Least Squares*. Encyclopedia of Measurement and Statistics, Oaks (CA), disponible en <http://www.utd.edu/~herve/Abdi-LeastSquares06-pretty.pdf>. [Consulta: 15 de agosto 2021].
- Achen, C.H. (1982). *Interpreting and Using Regression*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Aguilar, M (2016) *Análisis de regresión con datos imprecisos: un nuevo enfoque que utiliza distancias difusas y sus aplicaciones*. Tesis Doctoral. Universidad de Jaén-España, facultad de ciencias experimentales, Departamento de Estadística. Disponible en <http://hdl.hanle.net/10953/662>
- Alejo, M y Osorio, B. (2019). *El informante como persona clave en la investigación cualitativa*. Gaceta Pedagógica n° 35. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Caracas, Venezuela.
- Alemán, A. (1999). *El Enfoque Histórico en la Enseñanza de la Matemática*. *Educación Matemática n°2 (2)* 37-48
- Alsina, A. (2009). *El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado*. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119- 127). Santander: SEIEM.
- Alzarello, D. (1992). *El Dominio de Indagación en la Investigación en Didáctica de la Matemática*: Editorial Trillas, México.
- Allen, J. (2003). *Más allá de los Números. Meditaciones de un Matemático*. España: Tusquets Editores.
- Anacona, M. (2017). *Los números reales en el estructuralismo Bourbakista, un análisis histórico – epistemológico con fines educativos*. Tesis Doctoral. Universidad de Cádiz. España.
- Anacona, M. (2003). *La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática*. *En la revista EMA*. Vol. 8, N° 1, págs. 30-46.
- Araujo, M. (2011). *Las Actitudes hacia la matemática estadística en las enseñanzas medias y universitarias*. Bilbao: Mensajero.
- Arias F. (2015). *Como Hacer un proyecto de Investigación*: Caracas: Editorial Panapo.
- Arnal, J, Rincón, Delio del, Latorre, Antonio. (2005) *Investigación educativa, fundamentos y metodologías*, Barcelona: Labor.pp.198-205.

- Artigue, M. (1992). *Ingeniería Didáctica*. Recherches en didactique des Mathematiques. Vol 9. (3). Pp. 281-308.
- Artigue, M. (1990). *Epistemología y Didáctica*. Recherche en Didactique des Matheématiques. N° 19. 241-286.
- Arrieche, M (2002). *La Teoría de Conjuntos en la formación de maestros: Facetas y factores condicionantes del estudio de una teoría matemática*. Tesis Doctoral, Universidad de Granada. España.
- Arrieche, M (2003). Línea de Investigación: *Perspectiva del enfoque semiótico--antropológico para la didáctica de la matemática*. Paradigma. 24(3), 151-160.
- Ausubel, D. (1976). *Psicología Educativa*. México: Trillas.
- Ausubel, D.; Novak, J. y Hanesian, H (1996), *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Ausubel, D (2002), *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognoscitiva*. Barcelona: Paidós.
- Azcarate, P (1996). *La investigación matemática. Cuestiones sobre los procesos de formación de los profesores*. Relieve, 3 (2).
- Bachelard, G. (1981), *El Nuevo espíritu Científico*. Ed. Nueva Imagen. México.
- Barnett, V. (1983). *¿Por qué enseñar estadística?* En memorias de la I conferencia sobre enseñanza de la estadística. Pp. 3 -15. España.
- Barraza, C. (2018). *Manual para la Presentación de Referencias Bibliográficas de Documentos Impresos y Electrónicos*. Disponible en http://www.utemvirtual.cl/manual_referencias.pdf
- Bastan, M, Cuenya, H y Fioritti, G. (2016) *Un análisis histórico-epistemológico de la topología y su vinculación con el saber enseñado en la formación de profesores de matemáticas*. Universidad Nacional de Río Cuarto: Argentina.
- Batanero, C. (2000) *Estadística y Didáctica de la Matemática: Relaciones, problemas y aportaciones mutuas*. En C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (95-120). Universidad de Alicante. España.
- Batanero, C.; Ortiz, J. (2008). *Una perspectiva de síntesis de las tendencias actuales en la educación estadística*. Universidad de Granada. España.
- Batanero, C y Ottaviani, M. (1999). *Expectativas de la enseñanza de la estadística--desafíos para el siglo XXI*. IASE. Brasil: Santa Catarina.
- Batanero, C. (2006). *Retos para la formación estadística de los profesores*. *Didáctica de la Matemática*. Universidad de granada. España.

- Batanero, C. (2005). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística (Disponible en <http://www.ugr.es/local/batanero>) [Consulta 20, octubre de 2021].
- Batanero, C (2003). *Presente y Futuro de la Educación Estadística*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en <http://www.ugr.es/local/batanero>. [Consulta 15, agosto de 2021].
- Behar, R (2001): *Aportaciones para la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cataluña.
- Bergé, A y Sessa, C. (2003). *Completitud y Continuidad revisadas a través de 23 siglos: Aportes a una investigación didáctica*. *Revista latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*. V.6, N°3: 163-197
- Best, J. (1980). *Como investigar en educación*. Madrid. Morata.
- Beyer, W. (2004). *Elementos de Didácticas de la Matemática*. VI Escuela Venezolana para la enseñanza de la matemática. Mérida, Venezuela.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa*. Perú: CEAC.
- Boyer, C. (1999). *Historia de la Matemática*. Editorial Alianza. S.A. Madrid España
- Borderleau, I. (1987). *Modelos de investigación para el desarrollo de recursos humanos*. Editorial Trillas, México.
- Bressan, A.; Zolkower, B. y Gallego, F. (2006). *Los principios de la educación matemática realista*. En *Reflexiones Teóricas para la Educación Matemática*. Compilador: Alagia, H. y otros. Editorial Libros del Zorzal, Buenos Aires, Argentina.
- Bressan, A. y Zolkower, B. (2006). *Enseñando a didactizar, aprendiendo a matematizar: Ideas y experiencias en torno a la capacitación de docentes. Conferencia. Reunión de Educación Matemática (REM)*, Bahía Blanca, Argentina.
- Bronowsky, J (1978). *El ascenso de Hombre*. Fondo educativo Interamericano
- Brousseau, G. (1983), *Fundamentos de Didáctica de las Matemáticas*. Zaragoza: Universidad Zaragoza. España.
- Brousseau, G. (1986). *Theory of didactical situations in mathematics. Didactique des Mathematiques*. Dordrecht, Netherlannds: Kluwer.
- Brousseau, G (1990). *¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?: (Primera parte)*. *Revista Enseñanza de las Ciencias*. Vol. 8 No. 3, p. 259-267. Disponible en Internet: <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51335/93083>.

- Brousseau, G (1991). *¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas?: (Segunda parte)*. Revista Enseñanza de las Ciencias. Vol. 9 No. 1, p. 10-21. Disponible en internet: <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51351/93100>
- Calvo, C (2001). *Un estudio sobre el papel de las definiciones y las demostraciones en cursos preuniversitarios de cálculo diferencial e integral*. Tesis doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona. Disponible en Internet: http://www.tdx.cbuc.es/TESIS_UAB/available/TDX-1018101-165309//ccp1de1.pdf
- Campos, G. (2016). *Estadística en problemas educativos*. (5ta Edición). Caracas: FACES, UCV.
- Campos, A. (2004). *Acerca de la epistemología de las matemáticas*. Memorias del XV encuentro de geometría y III encuentro de Aritmética. Universidad Pedagógica Nacional de Colombia. Marzo 2004.
- Carrillo, J. (2000). *La formación del profesorado para el aprendizaje de las matemáticas*. Revista Uno [Revista en línea], 24. Disponible: <http://ocenet.oceano.com/consulta/welcome.doc> [Consulta: 2021, Diciembre 3].
- Casas, J, Villarraga, M, Maz, A. y León, C. (2018). *Factores de influencia en las actitudes hacia la estadística de alumnos de educación media*. Espacios 39(52), 33-45.
- Castro, E (2016) *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*. Universidad de Zaragoza. España. Disponible en <http://biblioteca.unizar.es>.
- Cardelli, J (2004). *Reflexiones críticas sobre el concepto de transposición didáctica de Chevallard*. Cuadernos de Antropología Social. No. 19, p. 49-61. Disponible en Internet: <http://www.scielo.org.ar/pdf/cas/n19/n19a04>. Pdf.
- Cepal /Unesco. (2000) *Comisión Económica para América Latina y el Caribe/Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura*. Rev. 2-p serie libros de la CEPAL. N° 33 Santiago de Chile.
- Cisterna, F. (2005). *Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa*. Theoria. Vol. 4(1). 61-71. Universidad de Bío Bío, Chillán, Chile.
- Coll, C. (2004). *Estructura y organización de la enseñanza*. Madrid. Santillana
- Coob G y Moore, D (1997). *Mathematics, Statistics, and Teaching*. American Mathematical Monthly, 104, pp. 801-823.
- Corbetta, P (2007). *Metodología y técnicas de investigación social*. Mac Graw Hill. Madrid. España.

- Costa, A. y Garmston, R. (1999). *El Coaching Cognitivo: una plataforma para el renacimiento de las escuelas*. Caracas: Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez.
- Cruz, C. (1994). *Estrategias cognitivas para la enseñanza de la matemática: Posibilidades y Limitaciones*. Revista. *Enseñanza de la Matemática*. Vol. 3. N° 3
- Cuñat, R. (2007). *Aplicación de la teoría fundamentada al estudio del proceso de creación de empresas*. [Documento en línea]. Ponencia presentada en el XX Congreso anual de AEDEM, Vol. 2. Disponible: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2499458> [Consulta: 2021, agosto12].
- Chacín, F. (2004). *Análisis de Regresión y Superficie de Respuesta*. Ediciones de la Universidad Central de Venezuela. Facultad de Agronomía. Maracay. Venezuela.
- Chacín, F. (2008). *Diseño y Análisis de Experimentos*. Ediciones del vicerrectorado académico de la U.C.V. Caracas- Venezuela.
- Chavarría, J (2006). *Teoría de las situaciones didácticas*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Año 1, No. 2. Disponible en Internet: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%202%20c%203.pdf>
- Chevallard, Yves (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Aique Buenos Aires. Argentina.
- Datson, L. (1998). *The Theory of Gambling and Statistical Logic* (Revisada edición). Academic Press.
- D'Ambrosio, U. (2000), *Educación Matemática: de la teoría a la práctica*. Papyrus Editora. Campiñas
- De la Torre, S. (2001). *Didáctica y Curriculum*. Madrid. Dykinson
- De Guzmán, M. (2000). *Tendencias y experiencias innovadoras en educación matemática*. II Taller Regional. Colombia. Organización de los Estados Iberoamericanos.
- De Guzmán, M. (2000). *Tendencias y experiencias innovadoras en educación matemática*. II Taller Regional. Colombia. Organización de los Estados Iberoamericanos.
- Del Rincón, D (1994). *Investigación educativa: Fundamentos y Metodologías*. Universidad de la Rioja. España.
- Díaz, F. y Hernández, G. (1998). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: McGraw-Hill.

- Elliot, J. (1997). *La Investigación-Acción en educación*. Tercera Edición. Ediciones Morata, S.L. Argentina.
- Estepa, A y Sánchez, F. (1994). *Desarrollo histórico de la idea Estadística de Asociación*. Épsilon. V. 10, N° 3, 61-67.
- Estepa, A. y Sánchez, F. (2001) *Correlación y regresión en los primeros cursos universitarios*. En Actas de las Jornadas Europeas de Estadística: la enseñanza y la difusión de la estadística. Obtenido de la página electrónica www.caib.es/ibae/esdeveniment/jornadas_10_01
- Freudenthal, H. (1983). *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Traducción y notas de L. Puig. México. Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-INP, 1995.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisitando la educación matemática*. Conferencia en china. Kluwer, Dodrecht, reidel publishing.
- Galeano, M. (2004). *Como se construye un sistema categorial*. Universidad de Antioquia. Colombia.
- García, A. (1999). *La Didáctica de las matemáticas: una visión general*. Red Temática Educativa Europea. [Documento en línea]. Disponible: <http://nti.educa.rcanaria.es/rtee/didmat.htm> [Consulta: 2021, Noviembre 21]
- García Azcarate, A. (2002). *Legendre. La Honestidad de un científico*. Col, La matemática en sus personajes, n° 11. Nivola. Madrid.
- García, M. y Rojas, N. (2003). *Concepciones epistemológicas y enfoques educativos subyacentes en las opiniones de un grupo de docentes de la UPEL acerca de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación*. *Investigación y Postgrado*, 18(1), 27-57.
- Garfield, J. Y Gal, I. (Eds) (1999). *Assessment and Statistics Education: Current challenges and directions*. *International Statistical Review*. Vol. 67 N°1
- Gascón, J. (1999). *Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes*. *Relime*. 4(2). 129 – 159.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994), *Significado personal e institucional de los objetos matemáticos*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J. (1996). *Teoría de las funciones semióticas en didáctica de la matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada
- Godino, J. (2003). *Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas*. *Revista iberoamericana de educación matemática.*, (20), 13-31.

- Godino, J. (2006), *Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico - semiótico de la cognición matemática*. Universidad de Granada. España.
- Godino, J. Ruiz, F. Roa, R. Pareja, J. y Recio, A. (2003). *Análisis Didáctico de Recursos Interactivos para la Enseñanza de la Estadística en la Escuela*. IASE Satellite Conference on Statistics Education and the Internet. Berlin, Germany, 11-12 August, 2003. http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm.
- Godino, J.D y Font, V. (2007). *Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico – semiótico de la cognición matemática*. *Recherches en Didactique des Mathematiques* 26, (1): 39-88
- Godino, J. D. (2009), *Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico - semiótico de la cognición matemática*. Universidad de Granada. España.
- Goffree, F. (1993). HF: *Working on Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics* 25, 21-48, The Legacy of Hans Freudenthal. Kluwer Academic Publishers. Holanda.
- Gómez, P y Rico, L. (2002). *Esquema de análisis de información para la descripción del desarrollo del conocimiento didáctico de futuros profesores de matemáticas*. Documento no publicado. Granada: Universidad de Granada.
- González, F. (2007). *Métodos de Investigación en Educación Matemática*. Maracay: FEDEUPEL.
- González, F. (2000). *La Enseñanza de la Matemática: Propositiones didácticas*. Maracay: Copiher.
- González, F. (2000). *Paradigmas en la Enseñanza de la Matemática: fundamentos Epistemológicos y Psicológicos*. Maracay: FEDEUPEL
- González, U. (1991). *Integración Cultural de las Matemáticas,.... Enseñanza de las Ciencias*. 1991. P. 281 – 289, (9-3).
- Gómez, P. (2007). *Conocimiento didáctico del profesor y organizadores del currículo de matemática*. Congreso nacional de didácticas para el siglo XXI. 1245-1258. Granada. Grupo editorial universitario.
- Gravemeijer, K. (2004). *Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and Curriculum theory*. *Journal Curriculum Studies*, Vol. 32, (6), Pp. 777-796.
- Greene, W (2003). *Econometrics analysis, Fifth Edition*, Prentice Hall, New Jersey
- Guanipa, M. (2010). *Sobre los Propósitos y Objetivos en la investigación*. Material Instruccional para el seminario de investigación en el Doctorado en Ciencias de la Educación. Universidad Rafael Belloso Chacín. Maracaibo- Zulia.

- Guerrero, G. (2015). *Metodología de la investigación*. México D.F, México: Grupo Editorial Patria. Obtenido de <https://ezproxy.unisimon.edu.co:2258/es/ereader/unisimon/40363?page=20>
- Hacking, I. (1995). *El surgimiento de la probabilidad: un estudio filosófico de las ideas tempranas acerca de la probabilidad, la inducción y la inferencia*. Gedisa. Barcelona España.
- Hald, A. (1990). *Historia de la probabilidad y la estadística y sus aplicaciones antes de 1750*. Wiley series en probabilidad y estadística.
- Hald, A. (1990): *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750*, John Wiley & Sons, New York.
- Hernández, R; Fernández, C y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. Mc Graw Hill editores, México.
- Hildebrand, D, Lang, G y Rosenthal, H. (1977). *Introducción al análisis de Regresión Lineal*. New york. John Wiley.
- Holmes, P. (2002). *Professional development for teachers of probability and statistics: Into an era of technology*. *International Statistical Review*, 66(3), 271-290
- Hopenhayn, M. (2010). *El gran eslabón: Educación y desarrollo del siglo XXI*. Buenos Aires. Fondo de Cultura Económica.
- Hurtado de Barrera, J. (2006). *El Proyecto de Investigación*. 4ª. Edición Ampliada. Ediciones Quirón Sypal. Bogotá - Colombia.
- Infante, S. (2007). *Ronald Aylmer Fisher y la Agronomía*. Revista Fitotecnia Mexicana. V. 30. N° 3. Pp. 205-213. Chapingo. México
- Inzunza, S. (2001). *Las herramientas computacionales en la Enseñanza de la Probabilidad y la Estadística*. México. Universidad Autónoma de Sinaloa.
- Kilpatrick, J. (1992). *A History of Research in Mathematics Education*. En Grouws, D. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, p. 3-38. New York: Simon & Schuster Macmillan.
- Kilpatrick, J. (1998) *The Reasonable Ineffectiveness of Research in Mathematics Education*”, *For the Learning of Mathematics*, 2.2, 22-29.
- Kline, M. (1978). *Historia del pensamiento matemático*. Vol I. Enaudi: Torino
- Klinger, C. y Vadillo, G. (1999). *Psicología cognitiva. Estrategias en la práctica docente*. México: McGraw-Hill.
- Lugo, A. (2005). *Escenarios para la educación superior del futuro*. Universidad Vasco de Quiroga. México

- Martínez, M. (1996). *Investigación cualitativa y etnográfica en educación*. Editorial Trillas.
- Martínez, M. (1999). *La Nueva Ciencia. Su desafío, lógica y método*. México. Editorial Trillas.
- Martínez, M. (2006). *La Nueva Ciencia. Su desafío, lógica y método*. México. Editorial Trillas.
- Martínez, M. (2007). *Como hacer un buen proyecto de tesis con metodología cualitativa*. Cuaderno Monográfico CANDIDUS. No 1.
- Matos Ayala, A. (2020). Investigación Bibliográfica: Definición, Tipos, Técnicas. Obtenido de Lifeder: <https://www.lifeder.com/investigacion-bibliografica/>
- Medina, A y Mata, F. (2008). *Didáctica General*. Pearson Educacion. Madrid. España.
- Méndez, E. (2016). *Concepción Teórica de una Didáctica Alternativa para la Enseñanza del Calculo Integral en la Educacion Universitaria*. Tesis Doctoral no publicada, Universidad Bicentenario de Aragua. Maracay. Venezuela
- Molina, E. (1993). *La preparación del profesor para el cambio en la institución educativa*. Granada: Universidad.
- Moreno, C y García, M. (2009). *La epistemología matemática y los enfoques del aprendizaje en la movilidad del pensamiento instruccional del profesor*. *Investigación y Postgrado* v.24 n.1 Caracas ene. 2009.
- Montgomery, D y Runger, G. (2010). *Probabilidad y Estadística*. Editorial McGraw Hill.
- National Council of Teachers of Mathematics, NCTM, (1991). *Principles and Standards for School Mathematics*, EUA: Reston, VA.
- Nérici, I. (1990) *Metodología de la Enseñanza*. México: Kapeluz.
- Nievergelt, Y (2000). *A tutorial history of least squares with applications to astronomy and geodesy*, *Journal of Computational and Applied Mathematics* 121, pp.45 y 38,2000, http://www-linux.gsi.de/~ikisel/reco/Methods/Nievergelt_History_JCAM_121_2000.pdf
- Noguera, I. (2007) *Hacia una Didáctica General Dinámica*. Buenos Aires. Kapeluz.
- Ontoria, A. y Otros (1993). *Mapas conceptuales: Una estrategia para aprender*. Madrid: Narcea.

- Orellana, M (2002). *¿Qué enseñar de un tópico o de un tema en matemática?* *Enseñanza de la Matemática* 11(2), 21-42. Caracas. Venezuela
- Ottaviani, G. (2001). *La promoción de la educación estadística*. Actas de la Conferencia Internacional “Experiencias y Expectativas de la Enseñanza de la Estadística – Desafíos para el Siglo XXI.” Brasil, 20 – 23 Septiembre.
- Ottaviani, G. (2000). *La promoción de la educación estadística*. Actas de la Conferencia Internacional “Experiencias y Expectativas de la Enseñanza de la Estadística – Desafíos para el Siglo XXI.” Brasil, 20 – 23 Septiembre.
- Panizza, M (2003). *Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas*. Disponible en Internet: [http:// crecersonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf](http://crecersonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf).
- Paruelo, J. (2003). *Enseñanza de las Ciencias y Filosofía. Enseñanza de la ciencia. España*. V21 (2). Pp. 329-335.
- Ponte, J. (1993). *A Educação Matemática em Portugal: Os primeiros passos de uma comunidade de investigação*. *Quadrante*, 2 (2), pp.95-126
- Popper, K. y Eccles, J. (1985). *El yo y su cerebro*. Labor, Barcelona. España.
- Popper, K. (1963). *La lógica de la investigación científica*. Editorial Tecno. Madrid España
- Porlan, S. (1993). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes*. Vol. I. Métodos. Madrid: La Muralla.
- Pozo, J. (1992), *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Ed. Morata. Madrid.
- Reyes-Ruiz, L. y Carmona Alvarado, F. (2020). *Consideraciones para la revisión documental*. Obtenido de Repositorio Universidad Simón Bolívar: https://bonga.unisimon.edu.co/bitstream/handle/20.500.12442/5020/Consideraciones_Elaboracion%20de%20Investigacion%20en%20Matematicas.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Rico, L. (2006). *Investigación, diseño y desarrollo curricular*. En L. Rico (Ed.) *Bases teóricas del currículo de matemáticas*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Rico, L. (2003). *Los organizadores del currículo de matemáticas*. En L. Rico, E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra, M. Socas (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria (pp. 39 – 59)*. Ice – Horsori
- Rico, L. (1999). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. En Kilpatrick, J., Rico, L., Gómez, P. (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*. 69-108. Bogotá: una empresa docente.
- Río, O (2006). *Metodología de la investigación cualitativa*. Bilbao: Ediciones de la Universidad de Deusto

- Rodríguez, M. (2007). *Estrategias exitosas para la investigación*. Libre Editores. Maracay-Aragua. Venezuela.
- Rodríguez, E (2016) *Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de la función afín aplicada a la economía*. Tesis no publicada. Universidad pedagógica Experimental Libertador. Maracay. Venezuela.
- Rojas, B. (2007). *Investigación Cualitativa. Fundamentos y praxis*. FEDUPEL. Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Caracas.
- Ruiz, B. (2004). *Exploración cognitiva sobre la variable aleatoria en situación de modelación*. Memoria del tercer ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España.
- Ruiz, A. (1998). *Historia y filosofía de las matemáticas*. San José- Costa Rica: EUNED.
- Salinero, P. (2008). *Historia de la Probabilidad*. Universidad Autónoma de Madrid
- Sandín, M. (2005). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Mc Graw Hill editores, México
- Sensevy, G (2007). *Categorías para describir y comprender la acción didáctica*. Traducción de Juan Duque y revisión de René Rickenmann del capítulo de Agir ensemble. “L’action didactique conjointe du professeur et des élèves”. PU Rennes.
- Shön, D. (1992). *La Formación de profesionales reflexivo: hacia un nuevo diseño de la enseñanza y aprendizaje de las profesiones*. Barcelona: Paidós
- Sierpinska, A. (1992). *Understanding the notion of function*. En G. Harel y E. Dubinsky (Eds.) *The concept function. Aspect Epistemology and pedagogy*. 25-58. USA: *Mathematical Association of America*.
- Socas, M. (2001). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria*, cap. 5., pp. 125-154, en RICO, L., y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Ed. Horsori, Barcelona.
- Stephen, M y Stigler, W. (1986). *The history of Statistics the measurement of certainty before 1900*. The belknap press of Harvard University press. Massachusetts.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Antioquia, Colombia: Editorial Universidad de Antioquia Contus.
- Streefland, L. (1991b). *Realistic Mathematics Education in Primary School*. Utrecht. CD-b Press. Freudenthal Institute. Utrecht University. Holanda.

- Tamayo y Tamayo, M. (2009). *El proceso de la Investigación Científica*. Limusa. Noriega Editores. México.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1990). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. México: Paidós.
- Tauber, L. (2001). *La construcción del significado de la distribución normal a partir de actividades de análisis de datos*. Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Sevilla. España.
- Todhunter, I. (1949): *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*, Macmillan, London. Reprinted by Chelsea, New York,
- Trujillo, C; Naranjo, M; Lomas, K y Merlo, M. (2019). *Investigación Cualitativa: Epistemología, métodos de investigación*. Editorial IBARRA. Ecuador.
- UPEL (2016). *Manual de trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales*. 5ª edición Reimpresión 2016. FEDUPEL.
- Valencia López, V. (n.d.). *Revisión documental en el proceso de investigación*. Retrieved Septiembre 2, 2020, from <https://univirtual.utp.edu.co/pandora/recursos/1000/1771/1771.pdf>
- Vargas, C (2002). *Didáctica I de la Matemática*. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. Chile. Disponible en Internet: http://mat.uv.cl/profesores/apuntes/archivos_publicos/7543144551_art_Didactica%20de%20la%20matematica.doc
- Villareal, M. (2005). *La Investigación en Educación Matemática*. Revista de Educación Matemática, 17(2), 18-43. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.
- Vygotsky, S. (1987), *Pensamiento y Lenguaje: teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. Traducción de María Margarita Roture, Buenos Aires, Pléyade.
- Viviano, A. (1988). *Hacia una participación auténtica en los procesos de enseñanza-aprendizaje: La participación constructiva*. Trabajo de ascenso. UPEL- Maracay.
- Zapata, L y Rocha, P (2011). *Actitudes de profesores hacia la estadística y su enseñanza. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (XIII CIAEM). Recife, Brasil*.

ANEXOS

ANEXO A
Temas para entrevista

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO “RAFAEL ALBERTO ESCOBAR LARA”
SUBDIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

GUIÓN DE ENTREVISTA A LOS INFORMANTES CLAVE

- 1.- Qué opina usted sobre introducir el origen y desarrollo histórico del modelo de regresión lineal en el proceso de enseñanza-aprendizaje de ese contenido estadístico?
- 2.- Cree usted que es importante en la enseñanza del análisis de regresión simple, destacar su influencia en el desarrollo de otros conceptos o contenidos de la estadística inferencial?
- 3.- Qué factores positivos y cuales negativos destacaría en la didáctica empleada por usted en la enseñanza del modelo de regresión lineal simple?
- 4.- En su opinión donde se centra el origen de las dificultades, errores y obstáculos, que se le presentan al estudiante durante el proceso de aprendizaje del contenido de análisis de regresión lineal simple?
- 5.- Cree usted que se debería cambiar innovando la didáctica que emplea durante el proceso de enseñanza-aprendizaje del modelo de regresión simple?
- 6.- Qué estrategias considera usted que deberían implementarse para optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del análisis de regresión lineal simple?
- 7.- Piensa usted que las técnicas utilizadas para la evaluación del contenido análisis de regresión lineal simple, miden eficientemente lo aprendido por el estudiante?
- 8.- Qué opina sobre la interacción entre el contenido (análisis de regresión simple) a enseñar, el docente que enseña y el estudiante que aprende en el salón de clases.

NOTA: Las preguntas a los estudiantes, fueron tácitamente las mismas que las efectuadas a los docente, pero dirigidas a su comprensión con un vocabulario menos especializado.