

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
VICERECTORADO DE INVESTIGACION Y POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACION MATEMATICA

**FACETA EPISTEMICA DEL CONOCIMIENTO DIDACTICO-
MATEMATICO DE LA FUNCION AFIN APLICADA A LA ECONOMIA**
**Tesis presentada como requisito parcial para optar al Grado de Doctor en
Educación Matemática.**

.

Autor: Enedina Rodriguez
Tutor: Angel Carruido

Maracay, Septiembre del 2016

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
VICERECTORADO DE INVESTIGACION Y POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACION MATEMATICA

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi carácter de Tutor del Trabajo de Grado, presentado por la ciudadana: Enedina Lady, Rodriguez Cortez, para optar al grado de Doctor en Educación Matemática, considero que dicho Tesis reúne requisitos y meritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del jurado examinador que se designe.

En la Ciudad de Maracay a los 26 días del mes de septiembre del 2016

Dr. Angel Carruido

C.I.: 4.228.767

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
VICERECTORADO DE INVESTIGACION Y POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACION MATEMATICA

**FACETA EPISTEMICA DEL CONOCIMIENTO DIDACTICO-
MATEMATICO DE LA FUNCION AFIN APLICADA A LA ECONOMIA**

Por: Enedina Lady, Rodriguez Cortez

Tesis Doctoral Aprobada, en nombre de la Universidad Pedagógica Experimental
Libertador, por el siguiente jurado, en la ciudad de Maracay a los
_____ días del mes de _____ de _____

Nombre y Apellido:

CI:

Nombre y Apellido:

CI:

Nombre y Apellido

C.I

Nombre y Apellido

C.I

INDICE GENERAL

	PP.
LISTA DE CUADROS	vii
LISTA DE GRAFICOS	ix
RESUMEN	x
INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO	
I.CONTEXTO EMPIRICO	4
Planteamiento del Problema	4
Objetivos de la Investigación	23
Justificación	23
II.CONTEXTO TEORICO	26
Antecedentes de la investigación	27
Antecedentes Internacionales	27
Antecedentes Nacionales	41
Fundamentación Teórica	48
Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática	48
Análisis de Procesos de Instrucción Matemática	64
Análisis Ontológico-Semiótico de un Texto Matemático	69
Idoneidad Didáctica	71
Teorías Psicológicas del Aprendizaje que sustentan el Enfoque Ontosemiótico	75
Modelo del Conocimiento Didáctico Matemático	76
Repertorio Teórico	91
Educación a Distancia	91
Características de la Educación a Distancia	97
Desarrollo Teórico de la Educación a Distancia.	102
La modalidad de la Educación a Distancia en la Universidad Nacional Abierta	137
Diseño Curricular en la Universidad Nacional Abierta	149
Diseño Instruccional en la Universidad Nacional Abierta	159
Paquete Instruccional de Matemática I	162
Descripción del curso de Matemática I (176)	174
Análisis Histórico Epistemológico del Objeto Función y su Funcion	179
Afin aplicada a la Economía	
Aproximación a la Evolución Histórica del Objeto Función.	179
Aproximación a la Evolución Histórica de la Matemática en la	191

Economía.	
Ideas Precursoras de la función Demanda, función oferta, curva de demanda y oferta y punto de equilibrio	200
Conceptualización del Objeto Función y Función Afín	208
Caracterización del concepto de Función y Función Afín en el Modulo II de Matemática I y Referencias obligatorias y complementarias.	208
Aplicaciones de la Función $y = m x + b$ a las ciencias administrativas y la economía.	211
Caracterización del concepto de Función Demanda y Oferta en el Modulo IV de Matemática I y Referencias obligatorias y complementarias.	213
III.CONTEXTO METODOLOGICO	217
Naturaleza de la Investigación	217
Informantes	219
Descripción de los Informantes	219
Instrumentos	220
Validación del Instrumento	229
Procedimiento	230
Técnicas y Análisis de Datos	232
IV.CONTEXTO ANALITICO	236
Significado Holístico de la Función Afín Aplicada a la Economía.	237
Significado global de la Función Afín aplicada a la economía.	243
Significado del Contenido Matemático Pretendido en el Curriculum.	246
Unidades iniciales de análisis	246
Análisis Semiótico: Significado Institucional Pretendido Ecuación demanda	278
Análisis Epistémico del Significado Institucional Pretendido e Implementado Ecuación Demanda	283
Análisis de las Configuraciones didácticas Empíricas implementadas en el contenido pretendido Ecuación Demanda.	291
Comparación del Significado de Referencia con el Significado local Implementado Ecuación Demanda.	299
Unidades iniciales de análisis de la Ecuación de la oferta	
Análisis Semiótico: Significado Institucional Pretendido Ecuación de la oferta	315
Análisis Epistémico Significado Institucional Pretendido e Implementado Ecuación de la Oferta	320
Análisis de las Configuraciones didácticas Empíricas implementadas en el contenido pretendido Ecuación de la Oferta	327
Comparación del Significado local Implementado con el Significado de Referencia de la Ecuación de la Oferta.	339

Análisis de las Entrevistas	352
Análisis de la entrevista Categoría: Practica Subcategoría:	
Practica Matemática	353
Interpretación Hermenéutica Categoría: Practica Subcategoría:	360
Practica Matemática	
Análisis de la entrevista Categoría: Practica Subcategoría:	361
Practica Didáctica	
Interpretación Hermenéutica Categoría: Practica Subcategoría:	373
Practica Didáctica	
Análisis de la entrevista Categoría: Procesos Subcategoría:	374
Procesos Matemáticos	
Interpretación Hermenéutica Categoría: Procesos Subcategoría:	380
Procesos Matemáticos	
Análisis de la entrevista Categoría: Procesos Subcategoría:	381
Procesos Didácticos	
Interpretación Hermenéutica Categoría: Procesos Subcategoría:	389
Procesos Didácticos	
Análisis de la entrevista Categoría: Faceta Epistémica	390
Subcategoría: Conocimiento Matemático	
Interpretación Hermenéutica Categoría: Faceta Epistémica	401
Subcategoría: Conocimiento Matemático	
Análisis de la entrevista Categoría: Faceta Epistémica	402
Subcategoría: Conocimiento Didactico	
Interpretación Hermenéutica Categoría: Faceta Epistémica	405
Subcategoría: Conocimiento Didáctico	
V.CONTEXTO REFLEXIVO	406
Un breve resumen de nuestro problema de investigación	407
Sobre el logro de los Objetivos Específicos y su Repercusión en	410
las Respuestas a las Preguntas de Investigación	
Recomendaciones	421
VI. CONTEXTO GENERATIVO	423
Análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la Función	
Afín a la economía del Modulo IV de Matemática I.	423
Aproximación al modelo de evaluación del Conocimiento	424
Didáctico-Matemático del Modulo IV de Matemática I sobre la	
función Afín aplicada en la economía	
REFERENCIAS	430
ANEXOS	436

A. Plan de Curso Matemática I (176)	437
B. Unidades de Análisis del Texto I	443
C. Unidades de Análisis del Texto II	469
D. Interrogantes Centrales. Categorías y Subcategorías	475
E. Instrumento dirigido a los Asesores y Especialistas de Contenido de la UNA	478
F Validación del Instrumento	483

LISTA DE CUADROS

Cuadro		pp.
1	Descriptores de la Idoneidad Epistémica	73
2	Conocimiento del Contenido (Conocimiento Común, Especializado y Ampliado o en el Horizonte Matemático)	81
3	Conocimiento del Contenido del Profesor en relación a los Estudiantes	82
4	Conocimiento del Contenido en relación con la Enseñanza	84
5	Conocimiento del Profesor	85
6	Características del Conductismo	122
7	Relación entre el código de Matemática I y las Carreras de la UNA	164
8	Material Instruccional de Matemática I	176
9	Relación entre los Objetivos General del curso Modulo IV y Unidades de Aprendizajes	177
10	El Texto y las Unidades Primarias de Análisis	221
11	Entidades Matemáticas (unidades elementales)	222
12	Trayectoria Epistémica	222
13	Significado Referencial	223
14	Comparación entre el Significado local y el Significado referencial	223
15	Idoneidad Epistémica	224
16	Pautas de la Entrevista	225
17	Entidades Matemáticas del Significado de Referencia de la Función Demanda y Ecuación de la Demanda	251
18	Unidades Primarias de la sección 1.2 Ecuación de la Demanda del Módulo IV de Matemática	
19	Entidades Matemáticas de la <i>Ecuación de la Demanda</i> del Módulo IV Matemática I (176)	
20	Trayectoria Epistémica del proceso de estudio de la Ecuación Demanda	273
21	Comparación del Significado de Referencial y el Significado local del contenido matemático referido a Función Demanda y y Ecuación de la Demanda	293
22	Idoneidad Epistémica de los significados Institucionales del contenido Matemático Función Demanda y Ecuación Demanda	302

23	Unidades Primarias de la Sección 1.3 Ecuación de la Oferta del Modulo IV de Matemática I	304
24	Análisis de las Entidades Matemáticas de la <i>Ecuación de la Oferta</i> del Módulo IV Matemática I (176)	311
25	Trayectoria Epistémica del proceso de estudio de la Ecuación de la Oferta	313
26	Entidades Matemáticas del Significado de Referencia de la función Oferta y Ecuación de la Oferta.	329
27	Comparación del Significado de Referencia con el Significado local implementado del contenido matemático pretendido Función Oferta y Ecuación de la Oferta.	332
28	Conflictos Semióticos Reflejados entre el significado local y referencial de las expresiones Función Oferta y Ecuación de la Oferta	342
29	Idoneidad Epistémica de los significados institucionales del contenido Función Oferta y Ecuación de la Oferta.	350
30	Categoría: Practica Subcategoría: Practica Matemática	353
31	Categoría: Practica Subcategoría: Práctica Didáctica	361
32	Categoría: Procesos Subcategoría: Procesos Matemáticos	374
33	Categoría: Procesos Subcategoría: Procesos Didácticos	381
34	Categoría: faceta Epistémica Subcategoría: Conocimiento Matemático	390
35	Categoría: faceta Epistémica Subcategoría: Conocimiento Didáctico	402

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico		pp
1	Tipos de Significados Institucionales y Personales	56
2	Objetos y procesos matemáticos	62
3	Relación entre las categorías del Modelo MKT y el CDM	89
4	Características de la Educación Abierta y a Distancia	101
5	Conversación Didáctica Guiada	112
6	Modelo del Diseño Curricular	152
7	Bases que fundamenta el Diseño Instruccional	159
8	Modelo de diseño de Instrucción	161
9	Portada de Identificación del Plan de Curso	166
10	Formato del Plan de Evaluación	167
11	Aspectos para corregir o autocorregir un Texto	174
12	Modelo Lineal de la Demanda	214
13	Modelo Lineal de la Oferta	216
14	Presentación de la Unidad 1 Aplicaciones de la Función $y = ax + b$	255
15	Modelo de Evaluación del Conocimiento Didáctico - Matemático del Modulo o Medio Maestro	438

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
VICERECTORADO DE INVESTIGACION Y POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACION MATEMATICA

**FACETA EPISTEMICA DEL CONOCIMIENTO DIDACTICO-
MATEMATICO DE LA FUNCION AFIN APLICADA EN LA ECONOMIA**
Tesis para optar al Grado de Doctor en Educación Matemática.

Autor: Msc.Enedina Rodriguez

Tutor: Dr. Angel Carruido

Fecha: Septiembre 2016

RESUMEN

La investigación que presentamos surge de una reflexión y análisis de nuestra praxis. Divisamos una cantidad de disparidades y vacíos de significación en el Modulo IV de Matemática I (176) inherentes a ciertos conceptos de Aplicación de la Función Afín a la economía, los cuales requieren de “hiper-procesos” matemáticos: Resolución de problemas y modelización, que implica el establecimiento de conexiones entre los objetos y generalizaciones de propiedades, procedimientos y argumentos. El problema central estuvo dirigido a indagar en los conocimientos matemáticos y didácticos, que efectivamente tiene el medio maestro o modulo instruccional con el propósito de Generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la Función Afín a la economía Conceptualmente, la investigación se centra en el dominio epistémico e instruccional del llamado Enfoque Ontosemiótico de Conocimiento y la Instrucción Matemática Metodológicamente, el estudio se enmarca en una Perspectiva interpretativo, descriptivo, hermenéutica y ontosemiótica, con la utilización del método inductivo. Hallazgos: (1) Se identificaron 4 sistemas de prácticas que dieron origen a la función Demanda y función oferta (2) De la aplicación de la teoría de conjuntos a las funciones y modelos lineales emerge la aplicación de la función afín en a la economía (3) Las situaciones problemas que se presentan son representativas para el contenido desarrollado en el módulo, pero no guardan armonía con el significado de referencia.(4) los asesores y especialistas de contenido posee un buen dominio del *conocimiento del contenido común Matemático* (5) Se realizan ajustes al Modelo CDM de Godino (2009), Pino Fan y Godino (2015) para aproximarnos al modelo de evaluación del CDM del Modulo IV de Matemática I en la función Afín aplicada en la economía llamado MODECAS

Palabras Claves: Función, Ontosemiótico, modulo instruccional, didácticos, matemáticos.

INTRODUCCION

La investigación en Educación Matemática, según a Shoenfeld tiene dos fines principales: uno puro a fin de entender la naturaleza del pensamiento matemático, la enseñanza y el aprendizaje y otro aplicado a fin de usar tales comprensiones para mejorar la instrucción de las matemáticas, por ello la aproximación de este problema de investigación, el cual proviene de una reflexión desde la práctica que día a día nos invita a estudiar y analizar la complejidad de la enseñanza y aprendizaje de ciertos conceptos matemáticos.

En particular, el concepto de funciones, el cual es fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de diversas situaciones de la vida, en especial el estudio de la función de la Afín, cuya expresión es: $f(x) = mx + b$; $m \neq 0$ m y $b \in \mathcal{R}$, es de gran aplicación a situaciones económicas debido a que en el comercio hay relaciones entre el trabajo y producción, oferta y precio, demanda y precio, producción y beneficio.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática unos recursos fundamentales en la construcción de los conocimientos matemáticos son los libros de texto además de las explicaciones del profesor y el diseño curricular. Por ello, estos textos deben tener un alto grado de representatividad y relación con la evolución histórica de estos conocimientos y con otros libros de referencia que sirven de explicación adicional. Una Universidad en Venezuela que utiliza los libros de textos o material impreso o módulos de aprendizaje como referente para explicar el contenido matemático, es la Universidad Nacional Abierta (UNA), enmarcada en la modalidad de educación a distancia en el subsistema de Educación Universitaria; y destinada a la formación de profesionales en áreas prioritarias del desarrollo social del país

Hay que resaltar que en esta modalidad, el docente juega el papel de asesor y facilitador del aprendizaje y el alumno afronta solo el estudio de los contenidos curriculares, por lo tanto para él, aplicar el concepto de la función afín a situaciones económicas, debe ser capaz manejar y entender el significado del concepto de demanda, oferta, relación entre el precio y las cantidades de demanda y oferta, precio

por unidad entre otras, para ello cuenta con el apoyo de módulos o materiales instruccionales o “medio maestro” y otro material de referencia en el Plan de curso.

De allí, el material instruccional o “medio maestro” quien asume la dirección del proceso instruccional en esta modalidad, debe reunir ciertas características que permitan calificarlo como “idóneo” para los fines pretendidos y de un amplio conocimiento Didáctico-Matemático por los que va a transcurrir el aprendizaje de una persona, que afronta solo los contenidos curriculares.

Para entender esta complejidad, los propósitos de este trabajo son: Generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la Función Afín a la economía.

Con miras a alcanzar nuestros propósitos utilizamos algunos constructos teóricos del Enfoque Ontosemiótico de Conocimiento y la Instrucción Matemática y las categorías de análisis del modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático, esto implica realizar una serie de acotaciones y ajustes para ser adaptado al análisis de espacios de educación a distancia, dada las características particulares del generador del sistema de prácticas operativas y discursivas, a cargo del material impreso o módulos de aprendizajes y por otro lado, debido a que los modelos del CDM están pensados en profesores de clases presenciales y focalizado en la interacción docente alumno.

La exposición de la problemática que da origen al tema de investigación, el cómo, el con qué, y lo qué abordamos y encontramos, lo hacemos de la siguiente manera.

El primer capítulo, al que denominamos CONTEXTO EMPIRICO lo dedicamos a presentar el objeto de estudio: cómo surgió, qué indagaciones sistemáticas lo complejiza, y bajo qué teoría lo abordamos. Las preguntas de investigación las cristalizamos en un propósito y cuatro metas para alcanzarlo.

En el capítulo II, reseñamos algunos antecedentes internacionales y nacionales que pensamos no aportan ideas significativas sobre el objeto de estudio, el modelo del Conocimiento Didáctico- matemático y los obstáculos y disparidades presentes en el

contexto Universitario. Destacamos algunos elementos de la teoría de los significados sistémicos que justifican el por qué nos adscribimos al Enfoque Ontosemiotico. Subrayamos en ella, los modelos del Conocimiento Didáctico Matemático seguidamente, el estudio de la evolución de la función, de la Matemática en la Economía y las ideas precursoras de la Función afín en la economía en los conceptos de Demanda y Oferta, además de la Educación a distancia, características y fundamentos teóricos y pedagógicos, Material Instruccional y Asesoría, finalmente la Conceptualización del Objeto Función y de la Función en la economía, en el Modulo II y IV de Matemática I y libros de texto de referencia

El capítulo III denominado CONTEXO METODOLOGICO, corresponde a la presentación de la Naturaleza de la misma, informantes, descripción de los informantes, instrumentos, procedimientos, técnicas y análisis de datos. En el Capítulo IV, se detalla el Significado Holístico de la Función Afín Aplicada a la Economía, los análisis epistémicos e instruccional y la triangulación e interpretación hermeutica de las prácticas, procesos y conocimiento Didactico y matemático de los asesores y especialistas de contenido correspondientes a este trabajo de investigación

Por su parte, el Capítulo V se detallan las conclusiones y recomendaciones relacionadas al estudio

Finalmente en el Capítulo VI, llamado CONTEXTO GENERATIVO se aboca a presentar una aproximación del modelo de. Evaluación del conocimiento didáctico – matemático del modulo instruccional sobre contenido matemático pretendido, denominado MODECAS y las correspondientes referencias bibliográficas y los anexos.

CAPITULO I

CONTEXTO EMPRICO

La Educación Matemática como actividad de enseñanza y aprendizaje se remonta a varios milenios y como campo de investigación, según Kilpatrick (1992) se ha ido ampliando a través del tiempo cuando matemáticos y educadores centraron su atención hacia *cómo y qué Matemática es, o debería ser, enseñada y aprendida en la escuela.* (p.3). No obstante, este campo es fuente de muchos estudios con una diversidad de métodos y paradigmas, como consecuencia de la integración de diversas áreas como: la filosofía, matemáticas, psicología, pedagogía, historia de las ciencias entre otras.

Según, Shoenfeld (2000) la investigación en educación matemática tiene dos fines principales: uno puro, a fin de entender la naturaleza del pensamiento matemático, la enseñanza y el aprendizaje y otro aplicado, a fin de usar tales comprensiones para mejorar la instrucción de las matemáticas.

Además, las matemáticas como sistema de conocimientos organizados en continua expansión, es aplicada en casi todas las disciplinas del saber y en particular en la Ciencias administrativas y la economía. Permite modelar la realidad y utilizar el sentido lógico para arribar a generalizaciones, a través de la simbolización. Al respecto, Villa-Ochoa (2014) sostiene que el proceso de obtención de un modelo matemático a partir de un objeto real no ocurre de manera inmediata, debido a que el que modela debe poner en juego sus conocimientos matemáticos, el conocimiento del contexto y de la situación, asimismo sus habilidades para describir, establecer y representar las relaciones existentes entre “cantidades” de tal manera que se pueda construir un nuevo objeto matemático.

En particular el tema de funciones, es un concepto fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de fenómenos económicos y sociales y en especial el estudio de la función de la forma $f: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$, $f(x) = mx + b$; $m \neq 0$ y $b \in \mathcal{R}$ o función Afín, dada su gran aplicación a situaciones económicas, debido a que en el comercio relaciones entre trabajo y producción,

oferta y precio, demanda y precio, producción y beneficio. Al respecto, Mochón (2005) destaca que entre los economistas existe la necesidad desde el principio de utilizar las estructuras matemáticas para representar tales relaciones, debido que el centro de los problemas económico es el concepto de pequeñas variaciones.

En este sentido es pertinente resaltar que en los tratados de ciencias administrativas y Economía, son muy significativos el concepto de Demanda y oferta, considerando que son dos fuerzas que hacen que la economía de mercado funcione, al respecto, Mochón (2005), señala que la cantidad demandada *es la cantidad de un bien que los compradores quieren y pueden comprar* (p.22) y en cuanto a la cantidad ofertada, el autor refiere que es la *cantidad ofrecida de un bien es lo que los vendedores quieren y pueden vender* (p.28).

Al respecto Cournot, 1838; Marshall, 1920; Mochon, 2005; captando el proceso económico en términos de relaciones funcionales consideran la relación entre la cantidad demandada u ofertada (q) de un bien como variables intra-económicas que dependen únicamente de su precio (p) y se expresan simbólicamente $p = D(q)$ y $p = S(q)$, donde D y S representan a la notación funcional de la demanda y oferta respectivamente, además los autores señalan que existen otras variables que influyen en la oferta y la demanda como son: precios del producto, salarios de los consumidores, gastos y otros factores, los cuales quedan reducidas a la inacción, sin perder el rigor analítico, con la frase *ceteris paribus*, que significa “todo lo demás permanece constante”.

Asimismo, estos tratados de economía representan las curvas de las funciones Demanda y Oferta, utilizando el eje de abscisas (eje x) para la cantidad demanda u ofertada (q) y el eje de las ordenadas (eje y) para el precio (p), las cuales son continuas, debido a que de esta manera gozaría de las propiedades de las funciones con esta naturaleza y sobre las que se basan las aplicaciones en el análisis matemático, se considera que las funciones son: Decreciente o creciente. Cournot (1838), argumenta que la función demanda *es decreciente, ya que un aumento en el precio será una disminución de la demanda* (p.42). Estas leyes significan que es posible despejar a q en función de p . Además, las curvas de Demanda y Oferta

están contenidas en el I cuadrante debido a que los precios y cantidades demandas u ofertadas son no negativas ($p > 0$ y $q > 0$) (Mochón, 2005, p. 84).

Por el contrario, en los textos de Matemática para Administración y Economía (Arya y Lardner, 1994; UNA, 2009), función demanda y oferta son tratadas como ecuación de la demanda y ecuación de oferta, a partir de la ley de Demanda y Oferta, y adoptan la forma lineal $y = mx + b$; $m \neq 0$ y $b \in \mathcal{R}$, donde y representa el precio (p), x la cantidad demandada u ofertada (q). Sin embargo, Haeussler y Richard (2008) trata primeramente a las funciones como la relación proporcional entre el precio y la cantidad demandada u oferta y las expresa simbólicamente $p = D(q)$ (función Demanda) y $p = S(q)$ (función oferta), seguidamente establece que el precio (p) y la cantidad demanda u ofertada (q) se relacionan de manera lineal.

Por lo tanto, refieren los autores, la curva de la demanda y la oferta son semirectas en el I cuadrante, debido a que $p > 0$ y $q > 0$, cuya ecuación es de la forma $p = m q + b$; donde la pendiente (m) es negativa ($m < 0$) para la curva de la demanda y positiva ($m > 0$) para la curva de la oferta. Se evidencia, que la función de la forma $f(x) = mx + b$; $m \neq 0$ y $b \in \mathcal{R}$ o función Afín, debe analizarse, dándole interpretación económica a la pendiente y la intercepción de las funciones: Demanda y oferta.

Al respecto, Delgado, González, Pérez y Domínguez (2012) sostiene que el estudiante para aplicar la función afín a situaciones económicas debe ser capaz manejar y entender el significado del concepto de demanda, oferta, relación entre el precio y las cantidades de demanda y oferta, precio por unidad entre otras. En tal sentido, Parra (2012) señala, que la disposición de insertar un tema en el currículo puede estar basada en su vínculo con otras componentes del aprendizaje, pero es indispensable investigar su viabilidad y los requisitos necesarios para su estudio.

Frente a estas evidencias, se puede afirmar que el estudio de las condiciones y consecuencias que rodea la inclusión de las matemáticas en los modelos económicos tiene su propia historia, de acuerdo con Alvarado (2007),...*el significado de un objeto matemático no es estable ni único en el tiempo.* (p.42).

Por lo tanto, el nexo de la Matemática con los ámbitos administrativos, económicos y ciencias afines, resalta la importancia de captar el significado de este objeto matemático aplicado a la economía. Asimismo, Cruz (2015) señala que el proceso de formulación matemática de ciertos modelos en un área exige el desarrollo de competencias, una de ellas es valorar el conocimiento matemático como útil, pertinente, con significado y con posibilidades de ser reconstruido, atendiendo a las necesidades del evento en el cual se está trabajando.

Por otro lado, Godino y Batanero (citado por Ramos 2006) sostienen que una persona ha captado el significado de un objeto (O), sí reconoce sus propiedades, si las relaciona con varias situaciones problemas en el marco de la institución correspondiente, y se hace necesario aprender a llamar las cosas por su nombre, sobre todo si se quiere dar lugar a la semiótica implícita en estas consideraciones, el cual desde una visión pragmática se clarifica con el término “concepción”, puesto que la concepción de un objeto es la concepción de sus efectos prácticos

Así, la palabra significado es clave en la problemática de investigación en Didáctica de la Matemática, algunos autores como Balacheff (citado por Godino, 2010), expresa lo siguiente: “Un problema pertenece a una problemática de investigación sobre enseñanza de la matemática si está específicamente relacionado con el significado matemático de la conducta de los alumnos en la clase de matemática” (p.258). Así, al hablar de “ $y = ax+b$ ”, “ $f(Q, P) = 0$ ”, “Función Oferta”, por ejemplo, se evoca su significado a quien conoce esta noción, donde la actividad matemática es el medio para la construcción de significados, de ahí que es necesario preguntarse acerca de los conflictos cognitivos que tienen los alumnos con los distintos componentes del significado de las nociones pretendidas y estudiar la distancia entre las prácticas realizadas por una persona y los libros textos, una clase, una escuela, entre otras, para resolver un conjunto de problemas, tras la identificación de posibles disparidades o vacíos de significación.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, uno de los recursos para apropiarse de un conocimiento matemático es el libro de texto, además de las explicaciones del profesor. Estos elementos, junto con los diseños

curriculares, son fundamentales en la construcción de esos conocimientos, a la cual Godino (citado por Valdivé, 2006) denomina significado, palabra clave en Didáctica de la Matemática.

En relación con el planteamiento anterior, los textos y documentos de estudio juegan un papel importante en la dirección del proceso de instrucción de las matemáticas. Godino, Font y Wilhelmi (2006), señalan que “los textos permiten al alumno afrontar el estudio de los contenidos curriculares de manera independiente, donde el profesor es el mediador entre el libro texto y el alumno” (p.6). Por ello, los contenidos matemáticos de los libros textos y documentos escritos, deben tener un alto grado de representatividad y relación con la evolución histórica de los conocimientos matemáticos; asimismo con otros libros que sirven de explicación adicional a estos conocimientos y que para tal fin son señalados como referencia bibliográfica.

En tal sentido, Godino y sus colaboradores han desarrollado en tres (3) etapas un conjunto de nociones técnicas que configuran un Enfoque Ontológico y Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS), el cual trata de un punto de vista pragmático, semiótico y socioconstructivistas, de carácter matemático, el análisis de procesos de interacción en el aula.

El desarrollo de este enfoque unificado, según Godino (2003) asume conexiones y se complementa con las teorías existentes como lo son: Teorías Pragmáticas y Realistas del significado de Ullman y Kutschera, que desde estos supuestos centran su interés en los conocimientos matemáticos institucionalizados, sin perder de vista el sujeto individual hacia el que se dirige el esfuerzo educativo; Teoría Antropológica de Chevallard, considerando las nociones de práctica, objeto y praxema; Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud la cual les permite formular las nociones de objeto y significado personal y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como tareas matemáticas; Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseeau asumen de que para cada objeto matemático existe una situación matemática cuya resolución da origen y sentido al objeto, de donde parte el aprendizaje de dicho objeto y son emergentes de las practicas matemáticas; Interaccionismo Simbólico de Bauersfeld, consideran la importancia de la

negociación de los significados como una manera de dar cuenta de cómo los estudiantes desarrollan la comprensión de las nociones matemáticas y desarrollan creencias y actitudes en relación a las matemáticas.

Desde esta perspectiva Transdisciplinar se configuran los tres modelos teóricos siguientes: Teoría de los Significados Sistémicos (TSS) entre cuyas nociones se destacan: Campos de problemas, Prácticas matemáticas, Sistema de prácticas, Significados Sistémicos y Tipos de Significados, Configuraciones epistémicas y cognitivas entre otras, Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) se destacan las nociones de : Facetas cognitivas duales, Función Semiótica, Análisis Ontosemiótico, Conflictos Semióticos y sus Tipos; y la Teoría de las Configuraciones Didácticas(TCD) compuesta por las nociones de: Modelación estocástica de un proceso de instrucción:

Por lo tanto, en el EOS, la actividad matemática o práctica ocupa el lugar central y se modeliza desde una perspectiva sistémica y progresivamente de estas prácticas emergen los objetos matemáticos constituyentes del conocimiento objetivo, *objetos institucionales* y los del conocimiento subjetivo *objetos personales* (Godino y Batanero, 1994). Asimismo, los autores citados anteriormente, en esta doble dimensión interdependiente- personal-institucional- entienden el significado como el sistema de prácticas (operativas y discursivas) realizadas por una persona o institución (escuela, libros textos, una clase, etc.) para resolver un campo de problemas, noción clave para analizar la actividad matemática y los procesos de difusión del conocimiento matemático. Esto lleva al EOS a introducir una tipología básica de los significados institucionales y personales.

Al respecto, Godino y Batanero (1994), precisan que el significado de un Objeto institucional (O_I) o matemático, por ejemplo, “Función Demanda”, es “el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge O_I en un momento dado” (p.13); además introducen otra dimensión para el significado de los objetos matemáticos; el significado del objeto personal (O_p), el cual definen como “ el sistema de prácticas personales de una persona p para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto O_p en un momento dado”.(p.13), en este caso una parte de los significados es Ostensible (Observable)

y las prácticas constituidas por acciones interiorizadas, son significados no ostensibles.

Refieren estos autores que la intersección de estos dos sistemas de prácticas, $S(O_I)$ y $S(Op)$, de un mismo campo de problemas C que en una institución (I) ha dado lugar a un objeto O_I , es lo que la persona "conoce" o "comprende" del objeto O desde el punto de vista de I .

En lo que se refiere a los significados institucionales, Godino (2003) incluye cuatro tipos de significados: (a) *Significado institucional de referencia* (el significado del concepto según los "expertos", la historia de dicho objeto, las orientaciones curriculares, los diferentes libros de texto, los significados personales de los profesores acerca del OM, etc.); (b) *Significado institucional pretendido* (sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional); (c) *Significado institucional implementado* (sistema de prácticas que efectivamente tienen lugar en clases de matemáticas); y (d) *Significado institucional evaluado* (colección de tareas o cuestiones que incluye en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes)

Asimismo, con la intención de progresar en la ontología y semiótica de dichos objetos que permita una mejor descripción y análisis de la práctica matemática y de su proceso de comunicación, en Godino (2002), se esboza un modelo teórico que incluyen seis tipos de objetos matemáticos que se ponen en juego en el trabajo matemático, denominadas *entidades primarias*, atendiendo a la función específica desempeñada por estas entidades en la actividad matemática. Esta herramienta permite analizar la variedad de significados atribuidos a una expresión. Estas se categorizan de la manera siguiente:

1. Lenguaje: términos, expresiones, notaciones, gráficos. En sus diversos registros, escrito, oral, gestual.
2. Situaciones: problemas más o menos abiertos, aplicaciones extra matemáticas o intra-matemáticas, ejercicios. Son las tareas que inducen la actividad matemática.
3. Conceptos (introducidos mediante definiciones o descripciones) números, recta, punto, función.

4. Proposiciones: propiedades o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados.

5. Acciones: procedimientos del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones algoritmos, técnicas de cálculo, entre otras).

6. Argumentaciones: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones o procedimientos, sean deductivos o de otro tipo.

Además, estos objetos están incluidos en cuatro entidades o categorías, en Godino (2003), a saber:

1. Ostensivas: todo tipo de representaciones materiales usadas en la actividad matemática (términos, expresiones, notaciones, símbolos, gráficos, tablas, diagramas, entre otras).

2. Extensivas: los problemas, fenómenos, aplicaciones, tareas en general; las situaciones que inducen a actividades matemáticas.

3. Intensivas: ideas matemáticas, generalizaciones, abstracciones, proposiciones, procedimientos, teorías.

4. Actuativos: acciones del sujeto ante situaciones o tareas (describir, operar, argumentar, generalizar).

Este modelo ontológico se complementa y enriquece, en Godino (2003), con cinco dualidades que según las circunstancias contextuales y el juego del lenguaje en que participen, los objetos matemáticos pueden ser estudiadas desde las dimensiones duales: personal-institucional, elemental-sistémico, expresión-contenido, ostensivo-no ostensivo y extensivo-intensivo.

Según el autor, la dualidad ostensivo-no ostensivo es aplicable a los distintos objetos matemáticas que tienen una cierta materialidad, es decir ostensible, como: términos, expresiones, gráficos, una palabra escrita etc. y los no ostensible los que se piensan, se imaginan o puede estar implícito en un discurso matemático (el signo de multiplicar en una expresión algebraica) y la extensivo-intensivo permite describir la disposición matemática a la generalización y explicar algunos conflictos en el proceso de enseñanza aprendizaje. De esta forma, se ofrece un punto de vista pragmático, semiótico y antropológico que permite explicar los fenómenos que se producen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Al respecto Godino, Contreras y Font (2006) introducen nociones teóricas para identificar, en un proceso de instrucción matemática seis dimensiones o facetas (epistémicos, docentes, discentes, Mediacional, cognitiva y emocional) que interactúan entre sí, las cuales se pueden modelizar como un proceso estocástico, con sus respectivos estados potenciales y trayectorias, además describen con detalle cómo es la generación en el tiempo del saber matemático escolar (crono génesis) y cómo se distribuye la responsabilidad principal del estudio de los objeto matemático entre el profesor y el estudiante (topo génesis).

Unas herramientas para hacer operativas estas nociones de crono génesis y topo génesis, introducidas por Chevallard (citado por Godino, Contreras y Font 2006 p.6), así como identificar los patrones de interacción de una manera sistémica, son los constructos configuración didáctica y trayectoria didáctica. En cuanto a una configuración didáctica, los autores citados anteriormente la definen como “la secuencia interactiva de estados de las trayectorias que tienen lugar a propósito de una situación-problema “(p.5), esta se compone de una configuración epistémica, esto es, una tarea, las acciones requeridas para su solución, lenguaje, reglas (concepto proposicional) y argumentaciones, las cuales pueden estar a cargo del profesor, de los estudiantes o distribuidas entre ambos.

Asimismo, Godino, Batanero y Font (2006) para describir con detalle la cronogénesis del saber matemático y la caracterización de su complejidad Ontosemiótico expresan que cada experiencia de enseñanza de un contenido matemático es particular, se producen una serie de estados posibles y no otros, es decir una *trayectoria muestral* del proceso (Trayectoria Didáctica) que describe la secuencia particular de funciones o componentes que ha tenido lugar a lo largo del tiempo, se distinguen seis tipos de procesos con sus correspondientes trayectorias muestrales: Epistémica, Docente, Discentes, Mediacional, Cognitivas y Emocional

Como complemento, Godino (2002) presenta una técnica que permite analizar para caracterizar los significados institucionales y personales puestos en juego en los procesos de instrucción matemática e identificar potenciales conflictos semióticos (disparidades) en la interpretación del texto en un proceso de estudio o en la realización efectiva de una interacción didáctica. Este análisis se

aplica a un texto que registra la actividad matemática desarrollada por los sujetos participantes, la cual denomina *Análisis Semiótico*, se base en descomponer en unidades de análisis el texto denominadas semióticas y el criterio para definir las mismas será el cambio de elemento de significado, es decir cuando se ponen en juego alguna de las seis entidades primarias.

En el EOS existen dos tipos de análisis: -a priori se aplica a un texto que registra una actividad matemática que tiene que realizar un sujeto potencial (por ej. un libro texto) y a posteriori cuando el texto corresponde al protocolo de respuestas de los sujetos en interacciones efectivas. En ambos análisis se pueden detectar las dificultades y limitaciones en los aprendizajes matemáticos efectivamente realizados.

Cabe destacar que el análisis “a priori”, según Godino (2002), como etapa priora y perentorio permite describir el significado institucional local del contenido pretendido y la distribución temporal de sus distintos elementos, su valoración depende del significado institucional de referencia o patrón de comparación. Esta comparación de significado institucional puede describir como es la transposición de significados que sufren los objetos matemáticos para convertir en significados a enseñar, a través del diseño curricular.

Los dos tipos de análisis comentados también permiten detectar *limitaciones* en los aprendizajes matemáticos efectivamente realizados. Se hace referencia a las limitaciones originadas por significados institucionales (pretendidos o implementados) poco representativo de los significados referenciales. Estas limitaciones se producen cuando determinadas prácticas representativas del significado de referencia no son contempladas en el significado representativo o implementado.

En particular, cuando el significado pretendido sólo contempla dibujar la ecuación de la Demanda y oferta consistente en una semirrecta en el primer cuadrante, dada las restricciones de no negatividad de Q (S) y P y no contempla otras prácticas. Se hace referencia en concreto a argumentaciones de tipo gráfico que permiten construir las curvas de oferta o de la demanda lineal a partir de una tabla de valores.

Por lo tanto, una enseñanza “idónea” de un contenido matemático específico requiere por parte del profesor de la apropiación, entre otros, de una trama compleja de conocimientos sobre el propio contenido a enseñar, así como recursos instruccionales específicos. Así se ha verificado en los estudios realizados por la *Foundation for Success* (2008), reconociendo a los conocimientos didácticos y matemáticos de los profesores como un factor decisivo a la hora de lograr aprendizajes en sus estudiantes.

En este sentido, son variadas las investigaciones de modelos que buscan identificar y caracterizar los componentes del conocimiento didáctico y matemático necesarios para que un profesor logre una enseñanza eficaz. Uno de los pioneros en realizar estudios en relación a los conocimientos del profesor para la enseñanza es Shulman (citado por Godino, 2009, p.16), para ello propone, tres tipos de conocimientos: Conocimiento de los Contenidos (Content knowledge, CK), Conocimiento Pedagógico (Pedagogical Knowledge, PK) y Conocimiento Pedagógico de los Contenidos o Conocimiento Didáctico de los Contenidos (Pedagogical Content knowledge, PCK).

Dentro de este marco, se destacan en los trabajos desarrollados por Deborah Ball y sus colaboradores, la noción de “*Mathematical knowledge for Teaching*” (MKT), el cual introducen, basados en las observaciones del trabajo de los profesores en el aula de matemáticas En Hill, Ball y Schilling (citado por Godino, 2009, p.16.). se define esta noción como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno”. No obstante, esta noción presenta limitaciones de comprensión de la misma, como se reconoce y como se puede desarrollar en la mente de los profesores.

Entre otro modelo que busca analizar los conocimientos y competencias profesionales del profesor de matemáticas es el elaborado por Schoenfeld y Kilpatrick (citado por Godino, 2009, p.18), quienes proponen la noción de Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas, entendida como la competencia profesional del profesor de matemáticas para ejercer una enseñanza de calidad y se alcanza a través de la integración de las siguientes dimensiones: a) conocimiento de las matemáticas escolares con profundidad y amplitud; b)

conocimiento de la forma en que piensan los estudiantes; c) conocimiento de la forma en que aprenden los estudiantes; d) diseñar y gestionar entornos de aprendizaje; e) desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso de la clase como parte de la “enseñanza para la comprensión”; y f) construir relaciones que apoyen el aprendizaje; g) reflexionar sobre la propia práctica

Sin embargo, aun no existe, al interior de la comunidad científica, un consenso sobre cuál es el modelo teórico más apropiado para describir y analizar los conocimientos didácticos y matemáticos que un profesor de matemática debe poseer.

Es virtud de un análisis de estos modelos del conocimiento matemático para la enseñanza, identificando en ellos limitaciones, es que Godino, Batanero, Roa y Wilhelmi (2008), elaboran, a partir del modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (Hill *et al.*, 2008) y de la noción de Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008), un modelo teórico integrador sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor, desde la mirada del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007).

Godino (2009), profundiza en este modelo y propone categorías de análisis de los conocimientos didáctico-matemáticos (CDM) del profesor, considerando algunas categorías de los modelos anteriores, que se completan y desarrollan con elementos del EOS, lo cual viene a ser la trama de relaciones que se establecen entre los objetos que se ponen en juego en las prácticas operativas y discursivas realizadas con el fin de resolver un determinado campo de situaciones - problemas matemáticos para implementar procesos de instrucción eficaces (idóneos) que faciliten el aprendizaje de los estudiantes.

Sin embargo, más adelante, este modelo se integra y amplía en una actividad analítica-reflexiva proponiendo una reestructuración de los componentes del MKT, en las que queda un sistema interconectados de herramientas complejo y las seis facetas o dimensiones: Epistémica, Cognitiva, Afectiva, Interaccional, Mediacional y Ecológica, implicadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en el caso de interés en esta investigación, la *faceta epistémica*, del modelo CDM, incluye y refina al conocimiento del contenido

(conocimiento común, especializado y en el horizonte matemático (ampliado)) relativos al contexto institucional en el que se realiza el proceso de estudio.

De esta manera, el rol que juega el profesor es un elemento crucial tanto en la adquisición como en el desarrollo de los conocimientos y procesos propuestos en la instrucción de las matemáticas, en su modalidad presencial o a distancia.

Específicamente esta última, es el contexto institucional de esta investigación, se ampara en un sistema flexible, abierto y a distancia, donde el denominado asesor académico (docente), cumple la función de adentrar y estimular a los participantes en los procesos de la educación a distancia (EAD), como parte de los servicios al estudiante para lograr un aprendizaje autodirigido que le proporcione independencia intelectual, convirtiéndolo en un ente crítico que maneje la comunicación efectiva.

En relación con experiencias de EaD en el país, en el subsistema de Educación Universitaria, surge la Universidad Nacional Abierta (UNA), fue la primera universidad creada para impartir Educación Superior bajo la modalidad de Educación a Distancia, según el modelo de la Open University de Inglaterra. En palabras de Alfonso (2011), como una alternativa para la inclusión y la innovación en este subsistema de Educación, destinada a la formación de profesionales en áreas prioritarias del desarrollo social del país y en concordancia con el movimiento emergente en varios países del mundo en la década de los setenta promovido por la UNESCO, cuyo objeto era proporcionar educación a sectores tradicionalmente excluidos de los sistemas educativos regulares.

En el contexto planteado, el alumno afronta solo el estudio de los contenidos curriculares, con el apoyo de un material impreso o módulos de aprendizajes que reflejan los objetivos y contenidos del curso, y de los libros de textos como referente para explicar el contenido matemático, en esta modalidad el material instruccional o “medio maestro” asume la dirección del proceso instruccional, por lo tanto, debe reunir ciertas características que permitan calificarlo como “idóneo” para los fines pretendidos y adaptado a las circunstancias e instrumentos disponibles, por lo tanto el asesor deberá ofrecer la orientación y el apoyo adecuado durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de educación a distancia.

Sin embargo, la diferencia evidente de los roles docentes, es uno de esos rasgos distintivos de organización de la UNA con la educación tradicional presencial. En esta modalidad los docentes ejercen roles diferenciados, según López (2009), la acción docente es “fragmentada” en diferentes procesos: diseño instruccional, evaluación, facilitación y acompañamiento de procesos de aprendizaje, orientación y extensión. Cada uno de estos procesos es ejecutado por docentes que tienen funciones específicas, las cuales responden a las responsabilidades que el profesorado ejerce dentro del sistema, entre las principales funciones de los roles docentes, de interés para esta investigación, en cuanto al:

a) Especialista de Contenido: profesionales que desarrollan su acción docente en el Nivel Central (ubicado en la capital del país), expertos en el ámbito de las distintas carreras que oferta la UNA. Entre sus principales funciones se tiene: producción y actualización de materiales instruccionales (textos UNA, guías instruccionales, selecciones de lectura); elaboración de instrumentos de evaluación (pruebas objetivas, de desarrollo, trabajos prácticos) y banco de ítems, elaboración de prescripciones académicas (planes de curso, planes de evaluación, instructivos para la valoración de trabajos prácticos) (Alfonzo, 2011; López, 2009).

b) Asesor Académico: Su rol es académico y motivacional, es la cara visible de la institución. Profesionales que manejan un amplio conjunto de asignaturas y contenidos dentro de la carrera correspondiente que oferta la UNA, su acción docente se desenvuelve en los Centros Locales (CL) y Unidades de Apoyo (UA) dispersas en todo el territorio nacional.

López (2009) y Alfonzo (2011) señalan que entre las debilidades de este sistema se encuentra el desfase o fragmentación entre las funciones desempeñadas por los especialistas de contenido y los asesores académicos, estos últimos debido a la interacción con el estudiantado proporcionan insumos de importantes, en cuanto a su contexto, sus dificultades ante los materiales para mejorar los materiales instruccionales y los mecanismos de evaluación.

Según el Proyecto de creación de la UNA, el asesor académico realiza las siguientes tareas: a) explica, refuerza y / o integra objetivos de aprendizaje; b)

responde a las consultas; c) supervisa la calidad y el ritmo de aprendizaje y propone soluciones para mejorar el logro de los objetivos; d) guía la experiencia grupal de aprendizaje; y e) atiende problemas relacionados con la comprensión del contenido académico (UNA, 1977). Al respecto, Soto (2009b) señala que la asesoría dado su carácter académico, requiere de: conocimiento de métodos y técnicas de enseñanza, experiencia docente, dominio de literatura especializada en su área de conocimiento, experiencia en su campo profesional, conocimiento profundo de las asignaturas que asesora.

En síntesis, el rol del Asesor Académico es de fundamental importancia en la educación a distancia, es a través de él como se pretende personalizar la educación mediante el apoyo sistemático y organizado. Su intervención debe estimular y orientar al alumno, facilitando las situaciones de aprendizaje y ayudar a resolver los distintos tipos de dificultades, particularmente, en el caso del conocimiento del contenido matemático, necesitan de un amplio conocimiento Didáctico – Matemático por los que va a transcurrir el aprendizaje de una persona.

Debe señalarse que, el módulo es la referencia inmediata para el estudiante de esta modalidad para su estudio y evaluación de los aprendizajes, llamado “medio maestro”, es el texto mediante el cual se proponen los contenidos curriculares a enseñar sobre un objeto, atendiendo a significados previos de los estudiantes, el tiempo y los medios disponibles. Específicamente en Matemática, los módulos instruccionales o “medio maestro”, registran la actividad matemática y por tanto al significado pretendido e implementado.

Igualmente que el ingreso a una carrera ofrecida en la modalidad presencial en la EaD, supone un cambio y un esfuerzo, además de un alto grado de resiliencia de adaptación al nuevo contexto, que evitan el abandono de sus estudios. De acuerdo, a investigaciones y estudios que sostienen que el abandono o deserción se produce en los primeros años en su mayoría o en los primeros meses de cursar la carrera universitaria (Chiecher et al., 2015).

Al respecto, González y Espinoza (2008) analizando las causas, implicancias, y vías de superación de la deserción en la educación superior en 15 países de América Latina y el Caribe, agrupan en cuatro categorías las principales causas o factores incidentes en la deserción, las mismas pueden ser: las externas al

sistema de educación superior, las propias del sistema e institucionales, las causas académicas y las de carácter personal, entre alguna de ellas se destacan: las condiciones socioeconómicas tanto del estudiante como del grupo familiar, la formación previa, el ambiente educativo e institucional, la carencia de lazos afectivos con la universidad, el nivel de aprendizaje adquirido, aspectos de orden motivacional y actitudinales.

Entre las causas de orden académico, algunos autores, entre los que destacan Esteban, Bernardo y Rodríguez (2015) han confirmado la influencia del rendimiento académico previo al ingreso en la universidad como variable que incide en la permanencia del alumno universitario. Como argumenta Castro (2012), luego de una profunda revisión bibliográfica que *“muchos de los problemas educativos existentes se refieren a cuestiones no estrictamente relacionadas con los contenidos, sino con aspectos y factores contextuales, organizativos y de relaciones personales, que inciden en los resultados educativos finales”* (Castro, 2012, p. 35), es decir hay aprendizajes desiguales, que manejan instrumentos de aprendizaje diferentes y se realiza en situaciones muy diversas.

En la Universidad Nacional Abierta (UNA) la situación es similar a las demás instituciones, particularmente en el rendimiento en las carreras y asignaturas que tienen que ver con el área de matemática, en este sentido es pertinente señalar, que se buscan alternativas con el objetivo de mejorar la enseñanza de la matemática de modo que sea más eficiente el aprendizaje de la misma y aumentar su rendimiento. Entre ellas se destaca la modificación de los materiales instruccionales, siendo la última modificación en 1993 con respecto a las Asignaturas de Matemática I y II.

En ese momento se incorpora como guía de actividades, el audiocassette y videocassette (UNA, 1998). La renovación se llevó a cabo, sobre la base de encuestas, entrevistas y discusiones con asesores del área de Matemática y de otras áreas académicas de la UNA, docentes de otras instituciones relacionadas con las carreras y estudiantes de los centros locales.

Con la finalidad de ampliar la cobertura del servicio prestado por la UNA, siguiendo con los lineamientos de las políticas institucionales de la UNA (2008), se incorporan y gestionan el uso de las TIC en todos los procesos que se ejecutan:

docentes, administrativos, investigativos, de extensión, como un medio y apoyo a estos procesos que se llevan a cabo, pero no como un fin en sí mismas, ni como un proceso de transformación de Educación a Distancia (EaD) a Educación Virtual. (Leal, 2012b).

Un aspecto importante que cabe destacar, son la iniciativas algunas institucionales y espontáneas del profesorado, por la inclusión de las TIC en dichos procesos. Entre las cuales se destacan, como se desprende de la evaluación presentada por Corredor (2015):

- a) Macroproyecto Conectividad UNA.
- b) Laboratorios de Computación en cada Centro Local (CL);
- c) Inscripciones en Línea a través de la página web dispuesta por la Secretaría de la UNA: <http://unasec.una.edu.ve/> ;
- d) Empleo de la plataforma Moodle, como la plataforma de aprendizaje de la UNA, utilizada en la formación inicial y permanente del profesorado, algunos asesores académicos y especialistas de contenido lo emplean para acompañar algunas asignaturas de pregrado y posgrado.
- e) Creación de grupos en las redes sociales: facebook, instagran, twitter, youtube, entre otras para informar al estudiantado sobre la evaluación académica, información sobre cursos, talleres, trabajos prácticos de las asignaturas, así como videos con contenidos del plan de curso de las asignaturas de las carreras, como estrategia metodológica.

Es evidente, la necesidad sentida en la UNA de la diversificación de la producción y uso de medios tecnológicos para que emplean y coexisten con los medios instruccionales tradicionales (textos impresos) de todas las asignaturas, específicamente con los Módulos (textos impresos) de las asignaturas del Área de Matemática, objeto de estudio de esta investigación, además del apoyo a las diversas funciones administrativas.

Ahora bien, a pesar de lo expuesto, se observa en los boletines de calificaciones parciales en los diferentes lapsos académicos, en la asignatura Matemática I de la carrera Administración y Contaduría, del centro local Lara, un alto índice de aplazados, evidenciándose esta situación de una manera determinante en los contenidos del Módulo IV de Matemática I, referidos a:

ecuación de la demanda, ecuación de la oferta, entre otras. Esta situación deficitaria exhibida en la realidad de la UNA, determinada por la claridad de la enseñanza a través de los módulos instruccionales o un “medio maestro” respecto a: ¿qué es lo que se pretende enseñar?, ¿qué es lo que el estudiante aprende? Si el proceso de enseñanza no funciona ¿qué es lo que está fallando? ¿El “medio maestro, el Asesor Académico (AA), la falta de un conocimiento previo, la madurez del proceso mental necesario en el estudiante?, esta indefinición es el primer problema que encontramos al abordar esta investigación.

La problemática anterior, hace surgir un especial interés por evaluar, bajo el enfoque Ontológico-semiótico del conocimiento y la Instrucción Matemática, el conocimiento didáctico-matemático del medio maestro sobre el tema *Aplicaciones de las Funciones a las ciencias administrativas*, de la carrera administración y Contaduría, centrado en las *Aplicaciones de la Función $y = ax + b$* ; correspondiente, a la asignatura Matemática I del Módulo IV, cuyo Módulo fue diseñado utilizando dos textos referenciales: Mochón F. (1994) *Economía, Teoría y Práctica*. Editorial. Mc Graw Hill. España. Tercera Edición y Arya J. y Iardner R. (1994). *Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía*. Editorial. Prentice Hall Hispanoamericana. México. 3era Edición, textos que aportan significados institucionales a la hora en la que el estudiante enfrenta una actividad matemática.

Por lo tanto, surgen las siguientes interrogantes ¿Cómo evaluar el conocimiento didáctico- matemático mediante la faceta epistémica del contenido matemático pretendido en un Módulo Instruccional?, ¿Qué características presenta el conocimiento didáctico – matemático referente al contexto institucional para la enseñanza idónea sobre la función afín aplicada a la economía?, ¿Cuál es el significado global de la función afín aplicada a la economía?, ¿Cuál es el conocimiento didáctico – matemático sobre la función afín aplicada a la economía, referente al contexto institucional, que efectivamente tiene el medio maestro o módulo instruccional?. Lo que a su vez nos hizo preguntar ¿Cuáles son los significados que la Función afín aplicada a la economía tienen para el Asesor Académico y Especialista de contenido?, ¿Cuáles son las estrategias que utiliza el Asesor Académico para ayudar a los alumnos en la solución de las situación

problema presentadas en el Modulo IV de Matemática I?, Cuáles son las disparidades que ha observado en las evaluaciones con regularidad?

Objetivo General

Generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Función Afín aplicada a la economía

Objetivos Específicos

1. Caracterizar <Prácticas, Configuración de objetos y procesos activados en dichas prácticas> mediante un estudio histórico epistemológico sobre el contenido matemático pretendido.
2. Analizar el significado institucional local del contenido matemático pretendido en el proceso de estudio.
3. Evaluar la faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico – Matemático sobre la función afín aplicada a la economía.
4. Diseñar un instrumento que sea representativo de la complejidad del significado Global del contenido matemático pretendido que permita caracterizar la faceta epistémica del CDM, sobre dicha noción, del Modulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA).

Justificación

La EaD persigue los mismos fines generales que la educación presencial, es decir, busca desarrollar habilidades, destrezas y actitudes, pero bajo la concepción que hace uso intensivo de medios instruccionales, entre ellos: materiales escritos, guías, módulos, unidades didácticas, manuales), unidades de audio o video, material digital. Al respecto, Escontrela (2003) señala que el diseño instruccional es el *elemento medular de la calidad de la EaD*.

De manera que, el diseño de instrucción, es considerado como un nivel más acabado del currículo, siendo el material instruccional la operacionalización del diseño curricular. Por lo tanto, esta investigación constituye una oportunidad para aproximarse al conocimiento Didáctico-Matemático que debe tener un Módulo o Medio Maestro, para desarrollar una gestión adecuada de los aprendizajes de sus estudiantes en la modalidad de Educación a distancia implementada en la Universidad Nacional Abierta (UNA).

Resulta claro, que en los contextos educativos a distancia el material instruccional, constituye un elemento esencial, además cumple con una doble función: Primero, contribuye a la socialización del estudiante dentro de esta modalidad, debido a que, como “medio maestro”, involucra una serie de pautas, orientaciones y modos de estructurar y presentar los contenidos, que tienden a que el estudiante desarrolle el autoaprendizaje y segundo, facilita el proceso de adquisición de los conocimientos inherentes a la disciplina en la que se está formando el estudiante, en la medida en que este material aglutina y presenta elementos fundamentales y necesarios para el posterior desempeño como profesional dentro de un área.

En el contexto planteado, se llevan a cabo diferentes procesos: diseño instruccional, evaluación, facilitación y acompañamiento de procesos de aprendizaje, orientación y extensión. Cada uno de estos procesos es ejecutado por docentes que tienen funciones específicas, las cuales responden a las responsabilidades que el profesorado ejerce dentro del sistema, de interés para esta investigación el Especialista de Contenido y el asesor. El primero tiene la potestad de decidir qué se debe enseñar, cómo se evaluará y administrará el proceso de enseñanza. Mientras que el asesor es la cara visible de la institución, es a través de él como se pretende personalizar la educación, sin impartir clases mediante el apoyo sistemático y organizado con el alumno.

En cuanto al conocimiento matemático ambos profesionales necesitan de un conocimiento profundo en esta área, por un lado, el Especialista de contenido por tener a su cargo la producción del Módulo y el asesor por manejar un amplio conjunto de asignaturas y contenidos dentro de la carrera correspondiente que

oferta la UNA, además diseñar estrategias para facilitar situaciones de aprendizaje y ayudar a resolver los distintos tipos de dificultades.

Abordar el estudio sobre cómo se vincula con los procesos de producción de conocimiento en el material instruccional impreso, módulos o “medio maestro” en la UNA, en particular del conocimiento matemático, cobra singular importancia, especialmente, cuando se trata de un proceso matemático complejo de *Aplicación de la Función Afín en la economía* que incide en el proceso de construcción de otros conceptos claves de la Matemática aplicada a la economía.

Por estas características específicas, el estudio que se presenta analiza e interpreta, describe y evalúa el Conocimiento del contenido matemático presente en el Módulos IV de Matemática I en el tema Aplicaciones de la Función Afín en algunos conceptos básicos de economía, tales como: Demanda y Oferta, mediante las herramientas de análisis de un texto, prácticas, configuración de objetos y procesos del Enfoque Ontológico-semiótico del conocimiento e Instrucción Matemática, desarrollado por Godino y sus colaboradores desde hace 30 años, lo cual permitió evaluar los componentes del Conocimiento Didáctico-Matemático, mediante las categorías de análisis del CDM en profesores presentado por el autor

De esta manera, esta investigación se aproxima a evaluar el Conocimiento Didáctico-Matemático, realizando ajustes en el modelo para adaptarlo a un material impreso encargado de la enseñanza, lo cual representa un aporte significativo desde la perspectiva científica.

Desde el punto de vista metodológico es un estudio apoyado en el paradigma cualitativo de carácter descriptivo, interpretativo, hermenéutico y ontosemiótica, a través del cual se pueden recabar las distintas visiones y perspectivas de los actores sociales de esta investigación.

Cabe señalar, que este estudio constituye un aporte desde el punto de vista teórico y metodológico puesto que se genera conocimientos que pueden ser utilizados por otros investigadores o académicos que incursionen en estudios similares.

CAPITULO II

CONTEXTO TEORICO

En este capítulo realizamos una descripción y análisis de los elementos teóricos que fundamentan el estudio. Lo dividimos en tres secciones. La primera sección se reseñan algunas investigaciones internacionales y nacionales que se han venido desarrollando en el tema de función y su uso en otras disciplinas ha sido muy variada desde la década de los 90 y se han realizado sobre marcos teóricos diferentes y muy especialmente en el Enfoque ontosemiotico Son investigaciones de interés didáctico, matemático, histórico-epistemológico que nos han permitido ubicar nuestro estudio dentro del EOS, Educación a Distancia y la Didáctica de la Matemática.

En la siguiente sección la dedicamos a la descripción del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática y del modelo del Conocimiento Didáctico – Matemático que como venimos explicando en el capítulo I, nos aporta algunos constructos necesarios que nos permiten acercarnos al objeto de estudio: *Función Afín aplicada a la economía*.

En la tercera sección se exponen concepciones teóricas que se adoptan la Educación a Distancia, la modalidad EaD en la UNA, asimismo la adquisición del concepto de Función y la evolución histórica de la función, la Matemática aplicada a la economía y evolución de la Función Demanda, oferta.

Antecedentes de la Investigación

Antecedentes Internacionales

Como hemos señalado, las matemáticas como sistema de conocimientos organizados en continua extensión, es aplicada en casi todas las disciplinas del saber y en particular en la Ciencias administrativas y la economía debido a que permite modelar la realidad y utilizar el sentido lógico para arribar a generalizaciones, a través de la simbolización. Por otra parte, el que modela debe

poner en juego sus conocimientos matemáticos, el conocimiento del contexto y de la situación, asimismo sus habilidades para describir, establecer y representar las relaciones existentes entre “cantidades” de tal manera que se pueda construir un nuevo objeto matemático.

En particular el tema de funciones y en especial el estudio de la función Afín, que es un concepto fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de fenómenos económicos y sociales. Un Trabajo que realiza un análisis del papel de las definiciones en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, es el estudio de Vinner (1991), el cual sostiene que el objetivo de la enseñanza de las matemáticas es el cambiar los hábitos del pensamiento del modo de la vida cotidiana al técnico, que las definiciones son importantes, pero deben utilizarse con cuidado, sugiere que se debe tener una discusión previa con los alumnos sobre las definiciones personales de un concepto antes de proporcionar la definición formal

Sugiere el autor que, los estudiantes que son candidatos a las matemáticas avanzadas deben estar capacitados para utilizar la definición de concepto como el criterio último de las tareas matemáticas de manera que cuando se encuentren con un problema, no solo sea suficiente referirse al concepto imagen o esquema conceptual, sino sean capaces también de utilizar la definición del concepto. Además señala que en la enseñanza de las matemáticas, uno tiene que "tener en cuenta no sólo la cuestión de cómo se espera que los estudiantes adquieran los conceptos matemáticos, sino también, y quizás principalmente, cómo los estudiantes realmente puedan adquirir estos conceptos. "Esta parece ser la idea principal que surge de cualquier presentación de la intuición en las matemáticas.

Vinner, señala que para conocer el esquema conceptual de un individuo deben proponerse las preguntas normalmente indirectas, ya que el esquema conceptual podría ser no verbales e implícitas, así las preguntas deben tener un potencial para exponer el esquema conceptual del individuo. Las ideas mostradas por Vinner las recoge atendiendo a tres conceptos del cálculo: función, tangente y el límite de una sucesión. Dado el interés de la investigación que se pretende realizar sólo se presentan los resultados obtenidos de una encuesta realizada a 147

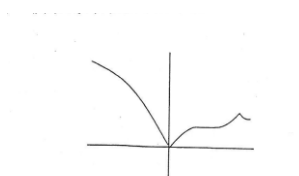
estudiantes que estudian matemática en el nivel 10° y 11° sobre el concepto de función.

La encuesta estuvo conformada por 4 ítems numerados del 1 al 4, de los cuales los (3) primeros ítems estaban referidos al concepto de función, desde el punto de vista gráfico, a lo cual los estudiantes debían responder afirmativa o negativamente y justificar sus respuestas y el (4) ítem, de carácter personal, de opinión acerca del concepto de función. A continuación se presentan las preguntas correspondientes a cada ítem:

1) Hay una función si a cada número diferente de 0 le corresponde su cuadrado y a 0 le corresponde -1?

2) Hay una función si a cada numero positivo le corresponde 1, a cada número negativo le corresponde -1, y a 0 le corresponde 0?

3) Hay una función en el siguiente grafico



4) ¿En su opinión, qué es una función?

Atendiendo a los resultados de las respuestas ofrecidas por los estudiantes encuestados a los ítems (1) y (2) se aprecia que un 33% a 66% respondieron que una función debe darse por una regla. Por su parte, un 59% de la muestra, respecto al ítem 3 opinan que el grafico de una función debe ser regular. En el caso del último ítem (4), que es un ítem abierto o de opinión personal se aprecia que el 57% de los estudiantes dieron la siguiente definición: una función es una correspondencia entre dos conjuntos que asignan a cada elemento del primero un elemento exactamente en el segundo conjunto o una definición similar.

Un 14% de los estudiantes opinan que una función es una regla de correspondencia y otro 14% expuso que una función es un término algebraico, una formula, una ecuación o una manipulación aritmética. El resto no da ninguna respuesta satisfactoria. Los resultados de ésta investigación demuestran que a pesar del énfasis dado a la definición de concepto, muchos estudiantes no la emplean al trabajar en las tareas en las cuales las definiciones deben ser utilizadas. Esto condujo a las siguientes conclusiones: (1) Renunciar al objetivo de cambiar

los hábitos de los estudiantes del modo diario al modo técnico; (2) Intentar cambiar los hábitos en los estudiantes con un tratamiento adecuado.

Este estudio de Vinner (1991), constituye un aporte a la presente investigación al identificar algunos problemas en el aprendizaje de conceptos matemáticos que se manifiestan como desarticulaciones entre el concepto personal, la definición institucional del concepto y la definición personal.

El concepto de Función, es fundamental en las Matemáticas y en otras ciencias, ha evolucionado siendo objeto de numerosas precisiones y generalizaciones así como también ha sido influenciado por concepciones que históricamente se han configurado como resistentes a su evolución. Ruiz (1998), en su Tesis doctoral titulada *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función análisis epistemológico y didáctico*, realiza un análisis didáctico del concepto de función que comprende: el estudio de la génesis epistemológica del mismo, el análisis del estatuto que recibe en la enseñanza aprendizaje y las concepciones, es decir, la caracterización de las relaciones personales de los estudiantes sobre dicho objeto. La investigación muestra las primeras concepciones epistemológicas del objeto función las cuales surgieron de problemas de variaciones continuas cuyo variable independiente era el tiempo y como estos son posteriormente estudiados en forma cuantitativa y tomaron mayor importancia con el cálculo diferencial.

Asimismo la evolución histórica que presenta Ruiz en su trabajo, muestra como emerge el concepto de función de una expresión analítica y como los problemas que se presentan están vinculados con la posibilidad de expresar todo tipo de funciones por medio de desarrollos en series. Además de la transformación de problemas contextualizados a problemas estrictamente matemáticos sin permanecer necesariamente dentro de éste.

Cabe destacar, que el objetivo de este análisis realizado por Ruiz tiene la finalidad de comprender las formas bajo las cuales el concepto de función se ha manifestado y los mecanismos de producción de este saber, así como acceder a las diferentes significaciones que fue adquiriendo en relación con los problemas que permitía resolver. Ruiz aplicó un cuestionario a una muestra de alumnos de entre 14 y 18 años (muestra: 244 alumnos). En el mismo, se incluyeron situaciones de

distinta naturaleza: algunas destinadas a que los alumnos propongan una descripción personal de la noción de función; otras relacionadas con representaciones simbólicas, gráficas y algebraicas; y otras que requieren de una modelización funcional.

Entre los resultados encontrados por Ruiz se tienen:

- La mayoría de las definiciones dadas por los alumnos incluyen términos algebraicos: es una fórmula, es una ecuación; es una expresión con números y letras, etc.

- En el resto de las definiciones aparecen, fuertemente, términos que remiten a lo numérico o gráfico: es dar valores a una ecuación, es una operación entre números, es una tabla que se puede representar en un gráfico, etc. Es decir, que describen los usos que han hecho y muestran que conciben la función como un cierto procedimiento.

- En muy pocos casos los alumnos consideran a la función como "transformación de magnitudes variables". Sin embargo, las situaciones de variación que consideran en tales casos corresponden al contexto geométrico, en el que las transformaciones o cambios de forma se aprecian de modo intuitivo.

- En ningún caso, los alumnos hicieron mención a la necesidad de controlar el campo de variabilidad de las variables, aún cuando la relación establecida, carece de sentido sin ese control. Ningún alumno admitió que sólo controlando los valores de las variables se puede evitar el absurdo de algunos resultados. Al resolver los problemas intentan determinar cómo varía una situación sin analizar ni precisar qué varía en esa situación.

Con relación a los distintos tipos de obstáculos identificados; Ruiz encuentra los siguientes:

- Las técnicas algebraicas desarrolladas para traducir *en ecuación* los datos de determinados problemas a través de la movilización de *incógnitas* pueden constituir un *obstáculo* para el desarrollo de las nociones de variable y de variabilidad, elementos imprescindibles para el pensamiento funcional.

- El tratamiento dado a fórmulas geométricas o físicas, tales como $S = b \cdot h$, o bien. $e = v \cdot t$ sólo se centra en su aspecto mostrativo (cómo se relacionan las

variables) mientras no consideran el análisis del dominio de variabilidad (qué cambia).

- Las técnicas asociadas a la proporcionalidad se pueden constituir en *obstáculo* para desarrollar el pensamiento funcional.

- La economía que ofrecen los números naturales o enteros en el cálculo se puede constituir en *obstáculo* para el conocimiento de las funciones de variable real, restringiendo la noción de función exclusivamente a la de sucesión.

La afinidad de la investigación que se lleva a cabo y el antecedente antes mencionado es debido al análisis histórico epistemológico de este concepto de Función y la finalidad de comprender las formas bajo las cuales el concepto de función se ha manifestado y los mecanismos de producción de este saber, así como acceder a las diferentes significaciones que fue adquiriendo en relación con los problemas que permitía resolver.

Las matemáticas son probablemente la rama del saber que más dificultades plantea desde un punto de vista didáctico, no sólo en el nivel universitario, sino en realidad en todos los niveles de la educación, entre una de esas dificultades es la insuficiencia de conocimiento para abordar situaciones en otros contextos, lo cual es una característica que atribuye Brosseau a lo que él llama *Obstáculo*. Desde este marco, Agnelli, Konic, Peparelli, Zón y Flores (2009), presentan un trabajo titulado La función lineal obstáculo didáctico para la enseñanza de la regresión lineal, al respecto consideran que el uso de métodos determinísticos, en la resolución de problemas matemáticos opera como un obstáculo para el abordaje de problemas de naturaleza aleatoria. Debido a que los resultados están definidos, en situaciones de modelos determinísticos mientras que en situaciones de modelos aleatorios los resultados presentan variabilidad, por la presencia de factores desconocidos..

Por lo tanto, Agnelli, et al., consideran que se deben mostrar límites en la aplicación de la función lineal y de los procedimientos determinísticos .para el abordaje de los problemas de naturaleza aleatoria, para no generar un obstáculo didáctico. Por ello, este estudio tiene por finalidad clarificar el uso operacional que tiene la función lineal en el marco de la estadística y poner en evidencia el rol

que cumplen conceptos esencialmente determinísticos cuando son usados para la modelización de fenómenos aleatorios.

Para desarrollar esta idea, los autores analizan qué se entiende por función lineal en matemáticas y por modelo de regresión lineal en estadística, y cómo se relacionan ambos conceptos. Posteriormente muestran una tarea de regresión lineal que se propone en un libro de texto para la enseñanza polimodal argentina (estudiantes entre 14 y 15 años), en la cual se evidencia ese obstáculo didáctico, para evitar esto, proponen una enseñanza que tome en cuenta la naturaleza de ambos conceptos, basados en las sugerencias que dan los estándares del NCTM (2000), para la enseñanza de la regresión lineal en las etapas 6-8 (niños de 12 a 15 años) y 9-12 (16-18 años).

En el estándar que se llama “Análisis de datos y probabilidad” consideran para la etapa 6-8 se comienza por detectar y examinar dos características de una población, estudiando si existe alguna relación entre ellas, proporcionándoles datos a los alumnos y pidiendo que realicen una nube de puntos (tal como en la tarea analizada). Luego, el profesor puede pedir que dibujen una recta que encaje aproximadamente en los datos, pero mostrando que no los cubre a todos. La determinación de la pendiente de esta recta (fase relacionada con el modelo que se emplea en el estudio de la función lineal), permite establecer la razón aproximada entre las variables estudiadas. (Utiliza el modelo determinísticos haciendo énfasis siempre en que está estudiando de manera aproximada), asimismo emplear la nube de puntos para estudiar dos características en poblaciones diferentes. Como se observa, la nube de puntos es la referencia principal del estudio.

En la etapa 9-12, se centra en analizar las relaciones entre dos conjuntos de datos, incluyendo en este análisis el encontrar funciones que se ajusten bien a los datos. En sus sugerencias muestran que el proceso para llegar a establecer la regresión es el siguiente:

- Crear una nube de puntos
- Conjeturar qué modelo de función los aproxima mejor
- Buscar distintas rectas de ajuste (en caso de que sea lineal)
- Determinar/decidir cuál es la que mejor se ajusta.

De todo esto se desprende, según Agnelli, et al, que el trabajo se realiza en dos etapas, la primera se realiza sobre la nube de puntos, sobre la que se dibuja una recta ajustada sin establecer criterios para ello, mientras que la segunda etapa se llegan a probar con varias rectas y se ejercitan en la decisión sobre cuál es la que mejor se ajusta, los dos conjuntos de datos son, al comienzo y tal como ocurrió en la etapa 6-8, dos variables de la misma población, y posteriormente dos poblaciones.

Se observa, que los estándares muestran un cuidado especial en distinguir el razonamiento estadístico que se lleva a cabo en la regresión del formal que se lleva a cabo con funciones lineales. Como conclusión los autores de la investigación refieren que la metodología esencialmente determinísticos de la matemática podría constituirse en un verdadero obstáculo para la comprensión de la naturaleza aleatoria de las situaciones que la estadística permite resolver.

El trabajo investigativo que se desarrolla guarda relación con el citado por su valor en cuanto al uso de un conocimiento matemático, particularmente el objeto matemático de estudio Función afín, el cual si va a ser abordado en situaciones de otro contexto, debe mostrarse los límites de aplicación de la misma y de los procedimientos determinísticos.

Por su parte, Ospina (2012), en su tesis de maestría *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de función Lineal*, el cual tuvo como propósito Comprender las actividades cognitivas de tratamiento y conversión de las representaciones semióticas que realizan los estudiantes cuando se enfrentan a la solución de situaciones propias del concepto de función lineal realizó una investigación cualitativa e interpretativa en dos fases:

En la primera fase de la Investigación se indagó por las representaciones semióticas del concepto de función lineal, tomando como referente investigativo el enfoque Semiótico de Duval (1999).

En la segunda fase se realiza un análisis de las producciones de los estudiantes, desde las cuales se exploran los registros en los que hacen transformaciones cognitivas (tratamiento y conversión), la forma en que las hacen y la coordinación de diferentes registros de representación del concepto

matemático función lineal, siendo “la conversión de registro” la actividad que centra la atención de la investigación

Ospina, aplico dos cuestionarios a una muestra de 12 estudiantes los cuales fueron elegidos sin tener en cuenta su desempeño académico y con edades que oscilan entre 13 y 15 años que cursan grado octavo. Para recoger la información el primer cuestionario tuvo como propósito caracterizar las conversiones que realizan los estudiantes antes de tener un contacto formal con el concepto. El segundo, es un cuestionario con cuatro situaciones contextualizadas susceptibles de ser modeladas con una función lineal, durante el aprendizaje del concepto, las cuales están dadas en el registro verbal y las preguntas del cuestionario motivan al estudiante a realizar conversiones en diferentes registros.

Entre los resultados encontrados por Ospina se destaca:

- La mayoría de los estudiantes se les dificulta reconocer en la gráfica un comportamiento global, donde intervienen dos magnitudes que varían conjuntamente

- Las tablas de valores son un registro cercano a los estudiantes, ya que sus conversiones desde el registro verbal al tabular fueron en su mayoría congruentes

- Los estudiantes en general reconocen las magnitudes, de las situaciones presentadas (Tiempo, capacidad, velocidad, longitud) se observa dificultad cuando estas se presentan con valores continuos, exhiben un mejor manejo de los valores discretos.

- Los estudiantes reconocen la covariación entre las magnitudes se les dificulta en la conversión de lo verbal, a lo algebraico ya que a pesar de encontrar la pendiente de variación (m) explícita en la situación formulada en el registro verbal, sienten la necesidad de hallara la pendiente (m) a partir de la gráfica y de esta forma obtener la representación algebraica de la función, esto se debe a que en la enseñanza de las matemáticas, siempre se ha privilegiado el uso del registro simbólico sobre el uso del registro verbal considerando que el registro simbólico aporta respuestas más confiables.

Con relación a las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto de la función lineal, Ospina encuentra:

- Confirma la teoría de Duval, donde se plantea que entre más representaciones semióticas se involucren en el aprendizaje de un concepto matemático (en este caso el concepto de función lineal) y al interior de estas representaciones, se faciliten condiciones de congruencia, se alcanza una mejor comprensión, logrando que el estudiante establezca la diferencia entre la representación semiótica del concepto matemático y el objeto matemático representado, discriminar sus unidades significantes y ponerlas en correspondencia en otros registros, ya que el reconocimiento de la invarianza entre estas unidades significantes es la que permite la aprehensión del concepto matemático.

- El concepto de función debe ser abordado para su enseñanza de la misma forma como se dio epistemológicamente, desde el lenguaje natural y posteriormente realizar la conversión hacia otros registros de representación (gráfico, tabular, simbólico) debido a que la fórmula algebraica es más usada por los docentes al inicio de la enseñanza del concepto, lo cual genera una mayor dificultad en la conceptualización del mismo.

El nexo de la presente investigación con el trabajo expuesto, constituye un valioso aporte al aprendizaje del concepto de función, el cual pueden ser fuente de diversas dificultades en la construcción y comprensión, siendo una de las principales el poco conocimiento de la mayoría de los docentes en los procesos de conversión entre representaciones semióticas.

Un trabajo que parte de la problemática que plantea la enseñanza de las matemáticas en los estudios universitarios de economía y empresa es la tesis doctoral de Martínez (2012) titulado *La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica*.

Desde el marco teórico de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), postula que las matemáticas son una herramienta de modelización y que esta función instrumental es lo que les da sentido en la enseñanza. Muestra que las principales restricciones que dificultan la integración de la modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa provienen, por un lado, de la epistemología dominante que se manifiesta en el *aplicacionismo* imperante y, por otro, de los rasgos fuertemente teoricistas y tecnicistas de la

organización didáctica universitaria y de una pedagogía en la cual se estudian respuestas en lugar de preguntas que son presentadas como finalizadas por el profesor, es decir monumentalista, provocando la pérdida de la razón de ser de la enseñanza de las matemáticas en el ámbito económico y empresarial.

Por lo tanto, este estudio constituye un significativo aporte a la presente investigación por que aborda la dimensión institucional del conocimiento matemático, mediante el análisis las restricciones que dificultan y las condiciones que se requieren para la integración de la Modelización Matemática en nuestros sistemas de enseñanza, en particular en la economía y empresa, además de la evolución histórica de la ciencias económica y su relación con las matemáticas.

Una línea de acción en la que se inscribe esta investigación proviene de la tesis doctoral presenta por Pino-fan (2013), titulada *Evaluación de la Faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico Matemático de Futuros Profesores de Bachillerato Sobre la Derivada*, la misma trata sobre los conocimientos que debe tener un profesor de matemáticas para que su enseñanza sea efectiva, orientada al diseño de un instrumento que permita explorar y caracterizar el conocimiento didáctico-matemático de los profesores sobre tópicos específicos. En esta investigación se informa de los resultados obtenidos mediante la aplicación de un cuestionario que se ha diseñado teniendo en cuenta un modelo específico del “Conocimiento Didáctico-Matemático”. De manera específica se aborda la evaluación de la faceta epistémica de dicho conocimiento sobre la derivada en una muestra de futuros profesores de matemáticas de Bachillerato en México.

Para lograr el objetivo central de la investigación, el estudio se llevó a cabo en cuatro fases: 1) Mediante un estudio sistemático de tipo histórico-epistemológico-didáctico se elabora una conceptualización de los significados de la derivada; 2) Diseño del cuestionario CDM-Derivada, teniendo en cuenta los significados de la derivada y criterios aportados por las investigaciones sobre Didáctica del Cálculo, así como sobre formación de profesores de matemáticas; 3) La aplicación piloto del cuestionario a una muestra de 53 futuros profesores de bachillerato en México y el diseño del cuestionario definitivo a partir de los resultados obtenidos en la primera fase; también se tienen en cuenta los resultados del estudio de triangulación mediante juicio de expertos al que se sometió el

cuestionario; y 4) Aplicación del cuestionario definitivo a una muestra de 49 futuros profesores de bachillerato en México. En la cuarta fase se realizaron entrevistas clínicas a una muestra de 15 estudiantes para profundizar en la caracterización de las configuraciones cognitivas sobre la derivada.

Los resultados de esta investigación aportan nuevos conocimientos respecto a la caracterización de los conocimientos que los futuros profesores deberían tener para gestionar idóneamente los aprendizajes sobre la derivada de sus futuros estudiantes. Además, proporcionan pautas y criterios que permiten el diseño de metodologías didácticas para desarrollar y/o potenciar el conocimiento especializado sobre la derivada.

Esta investigación de Pino-fan (2013) constituye una aportación al presente estudio debido a que proporciona pautas y criterios para el diseño de instrumentos que permitan explorar y caracterizar el conocimiento didáctico-matemático de los profesores sobre tópicos matemáticos.

Otro trabajo que se destaca, es la tesis doctoral de Roldán (2013) titulada *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica*. Esta investigación versa sobre los aspectos que inciden en la consolidación del concepto de función: histórico, disciplinar, pedagógico y didáctico. Como propósito el investigador estable hacer una propuesta didáctica que permita que los estudiantes manejen a cabalidad el concepto de función lineal y puedan aplicarla en situaciones de la vida real. Como resultado del análisis histórico, disciplinar y pedagógico se construyó una secuencia didáctica completamente original en la que se plantean tres tipos de actividades con las que se potencia la experimentación como vehículo de aprendizaje y la elaboración de modelos matemáticos, que en conjunto dan como resultado el aprendizaje de los elementos relacionados con la función lineal.

Considera que en el aprendizaje de la función lineal hace grandes aportes al desarrollo del pensamiento variacional que a su vez resulta fundamental en procesos de generalización y desarrollo del pensamiento abstracto.

Este estudio constituye un significativo aporte a la presente investigación por que aborda los aspectos históricos relacionados con el desarrollo y

consolidación del concepto de función y la ambigüedad entre función lineal y función afín.

Una investigación que asume el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (Godino, 2009; Godino y Pino-Fan, 2013; Pino-Fan, Godino, Font, 2013; Pino-Fan, Font y Godino, 2013) el cual se fundamenta en el Enfoque Ontosemiotico de la Cognición e Instrucción Matemática (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007). es la tesis doctoral de Vásquez (2014) *Evaluación de los conocimientos didáctico - matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo*, para alcanzar este propósito construye un instrumento de evaluación que permita indagar en tales conocimientos, de modo tal que pueda contar con información que pueda ser utilizada para el desarrollo de acciones de mejoramiento.

Para ello, realiza un estudio histórico - epistemológico sobre el objeto matemático probabilidad y sus significados. Dicho estudio lo complementa con el análisis de investigaciones previas en relación al aprendizaje de la probabilidad y la formación del profesorado para enseñar probabilidad. Además, analizó el tratamiento otorgado a la probabilidad en las orientaciones curriculares nacionales e internacionales, así como en los libros de texto de educación primaria chilenos.

Considera una muestra de 93 profesores chilenos activos de educación primaria para aplicar un cuestionario. Los resultados obtenidos muestran los niveles del conocimiento didáctico matemático para enseñar probabilidad en todos sus componentes (conocimiento común del contenido, conocimiento ampliado de contenido, conocimiento especializado y sus subcategorías), de acuerdo al nivel de repuestas correctas.

En base a los resultados de la distintas respuesta y los datos obtenidos concluye que urge realizar una intervención que permita fortalecer y desarrollar los distintos componentes del conocimiento didáctico matemático para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo, además de una mejora sustancial del tratamiento de la probabilidad en los libros de texto de educación primaria.

La afinidad de la investigación que se lleva a cabo y el antecedente antes mencionado es debido al enfoque sobre la construcción de un instrumento para

evaluar el conocimiento común del contenido matemático, el conocimiento ampliado del contenido y el conocimiento especializado con sus cuatro subcategorías (conocimiento especializado del contenido, conocimiento del contenido en relación con los estudiantes, conocimiento del contenido en relación con la enseñanza, conocimiento del contenido en relación con el currículo)

Además el análisis y contrastación curricular realizada sobre el tratamiento otorgado a la probabilidad en el currículo internacional y nacional

Por su parte, Parra (2015) en su investigación titulada *Significados pretendidos por el currículo de Matemáticas chileno sobre la noción de función*, se orientó a evaluar la representatividad de los significados pretendidos por el currículo de matemáticas chileno sobre la noción de función respecto del significado holístico de referencia de dicha noción.

El estudio fue de tipo *cualitativo*, puesto que estaba interesada en caracterizar las *configuraciones epistémicas* (i.e., tipos de situaciones-problemas, elementos lingüísticos, conceptos-definiciones, proposiciones-propiedades, procedimientos y argumentos) asociadas a las prácticas matemáticas propuestas tanto en los programas de estudio, como en los libros de texto, apoyada en algunas herramientas teóricas del enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática y sustentado en la información encontrada sobre currículo desarrollado en el 2013 de Pino-Fan, Castro, Godino y Font, entendiendo el currículo como la dupla <Programas de estudio, Libros de Texto>, toda vez que estos dos elementos son complementarios en los procesos de planificación e implementación de las clases de matemáticas.

Para lograr el objetivo central de la investigación, la autora llevó a cabo el estudio en seis fases: 1) Estudio sistemático de tipo histórico-epistemológico para identificar las configuraciones epistémicas que llevan asociado un significado parcial del objeto función; 2) Organizar los significados parciales para la reconstrucción del significado holístico de la noción de función; 3) Estudio y caracterización sobre el tipo de configuraciones epistémico didácticas propuestas por los programas de estudio cuando abordan la noción de función; 4) Estudio y análisis sobre el tipo de configuraciones epistémico-didácticas desarrolladas por los libros de texto cuando abordan la noción de función; 5) Estudio del vínculo

entre los significados pretendidos por los planes de estudio, con los significados pretendidos por los libros de texto, con la finalidad de determinar los significados sobre la noción de función, expuestos por el currículo chileno; y 6) Estudio de la correspondencia entre los significados pretendidos por el currículum chileno respecto del significado holístico de referencia sobre la noción de función.

Por medio de este estudio, Parra evalúa la representatividad y riqueza matemática de los significados pretendidos por el currículum chileno. Asimismo, los resultados de este estudio, aportan a esta investigación conocimientos respecto a la caracterización de los conocimientos que los profesores deben tener para gestionar idóneamente los aprendizajes sobre la noción de función con sus estudiantes. Además de herramientas teóricas del enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática y sustentado en la información encontrada sobre currículo desarrollado en el 2013 de Pino-Fan, Castro, Godino y Font, entendiendo el currículo como la dupla <Programas de estudio, Libros de Texto>.

En referencia a los antecedentes nacionales de esta investigación, a continuación se presentan las tesis de: Ramos de Pacía (2005) y Capace P. (2008), Rodríguez (2009), Vanegas (2010) y Alastre (2012) enmarcadas dentro del enfoque ontosemiotico de la cognición matemática referente principal de este estudio y en el contexto institucional Educación Superior.

Antecedentes nacionales

Primeramente Ramos de Pacía (2005) analiza el papel que juegan los profesores en la introducción de cambios en el proceso de instrucción. Esta investigación, se centra en el papel que juegan *los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado* en la incorporación de situaciones contextualizadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones en la asignatura “Introducción a la Matemática”, impartida en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo, Venezuela. La tesis está estructurada en siete bloques.

En el desarrollo del estudio, se explica la metodología utilizada y que la investigación se diseñó y desarrolló en dos fases claramente diferenciadas, la primera tuvo como objetivo problematizar la falta de contextualización de las funciones en la institución investigada y la segunda la reflexión sobre la posibilidad de cambiar dicha práctica. En el quinto bloque se presentan los resultados de la primera fase de la investigación, dichos resultados permitieron tener razones en las que fundamentar que la enseñanza descontextualizada de las funciones no aseguraba su aplicación a los problemas contextualizados característicos de la futura práctica profesional de los alumnos.

En la segunda fase de la investigación se realizó la reflexión para el posible cambio la práctica problemática mediante el diseño e implementación de un “Seminario-taller”. El objetivo de este era permitir al colectivo docente debatir sus posturas sobre la posibilidad (o no) de introducir el enfoque contextualizado, en la enseñanza de las funciones. En el sexto bloque se presenta el diseño y se describe, en forma de crónica, la implementación del Seminario-taller, la cual se organiza por sesiones.

Para cada sesión, se expone primero la planificación previa y se hacen comentarios sobre esta planificación, después se expone el desarrollo, seguidamente se seleccionan determinados segmentos argumentativos que son analizados teniendo en cuenta los consensos alcanzados, los criterios de idoneidad utilizados por los docentes y las prácticas que forman parte de los significados personales matemáticos y didácticos del profesorado.

La afinidad de la investigación que se lleva a cabo y el antecedente antes mencionado es debido al análisis de los conocimientos didácticos matemáticos del profesorado sobre función con estudiantes de economía bajo el enfoque ontosemiotico. Asimismo el análisis histórico epistemológico de este concepto.

En cuanto a la investigación de Capace P (2008) titulado *La integral en una variable real en la formación técnica universitaria: dimensiones presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje*, el autor señala que es un tópico del cálculo infinitesimal que tiene variadas aplicaciones en el quehacer tecnológico, de allí que esté presente en la formación técnica universitaria. Sin embargo, los estudiantes presentan dificultades para comprender y aplicar este objeto

matemático. Es por ello que esta investigación indagó de forma profunda y sistemática en esta problemática.

Asume marco teórico del enfoque Ontológico-semiótico de la cognición e instrucción de la matemática, ya que éste le proporciona herramientas para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática desde la dimensión epistemológica, cognitiva e instruccional, puestos en juego en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. La metodología de investigación, con predominio de lo cualitativo y con apoyo en el enfoque cuantitativo. Desarrollo un análisis epistémico con el que profundiza en los significados institucionales de referencia (pretendidos, implementados y evaluados) sobre la integral en una variable real y determina seis configuraciones epistémicas.

Al valorar el proceso de estudio para la enseñanza de la integral definida, desarrollado con un grupo de estudiantes de la carrera informática del IUET- La Victoria, pudo comprobar en primer lugar que los criterios para valorar la idoneidad didáctica permiten ir perfeccionando el proceso.

Entre algunas conclusiones: a) Es necesario armonizar los aspectos geométricos y analíticos presentes en el concepto de integral, b) el uso de un software matemático permite simular procesos de cuadraturas lo que mejora la capacidad de abstracción en asuntos geométricos e infinitos, c) si los estudiantes tienen claro los conceptos, teoremas e interpretaciones geométricas de la integral en una variable real, pueden resolver problemas con el uso del computador aun teniendo deficiencias en el cálculo y d) las dificultades de los estudiantes en el cálculo integral están determinadas por las deficiencias en operaciones elementales del álgebra y la aritmética.

El nexo de este trabajo con el expuesto radica en primeramente en el asunto de interés indagatorio que trata de la dificultad que tiene los estudiantes en el nivel Universitario de comprender y aplicar un objeto matemático, además en las herramientas teóricas para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática desde las dimensiones epistemológica, cognitiva e instruccional del enfoque Ontológico-semiótico de la cognición e instrucción de la matemática.

La preocupación por las dificultades del aprendizaje de los conceptos matemáticos a nivel universitario en sus modalidad presencial y a Distancia, ha sido motivo de investigación que, desde el punto de vista de los significados puestos en juego por los estudiantes, se indaga y examina los motivos que hacen de la semiosis de los conceptos matemáticos un tema para ser explicado e interpretado.

Rodríguez (2009) en su investigación titulada *Análisis Ontosemiótico sobre una lección de la Función afín y la ecuación lineal en la economía*, se oriento al análisis de una lección de aplicación de la función afín y la ecuación lineal en la economía, en una institución muy particular que utiliza los libros de textos como referentes para explicar el contenido matemático, en particular módulos diseñados por docentes, en este caso, se toma como referencia el Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta.

La autora destaca que esta modalidad, el alumno afronta solo el estudio de los contenidos curriculares, con el apoyo de un material impreso o módulos de aprendizajes que reflejan los objetivos y contenidos del curso, en esta modalidad este material instruccional o “medio maestro” asume la dirección del proceso instruccional.

El desarrollo de esta investigación de campo, de tipo exploratorio y descriptivo enmarcado en el enfoque Ontosemiótico, puesto que las prácticas discursivas y operativas se analizan tomando en cuenta la ontología de objetos intervinientes y las relaciones semióticas, se realizó en tres (3) fases, a saber: análisis semiótico a priori, análisis de las unidades primarias y entidades matemáticas correspondientes, la caracterización de los elementos del significado local del contenido matemático pretendido y valorar el grado de representatividad del significado local del contenido matemático respecto al significado de referencia, estableciéndose como elementos informantes el significado de referencia a los textos I y II, el significado histórico y el significado institucional pretendido e implementado el Módulo IV de Matemática I.

Entre las conclusiones, el análisis reveló una cantidad de disparidades y vacíos de significación en el significado institucional local y entre el significado global y el local del contenido matemático pretendido

El trabajo investigativo que se desarrolla guarda una estrecha relación con el citado por la caracterización de los significados institucionales, disparidades y vacíos de significación encontrados que sirven de fundamento.

Vanegas (2010) en su tesis doctoral titulada *El conflicto semiótico: elemento crucial en el Sistema de prácticas discursivas y operativas en las que interviene el infinito matemático*. Cuya intención rectora es la de producir una reflexión teórica sobre la naturaleza y el papel que juega el conflicto semiótico en la cronogénesis del sistema complejo de prácticas actuativas y comunicativas en las que interviene el objeto matemático infinito.

En concreto se planteó como premisa central del estudio, la indagación teórica-práctica del fenómeno educativo denominado conflicto semiótico, a fin de dar respuestas a las siguientes interrogantes ¿Cómo sucede el conflicto? ¿Qué elementos le dan vida? ¿Cuál es su trayectoria? entre otras manifestaciones presentes en el mismo. Para la consecución del objetivo planteado se usaron como ejemplos ilustrativos objetos matemáticos en donde el infinito está implícito.

Teóricamente el estudio se basó en el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) propuesto progresivamente por Godino y colaboradores. Dado que el EOS es un enfoque emergente, la autora consideró pertinente articularlo con el pensamiento complejo de Morin (1990, 1999, 2000), por lo tanto el estudio realiza un análisis complejo del conflicto semiótico e indica sus premisas constituyentes para interpretarlo como un elemento crucial en la generación en el tiempo del saber matemático producto de una interacción educativa.

En relación a la metodología empleada, combinó diversas técnicas y enfoques según las distintas facetas del estudio, dependiendo de la cuestión particular abordada. Se amalgamó el estudio documental y cualitativo en la faceta epistemológica de la investigación con el análisis ontológico-semiótico (Godino, 2002) en la parte cognitiva. Vanegas, aplicó cuestionarios, entrevistas individuales semiestructuradas y redes semánticas a un grupo de estudiantes de Matemática II de las carreras de Administración y Contaduría de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo.

Dado que el conflicto semiótico se produce por la ausencia de ciertas funciones semióticas y partiendo de la borrosidad en la cronogénesis de los significados personales de los objetos matemáticos, de la multiplicidad de los conflictos semióticos y de la relatividad socioepistémica y cognitiva de los significados sistémicos puestos en juego y desarrollados durante la actividad matemática, la autora incorpora a la caracterización propuesta por Godino el conflicto Ontosemiótico (COS) de seis tipos: lingüístico, actuativo, argumentativo, conceptual, situacional y proposicional.

Adicionalmente, Vanegas presenta la imbricación del COS con las cinco dimensiones duales contempladas en el EOS: personal/institucional, ostensivo/no ostensivo, concreto/abstracto, expresión/contenido y elemental/sistémico, incorporándose una sexta relación: El COS con la dimensión dual estructura/operación.

El trabajo investigativo que se desarrolla guarda relación con el citado por el valor que se le da al conflicto semiótico para explicar las dificultades potenciales de los alumnos en el proceso de estudio, así como identificar las limitaciones de las competencias y comprensiones matemáticas puestas en juego evitando discontinuidades en el proceso instruccional.

Por su parte, Alastre (2012), en su tesis de maestría denominada *Análisis Ontosemiótico de una lección de integral definida*, señala según las evaluaciones de conocimientos referidas al concepto del objeto matemático en cuestión y a las observaciones directas de los docentes que imparten la asignatura Matemática I, que existen serias dificultades en los estudiantes del UPTAEB entre las cuales resaltan las siguientes: se limitan a realizar cálculos algebraicos sin lograr establecer relación con la representación gráfica, presentan una concepción errónea del concepto de límite, les cuesta comprender la noción de partición y de sumatoria, les resulta difícil relacionar los diferentes elementos y en general se observa que la mayoría de los estudiantes se centran en realizar cálculos desde el punto de vista operacional y hasta de una forma mecánica, que inclusive en algunos casos es de forma errónea, sin darle importancia al análisis y comprensión del concepto.

Por lo tanto, la autora establece como propósito analizar el concepto de la integral definida, en un curso de Matemática I de la Universidad Politécnica Territorial Andrés Bello, desde el enfoque Ontosemiótico. El tipo de investigación es descriptiva emplea un análisis interpretativo, ontológico y semiótico, puesto que se analiza la naturaleza y tipo de los objetos matemáticos que se ponen en juego en la interacción didáctica para identificar los posibles conflictos semióticos en presentes en la misma.

En relación al desarrollo metodología empleada, se realizó en fases a saber: en una Primera fase realizó un Análisis semiótico a priori del significado institucional de referencia además de seleccionar el docente idóneo según: La comparación de las planificaciones con el significado de referencia y el análisis de las trayectorias y respectivas configuraciones de los cuatro docentes que imparten la asignatura, procedió a la segunda fase y analiza el significado institucional pretendido, implementado y evaluado. En la última fase, procedió a caracterizar los elementos del significado personal del contenido matemático, pretendido en el proceso de estudio y Valorar el grado de representatividad del significado personal del contenido matemático pretendido respecto del significado de referencia.

Alastre, evidenció que el estudiante no logra alcanzar una verdadera comprensión del concepto de integral definida, ya que sólo asocia el concepto a un simple procedimiento algebraico, señala que esto es consecuencia de las acciones del docente al elaborar la evaluación de conocimientos, planteando solamente la resolución de dos integrales definidas, no incluye ejercicios en los cuales se pida calcular el área de regiones que le permitan al estudiante establecer y comprender la relación del concepto con las mismas a pesar de incluirlo en su planificación y en su clase implementada además de no considerar profundizar en el concepto formal de integral definida como un límite de sumas de Riemann, tal como se desarrolla en el significado referencial que aunque es tedioso, es necesario considerarlo ya que le permite al estudiante una mejor comprensión del concepto.

El trabajo que se está realizando se vincula con el citado estudio, debido a que resalta la importancia del conocimiento matemático y Didáctico de un

profesor sobre un objeto, además de la relación que deben guardar los contenidos con los libros de textos referenciales, ya que contribuye con el estudiante a superar cualquier tipo de conflicto sobre un concepto

Desde hace más de treinta (30) años, interesados en la problemática de la investigación en Didáctica de las Matemáticas, en diferentes trabajos Godino y sus colaboradores, han desarrollado en tres (3) etapas un conjunto de nociones técnicas que configuran un enfoque Ontológico y Semiótico (EOS) de la Cognición e Instrucción Matemática, el cual es el fundamento teórico principal de este estudio y a continuación se desarrollan algunos de los Constructos del enfoque.

Fundamentación Teórica

Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática

Para lograr nuestro propósito, hemos adoptado el marco teórico de la didáctica de la matemática conocido como Enfoque Onto-Semiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática, desarrollado en diversos trabajos por Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino y Batanero, 1998; Godino, Batanero y Font, 2007), quienes desde 1994 han continuado ampliando, profundizando y desarrollando este modelo integrado por distintos puntos de vista y nociones teóricas existen en didáctica de la matemática sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje., para construir un núcleo sólido de conceptos y métodos de análisis, lo que se concreta finalmente en un enfoque unificado de la cognición e instrucción matemática.

Por medio, de este enfoque ontologico-semiotico se busca “aportar herramientas teóricas para analizar conjuntamente el pensamiento matemático, los ostensivos que le acompañan, las situaciones y los factores que condicionan su desarrollo” (Godino, 2002, p. 5). Para ello, Godino propone llevar a cabo el análisis de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a través de las dimensiones: epistemológica, basado en supuestos antropológicos y socioculturales; cognitiva, sobre bases semióticas; instruccional sobre bases

socio-constructivistas y por ultimo ecológico que estudia las relaciones entre si de los modelos anteriores.

Abordándose cada una de ellas, según Godino (2010) por medio de las teorías existentes como lo son:

1. Teorías Pragmáticas y Realistas del significado de Ullman y Kutschera, que desde estos supuestos centran su interés en los conocimientos matemáticos institucionalizados, sin perder de vista el sujeto individual hacia el que se dirige el esfuerzo educativo;
2. Teoría Antropológica de Chevallard, considerando las nociones de práctica, objeto y praxema;
3. Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud la cual les permite formular las nociones de objeto y significado personal y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como tareas matemáticas;
4. Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau asumen de que para cada objeto matemático existe una situación matemática cuya resolución da origen y sentido al objeto, de donde parte el aprendizaje de dicho objeto y son emergentes de las practicas matemáticas;
5. Interaccionismo Simbólico de Bauersfeld, consideran la importancia de la negociación de los significados como una manera de dar cuenta de cómo los estudiantes desarrollan la comprensión de las nociones matemáticas y desarrollan creencias y actitudes en relación a las matemáticas.

Desde esta perspectiva Transdisciplinar se configuran los modelos teóricos siguientes:

1. Teoría de los Significados Sistémicos (TSS) (Godino y Batanero, 1994, 1998a y b), entre cuyas nociones se destacan: Campos de problemas, Practicas matemáticas, Sistema de prácticas, Significados Sistémicos y Tipos de Significados, Configuraciones epistémicas y cognitivas entre otras,
2. Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Roa, 2005; Font, Godino y D'Amore, 2007), se destacan las

nociones de : Faceta cognitivas duales, Función Semiótica, Análisis Ontosemiótico, Conflictos Semióticos y sus Tipos;

3. la Teoría de las Configuraciones Didácticas (TCD) (Godino, Wilhelmi y Bencomo, 2005; Godino, Contreras y Font, 2006; Font, Planas y Godino, 2010), compuesta por las nociones de: Modelación estocástica de un proceso de instrucción. Además, de la reciente incorporación de un modelo del conocimiento Didáctico - matemático del profesor (Godino, 2009; Pino-fan, Godino y Font ,2011; Pino fan, L., 2013; Pino-fan, Godino y Font, 2014)

Es importante señalar que para abordar los problemas de instrucción de las matemáticas, por medio de la modelización de los conocimientos a enseñar y de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes y el logro de los mismos, el EOS concibe a la matemática como una actividad humana, intencionalmente orientada a la solución de cierta clase de situaciones-problemas, realizada en el seno de instituciones o comunidades de prácticas; dicha actividad está mediatizada y apoyada por los recursos lingüísticos y tecnológicos disponibles.

De los sistemas de prácticas realizadas para resolver los problemas emergen dos categorías primarias de entidades: institucionales (sociales, relativamente objetivas) y personales (individuales o mentales); de esta manera, se asume que la matemática es, además de una actividad, un complejo de objetos culturales (institucionales), axiomática y deductivamente organizado. Se atribuye un papel esencial al lenguaje (en sus diversas modalidades), que tiene una función no sólo representacional, sino también instrumental o constitutiva de los objetos matemáticos

Es así como las herramientas teóricas de este enfoque nos permitieron realizar un análisis detallado y pertinente de los conocimientos didáctico matemáticos que deben de tener el Modulo IV o “medio maestro “ de Matemática I (cod176) para la instrucción de la Función Afín aplicada a la economía

A continuación se exponen, de manera breve, algunos de los Constructos del enfoque Ontosemiótico, que fueron de utilidad para el desarrollo de esta investigación con el fin de hacer comprensible la lectura de esta memoria.

Sistema de prácticas operativas y discursivas ligadas a campos o tipos de problemas.

Dentro del enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, la noción de “*sistema de prácticas*” juega un papel central tanto desde el punto de vista epistemológico como didáctico. Con esta noción se asume y hace operativo el supuesto antropológico sobre las matemáticas en que se apoya el EOS. Godino y Batanero (1994) llaman sistema de practicas: a “*toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas*” (p. 334).

Dichas prácticas pueden ser comunes dentro de una institución o comunidades de prácticas que se interesan en resolver un mismo tipo de situaciones-problemáticas, o bien pueden ser particulares a una persona en específico.

Font, Godino y Gallardo (2013), señalan que las prácticas matemáticas pueden ser conceptualizadas como la combinación de una práctica operativa, a través de la cual los textos matemáticos son leídos y producidos, y una práctica discursiva, la cual permite la reflexión sobre las prácticas operativas (p. 104). Los sistemas de prácticas se proponen como respuestas a la cuestión semiótica, ¿qué significa el objeto O ?, o a la cuestión ontológica ¿qué es el objeto matemático O ? (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011), a modo de ejemplo, en nuestro caso ¿Qué es la función afín?, ¿Qué significa $f(Q, P)$? pregunta que se responde por medio del análisis del sistema de prácticas, involucradas para resolver una situación – problemática (que podría ser encontrar la expresión analítica de la función demanda) que realiza una persona (significado personal) o por medio del análisis del sistema de prácticas al interior de una institución (significado institucional) vinculadas con dicho objeto.

Al respecto, Font, Godino y Gallardo (2013) lo señalan “*Nuestra propuesta ontológica se deriva de la prácticas matemáticas, siendo éstas el contexto básico en la que los individuos obtienen su experiencia y de las cuales los objetos*

matemáticos emergen. Consecuentemente, el objeto adquiere un estatus derivado de las prácticas que le preceden” (p. 104).

En el siguiente apartado, se analiza cuál es la relación subyacente entre los sistemas de prácticas, los objetos matemáticos y sus significados.

Objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas

En el EOS se adopta de entrada un cierto pragmatismo puesto que se considera a los objetos matemáticos como entidades emergentes de los sistemas de prácticas realizadas en un campo de problemas (Godino y Batanero, 1994) y, por tanto, son derivados de dichas prácticas.

Por lo tanto, al objeto matemático se le asigna un estatuto derivado, mientras que a la práctica se le dota de un lugar privilegiado, a diferencia de otras teorías en las cuales dicho objeto es el que tiene ese lugar privilegiado. En las prácticas matemáticas intervienen objetos *ostensivos* (símbolos, gráficos, etc.) y *no ostensivos* (conceptos, proposiciones, etc.), que evocamos al hacer matemáticas y que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual. De los sistemas de prácticas matemáticas operativas y discursivas emergen nuevos objetos que provienen de las mismas y dan cuenta de su organización y estructura. Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si tales sistemas corresponden a una persona los consideramos como “objetos personales”.

En cuanto a, los objetos matemáticos personales (Op), según Godino y Batanero (1994, p. 335), son "emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas". Estos objetos personales van cobrando forma van emergiendo en un aprendizaje suscitado por la propia práctica.

Al respecto, Ramos De Pacía (2005) considera que un objeto personal (Op) es algo de lo que se tiene conciencia subjetiva, implica la generación, por medio de la intersubjetividad que facilita la clase de matemática de una regla de comportamiento en el sujeto. Es esta última dimensión, que se conoce con la denominación de máxima pragmática, la que se toma en consideración para

definir el significado de un objeto personal y que se define como. “Es el sistema de prácticas personales de una persona para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto (Op) en un momento dado” (Godino y Batanero, 1994, p. 341).

Una característica que presentan los objetos personales es que son fenómenos individuales, pero al estar inmerso el sujeto en instituciones donde necesariamente se dan interacciones, tiene también un carácter colectivo. Por tanto cualquier análisis que los abordara desde uno sólo de estos aspectos resultará reduccionista, por este motivo en el EOS (Godino y Batanero, 1994) se introducen las instituciones, los objetos institucionales y los significados institucionales.

Al respecto, en el EOS se definen los objetos institucionales (OI) como “emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas” (Godino y Batanero, 1994, p. 340); además señalan respecto al carácter social del sistema de practica indica que son observables, entre ella se encuentran: descripciones de problemas, representaciones simbólicas, definiciones de objetos, enunciado de proposiciones y procedimientos entre otros. Ramos De Pacía (2005) señala con relación al objeto institucional los siguientes aspectos: (1) Las personas distinguen entre sus objetos personales y los objetos institucionales, cuando hablan de sus objetos personales utilizan el discurso en primera persona, mientras que al hablar de los objetos institucionales utilizan el discurso en tercera persona, (2) Un objeto institucional implica la generación de una regla de comportamiento compartida por toda la institución.

Los autores señalan que la emergencia del objeto personal es progresiva a lo largo de la historia del sujeto, como consecuencia de la experiencia y del aprendizaje; mientras que la emergencia del objeto institucional es progresiva a lo largo del tiempo. En un momento dado es reconocido como tal objeto por la institución, pero incluso después de esta etapa sufre transformaciones progresivas según se va ampliando el campo de problemas asociados. Por lo tanto, el estudiante pasa de ser un estudiante individual a ser un estudiante en una institución, por ello es necesario, distinguir entre objetos personales y objetos institucionales al problematizar estas dos clases de objetos y la relación entre ellos.

Asimismo, los autores citados anteriormente, en la doble dimensión interdependiente: personal-institucional, entienden el significado como el sistema de prácticas (operativas y discursivas) realizadas por una persona o institución (escuela, libros textos, una clase, etc.) para resolver un campo de problemas, noción clave para analizar la actividad matemática y los procesos de difusión del conocimiento matemático. Esto lleva al EOS a introducir una tipología básica de los significados institucionales y personales.

Significados y tipos de significados de los objetos matemáticos

En el EOS se concibe el significado de los conceptos matemáticos (número, función...), desde una perspectiva pragmático-antropológica. El significado de un objeto matemático se define como el *sistema de prácticas operativas y discursivas que una persona (o una institución) realiza para resolver una cierta clase de situaciones-problemas en las que dicho objeto interviene*. Así, el significado de un objeto matemático puede ser visto desde dos perspectivas, institucional y personal, lo cual da origen a los *significados institucionales* y *significados personales* respectivamente.

Los autores, en cuanto el significado de un objeto institucional OI, lo definen de la siguiente manera: “Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge OI en un momento dado” (Godino y Batanero, 1994, p. 340). Esta noción de significado institucional permite introducir en la problemática epistemológica y didáctica, el estudio de la estructura de los sistemas de prácticas sociales de los que emergen los objetos matemáticos, así como su evolución temporal y dependencia institucional.

En correspondencia con el significado institucional de un objeto, Godino y Batanero (1994) dan la siguiente definición del significado personal de un objeto matemático: “como un conjunto de prácticas, donde el sujeto utiliza el objeto en cada práctica, significado que depende del sujeto y del tiempo estocástico donde una parte del significado es observable” (p 341), el cual incluye conocimiento, comprensión y competencia.

Hay que resaltar que los objetos personales e institucionales no tienen un único significado. Por ejemplo, en una clase de matemáticas (una institución) en donde se lleva a cabo un sistema de prácticas de donde emerge el objeto “función oferta”, el significado que los estudiantes atribuyan a dicho objeto dependerá de los sistemas de prácticas que lleve a cabo esa institución en particular, y que es distinto al significado subyacente a los sistemas de prácticas que lleve a cabo otra institución. Además, se pretende que el significado de los objetos personales se ajuste lo más posible al significado de los objetos institucionales. Esta relación de ajuste es la que posibilita, según Ramos De Pacía (2005), la evaluación de los conocimientos de los estudiantes.

Cabe destacar que dichos significados (personal e institucional) serán relativos, puesto que dependerán y se verán influenciados en cierta medida de los contextos sociales y de los sujetos involucrados, lo que lleva a introducir una tipología de significados institucionales y personales (Godino, 2003, p. 141) que ha sido esquematizada en la *Grafico 1 Tipos de Significados institucionales y personales*

En ellas se distinguen claramente distintos tipos de significados institucionales y personales. Proponiendo los siguientes tipos de significados institucionales

1. Significado institucional de referencia: cuando un profesor planifica un proceso de instrucción sobre un objeto matemático para un grupo de estudiantes, comienza por delimitar "lo que es dicho objeto para las instituciones matemáticas y didácticas"; acude, por tanto, a los textos matemáticos correspondientes, a las orientaciones curriculares, y en general a lo que "los expertos" consideran que son las prácticas operativas y discursivas inherentes al objeto, que se fija como objeto institucional. Asimismo, el profesor usará sus conocimientos personales previamente adquiridos. Todo ello constituye un sistema de prácticas histórico-epistemológico-didáctico que designamos como significado institucional de referencia del objeto.



Grafico 1 Tipos de Significados institucionales y personales.

Nota: Tomado de Síntesis del enfoque ontosemiotico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. Godino (2014)

En ellas se distinguen claramente distintos tipos de significados institucionales

2. Significado institucional pretendido: Sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional.

3. Significado institucional implementado: sistema de prácticas que efectivamente tienen lugar en clases de matemáticas, las cuales servirán de referencia inmediata para el estudio de los alumnos y las evaluaciones de los aprendizajes.

4. Significado institucional evaluado: colección de tareas o cuestiones que incluye en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes.

En el trabajo que se está presentando se hará especial uso al significado de referencia debido a que se requiere realizar un estudio histórico–epistemológico sobre el origen y evolución del objeto Función demanda, Función Oferta y Punto de Equilibrio, así como la referencia bibliográfica ubicada en la parte posterior del

material impreso (Módulo IV de Matemática I) que registra la actividad matemática y al significado pretendido e implementado debido a que el Módulo IV de Matemática I llamado “medio maestro”, es el texto mediante el cual se proponen los contenidos curriculares a enseñar sobre un objeto matemático, atendiendo a significados previos de los estudiantes, el tiempo y los medios disponibles. En la modalidad de Educación a Distancia, el profesor es un mediador entre el alumno y el módulo es la referencia inmediata para el estudiante de esta modalidad para su estudio y evaluación de los aprendizajes.

Mientras que para los significados personales se consideran los siguientes tipos:

1. Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto relativas a un objeto matemático
2. Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
3. Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida.

El significado global de referencia se define a partir de dos nociones: 1) significado global, también denominado significado holístico u holo-significado, comprende los diferentes significados parciales de un objeto matemático; y 2) significado de referencia, entendido como los sistemas de prácticas que se usan como referencia para elaborar los significados que se pretenden incluir en un proceso de estudio (Pino-Fan, Godino y Font, 2011; Pino-Fan, 2011). Para una institución de enseñanza concreta, el significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático.

La reflexión anterior hace necesario ampliar lo que se entiende por objeto matemático y su significado. A continuación se presentan los componentes de los significados como herramienta para el análisis de los significados institucionales pretendidos y de referencia de interés para esta investigación.

Componentes de los significados

En el EOS se considera como objeto o entidad matemática, “todo aquello que pueda ser indicado, todo lo que pueda señalarse, o a lo cual puede hacerse referencia en toda actividad matemática “(Godino, 2002, p.5). Según las diversas funciones desempeñadas por estas entidades en el trabajo matemático, se tipifican como: situaciones, acciones, lenguaje, conceptos, reglas, propiedad, argumentaciones, denominadas entidades primarias.

Asimismo, en Godino (2002), se especifican las siguientes funciones de cada entidad en la actividad matemática:

7. Lenguaje: términos, expresiones, notaciones, gráficos. En sus diversos registros, escrito, oral, gestual.

8. Situaciones: problemas más o menos abiertos, aplicaciones extra matemáticas o intra matemáticas, ejercicios. Son las tareas que inducen la actividad matemática.

9. Conceptos (introducidos mediante definiciones o descripciones) números, recta, punto, función.

10. Propositiones: propiedades o atributos de los objetos mencionados, que suelen darse como enunciados.

11. Acciones: procedimientos del sujeto ante las tareas matemáticas (operaciones algoritmos, técnicas de cálculo, entre otras).

12. Argumentaciones: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones o procedimientos, sean deductivos o de otro tipo.

Cada una de ellas puede tener un papel representacional (se ponen en lugar de) o instrumental (instrumentos de la actividad matemática). Las situaciones problemas son las promotoras y contextualizadoras de la actividad matemática y, junto con las acciones (algoritmos, operaciones, procedimientos) constituyen el componente práctico de las matemáticas. Los otros conceptos, definiciones, proposiciones y argumentaciones, desempeñan un papel normativo.

Además, Godino (2003) incluye estos objetos en la siguiente clasificación de las entidades, a saber:

5. Ostensivas: todo tipo de representaciones materiales usadas en la actividad matemática (términos, expresiones, notaciones, símbolos, gráficos, tablas, diagramas, entre otras).

6. Extensivas: los problemas, fenómenos, aplicaciones, tareas en general; las situaciones que inducen a actividades matemáticas.

7. Intensivas: ideas matemáticas, generalizaciones, abstracciones, proposiciones, procedimientos, teorías.

8. Actuativas: acciones del sujeto ante situaciones o tareas (describir, operar, argumentar, generalizar).

En el modelo, los hábitos, reglas, técnicas, prácticas, son una clase de entidades intensionales. Las tareas problemáticas o rutinarias que requieren la acción del sujeto son entidades extensionales, a pesar de que los tipos de tareas constituyen entidades intensionales.

Una etapa del modelo teórico es el análisis de los procesos interpretativos que involucran a los objetos matemáticos y sus elementos de significado, definidos anteriormente, mediante las facetas o dimensiones para el conocimiento matemático.

Facetas o dimensiones de los objetos matemáticos

Las entidades matemáticas, según las circunstancias contextuales en las que participan, pueden ser consideradas desde las siguientes facetas o dimensiones duales, de acuerdo con Godino (2002): personal-institucional, elemental-sistémico, expresión-contenido, ostensivo-no ostensivo y extensivo-intensivo. Estas facetas se encuentran agrupadas en parejas que se complementan de manera dual y dialéctica. Se consideran como atributos aplicables a los distintos objetos primarios y secundarios, dando lugar a distintas versiones de dichos objetos.

Personal-institucional

Dependiendo de las circunstancias contextuales, una misma expresión puede referirse a un objeto personal o institucional. Si retrata de la manifestación de un sujeto individual, como la respuesta a una prueba de evaluación, la realización de una tarea escolar por parte de un estudiante, se habla de objetos personales. Si se

trata de documentos curriculares, libros, textos, explicaciones de un profesor ante un auditorio, consideramos que se ponen en juego objetos institucionales, o sea, los objetos son utilizados como referencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Elemental-sistémica /Unitaria-compuesto

En algunas circunstancias, los objetos matemáticos participan como entidades unitarias (que se supone son conocidas previamente) mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio. La dialéctica elemental-sistémica conlleva que los objetos (personales o institucionales) tengan que ser considerados como nudos de una red. Por ejemplo, si se considera el objeto elemental Ecuación de la Demanda y se preguntan por su significado, inmediatamente aparecen determinadas prácticas en las que interviene y se relaciona con otros objetos (cantidad, demanda, precio, ecuación demanda, curva de demanda, entre otros). Estos nuevos objetos, a su vez, se pueden entender de manera sistémica. De tal manera, tenemos una red de nudos, los que a su vez son redes de nudos y así sucesivamente.

Expresión-contenido/significado-significante

La distinción entre expresión y contenido permite tener en cuenta el carácter relacional de la actividad matemática. En esta faceta semiótica, cada unidad puede participar como medio de expresión (significante) algo puesto “en lugar de” o puede ser el contenido (significado) referido por la expresión. Godino (2003) adopta la noción de función de signo de Hjelmslev, llamada función semiótica por Eco, la cual, según el autor se puede concebir como una correspondencia entre conjuntos que abarca tres componentes: Un plano de expresión (objeto inicial del signo), Un plano de contenido (objeto final, el significado del signo) esto es: lo representado, lo que se quiere decir o a lo que se refiere un interlocutor y un criterio o regla de correspondencia, esto es, un código interpretativo que regula la correlación entre los planos de expresión y contenido.

Ostensivo-no ostensivo

Cualquiera de los objetos tiene una faceta ostensiva (perceptible) y otra no ostensiva (no perceptible) que va más allá de la simple representación de lo ostensivo.

Extensivo-intensivo/ejemplar-tipo/ concreto-abstracto

La dualidad extensivo-intensivo se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática: el uso de elementos genéricos, y explicar algunos conflictos matemáticos en los procesos de enseñanza y aprendizaje, derivados de la confusión que se puede generar entre los términos ejemplar (particular) y tipo (general).

Estas facetas se completan de manera dual y dialéctica, son considerados por Godino, Batanero y Font (2007), como atributos aplicables a los diferentes objetos primarios y secundarios, dando lugar a otras versiones de dichos objetos mediante los *procesos cognitivos/epistémicos*. Recientemente se ha dado una gran importancia al estudio de los procesos matemáticos, en particular los procesos de resolución de problemas y modelización.

Procesos matemáticos y didácticos

En cuanto a los *procesos matemáticos*. Godino, Batanero y Font (2007) afirman que tanto las dualidades como las configuraciones de objetos primarios se pueden analizar desde la perspectiva proceso-producto, lo cual nos lleva a los procesos indicados en el Grafico 2

La aparición de los objetos primarios de la configuración (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos) tiene lugar mediante los respectivos procesos matemáticos de comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (algoritmización, rutinización...) y argumentación. Por otra parte, las dualidades dan lugar a los siguientes procesos cognitivos - epistémicos: institucionalización–personalización; generalización–particularización; análisis-descomposición–síntesis- reificación; materialización, concreción – idealización -abstracción; expresión-representación – significación.

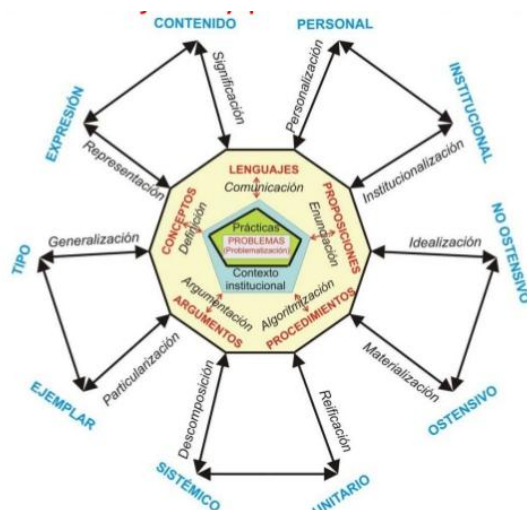


Grafico 2 Objetos y Procesos matemáticos. Tomado de Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. Disponible en, http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf

(Font y Contreras 2008) expresan que las dualidades extensivo-intensivo, público- no público, y unitario-sistémico favorecen la delimitación de los procesos de particularización y generalización con respecto a los procesos de idealización y materialización y de estos con los de reificación o cosificación y descomposición. Se trata de una delimitación importante que permite un análisis más detallado de cada uno de estos procesos y de su presencia combinada en la actividad matemática, y por tanto, ayudan a esclarecer la naturaleza del objeto matemático usualmente considerado como una entidad abstracta o ideal.

De acuerdo a Rubio (2012), no se intenta inicialmente dar una definición de proceso ya que hay muchas clases diferentes de procesos, por lo que se puede hablar de proceso como secuencia de prácticas, de procesos cognitivos, meta cognitivos, procesos de instrucción, procesos de cambio, procesos sociales, etc. Se trata de procesos diferentes en los que la única característica común a muchos de ellos puede ser la consideración del tiempo y, en menor medida, el de secuencia en la que cada miembro toma parte en la determinación del siguiente.

Por tanto, se ha optado por seleccionar una lista de los procesos que se consideran importantes en la actividad matemática, sin pretender incluir en ella a todos los procesos implicados, entre otros motivos porque algunos de los más importantes (por ejemplo, el proceso de resolución de problemas o el de

modelización) más que procesos son híper o mega procesos, puesto que implican procesos más elementales: representación, argumentación, idealización, generalización, etc.

Godino, Contreras y Font (2006), comentan que el modelo teórico sobre la cognición puede ser aplicado a otros campos, particularmente a los *saberes didácticos*. En este caso las acciones que se pongan en juego en problemas didácticos son *prácticas didácticas*, su secuenciación serán los *procesos didácticos* y los objetos que emergen de tales sistemas de prácticas son llamados *objetos didácticos*, serán diferente respecto del caso de la solución de problemas matemáticos

Asimismo, Godino y Batanero (2009), distinguen los siguientes procesos didácticos: *institucionalización, evaluación, atribución de autonomía al estudiante y de trabajo cooperativo, gestión del tiempo y de los recursos*, los cuales permitieron caracterizar los procesos didácticos en este estudio. En una misma tarea se puede inferir que intervienen muchos procesos y objetos primarios, consideramos que, según el contexto, se puede priorizar un solo proceso y un solo objeto primario.

Análisis de Procesos de Instrucción Matemática

El enfoque Ontosemiótico ha progresado en el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje organizado de los conocimientos matemáticos en el seno de una institución escolar. Al respecto Godino, Contreras y Font (2006) introducen nociones teóricas para identificar, en un proceso de instrucción matemática seis dimensiones o facetas (epistémicos, docentes, discentes, Mediacional, cognitiva y emocional) que interactúan entre sí, las cuales se pueden modelizar como un proceso estocástico, con sus respectivos estados potenciales y trayectorias, además describen con detalle cómo es la generación en el tiempo del saber matemático escolar (crono génesis) y cómo se distribuye la responsabilidad principal del estudio de los objeto matemático entre el profesor y el estudiante (topo génesis).

Unas herramientas para hacer operativas estas nociones de crono génesis y topo génesis, introducidas por Chevallard (citado por Godino, Contreras y Font 2006 p.6), así como identificar los patrones de interacción de una manera sistémica, son los constructos configuración didáctica y trayectoria didáctica. Al respecto, Godino, Batanero y Font (2006) expresan que cada experiencia de enseñanza de un contenido matemático es particular, se producen una serie de estados posibles y no otros, es decir una *trayectoria muestral* del proceso (Trayectoria Didáctica) que describe la secuencia particular de funciones o componentes que ha tenido lugar a lo largo del tiempo, se distinguen seis tipos de procesos con sus correspondientes trayectorias muestrales:

1. **Trayectoria Epistémica:** Es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional implementado. Estos componentes (problemas, acciones, lenguaje, definiciones, propiedades, argumentos) se van sucediendo en un cierto orden en el proceso de instrucción.
2. **Trayectoria Docente:** Distribución de las funciones/tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.
3. **Trayectorias Discentes:** Distribución de las funciones/acciones desempeñadas por los estudiantes (una para cada estudiante).
4. **Trayectoria Mediacional:** Representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).
5. **Trayectorias Cognitivas:** Cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.
6. **Trayectorias Emocionales:** Distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

En cuanto a una configuración didáctica, Godino, Contreras y Font (2006, p.5) la definen como “la secuencia interactiva de estados de las trayectorias que tienen lugar a propósito de una situación-problema “, esta se compone de una configuración epistémico. Esto es, una tarea, las acciones requeridas para su solución, lenguaje, reglas (concepto proposicional) y argumentaciones, las cuales pueden estar a cargo del profesor, de los estudiantes o distribuidas entre ambos.

Asociado a una configuración epistémica, siempre habrá una configuración instruccional constituida por la red de objeto docentes, discentes y mediacionales puestos en juego o a propósito del problema o tarea matemática abordada.

Una configuración didáctica se compone de una configuración epistémica, es decir, una tarea, acciones requeridas para la solución, lenguajes, reglas (conceptos y proposiciones) y argumentaciones que pueden realizar el profesor y los estudiantes.

Una clasificación posible de configuración didáctica es la explicitada en Godino, Contreras y Font (2006) donde deciden proponer las configuraciones didácticas: magistral, a-didáctica, personal, dialógica.

- **Magistral:** se deja a los estudiantes encontrar el sentido a lo visto por medio de ejercicios y aplicaciones propuestas. La exploración, formulación y validación quedan bajo responsabilidad del alumno. El docente efectúa el discurso y da las reglas, los estudiantes las aplican.
- **A-didáctica:** el momento de exploración existe pero el profesor hace la formulación y la validación. Una situación a-didáctica tiene como intención didáctica favorecer la evolución de los conocimientos de los alumnos en respuesta a las exigencias del entorno y no al deseo del docente.
- **Dialógica:** el proceso de regulación (institucionalización) se lleva a cabo en forma dialogada entre el docente y los alumnos.
- **Personal:** el estudiante es quien efectúa la resolución de la situación-problema (o realización de una tarea) sin intervención directa del docente. Puede ser que resuelva ejercicios o trabaje sobre un material dado, en un tipo de estudio personal.

El análisis de trayectorias didácticas empíricas permitirá identificar ciertas regularidades en trayectorias didácticas, en las configuraciones didácticas que las componen y en el modo en que se articulan. Los autores las denominan "patrón de interacción didáctica".

De tal manera, la descripción de los aprendizajes que se van construyendo a lo largo del proceso, se realiza mediante las configuraciones cognitivas, red de

objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas personales que se ponen en juego en la implementación de una configuración epistémica.

Seguidamente se presenta un proceso que va a permitir describir con detalle la cronogénesis del saber matemático y la caracterización de su complejidad Ontosemiótica y que se utilizó en esta investigación.

Trayectoria epistémica

La teoría de las funciones semiótica distingue seis categorías de entidades primarias como constituyentes de los sistemas de prácticas operativas y discursivas, a saber, lenguaje, situaciones, acciones, concepto, proposiciones y argumentos. La distribución, a lo largo del tiempo, de estas componentes en un proceso de instrucción es la trayectoria epistémica en la cual, según Godino (2003) se distinguen seis estados posibles, según el tipo de entidad que se estudia en cada momento, a saber:

1. **E1 Situacional:** Se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problema.
2. **E2 Actuativo:** Se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas.
3. **E3 Lingüístico:** Se introducen notaciones, representaciones gráficas, símbolos.
4. **E4 Conceptual:** Se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.
5. **E5 Proposicional:** Se enuncian e interpretan propiedades.
6. **E6 Argumentativo:** Se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas.

Para referir la secuencia de actividades que realiza el profesor durante el proceso de estudio de un contenido, se emplea la expresión 'trayectoria docente'

Trayectoria docente

Cuando tales actividades se circunscriben a una situación-problema (o tarea) específica hablaremos de 'configuración docente', la cual irá asociada a un

configuración epistémica. Estas actividades o acciones del profesor son su respuesta o manera de afrontar las tareas o funciones docentes, para las cuales proponemos la siguiente categorización.

Funciones docente:

1. **P1 Planificación:** diseño del proceso, selección de los contenidos y significados a estudiar (construcción del significado pretendido y de la trayectoria epistémica prevista).
2. **P2: Motivación:** creación de un clima de afectividad, respeto y estímulo para el trabajo individual y cooperativo, a fin de que se implique en el proceso.
3. **P3: Asignación de tareas:** dirección y control del proceso de estudio, asignación de tiempos, adaptación de tareas, orientación y estímulo de las funciones del estudiante.
4. **P4: Regulación:** fijación de reglas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptación de la planificación prevista.
5. **P5: Evaluación:** observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas.
6. **P6: Investigación:** reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio.

El análisis Epistémico permite caracterizar el significado institucional implementado y la complejidad ontosemiótica de cualquier noción matemática. Además, en el estudio de la crónica, se tiene en cuenta el orden en el cual aparecen, a lo largo del proceso, las unidades epistémicas y los tipos de estado de esta trayectoria que se ponen en juego.

Análisis Ontológico-Semiótico de un Texto Matemático

En relación a este aspecto, Godino (2002), propone una técnica del análisis ontológico-semiótico de un texto matemático que consiste básicamente en: (a) su descomposición en unidades, (b) la identificación de las entidades puestas en juego e (c) identificación de las funciones semióticas que se establecen entre las mismas por parte de los distintos sujetos. Este análisis ontológico-semiótico permite formular hipótesis sobre puntos críticos de interacción entre los diversos actores entre los cuales puede haber lagunas o vacíos de significación, o disparidad de interpretaciones que requieren de los procesos de negociación de significados y cambios en el proceso de estudio.

En el EOS se habla de análisis a priori cuando esa técnica se aplica a un texto que registra una actividad matemática que tiene que realizar un sujeto potencial (por ejemplo, un libro de texto) y de análisis a posteriori cuando el texto corresponde al protocolo de respuestas de los sujetos en interacciones efectivas. En ambos casos se pueden detectar conflictos semióticos. “Disparidad o desajuste entre los contenidos atribuidos a una misma expresión por el alumno y la institución” (Godino, 2003, p. 258).

Los análisis a priori, según Godino (2002), permiten formular hipótesis sobre conflictos semióticos potenciales entre los cuales destacan, por su relevancia, aquellos que origina un libro de texto al dejar a cargo del alumno la realización de determinadas funciones semióticas que son básicas para la correcta interpretación del texto y que, de no producirse, pueden ocasionar una disparidad entre el significado personal global del alumno y el significado institucional pretendido. Por su parte, los análisis a posteriori permiten determinar los conflictos semióticos realmente producidos y contrastarlos con los detectados a priori. En el EOS, los conflictos semióticos se consideran como explicaciones de las dificultades y limitaciones de los aprendizajes matemáticos efectivamente realizados cuando se comparan con el significado pretendido.

Los dos tipos de análisis comentados también permiten detectar *limitaciones* en los aprendizajes matemáticos efectivamente realizados. Se hace referencia a las limitaciones originadas por significados institucionales (pretendidos o

implementados) poco representativo de los significados referenciales. Estas limitaciones se producen cuando determinadas prácticas representativas del significado de referencia no son contempladas en el significado representativo o implementado. Por ejemplo, cuando el significado pretendido sólo contempla dibujar la ecuación de la Demanda y oferta consistente en una semirrecta en el primer cuadrante, dada las restricciones de no negatividad de Q (S) y P y no contempla otras prácticas. Se hace referencia en concreto a argumentaciones de tipo gráfico que permiten construir las curvas de oferta o de la demanda lineal a partir de una tabla de valores.

Según Godino (2002), la mayor o menor profundidad del estudio ontológico-semiótico, pueden considerarse otros dos tipos de análisis: uno, más amplio, centrado fundamentalmente en el segundo punto (identificación de las entidades puestas en juego), y otro, más pormenorizado, centrado fundamentalmente en el tercer punto (identificación de las funciones semióticas que se establecen entre las diferentes entidades y facetas duales por parte de los distintos sujetos) en el que el sujeto pasa a primer plano. El primer tipo de análisis, que se puede definir "grueso" o "macroscópico", a pesar de su potencia explicativa, presenta limitaciones importantes y es insuficiente cuando se considera también la cognición de las personas.

El segundo tipo de análisis permite un mayor refinamiento gracias a la introducción de las cinco facetas duales que contempla el EOS, y especialmente por la consideración de las facetas expresión-contenido, intensivo-extensiva y elemental-sistémica.

Para realizar este segundo tipo de análisis ontológico-semiótico, llamado microscópico, se descompone el texto en unidades de análisis y se estudian las funciones semióticas establecidas. Dicha descomposición no es única sino que depende del propio investigador, quien debe efectuar la que mejor explique las relaciones dialécticas existentes entre las unidades existentes. Algo similar puede decirse de la descomposición en subunidades. El paso de una subunidad a otra subunidad se describe con las funciones semióticas.

Las aplicaciones más importantes de análisis microscópico se han realizado en el campo del análisis matemático. En Contreras, Font, Luque y Ordóñez (2005)

se realiza este tipo de análisis considerando como expresión o contenido de las funciones semióticas básicamente la faceta extensiva-intensiva de los objetos matemáticos.

En este trabajo se utiliza el análisis a priori ya que la realización de determinadas funciones semióticas que son básicas para la correcta interpretación del Módulo IV de Matemática I, se dejan a cargo del estudiante, el cual realiza su aprendizaje en forma independiente por medio de estos paquetes instruccionales denominados "Medio maestro" y en virtud de que interesa establecer qué tan significativos son los significados, se hará una revisión de la herramienta idoneidad didáctica para el análisis y valoración del contenido matemático pretendido del significado institucional local.

Idoneidad Didáctica

Godino, Font, Bencomo y Wilhelmi (2006); Godino, Font, Bencomo y Wilhelmi (2007) han indagado sobre criterios que ayuden a determinar en qué medida un proceso de estudio o instrucción matemática reúne ciertas características que permitan calificarlo como "idóneo" para los fines pretendidos y adaptado a las circunstancias e instrumentos disponibles, estos criterios llamados *idoneidades* se integran teniendo en cuenta las interacciones entre las mismas, lo cual requiere hablar, según Godino y sus colaboradores de la *idoneidad didáctica* de un proceso de estudio matemático.

La idoneidad didáctica es una herramienta para el análisis y valoración de un proceso de estudio matemático, que permite establecer un puente entre una didáctica descriptiva-explicativa y su aplicación para el diseño, implementación y evaluación de intervenciones educativas específicas. Esta herramienta según Godino, Bencomo, Font, y Wilhelmi (2006) es el criterio sistémico de pertinencia o adecuación de un proceso de instrucción al proyecto educativo, cuyo principal indicador empírico puede ser la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos-implementados. Esta supone la articulación coherente y armónica de seis

idoneidades parciales: Epistémica, Cognitiva, Mediacional, Emocional, Interaccional y Ecológica.

En Godino, Font, Bencomo y Wilhelmi (2006) se describen estos criterios atendiendo a las dimensiones que caracterizan y condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje:

- a) **Idoneidad Epistémica:** Se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos), respecto de los significados de referencia.
- b) **Idoneidad Cognitiva:** Expresa el grado en que los significados pretendidos /implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados de los significados pretendidos /implementados.
- c) **Idoneidad Interaccional:** Grado en que las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se pueden detectar a priori), y, por otra parte, resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción mediante la negociación de significados.
- d) **Idoneidad Mediacional:** Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.
- e) **Idoneidad Emocional:** Grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio.
- f) **Idoneidad Ecológica:** Grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares las condiciones del entorno social.

Seguidamente se presentan los componentes y descriptores de la idoneidad epistémica como herramienta para el análisis y valoración de los significados institucionales respecto al significado de referencia y que son los que se utilizan en el trabajo que se muestra en esta memoria.

Componentes y Descriptores de la Idoneidad Epistémica

Godino, Font, Bencomo y Wilhelmi (2006), consideran que para valorar la idoneidad epistémica de un proceso de instrucción planificado en un libro texto (*significado pretendido*) se precisa de la definición previa de un significado de referencia para el proceso de estudio matemático (efectivo o potencial) que se desea analizar.

De los componentes y descriptores de la Idoneidad Didáctica desarrollada por Godino, Font, Bencomo y Wilhelmi (2007) que ayudan a su puesta en funcionamiento como herramienta de análisis y valoración de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se fijara la atención en la idoneidad epistémica, aquí los componentes se refieren a las categorías de objetos primarios introducidos en el EOS: Situaciones-problemas, lenguaje, Elementos regulativos (definiciones, proposiciones, procedimientos), Argumentos y Relaciones (conexiones, significados). En el presente cuadro se describen los elementos que caracterizan las componentes de la idoneidad epistémica.

Cuadro N°1 Descriptores de la Idoneidad Epistémica

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none">- Selección de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.- Propuesta de situaciones de generación de problemas (problematización).
Lenguaje	<ul style="list-style-type: none">- Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico) traducciones y conversiones entre los mismos.- Nivel del lenguaje adecuado a quienes se dirigen.- Propuesta de situaciones de expresión e interpretación.
Elementos regulativos	<ul style="list-style-type: none">- Definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen.

(Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> - Presentación de los enunciados y procedimientos fundamentales del tema según el significado de referencia y el nivel educativo. - Propuesta de situaciones para la generación y negociación de las reglas.
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> - Adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen. - Se promueven momentos de validación.
Relaciones (conexiones, significados)	<ul style="list-style-type: none"> - Relación y articulación significativa de los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan.

Fuente: Tomado de Pautas de Análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica de procesos de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada* por Godino Font, Bencomo y Wilhelmi (2007, pp 1-2).

Estos componentes y descriptores de la idoneidad epistémica servirán de apoyo a esta investigación para valorar el grado de representatividad del significado local del contenido matemático pretendido, la función afín y la ecuación lineal en la economía, respecto al significado de referencia.

A continuación, se presenta la teoría cognitiva del aprendizaje significativo, la cual permite interpretar cómo el objeto personal función y como su significado va cobrando forma o emergiendo en un aprendizaje suscitado por la propia práctica.

Teorías Psicológicas del Aprendizaje que sustentan el Enfoque Ontosemiótico

Según, Ausubel, Novak y Hanesian (1976) aprender es sinónimo de comprender e implica una visión del aprendizaje basado en sus procesos internos y no solo en sus representaciones externas. La teoría del Aprendizaje Significativo supone en primer lugar un cambio cognitivo por reestructuración, desde este punto de vista el aprendizaje tiene que ver con la incorporación a la estructura cognitiva del alumno de un cuerpo de conocimientos organizados, sin embargo la

condición más importante para que el aprendizaje sea significativo es que el mismo pueda relacionarse, de modo no arbitrario y sustancial, con lo que el alumno ya sabe.

Según los autores de la teoría del aprendizaje significativo, la teoría pone en relieve el proceso de construcción de significados como elemento central de la enseñanza y para que se produzca un aprendizaje significativo deben darse las condiciones siguientes: (a) Significatividad Lógica, se refiere a la estructura interna del contenido; (b) Significatividad Psicológica, se refiere a que se pueden establecer relaciones no arbitrarias entre los conocimientos previos y los nuevos. Es relativo al individuo que aprende y depende de sus representaciones anteriores; y (c) Motivación, referida a la disposición para el aprendizaje en el estudiante. Existen 3 tipos de necesidades: poder, afiliación y logro y la intensidad de cada uno de ellos genera estados motivacionales que se deben tomar en cuenta.

Asimismo, Ausubel (citado por Rodríguez, en 2004) considera que lo que se aprende son palabras u otros símbolos, conceptos, proposiciones, y atendiendo al objeto aprendido el aprendizaje significativo puede ser representacional, de conceptos y proposicional. El aprendizaje representacional conduce de modo natural al aprendizaje de conceptos y éste está en la base del aprendizaje proposicional. Los conceptos son el eje central y determinante en el aprendizaje significativo. Según Ausubel y otros (1976), además el aprendizaje en la edad escolar y adulta se produce a través de la asimilación. Se crea así una variedad de combinaciones entre los atributos propios de los conceptos que constituyen las ideas de anclaje, para dar nuevos significados a nuevos conceptos y proposiciones, lo que va a enriquecer la estructura cognoscitiva.

Al respecto, Sierpiska (1990, 1994) considera que el aprendizaje significativo por parte de un sujeto es modelizado como una secuencia de actos de comprensión, actos de superación de obstáculos. En el modelo Ontosemiótico se interpretan estos actos como de establecimiento de funciones semióticas y la superación de conflictos semióticos (Godino y Batanero, 1994).

Entre una de las aplicaciones del aprendizaje significativo en el campo del Cálculo Matemático, se encuentra el estudio de Catsigeras, Curione y Míguez (s/f.), los cuales en su análisis de los procesos cognoscitivos involucrados en el

aprendizaje significativo de algunos contenidos de los conceptos del Cálculo, específicamente en el concepto de función, comentan que la idea previa que el alumno tiene del concepto, *es el de una fórmula usando funciones racionales, algebraicas o trascendentes definidas en los últimos años del liceo*. Para los autores modificar esa idea a una científicamente más amplia no es una tarea fácil. Asimismo consideran que más allá de apelar a ideas previas, cotidianas o no, para introducir una definición siempre la formulación precisa científica debe ser explícita en términos simbólicos exactos. En particular la definición matemática de función, deberá ser expuesta en las clases y no sustituida por el ejemplo ilustrativo que se utilice para comprenderla.

Modelo del Conocimiento Didáctico- Matemático

Durante las últimas décadas, la comunidad de investigadores en Matemática Educativa ha ido tomando cada vez más interés, el desarrollo de investigaciones orientadas a identificar y analizar el tipo de conocimiento que los profesores requieren para lograr una enseñanza idónea de las matemáticas, que genere los aprendizajes esperados en sus estudiantes.

Al respecto, diferentes investigadores en el campo de la formación y el pensamiento del profesor (Ball, 2000; Ball, Lubenski y Mewborn, 2001; Hill, Ball y Shilling, 2008; Shulman 1986, 1987) describen modelos sobre el conocimiento didáctico del profesor, en los cuales se articulan diferentes categorías del conocimiento.

Shulman (citado por Pino-Fan y Godino, 2015) es considerado uno de los pioneros en los modelos de conocimiento del Profesor, en 1986 este autor, propone tres categorías para el conocimiento del profesor: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico del contenido (*Pedagogical Content Knowledge* (PCK)) y conocimiento curricular. Apoyándose en las ideas de Shulman, específicamente del conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido, se ha desarrollado otro modelo importante en este campo por Deborah Ball y colaboradores, que proponen la noción de “*conocimiento matemático para la enseñanza (Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT))”

El conocimiento (MKT) , Hill, Ball y Schilling (citado por Pino-Fan y Godino, 2015), lo han definido como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno”, está conformado por dos grandes categorías, cada una de las cuales, a su vez, por otras subcategorías del conocimiento: 1) *conocimiento del contenido*, que incluye conocimiento común del contenido, conocimiento especializado del contenido y conocimiento en el horizonte matemático; y 2) *conocimiento pedagógico del contenido*, conformado por el conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza, y conocimiento del currículo.

Por otro lado, una investigación que ha aportado a la especificación de los conocimientos que deben tener los profesores para que su enseñanza de las matemáticas sea idónea, es el estudio de Schoenfeld y Kilpatrick (citado por Pino-Fan y Godino, 2015) sobre la “*proficiencia*” en la enseñanza de las matemáticas, la cual puede ser interpretada como los conocimientos y competencias que deberían tener los profesores para que su enseñanza se pueda considerar de calidad. Los autores, proponen distinguir las siguientes dimensiones: 1) conocer las matemáticas escolares con profundidad y amplitud; 2) conocer a los estudiantes como personas que piensan; 3) conocer a los estudiantes como personas que aprenden; 4) diseñar y gestionar entornos de aprendizaje; 5) desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso de la clase como parte de la “enseñanza para la comprensión”; 6) construir relaciones que apoyen el aprendizaje; y 7) reflexionar sobre la propia práctica.

Godino (2009), señala que a pesar de los avances importantes en cuanto a la caracterización del entramado complejo de conocimientos que deberían tener los profesores para que su práctica de enseñanza de las matemáticas sea efectiva, en general, los modelos contienen categorías demasiado globales, por lo que sería útil organizar un modelo que permita un análisis más fino de cada uno de los tipos de conocimiento que se ponen en juego en una enseñanza efectiva de las matemáticas. Además, el autor (citado por Pino-Fan y Godino, 2015) destaca que “esto permitiría orientar el diseño de acciones formativas y la elaboración de instrumentos de evaluación de los conocimientos de los profesores” (p.95).

Asimismo, basado en la integración entre las nociones teóricas del EOS (Godino, 2002; Godino *et al.*, 2007), la noción de proficiencia en la enseñanza de las matemáticas (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008) y el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza (Hill, Ball y Schilling, 2008), elaboran un modelo integrador para el conocimiento del profesor de matemáticas que designan como modelo de conocimiento Didáctico – Matemático, entendido como:

la trama de relaciones que se establecen entre los objetos que se ponen en juego en las prácticas operativas y discursivas realizadas con el fin de resolver un determinado campo de situaciones-problemas matemáticos, para implementar procesos de instrucción eficaces (idóneos) que faciliten el aprendizaje de los estudiantes (Pino-Fan, Godino, Font, 2011, p. 144).

Este modelo, CDM, incluye seis facetas o dimensiones para el conocimiento didáctico–matemático, las cuales están involucradas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de tópicos específicos de matemáticas, las cuales son:

1. *Epistémica*: Distribución, a lo largo del tiempo de enseñanza aprendizaje, de los componentes del significado institucional implementado (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos).
2. *Cognitiva*: Desarrollo de los significados personales (aprendizajes).
3. *Afectiva*: Distribución temporal de los estados afectivos (actitudes, emociones, afectos, motivaciones) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.
4. *Interaccional*: Secuencia de interacciones entre el profesor y los estudiantes, orientadas a la fijación y negociación de significados.
5. *Mediacional*: Distribución de los recursos tecnológicos utilizados y asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos.
6. *Ecológica*: Sistema de relaciones con el entorno social, político, económico que soporta y condiciona el proceso de estudio.

Para cada una de estas facetas o dimensiones se contemplan, a su vez, diversos niveles que permiten el análisis del CDM del profesor de acuerdo con el tipo de información requerida para la toma de decisiones instruccionales. Estos niveles de análisis son:

1. *Prácticas matemáticas y didácticas*. Descripción de las acciones realizadas para resolver las tareas matemáticas propuestas para contextualizar los contenidos y promover el aprendizaje. También se describen las líneas generales de actuación del docente y discentes.

2. *Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos)*. Descripción de objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este nivel es describir la complejidad de objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas como factor explicativo de los conflictos en su realización y de la progresión del aprendizaje.

3. *Normas y metanormas*. Identificación de la trama de reglas, hábitos, normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio, y que afectan a cada faceta y sus interacciones.

4. *Idoneidad*. Identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio que incrementen la idoneidad didáctica.

Desde esta perspectiva el EOS nos ofrece un conglomerado de herramientas para evaluar, analizar y desarrollar de manera sistemática, a partir de un sistema de categorización, los conocimientos Didáctico - matemáticos del profesor. Utilizando categorías de análisis explícitas para las dimensiones epistémica y cognitiva desde una perspectiva pragmática-antropológica de la matemática, en la que el objeto matemático es entendido como una entidad emergente e interviniente en las prácticas.

De esta manera, el modelo Godino (2009) propuesto desde el marco EOS, además de las facetas y niveles de análisis que refieren a categorías de análisis más “finas” de los conocimientos didáctico-matemáticos del profesor, propone un conjunto articulado de facetas del conocimiento didáctico-matemático, planteando, una serie de pautas para la formulación de consignas (ítems de evaluación) o “guía para el enunciado de consignas” que permitan evaluar dicho conocimiento didáctico-matemático en los profesores. Con fines de evaluación, la metodología puede ser, 1) Elegir una tarea matemática (un proyecto, secuencia de actividades) cuya solución ponga en juego los principales aspectos del contenido,

o de las competencias a desarrollar. 2) Formular consignas que cubran las distintas (o principales) facetas y niveles de análisis didáctico.

A partir de las cuales es posible evidenciar una reestructuración del MKT, algo implícita, donde:

La *faceta epistémica*, incluye y refina al *conocimiento del contenido* (conocimiento común, especializado y ampliado o en el horizonte matemático) del profesor, a través del cual se espera indagar en los conocimientos matemáticos correspondientes al contexto institucional en el que se lleva a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para ello se elaboran consignas orientadas a identificar, clasificar y evaluar aspectos específicos del conocimiento que se pone en juego para resolver tareas o problemas matemáticos (conocimiento del conocimiento especializado del contenido el cual considera las distintas formas de representar (lenguajes) ideas y problemas matemáticos, así como los distintos procedimientos, definiciones, propiedades y argumentos que permiten alcanzar su solución; y por último el conocimiento ampliado del contenido que pretende evidenciar la relación entre el contenido a enseñar con ideas matemáticas más avanzadas.

Cuadro 2. Conocimiento del Contenido (Conocimiento Común, Especializado y Ampliado o en el Horizonte Matemático)

Faceta Epistémica	Consigna
Conocimiento común	Resuelve la tarea
Conocimiento especializado	Elabora la configuración de objetos y procesos puesta en juego en las soluciones plausibles de la tarea y otras relacionadas:
- Tipos de problemas	Identifica las variables de la tarea; generaliza (particulariza) el enunciado.
- Lenguajes (representaciones)	Resuelve las tareas usando diferentes representaciones.
- Procedimientos	Resuelve las tareas usando diferentes procedimientos (intuitivos; formales).
- Conceptos/propiedades	Identifica los conceptos y propiedades puestas en juego en las soluciones.
- Argumentos	Explica y justifica las soluciones.
Conocimiento ampliado:	
- Conexiones	-Identifica posibles generalizaciones de la tarea y conexiones con otros temas más avanzados.

Fuente: Tomado de Categorías del Análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas Revista Iberoamérica de Educación Matemática por Godino, 2009 N°20 pp.|3-31

Como se puede observar en la tabla, por medio de las consignas propuestas es posible contar con un análisis detallado del conocimiento del contenido del Modulo Instruccional, asesores y especialistas de contenido, para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje sobre el tema *Aplicaciones de las Funciones a*

las ciencias administrativas, de la carrera Administración y Contaduría, centrado en las *Aplicaciones de la Función* $y = ax + b$, además de las configuraciones de objetos y procesos puestas en juego a la hora de enseñar este contenido, necesarias para realizar la planificación del proceso de estudio.

Lo anterior permitiría orientar la reflexión, por parte de los especialistas de contenido y asesores académicos, sobre las posibles generalizaciones, particularizaciones y conexiones de la *Aplicaciones de la Función Afín* con temas más avanzados.

La unión de las *facetas cognitiva y afectiva* refinan el conocimiento del contenido del profesor en relación a los estudiantes, por lo que se incluyen conocimientos relativos a los conocimientos personales de los alumnos, errores, dificultades y conflictos presentes en sus aprendizajes y su progresión, además de las actitudes, emociones, creencias y valores vinculados al proceso de estudio y a los objetos matemáticos vinculados al estudio de un determinado tema, en nuestro caso de *Aplicaciones de la Función* $y = ax + b$ a las ciencias administrativas.

Cuadro 3. Conocimiento del Contenido del Profesor en relación a los Estudiantes

Faceta Cognitiva + Afectiva	Consigna
Configuraciones cognitivas (estrategias, representaciones, enunciados, argumentaciones,...)	Describe los tipos de configuraciones cognitivas que los alumnos han desarrollado al resolver la tarea (o tareas) propuesta.
Errores, dificultades, conflictos de aprendizaje, concepciones	Describe los principales tipos de conflictos de aprendizaje en la resolución de este tipo de tareas por los alumnos.
Evaluación de aprendizajes	Formular cuestiones que permitan explicitar los significados personales de los alumnos al resolver este tipo de tareas (o contenidos).
Actitudes, emociones, creencias, valores	Describe estrategias que se pueden implementar para promover que los alumnos se involucren en la solución de estas tareas (o el estudio del tema).

Fuente: Tomado de Categorías del Análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas Revista Iberoamérica de Educación Matemática por Godino, 2009 N°20 pp.[3-31

Como se puede apreciar, por medio de las consignas expuestas en la tabla anterior, es posible analizar el conocimiento del profesor para realizar una

reflexión sistemática, sobre el aprendizaje de sus estudiantes, es decir, de cómo estos aprenden y las dificultades y errores a los cuales podrían verse enfrentados en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un determinado tema. Para ello se requiere que el profesor tenga un amplio conocimiento del contenido en cuestión (faceta cognitiva) y de sus estudiantes (faceta afectiva).

La unión de las *facetas interaccional y mediacional* refinan la noción de conocimiento del contenido en relación con la enseñanza, por lo que involucra conocimientos relativos a los patrones de interacción entre el profesor y sus alumnos, su secuenciación orientada a la fijación y negociación de significados, además de aspectos vinculados a los conocimientos del profesor en relación a los recursos tecnológicos y la asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos.

Cuadro 4 Conocimiento del Contenido en relación con la Enseñanza

Faceta interaccional + Consigna mediacional
<p>Configuración didáctica:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Roles del profesor y de los estudiantes con relación a la tarea o contenido - Modos de interacción profesor – alumnos; alumnos - Recursos materiales - Tiempo asignado <p>Trayectoria didáctica (secuencia de configuraciones didácticas)</p>
<p>Describe la configuración didáctica que implementarías usando la tarea matemática dada.</p> <p>Describe otras tareas relacionadas con la dada y el modo de gestionar la trayectoria didáctica correspondiente.</p>

Fuente: Tomado de Categorías del Análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas Revista Iberoamérica de Educación Matemática por Godino, 2009 N°20 pp.13-31

Como se puede observar en la tabla con las consignas propuestas se busca indagar en el conocimiento que el profesor posee sobre las relaciones que se dan entre la enseñanza y el aprendizaje, y de su capacidad para identificar los efectos que pueden tener los modos de gestionar la clase (tiempo, materiales, trayectoria didáctica) sobre el aprendizaje de sus alumnos.

En el contexto institucional de esta investigación, el módulo es la referencia inmediata para el estudiante de esta modalidad para su estudio y evaluación de los

aprendizajes, llamado “medio maestro”, es el texto mediante el cual se proponen los contenidos curriculares a enseñar sobre un objeto, atendiendo a significados previos de los estudiantes, el tiempo y los medios disponibles, además de los libros de textos como referente para explicar el contenido matemático. Cabe destacar, que el alumno afronta solo el estudio de los contenidos curriculares y su interacción es solamente con el Asesor Académico de la asignatura, el cual facilita las situaciones de aprendizaje y ayuda a resolver los distintos tipos de dificultades, a través de plataforma de aprendizaje de la UNA, redes sociales, videos entre otros sistemas de información, además de las asesorías cara a cara.

Finalmente, la *faceta ecológica del conocimiento del profesor* refina y se vincula con el conocimiento del currículo y las conexiones intra e interdisciplinarias. Considera aspectos del currículo, entorno social, político, económico, etc. que condicionan el proceso de enseñanza y aprendizaje, es decir, las actividades y tareas que se proponen para lograr los objetivos planteados.

Cuadro 5 Conocimiento del Profesor

Faceta ecológica	Consigna
Orientaciones curriculares	Identifica los elementos del currículo que son abordados mediante la realización de la tarea(s) propuesta (fines, objetivos).
Conexiones intra-disciplinarias	Explica las conexiones que se pueden establecer con otros temas del programa de estudio mediante la realización de la tarea o de variantes de la misma.
Conexiones interdisciplinarias	Explica las conexiones que se pueden establecer con otras materias del programa de estudio mediante la realización de la tarea o de variantes de la misma.
Otros factores condicionantes	Identifica factores de índole social, material, o de otro tipo, que condicionan la realización de la tarea o el desarrollo del proyecto educativo pretendido o implementado.

Fuente: Tomado de Categorías del Análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas Revista Iberoamérica de Educación Matemática por Godino, 2009 N°20 pp.13-31

Por medio de la formulación de las consignas que se presentan en la faceta ecológica, es posible realizar un análisis del conocimiento del profesor en relación al tratamiento que se otorga a un determinado tema, además de las conexiones que es capaz de establecer entre dicho tema con otros temas tanto de las matemáticas como de otras áreas del saber.

En nuestro caso al estudio de la *Aplicaciones de las Funciones a las ciencias administrativas*, centrado en la unidad de aprendizaje *Aplicaciones de la Función $y = ax + b$* , correspondiente al nivel Universitario en la modalidad a Distancia, de acuerdo a las orientaciones curriculares de la carrera administración y Contaduría de la UNA, sustentado en el modelo de competencias propuesto desde la UNESCO, el cual contempla cuatro competencias denominadas: *saber ser, saber hacer, saber conocer y saber convivir*, las cuales se integran en el caso de esta institución en funciones que podrá desarrollar el egresado de cada carrera. Además, este tema de interés, está relacionado con otros temas, como en los temas de Teoría Económica I.

Como es posible apreciar en las consignas antes expuestas abordan por medio de la resolución de situaciones problemáticas, aspectos relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje, que llevarían a conocer las competencias profesionales de los profesores de matemáticas, es decir, el nivel de su conocimiento en relación a cada una de las categorías de conocimientos que conforman el conocimiento Didáctico - Matemático del profesor de matemáticas.

En esta dirección, el modelo inicialmente propuesto en el 2009, por Godino evoluciona a partir de los resultados obtenidos en diversas investigaciones (Pino-Fan, Godino y Font, 2011; Pino-Fan, Godino, Font y Castro, 2012; Pino-Fan, Godino, Font y Castro, 2013), lo cuales consideran, que no se ve claramente la relación e interacción entre cada una de las facetas o dimensiones incluidas en el modelo CDM, asimismo los autores refieren que los ítems para evaluar cada una de estas facetas son generales y deberían atender a la necesidad de concretar los conocimientos en tópicos matemáticos específicos, en nuestro caso tomamos como ejemplo la función afín, específicamente, *la función afín aplicada a la economía*.

Es así, con base al análisis de los aspectos teóricos y empíricos del modelo CDM, Godino y Pino-Fan (2013) replantean el conocimiento especializado (CCE) del contenido de la faceta epistémica del modelo inicial, estos autores, consideraron la definición de Ball, Thames y Phelps y la caracterización de Hill, Ball y Schilling, ambas del 2008, sobre CCE, el cual es un “conocimiento y habilidades matemáticas únicas para la enseñanza” cuyo conocimiento incluye “cómo representar con precisión ideas matemáticas, proporcionar explicaciones matemáticas de reglas y procedimientos comunes y examinar y comprender los métodos poco usuales para la resolución de problemas”, este enfoque lleva a Godino y Pino-Fan (2013) a caracterizar los criterios para analizar y potenciar dicho conocimiento especializado.

De esta manera, el modelo inicial del 2009 de Godino, considera dos niveles del conocimiento especializado. Un primer nivel, de *aplicación*, en el que los futuros profesores deben hacer uso de diversas representaciones, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, así como usar diversos significados parciales de un objeto matemático, para resolver tareas. El segundo nivel, *identificación*, se refiere a la competencia de los profesores para identificar conocimientos (elementos lingüísticos, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos) puestos en juego en la resolución de una tarea sobre un tema.

Así, Pino-Fan, Godino y Font (2013) proponen una reestructuración de los componentes del modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), y una vinculación e interacción entre las dimensiones del CDM, tal y como se indica en el siguiente grafico 2 de la relación entre las categorías del modelo MKT y el CDM.

Pino-Fan, et. al (2013) consideran las siguientes tres categorías globales de conocimiento sobre el contenido matemático:

- 1) Conocimiento Común del Contenido (CCC): este tipo de conocimiento se analiza a través de la faceta epistémica y se refiere a los conocimientos matemáticos, no necesariamente orientados a la enseñanza, que el profesor debe poner en juego para resolver situaciones problemáticas en relación a un tema específico de las matemáticas.

2) conocimiento ampliado del contenido (CAC): al igual que el conocimiento común del contenido, este tipo de conocimiento es de tipo matemático y se analiza a través de la faceta epistémica, y se refiere a que el profesor además de saber resolver las situaciones problemáticas sobre un determinado tema, para un cierto nivel en el cual impartirá clases, debe poseer conocimientos más avanzados de este tema en el currículo, siendo capaz de establecer conexiones con temas más avanzados del currículo (con los cuales el alumno se encontrara en los años que vienen de su etapa escolar) en el cual enseña.

3) conocimiento especializado (CEC): este tipo de conocimiento es interpretado por medio de la faceta epistémica y se refiere a aquel conocimiento adicional

que el profesor debe saber, aparte del conocimiento común y ampliado del contenido, que lo diferencie de otras personas que saben matemáticas pero que no son profesores. Este conocimiento especializado, además de implicar conocimiento común y parte del conocimiento ampliado, “debe incluir la pluralidad de significados del objeto, la diversidad de configuraciones de objetos y procesos inherentes a tales significados y las necesarias articulaciones inherentes entre los mismos” (Pino-Fan et al., 2013, p. 6).

Este último se divide en 4 subcategorías:

3.1 conocimiento del contenido especializado: este tipo de conocimiento de acuerdo a lo planteado por Pino-Fan, Font y Godino (2013) se refiere a que un profesor no solo debe ser capaz de resolver situaciones problemáticas en relación a un determinado contenido aplicando diversos significados parciales vinculados al objeto matemático en cuestión, diferentes tipos de representaciones, conceptos proposiciones, procedimientos y argumentos, sino

que además debe de ser capaz de identificar los conocimientos puestos en juego (elementos lingüísticos, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos) en la resolución de una determinada situación problemática.

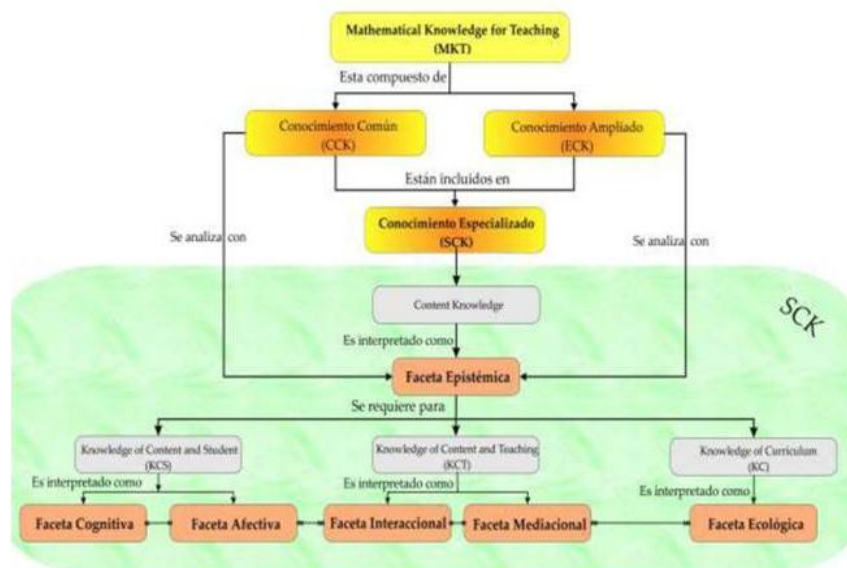


Grafico 3 Relación entre las categorías del Modelo MKT y el CDM. Tomado de Pino fan, L. (2013) Evaluación de la Faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico Matemático de Futuros Profesores de Bachillerato Sobre la Derivada. *Programa de Didáctica de la Matemática*. Universidad de Granada. España

3.2) conocimiento del contenido en relación con los estudiantes: se fundamenta en la *faceta cognitiva y afectiva*, y se refiere a la reflexión sistemática, por parte del profesor, sobre el aprendizaje de los estudiantes, lo que de acuerdo a Godino (2009) implica la capacidad del profesor para: describir los tipos de configuraciones cognitivas que los estudiantes han desarrollado al resolver la situación problemática propuesta, describir los principales tipos de conflictos de aprendizaje en la resolución de un cierto tipo de situaciones problemáticas por parte de los estudiantes, formular cuestiones que permitan explicitar los significados personales de los estudiantes al resolver cierto tipo de situaciones problemáticas, así como describir estrategias que se pueden implementar para promover que los estudiantes se involucren en la solución de situaciones problemáticas o en el estudio de un determinado tema.

3.3) conocimiento del contenido en relación con la enseñanza: se fundamenta en la *faceta interaccional y mediacional*, y se refiere según Godino (2009) a la reflexión sistemática, por parte del profesor, sobre las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje, y la identificación de las

consecuencias que pueden tener sobre el aprendizaje los modelos de gestión de la clase.

3.4) conocimiento del contenido en relación con el currículo se fundamenta en la *faceta ecológica* y se refiere al contexto en el que se desarrolla la práctica de enseñanza y aprendizaje.

De este modo, por medio del uso y/o adecuación de las consignas anteriormente expuestas, y de las herramientas teóricas y metodológicas del EOS, es posible realizar una evaluación del conocimiento didáctico-matemático de los profesores. En nuestro caso, utilizamos este conjunto de consignas y herramientas para seleccionar situaciones problemáticas y la “guía para el reconocimiento de objetos y procesos” (Godino, Gonzalo y Fernández, 2010). Además de utilizar la metodología sugerida por Godino (2009) para la evaluación del CDM que consiste en los siguientes dos pasos:

1. Elegir una tarea matemática (un proyecto o secuencia de actividades) que lleve a los profesores a poner en juego, por medio de la solución de la tarea, aquellos aspectos más relevantes en relación al tema *Aplicaciones de las Funciones a las ciencias administrativas* centrado en la Unidad de aprendizaje N° 1 *Aplicaciones de la Función $y = a x + b$* del que se pretende evaluar o de las competencias que desean desarrollar.
2. Formulación de los ítems de evaluación o propuestas de actividades que contemplen las distintas facetas y niveles del conocimiento del profesor que se desean evaluar y analizar.

Para comprender la aplicación del modelo de conocimiento didáctico-matemático en el contexto institucional de la modalidad “Educación a Distancia” “del nivel de Educación Superior, donde se desarrolla el objeto matemático de este proceso investigativo.

Se presenta a continuación la caracterización de la modalidad a distancia, los aspectos relativos al diseño curricular y de instrucción, descripción plan de curso de la Asignatura Matemática I cód. 176 y Modulo IV del curso de

Matemática I sobre *Aplicaciones de las Funciones a las ciencias administrativas*, de la carrera administración y Contaduría, centrado en las *Aplicaciones de la Función* $y = a x + b$. que sustentan la orientación e esta investigación.

Referentes Teóricos

Educación a Distancia

La enseñanza y aprendizajes abiertos y a distancia sinónimo del término *Educación a Distancia*(EaD), históricamente ha atravesado cuatro fases principales, cada una de ellas con su propia estructura organizativa, derivada del principal medio de comunicación involucrado, UNESCO (2002) especifica las siguientes características para los sistemas de Educación a Distancia :

- *Los sistemas de educación por correspondencia* se originaron a fines del siglo XIX, y aún hoy son la forma de educación a distancia más utilizada en los países menos desarrollados. Estos sistemas están basados en un texto impreso que funciona como guía de estudio, generalmente acompañado de herramientas de audio y video, como casetes y diapositivas. La interacción se lleva a cabo por medio de cartas y otros documentos escritos o impresos que se envían por correo.

Este sistema, según algunos autores se remontan a las antiguas civilizaciones como los sumarios, egipcios y griegos, las cuales se les asigna la intención de enseñar a distancia mediante cartas de contenido instructivo, por ejemplo las epístolas de Platón a Dionisios, las cartas de Seneca que conforman un tratado de enseñanza de filosofía estoica, las cartas reconocidas por su carácter didáctico de Voltaire, Rousseau, Leonardo Euler inspiradas por las clases a una princesa de la casa real prusiana, una obra titulada *Cartas a una princesa alemana*, las cuales son consideradas como modelos de materiales impresos de cursos a distancia entre otras.

- *Los sistemas de educación por radio o televisión* utilizan diversos medios tecnológicos: terrestres, satelitales, televisión por cable y radio, para transmitir disertaciones en vivo o grabadas, dirigidas a estudiantes individuales en sus hogares o a grupos de estudiantes en aulas remotas donde también reciben algún tipo de apoyo presencial. Ciertos sistemas ofrecían algún tipo limitado de audio o videoconferencia que comunicaba al estudiante con el disertante o moderador.

Como, China considerado el país pionero en el uso de la radio y la televisión, con la creación del sistema de Universidad por Radio y Televisión (URTV) en 1960, para proporcionar una educación superior a distancia de modo exclusivo con una planificación centralizada. Actualmente, su Universidad por Radio y Televisión a distancia de modo exclusivo es una de las 11 mega-universidades del mundo.

- *Los sistemas multimedia* combinan texto, audio, video y materiales basados en la computadora, y generalmente también incluyen algún tipo de apoyo presencial para el estudiante individual o para el grupo. En este enfoque, que es el utilizado por las universidades abiertas, la instrucción deja de ser el trabajo exclusivo de un único profesional, para convertirse en el trabajo de un equipo de especialistas: especialistas en nuevos medios, especialistas en información, especialistas en diseño educativo y especialistas del aprendizaje. Los programas se preparan para ser distribuidos a un gran número de alumnos a lo largo y ancho del país, situada a finales de los años sesenta con la creación de la Open University Británica, respecto a este sistema García Aretio (1999) comenta, que está *viviendo en nuestros días su probable final* (p.6).

- *Los sistemas basados en internet* son aquellos en los que los estudiantes reciben materiales multimedia (textos, audio, video y otros materiales basados en la computadora) en formato electrónico a través de internet, junto con el libre acceso a bases de datos y bibliotecas electrónicas, y que permiten modelos de interacción del tipo: profesor-alumno, alumno-alumno, “uno a uno”, “uno a muchos”, tanto sincrónica como asincrónicamente, por medio de correo electrónico, conferencias por computadora, boletines electrónicos, entre otros, surge en los años 80.

Por consiguiente, cada uno de estos sistemas dieron lugar a una forma propia de organización del aprendizaje a distancia, en la mayoría de los países, la educación a distancia se desarrolló a través de programas por correspondencia combinados con consultas presenciales, como forma de brindar educación a grandes grupos poblacionales. Sin embargo el surgimiento y la popularización de la comunicación por internet de banda ancha está estimulando la aparición de nuevas formas de organización educativa, así como fomentando el cuestionamiento sobre la efectividad de los sistemas anteriores.

Es así como, estas grandes fases generacionales de la Educación a Distancia va estableciendo una dinámica diferente dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje en todos los niveles de Educación y capacitación, sin embargo es vista como una modalidad alternativa, lo cual genera choques con la educación tradicional, pero de poco alcance, debido a que presenta dificultad para insertarse con las instituciones de educación formal. Cabe destacar, que esta propuesta de educación no se detuvo hasta la consolidación concreta de esta modalidad.

Debe señalarse, que las causas del surgimiento y evolución de esta modalidad han sido, según García Aretio (1999) entre los más significativos:

- Los avances sociopolíticos: El aumento de la demanda social de educación, la existencia de desatendidas capas de la población y sectores sociales y la salida de los bruscos cambios sociales.

- La necesidad de aprender a lo largo de la vida: Todas las personas quieren aprender a lo largo de la vida, según los organismos internacionales de educación, señala el autor, además de la necesidad de combinar educación y trabajo para adaptarse a los cambios culturales, sociales y tecnológicos.

- La carestía de los sistemas convencionales, en cuanto a: vencer las distancias en países de grandes dimensiones y población escasa y aislada imponían nuevas metodologías y la rentabilidad de los presupuestos en educación.

- Los avances en el ámbito de las ciencias de la educación y las transformaciones tecnológicas. La formación permanente para todos llevaba a la necesidad de flexibilizar las rigideces de la formación convencional, el avance de las Ciencias de la Educación y de la Psicología y las transformaciones tecnológicas.

No cabe duda de que la educación a distancia no es un fenómeno de hoy; en realidad ha sido un modo de enseñar y aprender de millares de personas durante más de cien años. En cuanto a los sistemas universitarios a distancia, según García Aretio, tiene sus orígenes en los movimientos de extensión universitaria en la década de los años 60 en EEUU, después de 10 años este movimiento de extensión se inicia en Inglaterra, donde crece la idea que desde la Universidad se puede enseñar a estudiantes que no pudieran acudir regularmente a las aulas *“Así se iniciaba un sistema de estudiantes libres que se registraban en la*

Universidad, estudiaban independientemente y posteriormente daban examen en dicha Universidad.” (p.16)

En ese contexto, según Mena (2004), surge en 1969 en el Reino Unido la *Open University Británica*, institución en verdad pionera y señera de lo que hoy se entiende como educación superior a distancia y 1970 ya está funcionando. Además, la autora destaca que los avances sociopolíticos del momento, marcan una diferencia temporal en esta modalidad, a partir del cual desde el punto de vista institucional es considerada una innovación educativa.

A partir de esa fecha la expansión de esta modalidad ha sido sorprendente, y según el modelo de la Open University de Inglaterra, se creó la *Universidad Nacional de Educación a Distancia* (UNED) de España, *Open Universiteit* de Holanda, entre otras siete (7) universidades en Europa. De allí, la creación en enero de 1987, de la hoy reconocida *European Association of Distance Teaching Universities* (EADTU), en una reunión que tuvo lugar en Heerlen (Holanda), cuyo objetivo fundamental es el del fomento de la educación superior a distancia en Europa.

A estas universidades nacientes les caracterizó, como instituciones a distancia, la separación física entre el docente y el discente, así como que la relación didáctica entre ellos se produzca mediada tecnológicamente. Martín (citada por Alfonzo, 2011, p.25), afirma que progresiva desaparecen las fronteras entre la educación a distancia y educación presencial, debido a que en la educación a distancia no se da ninguna otra particularidad en la naturaleza e importancia de la comunicación interpersonal para el desarrollo de los procesos comunicativos, aparte de la mediación tecnológica.

De allí que, definir la Educación a Distancia no significa una actividad sencilla, ya que ello no implica, solamente, la separación física entre profesor-alumno, sino que constituye un proceso que involucra la interacción entre ambos, por medio de diversos medios, siendo necesario que: el alumno revise e intérprete su material instruccional, el asesor reconozca las necesidades del alumno para emplear las estrategias instruccionales adecuadas y además contar con una infraestructura institucional que brinde el apoyo necesario para que la interacción

entre profesor alumno sea óptima, contando con los recursos necesarios para tal fin.

Por su parte, Moore (1996) considera que la EaD es un aprendizaje planificado que normalmente ocurre en un lugar diferente al de la enseñanza y como resultado de ello, requiere técnicas especiales de diseño de cursos, técnicas instruccionales especiales, métodos especiales de comunicación a través de medios electrónicos y otras tecnologías, así como arreglos especiales a nivel organizacional y administrativo

Arias (2003) realizó un análisis comparativo sobre la definición de Educación a Distancia hecha por diversos autores Holmberg (1977), Escotet (1980), Casas Armengol (1982), Peters (1983), entre otros. Los aspectos más relevantes que subyacen en las diferentes conceptualizaciones del término EaD son: Separación física entre el profesorado y estudiantado, Mediación de los procesos de enseñanza y aprendizaje a través de diferentes medios técnicos, mecánicos o electrónicos, Utilización de mecanismos de comunicación bidireccional que permitan minimizar la distancia (*innovación*), Aprendizaje individual, según el ritmo del estudiante, respuesta a las necesidades sociales en materia de educación, Utilización de una forma industrializada de educación, Producción de material de enseñanza, Organización de apoyo y tutoría

Por otro lado, Bates (citado por Corredor, 2014, p.143), considera a la EaD como una modalidad educativa: flexible para estudiar separado de los docentes, se alude a un autor de materiales pedagógico, es decir, a la intencionalidad del aprendizaje y el carácter institucional el estudio independiente y el autoaprendizaje según el cual el estudiantado toma decisiones respecto a su tiempo y modo de estudio

García, Ruíz y Domínguez (2007) plantean que son tres los aspectos definitorios de la EaD: es ante todo educación, es así que sus fines son los fines generales de la educación; requiere la acción institucional planificada y el Acompañamiento y guía del docente tutor, facilitador, se da en la falta de contigüidad pero se apoya en medios y recursos que facilitan la interacción.

En el Proyecto Nacional de Educación a Distancia promovido en Venezuela desde el Ministerio del Poder Popular para la Educación Universitaria (2012b), en su artículo 2, se define la EaD como:

Un proceso de formación integral que ofrece modelos alternativos para acceder a la creación y socialización de conocimientos en áreas definidas en las líneas estratégicas nacionales, regionales y locales. Para ello utilizará diversos recursos educativos y medios tecnológicos que garanticen, en los contextos territoriales correspondientes, en diversidad de espacios y en condiciones temporales flexibles, las mediaciones didácticas continuas y las interacciones (p. 6).

De la definición anterior se concluye que esta modalidad educativa es un modelo diferente al tradicional, flexible en las interacciones en cuanto a tiempo y espacio y la mediación de los aprendizajes, apoyada en diversidad de medios y recursos para el desarrollo de los procesos de enseñanza aprendizaje. Es decir, sin asistir a las aulas de clases presenciales, sin restricciones de ningún tipo: Físico, económico o social y sin someterse a programaciones y cronogramas inflexibles, este aprendizaje sin limitaciones, la define como una *Educación Abierta*, según García (2001) una modalidad educativa es abierta cuando ofrece libertad en cuanto a tiempo y lugar para cumplir con las actividades de aprendizaje.

Como complemento, es una *Educación a Distancia*, debido a que es mediada por la tecnología, el estudio es autodirigido por el estudiante quien se beneficia de la planificación, del material didáctico específico y de la guía tutorial para la construcción de sus aprendizajes, al respecto García, define la modalidad a distancia como la que permite el acto educativo mediante diferentes medios, estrategias y métodos, en los que el estudiante y el profesor se encuentran separados físicamente y solo se relacionan ocasionalmente cara a cara.

Cabe destacar que, las universidades abiertas y a distancia presentan características ventajosas y más aún ahora con las potencialidades de las TIC, tanto para los beneficiarios del servicio educativo como para los Estados, en el caso de las universidades públicas. Para los estudiantes, las universidades abiertas y a distancia flexibilizan los requisitos de ingreso a la educación superior, les posibilita organizar el tiempo que dedicarán a sus estudios y permanecer en sus lugares de residencia, trabajo o cualquier otro lugar. Para los Estados o entes privados que ofrecen sus servicios de formación a distancia en el ámbito de la

educación superior, estas universidades resultan más económicas al no requerir de infraestructura física para los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como que la tasa profesor/ número de estudiantes es mucho menor que en las instituciones tradicionales.

Algunos autores se han dedicado a estudiar los rasgos característicos de la EaD, presentes en las definiciones de diversos autores. A continuación cuatro características esenciales o mínimas para considerar un curso, programa o institución como educación a distancia: a) la separación física; b) el estudio independiente, en el cual el estudiantado toma las decisiones de espacio, tiempo y ritmo de aprendizaje; c) la comunicación mediada, la cual se concebía inicialmente como bidireccional y que dada la incorporación de las TIC se ha convertido en multidireccional; d) el apoyo, seguimiento y motivación a través de la tutoría.

Características de la Educación a Distancia

Las características, a pesar del tiempo, han mantenido vigencia, aunque el uso del apoyo tecnológico para cubrir una mayor población heterogénea, marca diferencias en cuanto alcance de la Educación a Distancia como proceso sistémico, que involucra lo académico, lo investigativo, la producción y lo operativo en pro de una respuesta oportuna que proporcione calidad educativa.

Al respecto, Ramos (2001) y García (2001) coinciden en especificar las siguientes características para la Educación a Distancia:

1. Separación física entre profesor y estudiante, y entre estudiantes:

La separación física entre el docente y el alumnado implica que la comunicación no es contigua, es decir poco contacto cara a cara docente-alumno, ya que existe una separación espacial y temporal, esto fortalece la creación propia, por parte del alumno que para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje no se requiere la supervisión inmediata del profesorado hacia las actividades de aprendizaje del alumno. Es importante señalar que aunque la

separación puede darse de forma espacial, igualmente el alumno puede recibir información del docente en diferente tiempo (asincrónica) y en algunas oportunidades puede producirse de manera simultánea (sincrónica). Estas dos opciones permiten un contacto, no necesariamente físico hacia los alumnos con el propósito de facilitar su proceso de enseñanza y consolidación del aprendizaje.

Como destaca García (2011).

...en todos está patente la separación espacial y temporal entre el profesor y el discente que impide ese contacto, cara a cara, condición inexcusable de los programas convencionales. Aunque en lo que respecta al a variable tiempo entendemos que, en ocasiones, esta no contigüidad puede hacer referencia sólo al espacio al poderse producir una interacción sincrónica, en directo (teléfono, videoconferencia, chat, etc.) (p.29).

El autor considera que esta característica aunque es necesaria, no es suficiente, es así como por ejemplo hay aprendizajes que pueden darse en el sistema de educación presencial cuando el profesorado no está presente. Además en EaD esta separación no es absoluta, de hecho en la práctica se evidencia el uso de sesiones de asesoría individual o grupal cara a cara, así como evaluación de los aprendizajes presenciales.

En palabras de Corredor (2014), aunque los sujetos se mantienen en espacio y tiempo separados, la comunicación mediada por ordenador hizo posible la interacción e interactividad, de manera que estar físicamente separados no implica soledad, abandono, carencia de interacción, desvinculación estudiantado - profesorado, al contrario las posibilidades de establecer contacto de manera síncrona o asíncrona se han multiplicado.

2. *Utilización de medios técnicos:*

Consiste en proporcionar el acceso a la información, bien sea de manera impresa o digital acorde con las necesidades del alumno (manejo y acceso al elemento telemático). Los avances tecnológicos han posibilitado reducir las distancias y generar interacciones didácticas ricas y diversas. Bates (2003) plantea que la EaD:

Es una de las pocas áreas de la educación donde la tecnología ha sido central para la labor docente (...) Una característica de las instituciones de educación a distancia es que están diseñadas específicamente y estructuradas para explotar el costo y los beneficios educativos de la tecnología (p. 41)

Por lo tanto, lo positivo de este tipo de información es su alcance masivo, además que representa un ahorro económico dentro de los sistemas educativos a distancia.

Los medios tecnológicos han jugado un papel de gran importancia en la evolución de la EaD, volviendo la mirada al inicio de la EaD, se encuentra en la educación por correspondencia, la cual fue motivada por la aparición de los servicios postales. Posteriormente apareció el teléfono; luego llegó la radio la cual se empleó por primera vez con fines educativos en 1924 por la BBC; otra tecnología hizo su aparición, la película de 16 mm y posteriormente la televisión, ampliamente utilizada; prontamente apareció el computador y luego el internet (Bates, 2003), se evidencia que un tipo de medio específico viene a ser suplantado por otro más novedoso y con mayores potencialidades.

En la actualidad del material impreso continua siendo el principal soporte de la Educación a Distancia, en otros casos el correo, fax, radio, televisión, videoconferencia, internet, entre otros constituyen un elemento de apoyo para el manejo de información, dando igual de posibilidades a todos los alumnos.

3. Aprendizaje Independiente y Flexible

El aprendizaje independiente constituye otra característica de gran importancia en la modalidad de EaD. Constituido por dos perspectiva: Primero, porque se da separación espacio-temporal entre docente y alumno. Segundo, debido a que el alumno escoge su propio método de aprendizaje, sin descartar el aprendizaje en grupos (cooperativo) con otros compañeros de la misma asignatura.

Al respecto, García (2002) se refiere al aprendizaje independiente y flexible, entendido como la capacidad del estudiantado para la “toma de decisiones en torno a su propio proceso de aprendizaje...” (p.33). El aprendizaje se basa

fundamentalmente en el estudio activo e independiente por parte del estudiantado, de materiales previamente elaborados para tal fin, dado que la fuente de conocimiento representada por el docente, se encuentra en un lugar físico diferente al del alumnado (receptor) (García, 2011).

Esto hace posible que la Educación a Distancia brinde al estudiante la posibilidad de ser autónomo, además de aprender a aprender por medio de métodos flexibles ajustados a sus necesidades. Según indican Ogata y Yano (citados por García, 2001):

La autonomía o independencia con el aprendizaje continúa siendo un valor destacado, dado que es la mejor forma de garantizar una enseñanza aprendizaje a la medida, según las necesidades del demandante de formación: fecha del inicio y final del proceso, ritmo de aprendizaje, etc, decididos por el estudiante (p.32).

4.- Organización de apoyo-tutoría:

Representa el aprendizaje solitario, donde el alumno tiene la responsabilidad de estudiar para adquirir conocimientos que relaciona con la realidad. Aunque en el estudio a distancia existe el predominio del aprendizaje individual, también está el apoyo institucional, no sólo como material impreso, sino con consultas directas al asesor o mediante talleres, charlas que abarcar a un número considerable de alumnos, incluso se recurre al apoyo telemático. Al respecto, Keegan (citado por García, 2001) sostiene:

En gran parte de los programas a distancia han existido oportunidades para reuniones presenciales, a través de las tutorías grupales, con finalidades de fomentar la socialización, la interacción y de aprovechar las posibilidades que ofrece el grupo, pero nunca se llevaron acabo con sistematicidad frecuencia de las sesiones ordinarias de las instituciones presenciales. Hubiese sido la negación del sistema (p.30).

Seguidamente en el gráfico 3 se condensan las características de la educación a distancia:

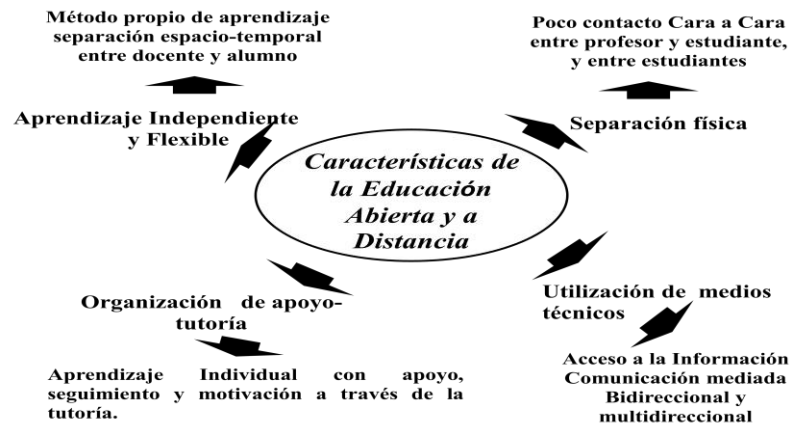


Gráfico 4 Características de la Educación Abierta y a Distancia. Elaborado con datos tomados de Ramos (2010) y García (2001). Curso Introductorio de la Educación a Distancia

Como se señaló anteriormente, la EaD surge para dar respuesta a las necesidades sociales en materia de la demanda en Educación Universitaria. Esta modalidad ha experimentado un crecimiento importante en las últimas décadas y en los últimos años, por la incorporación de las tecnologías de la información y de la comunicación ha supuesto una transformación y un progreso sin precedentes en este ámbito.

Por otro lado, Moore y Kearsley (citado por Ramos, 2001, p.6), afirman respecto a las teorías, que son la representación de lo que sabemos sobre algo y nos ofrecen una perspectiva y un vocabulario afín para la comunicación entre especialistas y la formulación de problemas significativos. Una teoría, refiriéndonos al área educativa es como un mapa que nos permite la selección de una postura, y la elección de una tecnología orientada por un panorama coherente y consciente de cómo aprenden las personas.

En torno a la educación a distancia, la reflexión teórica se ha desarrollado por el impulso de este proceso y, por este motivo, es relativamente reciente. Aunque el alcance de sus aplicaciones durante el siglo XIX fue importante, el desarrollo teórico de la educación a distancia no encuentra las primeras manifestaciones hasta la segunda mitad del siglo XX.

Por otra parte, hasta la fecha, no se cuenta con una teoría de la educación a distancia, sino con distintas aproximaciones, abordajes o enfoques que intentan sistematizar la comprensión que existe sobre este campo. Hay que destacar, en

este sentido, las aportaciones de Otto Peters, Charles A. Wedemeyer, Michael G. Moore, Börje Holmberg, Desmond Keegan y Randy Garrison, entre otros

A continuación se presentarán los aportes teóricos de estos autores

Desarrollos Teóricos de la Educación a distancia

Las teorías que aportan elementos para la efectiva práctica de la educación a distancia, facilitan al docente la selección adecuada de medios y estrategias para la enseñanza, y la escogencia de una posición coherente para el diseño, y la administración de la educación a distancia. El aprendizaje en la educación a distancia es una actividad individual o grupal, que puede estar complementada con el trabajo en grupo. El deber de la institución es ofrecer posibilidades para que el estudiante seleccione la combinación de medios y estrategias que garanticen el logro de las metas previstas.

Para que puedan fijarse con la debida propiedad la base para que las decisiones sobre métodos, medios, estructura organizacional, financiamiento, investigación; soporte estudiantil, entre otras, es necesario el establecimiento del andamiaje teórico, claro y definido, el cual no es una exigencia puramente formal. Desde finales de los años sesenta, hasta la actualidad se han desarrollado diferentes tentativas en la delimitación de este campo.

En este sentido, hemos tratado en la presente investigación de mostrar algunos de los fundamentos teóricos más significativos que se han desarrollado de la educación a distancia, tomando como referencia los presentados por Barberá, Badía y Monimó (2001) y Ramos (2001), los cuales reconocen cuatro autores fundamentales: Otto Peters, Charles A. Wedemeyer, Michael G. Moore, y Börje Holmberg y como complemento, los enfoques teóricos que hace referencia Ramos (2001), en relación con los procesos de organización, estructuración y diseño de la instrucción, entre los cuales destaca: Gagné, Skinner, Carl Rogers, Gagné y Glass, entre otros.

A continuación se presentarán los aportes teóricos de estos autores, en cuatro modelos:

Modelo Teórico de la Industrialización

Los aportes del Alemán Otto Peters, pionero en la formulación de explicaciones teóricas para comprender el campo de la educación a distancia, desde finales de los años sesenta y hasta la actualidad. Peters, realizó un análisis comparativo que le permitió encontrar en la industrialización, un rasgo que definitorio a la EaD, desde este punto de vista, se presenta es algo novedoso y diferenciado en relación con los modelos presenciales de formación. Identifica dos formas claramente distintas de enseñanza: la tradicional, basada en la comunicación interpersonal cara-a-cara, y la industrializada, basada en formas de comunicación técnica y prefabricada.

Es de señalar, que en opinión de Peters (citado por Stojanovic de C., 1994), todas las formas de conducta humana han sido fuertemente influenciadas por la revolución industrial, exceptuando las formas educativas tradicionales en escuelas, universidades, etc., mientras que sí ha habido una fuerte influencia en la Educación a Distancia.

Asimismo., Peters, establece como una de las bases para su estudio el hecho de que la producción de materiales para el aprendizaje es en sí mismo un proceso industrializado, y su procedimiento didáctico, es bien diferente a la producción de un libro, siguiendo a Corredor (2014), presenta una comparación entre la enseñanza a distancia y la producción industrial de bienes bajo los siguientes encabezados: racionalización, división del trabajo, mecanización, línea de ensamble, producción en masa, trabajo preparatorio, formalización, estandarización, cambio funcional, objetivación, concentración y centralización.

En este sentido, la EaD se estructura sobre la base de los principios de *racionalización del trabajo*, entendida esta como eficiencia, orientada hacia la calidad de los procesos; la racionalidad de este enfoque reside en la premisa de conseguir el mayor grado de eficiencia posible en el menor tiempo y con la menor inversión de recursos (Barberá et al., 2001).

En relación con el principio de *división del trabajo*, en EaD, los procesos son divididos es sub procesos o sub sistemas que trabajan de forma interrelacionada; uno de los rasgos característicos derivados de este principio es la división de las funciones docentes, es así como los diferentes procesos formativos

son realizados por distintos profesionales: diseñadores, especialistas en contenidos, evaluadores, orientadores, tutores o asesores académicos (Barberá et al., 2001; García, 2002; García et al., 2007).

La *mecanización* se refiere a la necesidad de emplear medios tecnológicos para posibilitar la comunicación e interacción entre los distintos actores de los procesos educativos a distancia, la mediación tecnológica es una de las características fundamentales de los sistemas de EaD (Barberá et al., 2001; Bates, 2003; Cabero, 2006; García, 2002; García et al., 2007).

En cuanto a la *Línea de ensamblaje*, la cual significa que el trabajador permanece en su puesto de trabajo, mientras que las piezas de trabajo llegan a él. Esto es particularmente notable en la ED donde, en la elaboración de un curso, el manuscrito pasa de un área de responsabilidad a otra. Las unidades se escriben, se almacenan, se envían al estudiante, éste las devuelve, se revisan nuevamente, y finalmente se entregan a la parte administrativa. Ello refleja además, el primer rasgo de racionalización.

La *producción en masa* sólo está justificada por el efecto multiplicador que se alcanza por la tecnología y los sistemas postales de entrega, significa que el docente y el estudiante a distancia -así como el productor y el consumidor- no requieren estar en el mismo lugar. Desde el punto de vista económico, la producción de cursos a distancia representa producción en masa, por lo cual estos requieren del análisis de las exigencias de la población mucho más cuidadosamente que en la enseñanza convencional.

En cuanto a la *Línea de ensamblaje*, la cual significa que el trabajador permanece en su puesto de trabajo, mientras que las piezas de trabajo llegan a él. Esto es particularmente notable en la ED donde, en la elaboración de un curso, el manuscrito pasa de un área de responsabilidad a otra. Las unidades se escriben, se almacenan, se envían al estudiante, éste las devuelve, se revisan nuevamente, y finalmente se entregan a la parte administrativa. Ello refleja además, el primer rasgo de racionalización. (Barberá et al., 2001)

La *producción en masa* sólo está justificada por el efecto multiplicador que se alcanza por la tecnología y los sistemas postales de entrega, significa que el docente y el estudiante a distancia -así como el productor y el consumidor- no

requieren estar en el mismo lugar. Desde el punto de vista económico, la producción de cursos a distancia representa producción en masa, por lo cual estos requieren del análisis de las exigencias de la población mucho más cuidadosamente que en la enseñanza convencional. Desde este punto de vista, la producción masiva se contempla como una oportunidad de incrementar las posibilidades de acceso a la educación.

En lo que se refiere a la *Planificación y preparación*, señala el autor que en la situación de producción, donde prevalece la división del trabajo, la economía, calidad y velocidad de los procesos dependen de la correcta preparación para ello. En la ED el éxito depende en gran parte de la fase preparatoria, ya que exige contar con buenos especialistas en los diferentes campos; cada parte del curso debe ser cuidadosamente planeada; el uso de soportes técnicos debe ser cuidadosamente escogido.

La *Estandarización* en la industria es característico que la producción se limite a un cierto número de tipos de productos, a fin de que sean adecuados a su propósito, económicos, fáciles de producir y de reemplazar. En la ED cuando se escribe una unidad de aprendizaje se deben tener en cuenta las condiciones de la audiencia, encontrar estándares adecuados. Esto se logra mediante un modelo para escribir el curso, perfeccionar éste a través de otros expertos, y evaluarlo con diferentes muestras de la población, antes de aplicarlo masivamente. La adaptación a un número mayor de estudiantes obliga al docente a distancia a considerar, más que en la educación convencional, la necesidad de ciertos estándares y que éstos sea lo más realista posibles.

Una característica típica de la industrialización son el *Cambio de funciones y objetivación* es la marcada diferenciación funcional. En la ED se traduce, en que el rol original del docente como proveedor de conocimientos cambia por el de un facilitador o consultor; el rol de consejero lo asume otra persona. Y en la medida en que se empleen más máquinas, se reduce la subjetividad del docente como tal. Su ventaja en la ED radica en el hecho de que el proceso de enseñanza puede reproducirse y estar disponible en cualquier tiempo y en cualquier lugar.

Por último, la categoría *La concentración y centralización* estas dos características son típicas en la administración de sistemas a distancia. La

inversión que se requiere para la producción en masa lleva a una concentración de capital, administración centralizada, y a un mercado con frecuencia monopolizado.

Peters, comprende que la estructura de la ED está determinada en alto grado por los principios de la industrialización, racionalización, división del trabajo y producción en masa. En este proceso participan: diseñadores, productores, distribuidores de material, tutores.

Asimismo, considera que las consecuencias prácticas de su teoría son algo difíciles de aceptar dado el peso de la tradición de los procesos educativos. Por una parte, el proceso de la comunicación es sustituido por medios artificiales. Por otra parte, el proceso de adaptación de un docente a un sistema a distancia es lento, y siempre habrá choques con la enseñanza tradicional, ya que en la ED la unidad de enseñanza está dividida en muchas subunidades que son ejecutadas por diferentes personas y elementos del sistema educativo.

Por su parte, García (2002) considera que este factor no es determinante en todo proceso de EaD, ya que existen programas dirigidos a poblaciones finitas que no requerirían tal maquinaria industrial.

Barberá et al. (2001) señalan que el modelo industrial propuesto por Peters, contribuye a comprender la EaD como organización, su estructura, su funcionamiento, su logística; no obstante, es un enfoque reduccionista que muy poco puede aportar a la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La relevancia de los aportes de Peters radica en el hecho que permitió comprender el carácter *sui generis* de la EaD, entendida como un modo distinto, en sus metodologías y medios, a los modelos tradicionales de educación presencial, de hecho el mismo Peters plantea que la EaD es distinta a la educación presencial por ser una forma industrializada de enseñanza y aprendizaje (Barberá et al., 2001).

Modelo Teórico de la Independencia y Autonomía

Enfoque teórico de estudio independiente La búsqueda de una Teoría Pedagógica para orientar el modelo de educación a distancia se inició con los

trabajos de Charles A. Wedemeyer, a finales de los sesenta y en la década de los setenta, en el contexto anglosajón, cuyo énfasis está puesto en el estudio independiente (Barberá et al., 2001).

Wedemeyer conceptualizó el término estudio independiente, en función del tiempo, el espacio y el control del estudiante sobre su proceso de aprendizaje, el cual define con toda claridad la esencia de los procesos formativos a distancia. Una característica fundamental del modelo de EaD es la independencia y autonomía, la cual se entiende en dos direcciones: a) la independencia y autonomía del alumnado (espacio temporal) respecto del profesorado, y b) en la forma en que el aprendiz se relaciona con los materiales de estudio (Alfonzo, 2011; Moore y Kearsley 1996).

Los trabajos de Wedemeyer (como se cita en Barberá et al., 2001) han enfatizado el carácter autónomo e independiente en términos del control que ejerce el aprendiz sobre la dirección del aprendizaje. En este sentido, Wedemeyer (como se cita en García, 2001) propone seis categorías que caracterizan a un sistema de estudio independiente:

- El estudiante y el docente están separados.
- El proceso de enseñanza y aprendizaje son efectuados a través de materiales escritos u otros medios.
- La enseñanza es individualizada.
- El aprendizaje se da a través de la actividad del estudiante.
- El aprendizaje se adecúa al estudiante en su propio ambiente.
- El estudiante asume su responsabilidad de su progreso, con la libertad suficiente para comenzar y detener su aprendizaje en cualquier momento, estableciendo su propio ritmo.

En este sentido se comprende, que el papel del alumnado, en el enfoque es activo, es el principal responsable de su propio aprendizaje, por lo que es necesaria, según Wedemeyer (citado por Corredor, 2014, p.120) una reestructuración de la forma en que generalmente se da la interacción didáctica en los sistemas presenciales, con el fin de adaptarlos a los requerimientos generados por la separación física propia de la EaD.

Esta reestructuración planteada por Wedemeyer, coloca en el centro del proceso al estudiante y la interacción docente- estudiante en un segundo lugar. Sin embargo, para el autor, independencia y autonomía no es sinónimo de soledad. En este sentido, aunque el énfasis está puesto en el aprendizaje, más que en la enseñanza, como bien explica Keegan (citado por Barberá et al., 2001) “el secreto del éxito se sitúa directamente en los hombros del instructor que mantiene una relación continua de tutoría con el estudiante que constituye el principal valor de este planteamiento” (p. 11).

En concordancia con todo lo expuesto hasta ahora, el principal valor en el estudio independiente que tiene la relación tutorial, es la de supervisar y motivar en la distancia, de allí que en la interacción con el profesorado se ejercen funciones provisionales las cuales depende de las necesidades del estudiantado. En este enfoque de estudio independiente señala Alfonso (2011), se otorga gran importancia al diseño y desarrollo de los materiales instruccionales, los cuales se caracterizan por ser altamente directivos y estructurados, a fin de facilitar al estudiantado el control del aprendizaje, es así como la interacción didáctica se da entre el estudiantado y los materiales.

Con base a la situación descrita, si los medios como la computadora, la televisión, radio y teléfono son utilizados sólo para replicar clases regulares, sin ampliar oportunidades, y sin dar libertad y responsabilidad al estudiante, el sistema no se podría denominar estudio independiente.

Posteriormente Michael Moore, atraído por el aporte de este concepto, e influido además por las teorías de Abraham Maslow, Carl Rogers, Charlotte Buhlet (psicología humanista), y de Malcom Knowles y Alan Tough (educación de adultos), elaboró en la década de los setenta, una teoría global y descriptiva aplicable a todas las modalidades de educación a distancia: *la Teoría de la Distancia Transaccional*.

Esta teoría, brinda un marco conceptual con el cual los investigadores pueden estudiar las numerosas variables incluidas en la estructura, el diálogo y la autonomía del estudiante. Entendiendo Autonomía del estudiante, según Moore y Kearsley, (1996), como una variable pedagógica, psicológica y de comunicación (transacción) que debe ser cubierta, es decir, la distancia más allá de una acepción

física o geográfica. Esta distancia transaccional se da en cualquier situación de aprendizaje

Para Moore, la educación a distancia, es un sistema educacional en el cual el que aprende es autónomo y está separado del docente, tanto en el tiempo como en el espacio, de manera que la comunicación se da por medios técnicos. (Alfonso, 2011)

Además, de acuerdo a esta teoría, es una relación enseñanza-aprendizaje que puede definirse en términos de: las variables de un curso, del estudiante y de la instrucción.

La Teoría de la Distancia Transaccional se fundamenta, señala Ramos (2001) en los siguientes postulados:

1. La transacción que llamamos educación a distancia es una interacción planificada entre profesores y estudiantes, en un ambiente de aprendizaje cuya característica es la separación, y que requiere de estrategias de enseñanza y conductas adecuadas para emular el intercambio que ocurre en los sistemas educativos convencionales.

2. La distancia es un fenómeno pedagógico. En esta modalidad educativa los estudiantes están físicamente separados del profesor en términos de espacio y tiempo, más lo que interesa al educador es la búsqueda de formas de comunicación que minimicen esa separación, y que faciliten la comprensión de información. Por ello la relevancia de herramientas como el diseño instruccional y las estrategias de apoyo a la interacción.

3. El diálogo como concepto, nos permite focalizar en las palabras, acciones, ideas que ocurren durante las interacciones entre profesor y estudiante, cuando uno da instrucción y otro responde. La cantidad y naturaleza del diálogo están determinadas por la filosofía educativa del grupo o equipo responsable del diseño de los cursos, por la personalidad del profesor y el estudiante, y por el contexto en el cual se realiza el aprendizaje. Factores que influyen el diálogo son la intención de las partes (profesor y estudiantes), el tamaño del grupo, la comunidad de lenguaje entre las partes y el medio de comunicación utilizado.

4. La estructura del curso es otra de las variables que influyen la distancia transaccional. Está determinada también por la filosofía educacional de la

organización, de los profesores, el nivel académico de los estudiantes, la rigidez o flexibilidad de los objetivos educativos del curso, las estrategias de enseñanza seleccionadas y la metodología de evaluación propuesta.

5. La medida de la estructura y el diálogo, los cuales son diferentes de acuerdo al medio utilizado. En un programa educativo por televisión la estructura es alta, y el diálogo inexistente. En un curso por correspondencia hay más diálogo y menos estructura, en las teleconferencias mucho dialogo y poca estructura predeterminada. En un curso o programa con poca distancia transaccional los estudiantes reciben orientaciones y dirección a través del diálogo continuo con los profesores a través de materiales que permitan modificaciones para ajustarse a las necesidades individuales, los estilos y el ritmo de aprendizaje. Si la estructura es alta, los estudiantes son guiados; pero si no hay ni diálogo ni estructura, el estudiante debe tomar sus propias decisiones sobre las estrategias de estudio a utilizar.

6. Autonomía del estudiante. A mayor distancia transaccional, mayor la responsabilidad del estudiante en su aprendizaje. El concepto de autonomía del estudiante supone que los estudiantes tienen diferentes capacidades para tomar decisiones para desarrollar un plan de aprendizaje, buscar recursos, y decidir por sí mismos cuando el progreso es satisfactorio.

Para Moore (citado por García, 2001) el grado de autonomía puede encontrarse, según sea la respuesta a las tres cuestiones que se presentan a continuación:

- Autonomía respecto a los objetivos, ¿quién toma las decisiones, el profesorado o el estudiantado?
- Autonomía en cuanto a los métodos de estudio, ¿de quién es la responsabilidad?
- Autonomía en la evaluación, ¿quién toma las decisiones?

Barberá et al. (2001), han reflexionado acerca del reduccionismo que ha predominado en la concepción de estos principios, considerar que se pierde de vista la importancia que tiene la forma como se produce en esta actividad individual el discurso educativo y el contexto socio-cultural que lo enmarca. Sin embargo, es de un valor incuestionable el reconocer la posición central en que se

sitúa al estudiante, el cual tiene un rol protagónico ineludible en el proceso de aprendizaje.

Otra teoría que aporta elementos muy valiosos para la comprensión del aprendizaje que ocurre en el estudiante en esta modalidad, es el Modelo Teórico de *la conversación didáctica*, concepto desarrollado por Börge Holmberg, para señalar el diálogo pedagógico imaginario que se produce entre profesor y estudiante, y que se plasma en los materiales instruccionales, como elemento facilitador del aprendizaje.

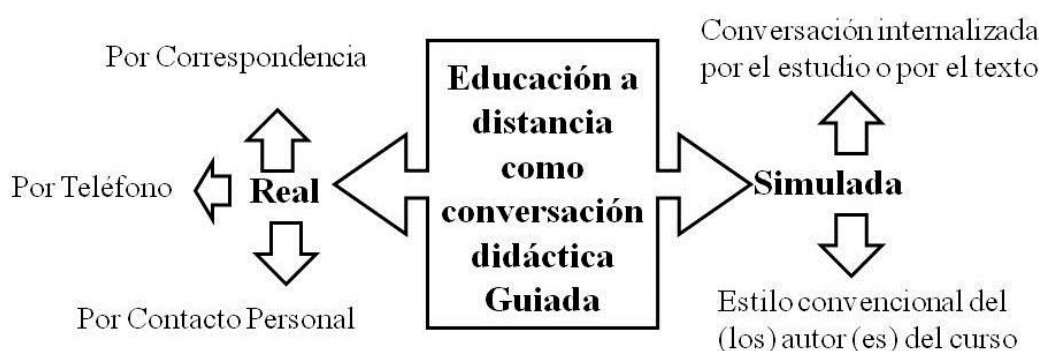


Gráfico 5. Conversación Didáctica Guiada (CDG).Elaborado con datos tomados de Verdecia (2009) *Referentes teóricos de la educación a distancia*. [Documento en Línea]. Disponible: https://www.researchgate.net/publication/236574917_Referentes_teoricos_de_la_educacion_a_distancia. [Consulta. 2016, Agosto 29]

Modelo teórico de la conversación didáctica guiada

El término Conversación Didáctica Guiada (CDG), fue acuñado por primera vez por Holmberg en 1985, basado en una filosofía humanística que valora poderosamente la independencia y autonomía del estudiante, entendida esta como el diálogo que simula el aprendiz, cuando se enfrenta a los materiales de estudio (Alfonzo, 2011).

Este enfoque centra su atención en los procesos interactivos y dialógicos necesarios para el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje a distancia, de allí que para el autor en referencia la EaD es por definición, una conversación didáctica guiada (Barberá, et al., 2001). De hecho, es un enfoque crítico hacia

materiales no impresos, y a la provisión de contactos "cara a cara" como componentes de un sistema y a la concentración de asignaciones o tareas

Holmberg en su enfoque general coincide con Wedemeyer, además insiste en darle al estudiante un máximo de libertad en escoger los contenidos, métodos y ritmo de su aprendizaje. Las tareas del estudiante ayudan a esta comunicación, más que las evaluaciones.

La EaD para Holmberg (citado en García, 2001, p 106) supone una conversación no contigua, simulada mediante la interacción del estudiantado con los medios (textos, materiales de estudio) y mediada a través de artefactos de comunicación (correspondencia, teléfono, correo electrónico, redes sociales, entre otras). Esta concepción de Holmberg puede representarse en el siguiente grafico 4 Conversación Didáctica Guiada (CDG).

Los siete postulados básicos de la teoría de Holmberg, se presentan a continuación:

- El sentimiento de que existe una relación personal entre el estudiantado y el profesorado, promueve el placer en el estudio y la motivación del estudiante
- Este sentimiento puede fomentarse mediante un material de autoinstrucción bien desarrollado y una adecuada comunicación a distancia con feedback.
- El placer intelectual y la motivación del estudio son favorables para el logro de metas de aprendizaje y para el empleo de procesos y métodos adecuados a estos fines.
- La atmósfera, el lenguaje y las convenciones de la conversación amistosa favorecen el sentimiento de que existe una relación personal de acuerdo con el primer postulado.
- Los mensajes dados y recibidos en forma de diálogo se entienden y recuerdan con mayor facilidad.
- El concepto de conversación puede identificarse con buenos resultados a través de los medios de que dispone la educación a distancia.
- La planificación y la guía del trabajo, sean estos realizados por la institución que enseña o por el estudiante, son necesarios para el estudio

organizado, el cual se caracteriza por una por una concepción finalista explícita o implícita (García,2001, p. 104).

Entre los postulados de Holmberg, conviene destacar el valor motivacional que según el autor representa la conversación para el alumnado, el cual constituye un elemento decisivo y un apoyo afectivo que incide en la permanencia y éxito estudiantil en los sistemas a distancia. Al respecto, el mismo Holmberg (citado por Alfonso, 2011, p.105) plantea que el alumnado parece disfrutar más el aprendizaje y ser más exitoso si logran establecer un rapport adecuado con el profesorado tutor y otros miembros del sistema de apoyo.

La conversación didáctica guiada debe poseer las siguientes características:

- Presentación fácilmente accesible a los temas de estudio, clara, en lenguaje coloquial, fácilmente legible si el texto es impreso y con una cantidad moderada de información.
- Sugerencias y recomendaciones explícitas al alumnado sobre lo que deben hacer y lo que deben evitar, a lo que debe prestar particular atención y las razones para ello.
- Invitación para un intercambio de visiones, para preguntas, para juicios acerca de lo que debe ser aceptado y lo que debe ser rechazado.
- Intentos de involucrar emocionalmente al alumnado para que tome interés personal en los temas y sus problemas.
- Utilización de un estilo personal, mediante el empleo de pronombres personales y posesivos.
- Demarcación de cambios de tema a través de declaraciones explícitas, utilizando la tipografía en el caso de material escrito, o mediante el cambio de oradores o la utilización de pausas, en el caso de grabaciones de audio (Holmberg, 1986).

El autor argumenta que si en EaD se emplea consistentemente una comunicación que se percibe como una conversación, el alumnado estará más motivado y será más exitoso que si el curso estudiado tuviese el carácter

impersonal de un libro de texto. A partir de su teoría de la conversación didáctica guiada, Holmberg generó tres hipótesis básicas:

- Mientras más fuertes sean las características de la conversación didáctica guiada, más fuerte será el sentimiento del alumnado acerca de la relación personal con la organización de apoyo.
- Mientras más fuerte sea el sentimiento del alumnado acerca de que la organización de apoyo está interesada en hacer de la materia de estudio algo relevante para ellos, su compromiso personal será mayor.
- Mientras más fuerte sean sus sentimientos acerca de las relaciones personales hacia la organización de apoyo y acerca de estar personalmente involucrados con la materia de estudio, más fuerte será la motivación y más efectivo será el aprendizaje (Holmberg, 1986, p. 32).

En su desarrollo teórico, Holmberg se aproximó a otras posiciones teóricas como es el caso del análisis de redes informatizadas de Pask (citado Barberá et al., 2001). En este sentido, considera que el aprendizaje se produce por la interacción entre diferentes representaciones del conocimiento: estructuras cognitivas del profesorado como experto, estructuras cognitivas del alumnado y la representación formal del conocimiento presente en los materiales de estudio. Este enfoque cuestiona el excesivo énfasis puesto en los materiales y propone colocar al estudiantado en el centro del proceso, a su vez, destaca el rol del profesorado como mediador experto (Barberá et al., 2001).

La teoría propuesta por Holmberg (1986) ha contribuido al desarrollo de una metodología de EaD basada en el uso de un estilo personal de tratamiento (lenguaje coloquial, implicancia emocional), junto con una estructura lógica y psicológica de los contenidos, y una presentación didáctica coherente (Fainholc, 1999).

Es importante destacar, que la teoría de Holmberg (1986) no contradice la autonomía e independencia del estudiante a distancia, de hecho el autor entiende el aprendizaje como una actividad individual, que implica la interiorización de los nuevos conocimientos con las estructuras cognitivas previas que posee el alumnado. En este sentido, la conversación didáctica guiada implica la

preparación de las condiciones requeridas para que el alumnado pueda asumir su proceso de aprendizaje con autonomía (Barberá et al., 2001).

Hasta aquí hemos abordado los tres principales enfoques teóricos que han tenido y tienen mayor repercusión en la comprensión de la EaD y que son de conocimiento obligatorio a la hora de emprender un estudio dentro de esta modalidad educativa.

Hasta aquí hemos abordado los tres principales enfoques teóricos que han tenido y tienen mayor repercusión en la comprensión de la EaD y que son de conocimiento obligatorio a la hora de emprender un estudio dentro de esta modalidad educativa.

A continuación, se hará referencia a aquellas teorías que provocan mayor polémica en relación con los procesos de organización, estructuración y diseño de la instrucción.

Teoría del Aprendizaje o de la Instrucción

Gagné (citado por Ramos, 2001, p. 26), conceptualizó el aprendizaje como proceso individual, que promueve un cambio permanente en las disposiciones o capacidades humanas, y se evidencia a través del desempeño del individuo que desarrolla nuevas habilidades y capacidades sobre la base de comportamientos ya existentes.

El aporte de este autor para el diseño o estructuración del proceso de aprendizaje presencial o a distancia es de relevancia, ya que introduce reflexiones sobre las condiciones internas y externas del aprendiz.

Salinas, Mortera y Bonilla (2013), refieren que las teorías del aprendizaje, que explican: qué es aprender, en qué consiste, cómo ocurre y a qué da lugar el aprendizaje, se pueden ubicar en cuanto a la naturaleza del conocimiento: el objetivismo y el subjetivismo.

Al respecto, Hernández en el 2000 (citado en Salinas, Mortera y Bonilla, 2013) señala:

Dentro de la postura del objetivismo se encuentran el Conductismo y el Cognitismo. Para el Conductismo, el aprendizaje es una experiencia individual que ocurre y se manifiesta por un cambio de conducta

duradero y observable, mientras que para el Cognitivismo, el aprendizaje se da a través de mecanismos de asociación cuando cambian las estructuras cognoscitivas, es decir, cuando se produce un cambio en el estado del conocimiento, como consecuencia de la interacción del individuo con el medio. (p.29).

Una de las teorías que mayor incidencia han tenido dentro los procesos de organización, estructuración y diseño de la instrucción, por supuesto, el *conductismo*.

Conductismo.

Una de las teorías del aprendizaje que se remonta en la época de Aristóteles, quien realizó ensayos de “Memoria” enfocada en las asociaciones que se hacían entre los eventos como los relámpagos y los truenos. Algunas personas claves en el desarrollo de la teoría conductista incluyen a Pavlov, Watson, Thorndike y Skinner.

Los principios teóricos del conductismo son los siguientes, señalan Burton, Moore & Magliaro (citado en Chávez, Padrón, Chávez y Rubín, 2009) : a) el aprendizaje se encuentra basado en estímulos (Aprendizaje demandado); b) el aprendizaje se lleva a cabo a partir de la existencia funcional e interconectividad entre los estímulos que preceden a una respuesta (antecedentes), los estímulos que siguen a la respuesta (consecuentes) y la respuesta (Aprendizaje operante); y c) el aprendizaje se lleva a cabo a través de la observación de la conducta de otros organismos (Aprendizaje observacional) (p.2).

Según Burton et. al (citado en Chávez y otros investigadores, 2009), en cuanto al:

Aprendizaje demandado es empleado como una herramienta muy poderosa para entrenar respuestas fisiológicas básicas y respuestas emotivas y utiliza las técnicas del condicionamiento clásico de Ivan Pavlov y Thorndike.

Aprendizaje operante o condicionamiento operante desarrollado por Skinner estudia la relación funcional entre un estímulo y una respuesta, pero hace notar que no todas las respuestas del organismo se producen en presencia de un estímulo identificable, por lo que van a depender de un estímulo que las sucede, el cual es denominado *refuerzo*.

Existen refuerzos positivos que van desde elogios hasta las recompensas tangibles, de allí que se considera una forma de aprender por medio de recompensas y castigos, las cuales se entregan a la ejecución de un comportamiento deseado. También existen los refuerzos negativos o castigos que estimulan la repetición de un comportamiento mediante el retiro de un evento adverso

Skinner utiliza el término "operante", para poner en claro que ese tipo de condicionamiento implica sólo los factores externos que afectan al comportamiento y sus consecuencias.

El *Aprendizaje observacional* En 1994, Chance (citado Burton et al., 2004) fundamenta el *Aprendizaje mediante la observación*, con el uso de los conceptos y principios básicos de aprendizaje operante, y considera que el aprendizaje como un cambio de conducta o comportamiento provocado por la experiencia, el autor comenta que los organismos pueden ser considerados como el aprendizaje de nuevas conductas mediante la observación del comportamiento de los demás.

Este antecedente fue primeramente comprobado por Thorndike en 1898 y más tarde por Watson (1908) con animales, sin tener éxito. En todos los casos, según los estudios de Chance (1994), los animales se encuentran en posiciones para observar y aprender procedimientos elementales de resolución de problemas (por ejemplo, cajas de rompecabezas) observando los modelos de la misma especie como realizan la tarea deseada de manera exitosa.

Sin embargo, Warden y colegas (citado por Chance, 1994) encontraron que cuando los animales se ubicaron en jaulas y que eran idénticos a los animales modelados, los observadores vieron los modelos realizar un comportamiento y recibir el refuerzo, los observadores aprendieron la conducta objetivo, a menudo responden correctamente en el primer ensayo.

Bandura y sus colegas en la década de 1960, se centraron en la investigación del aprendizaje por observación, mediante una serie de estudios con niños y adultos (con los niños como los observadores y los niños y los adultos como los modelos), estos investigadores demostraron que el refuerzo de un comportamiento modelos se correlacionó positivamente con los juicios de los observadores que el comportamiento era apropiado para imitar (Burton y otros investigadores, 2004)

Estos estudios fueron la base empírica para Bandura en 1977 (citado por Burton y otros investigadores, 2004) de la Teoría del Aprendizaje Social, que establece que las personas no son impulsados por cualquier fuerza interna o estímulo ambientales de manera aislada

Bandura (1977) afirma que el comportamiento y el aprendizaje complejo deben ser: "explicadas en términos de una interacción recíproca continua de los determinantes personales y ambientales prácticamente todo el fenómeno de aprendizaje como resultado de la experiencia directa producirse de forma indirecta mediante la observación de la conducta de otro pueblos y sus consecuencias para ellos "(p. 11)

La experiencia básica de aprendizaje observacional o vicario consiste en ver una actuación en vivo o grabado o escuchar una descripción del comportamiento (es decir, el modelado simbólico) de un modelo y las consecuencias positivas y / o negativas de que el comportamiento de los modelos.

De acuerdo a Ramos (2001), para esta teoría, el aprendizaje ocurre como consecuencia del impacto del ambiente externo que a través del ensayo y error recompensa o castiga una conducta. El trabajo del profesor es manejar el contexto del estudiante definiendo y reforzando las conductas correctas, para así obtener los resultados deseados en el proceso de aprendizaje.

Los principios básicos del conductismo como el aprendizaje a través de la observación y el aprendizaje a través de estímulos-respuestas-consecuencias, de allí "estímulos reforzadores", aquellos, de acuerdo a Mergel (citado en Zambrano 2005), que siguen a la respuesta y tienen como efecto incrementar la probabilidad de que las respuestas se emitan ante la presencia de los estímulos, un ejemplo de la aplicación de este enfoque esta presente en programas computacionales educativos que disponen de situaciones de aprendizaje en las que el alumno debe encontrar una respuesta dado uno o varios estímulos presentados en pantalla. Al realizar la selección de la respuesta se asocian refuerzos sonoros, de texto, símbolos, etc., indicándole al estudiante si acertó o erró la respuesta. Esta cadena de eventos asociados constituye lo esencial de la teoría del aprendizaje conductista.

Esta cadena de eventos asociados constituye lo esencial de la teoría del aprendizaje conductista, de allí que para la adquisición, mantenimiento y retención de habilidades y conocimientos, se aprecian distintas técnicas (Hernández R, 2010), tales como:

- Reforzamiento: Consiste en presentar un estímulo “reforzante”, de manera seguida a una respuesta. El reforzador es el estímulo que aumenta la probabilidad de ocurrencia de una respuesta.
- Moldeamiento por aproximaciones sucesivas Técnica que consiste en, inicialmente, identificar la tarea meta o terminal. De inmediato se inicia con el primer paso, se proporcionan reforzadores ante respuestas adecuadas, una vez dada la respuesta correcta al primer paso se continúa con el siguiente, actuando de la misma forma hasta llegar a la respuesta terminal.
- Generalización y discriminación La generalización consiste en la técnica de que ante estímulos similares mas no idénticos, se emite una misma respuesta o bien, cuando ante un mismo estímulo se emiten respuestas similares. La discriminación consiste en responder de manera diferencial ante los estímulos.
- Modelamiento Radica en modelar la conducta que se desea que alguien aprenda haciendo evidente

Para el Conductismo cualquier conducta puede ser enseñada, con el uso eficiente de técnicas y una programación instruccional basada en el análisis detallado de las respuestas de los estudiantes. Por su parte, la concepción de la enseñanza es bajo la perspectiva de la reproducción, la copia literal de los “saberes” del docente, la cual consiste en proporcionar contenidos o información al alumno quien los adquirirá a través del arreglo adecuado de las contingencias de reforzamiento

De acuerdo con Hernández (2010), el estudiante tiene una parte pasiva en la dinámica escolar, debe dar respuestas exactas a las preguntas cerradas que el docente demande y sin posibilidad para la reflexión. Por tanto la participación del estudiante en el proceso de instrucción está condicionada por las características

prefijadas del programa o plan, es decir es un sujeto cuyo desempeño y aprendizaje son arreglados desde el exterior: la situación instruccional, los métodos, los contenidos.

En esta perspectiva el docente es un ingeniero instruccional que debe diseñar una adecuada serie de arreglos que garanticen a un organismo responder a X estímulo (contingencias de reforzamiento) para el logro de la máxima eficiencia de la enseñanza, mediante el uso pertinente de principios procedimientos y programas conductuales (Lizano, Rojas y Campos, 2002).

Entre los ejemplos de la aplicación de esta teoría, cabe señalar:

- *La Enseñanza Programada* : Nace de las Teorías de Skinner en el inicio de la década de los setenta y toma su calificativo de la palabra “ programa”, porque la idea central es que el alumno ha de ejecutar secuencialmente una serie de acciones que están previamente estructuradas. Es decir, ha de seguir un programa, de forma que al final del mismo haya aprendido lo que se pretendía. Se han desarrollado una gran cantidad de experiencias y aplicaciones de programas de enseñanza diseñados desde esta aproximación conductista, en principio a través de “máquinas de enseñanza” y posteriormente con “textos programados”.

Entre las fases de esta modalidad de enseñanza son las siguientes: Definición explícita de los objetivos del programa, Presentación secuencial de la información ordenada de acuerdo a la dificultad en forma creciente, Participación del estudiante, Reforzamiento inmediato de la información, Individualización (avance de cada estudiante a su propio ritmo) y Registro de resultados y evaluación continua.

- *Los programas de enseñanza asistida por computadora (EAC).*

Los programas de enseñanza asistida por computadora consisten en software y courseware educativo para enseñar, presentaba los mismos rasgos que la enseñanza programada: situaciones instruccionales demasiado estructuradas y con poca participación significativa del estudiante, sin embargo superaba a la enseñanza programada por las ventajas de la interactividad proporcionada por la computadora.

A continuación en el siguiente **Cuadro 2**, los aspectos principales que caracterizan el Conductismo.

Cuadro 6
Caracterización del Conductismo

	Concepción
Profesor	Ingeniero instruccional que debe diseñar una adecuada serie de arreglos que garanticen a un organismo responder a X estímulo (contingencias de reforzamiento)
Alumno	Desempeño y aprendizaje son arreglados desde el exterior: la situación instruccional, los métodos, los contenidos.
Aprendizaje	Aprendizaje es un cambio de conducta, sin importar los procesos internos para lograrlo.
Enseñanza	Arreglo adecuado de contingencia de reforzamiento
Estrategias y Técnicas de enseñanza	Reforzamiento, Moldeamiento por aproximaciones sucesivas, Generalizaciones y discriminaciones Modelamiento.
Evaluación	Efectividad en términos de resultados

Fuente: Tomado de Planificación de la Instrucción

Ya para finalizar esta breve aproximación a la teoría conductista basada en el modelo estímulo-respuesta y el principio de razonamiento como esquema para explicar la conducta, conviene traer a colación los planteamientos expuestos por Chávez, Padrón, Chávez y Rubín en 2009, acerca del carácter reduccionista que ha predominado en la concepción de estos principios, generándose así limitaciones en la adquisición de conocimiento y hábitos de tipo : memorísticos o reproductivos, el que aprende no responde ante una situación que ha recibido un X estímulo, buscar únicamente que los resultados obtenidos sean los deseados despreocupándose de la actividad creativa y descubridora del alumno.

Como fortaleza de este enfoque, la importancia asignada al profesor como modelo del aprendizaje, la importancia de considerar las variables ambientales en el aprendizaje, permiten conocer el mecanismo por el cual se pueden modificar conductas indeseables en la sala de clases e instaurar conductas más adaptativas, entre otras

El *Cognitivismo*

La ausencia o insuficiencia de explicaciones del conductismo da lugar a la emergencia de otros enfoques y perspectivas dentro de la Psicología. Estas corrientes alternativas o divergentes se caracterizan por destacar los aspectos cognitivos de la conducta, aspectos internos relacionados con la adquisición y procesamiento de la información, con lo cual la psicología recupera una realidad fundamental de su objeto de estudio. Es lo cognitivo, precisamente, lo que distingue las conductas psicológicas de las conductas fisiológicas.

Otro factor que influye en la aparición de un nuevo paradigma es la influencia que tienen, en el desarrollo de la disciplina psicológica, los avances tecnológicos de la posguerra en Estados Unidos, particularmente los originados en las comunicaciones y la informática. Adicionalmente, cabe mencionar las aportaciones de la gramática generativa de Chomsky, que busca explicar un proceso cognitivo complejo (el lenguaje) mediante un sistema de reglas internas.

Es complejo y difícil el tratar de definir el cognoscitismo, ya que no se trata de un paradigma único sino que involucra a un conjunto de corrientes que estudian el comportamiento humano desde la perspectiva de las cogniciones o conocimientos así como de otros procesos o dimensiones relacionados con éstos (memoria, atención, inteligencia, lenguaje, percepción, entre otros), asumiendo que dicho comportamiento puede ser estudiado en sus fuentes o capacidades y en sus realizaciones (actuación). Las corrientes que conforman el paradigma muestran un conjunto de características comunes, si bien entre algunas de ellas se advierten discrepancias.

También se aprecian propuestas que por la solidez de sus componentes han llegado a constituir paradigmas específicos, como es el caso del paradigma psicogenético de Piaget o el paradigma sociocultural representado por Vygotsky, ambos de raíz cognoscitivista.

Considerando el señalamiento anterior, es posible indicar algunas de las características esenciales del paradigma y, con base en ello, presentar algunas de las especificidades que manifiestan, especialmente en cuanto a su aplicación al campo educativo.

El paradigma se interesa en el estudio de las representaciones mentales, en su descripción y explicación, así como el papel que desempeñan en la producción

de la conducta humana. Para ello, los teóricos del paradigma utilizan como recurso básico la inferencia, dado que se trata del estudio de procesos cognitivos y de entidades no observables de manera directa. En consecuencia, consideran necesario observar al sujeto y realizar análisis deductivos sistemáticos en la investigación empírica, de manera que se logren descripciones y explicaciones detalladas.

La investigación se ha diversificado hacia el análisis de una gran cantidad de fenómenos y ha logrado producir evidencia significativa que ha dado lugar a múltiples elaboraciones teóricas.

Prácticamente desde que surge el paradigma cognitivo empiezan a proponerse algunas aplicaciones al campo educativo, aunque al inicio con poco impacto. Un factor que influye de manera determinante en el acercamiento del paradigma a los procesos educativos es el movimiento de reforma curricular que tiene lugar en los Estados Unidos, en los años sesenta.

En lo referente a cuestiones educativas cabe destacar el trabajo de dos autores: D. Ausubel y J. Bruner. Ambos constituyen el pilar de una gran cantidad de propuestas de gran vigencia en los momentos actuales; con base en sus teorías se han diseñado propuestas que han dado origen a la denominada “psicología Instruccional”, la cual es una de las corrientes más importantes dentro del campo psicoeducativo actual.

Algunas de las aportaciones más relevantes del paradigma a son:

- La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel
- Las aplicaciones educativas de la teoría de los esquemas
- Las estrategias instruccionales y la “tecnología del texto”
- Los programas de entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas
- El enfoque de expertos y novatos.

Considerando el interés que, para fundamentar los enfoques educativos centrados en el aprendizaje desde el punto de vista psicológico y pedagógico, reviste este paradigma, se expondrán de manera sintética los aspectos señalados líneas arriba.

La teoría de David Ausubel acerca del aprendizaje significativo, es una de las precursoras dentro del paradigma cognitivo. Adquiere gran relevancia en las condiciones actuales debido a dos razones fundamentales:

- se trata de una propuesta sobre el aprendizaje en contextos escolarizados
- la aplicabilidad de sus propuestas le ha asegurado su vigencia hasta nuestros días.

Para este autor, existen diferencias en los procesos de aprendizaje que se producen en las aulas, y estas diferencias se refieren en primer lugar, al tipo de aprendizaje que realiza el estudiante; en segundo lugar, se relacionan con el tipo de estrategia o metodología de enseñanza que se utiliza.

El aprendizaje está centrado en el sujeto que aprende, concebido básicamente como un ente procesador de información, capaz de dar significación y sentido a lo aprendido. De aquí se desprende la noción de aprendizaje significativo, la cual va a marcar un cambio fundamental en cuanto a la concepción de ese proceso.

Ausubel (1963) señala que el aprendizaje significativo es el mecanismo humano por excelencia para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e información representadas en cualquier campo de conocimiento; es el proceso mediante el cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende.

La no arbitrariedad pretende indicar que el material a aprender debe poder relacionarse con el conocimiento ya existente en la estructura cognitiva del sujeto (formal o no). La sustantividad trata de decir que lo que se incorpora a la estructura cognitiva es lo esencial del conocimiento, de las ideas y no las palabras utilizadas para expresarlas.

Cuando el material educativo solamente se puede relacionar de manera arbitraria y lineal, es decir, cuando no aporta significados al sujeto, el aprendizaje se considera mecánico o automático. El significado lógico del material de aprendizaje se transforma en significado psicológico para el individuo.

La diferencia fundamental entre Aprendizaje mecánico o automático (repetitivo o memorístico) y aprendizaje significativo se encuentra en la posibilidad de relación con la estructura cognitiva. En consecuencia, la variable fundamental para el aprendizaje significativo es el conocimiento previo, es decir, la estructura cognitiva del estudiante.

Ausubel enfatiza el método expositivo y el aprendizaje en su nivel más elevado, es decir, a través del lenguaje verbal; otorga más importancia a la dimensión informativa que a la formativa y a los aspectos reproductivos más que a los productivos. señala que las personas aprenden mediante la organización de la nueva información, ubicándola en sistemas codificados.

El autor, distingue entre aprendizaje receptivo repetitivo memorístico (no significativo) y aprendizaje significativo receptivo. Ambos pueden producirse en situación escolarizada, a partir de la clase magistral y la metodología expositiva, con material audiovisual o con recursos informáticos. Pero solo será significativo si la información recibida se enmarca en la estructura conceptual que el estudiante posee.

La responsabilidad del profesor, en este sentido, consiste en propiciar situaciones didácticas que favorezcan el aprendizaje significativo, dado que este se asocia con niveles superiores de comprensión y es más resistente al olvido.

El autor considera que, especialmente en los últimos niveles de la educación básica y hasta el nivel de educación superior, el aprendizaje significativo por recepción es el más importante, incluso más que los aprendizajes que se logran por descubrimiento ya que los estudiantes no van a descubrir conocimientos continuamente, especialmente los de gran dificultad conceptual.

Esto se fundamenta, en primer lugar, en el hecho de que la mayor parte de la información que se aprende en esos niveles se expresa en lenguaje oral o escrito y quien la presenta -el profesor- debe haberla preparado previa y adecuadamente; asimismo, se considera que la perspectiva de aprendizaje por descubrimiento significativo es más costosa. Por otra parte, en estos niveles educativos, el estudiante cuenta ya con capacidades de razonamiento abstracto que no se

presentan en los niños pequeños, las cuales les permiten acceder a la información y relacionarla con sus aprendizajes previos.

El problema que se ha presentado en las instituciones educativas radica en el hecho de que, en general, se busca que la información que aporta el profesor o la que está en los materiales de estudio se aprenda de manera repetitiva, memorística, sin referirla a los esquemas del sujeto y sin reconocer los elementos sustanciales de los objetos a aprender.

Para Ausubel, el aprendizaje es producto de la aplicación reflexiva e intencional de estrategias para abordar la información, concretamente los contenidos escolares; estas se caracterizan como los procedimientos o cursos de acción que utiliza el sujeto como instrumentos para procesar la información (codificar, organizar, recuperar). En otros términos, las estrategias de aprendizaje constituyen un “saber cómo conocer”, de ahí su importancia (Paris et al., 1983).

Se han propuesto diversas tipologías y formas de clasificación de las estrategias de aprendizaje, en función de criterios más o menos específicos. Sin embargo, de una manera genérica, es posible señalar dos grandes grupos:

- las estrategias que permiten un procesamiento superficial de la información, como las orientadas al repaso(subrayado, notas, etc.),
- las que promueven un aprendizaje profundo de la información, como las estrategias de elaboración conceptual, verbal, etc.

Además de que el sujeto desarrolle esas estrategias, es importante que también adquiera conciencia de sus propios procesos para aprender, es decir, que sepa qué tipo de recursos debe emplear, en qué momento y ante que contenidos, de manera que sea capaz de planear, supervisar y autoevaluar su proceso de aprendizaje, e incluso de proponer formas de corregir sus resultados, en una perspectiva de mayor autonomía (Metacognición).

El proceso de enseñanza supone la utilización de procedimientos o recursos por parte del profesor, tratando de lograr aprendizajes significativos en sus alumnos. Tales estrategias de enseñanza o instruccionales son diferentes de las que desarrolla el estudiante para favorecer su proceso.

Se otorga un énfasis particular a los objetivos. La mayor parte de los autores que pertenecen a esta corriente señalan que un objetivo prioritario en la institución educativa es que los individuos aprendan a aprender, lo cual supone enseñarlos a pensar. Sin duda, los aprendizajes de contenidos son indispensables en todos los niveles educativos, pero deben enfatizarse, además, habilidades generales y específicas que les permitan convertirse en aprendices activos, capaces de acceder y manejar eficazmente diferentes tipos de contenidos curriculares.

Otra dimensión que recibe particular interés no solo de Ausubel, sino de la mayor parte de los representantes del paradigma, es la relacionada con los contenidos. Se distinguen diferentes tipos de éstos y se proponen modalidades y criterios para su selección y secuenciación, de manera que permitan una mejor comprensión y asimilación.

Actualmente, una de las líneas de trabajo más importantes del paradigma cognitivo es la relacionada con el desarrollo de metodologías de intervención en áreas específicas de los contenidos curriculares. Se aprecian importantes avances en el terreno de las matemáticas, de las ciencias naturales y más recientemente, de las ciencias sociales. Su interés es indiscutible, ya que permitirá contar con nuevas metodologías tanto para el diseño curricular como para las actividades de enseñanza.

Durante toda la década de los sesentas, Ausubel trabaja sobre el aprendizaje verbal y el aprendizaje significativo para destacar la enseñanza expositiva o por recepción, frente a los postulados del aprendizaje por descubrimiento de Bruner.

Este autor plantea, como base de su teoría, que el ser humano no puede desarrollarse si no es mediante la educación y que, forzosamente, el desarrollo del pensamiento es ayudado desde el exterior. Considera que “el conocimiento es poder” y que la escuela, en lugar de contribuir a reproducir un sistema clasista, debería apoyar su transformación.

De la misma manera que los señalan otros autores, Bruner piensa que el desarrollo del individuo se lleva a cabo en etapas, pero le atribuye más importancia al ambiente que al desarrollo. Las etapas que marca son la ejecutora, la Icónica y la simbólica.

Para este autor, los procesos educativos no son sino prácticas y actividades sociales mediante las cuales los grupos humanos ayudan a sus miembros a asimilar la experiencia colectiva culturalmente organizada.

La teoría instruccional de Bruner establece los siguientes aspectos:

- Crear una disposición favorable al aprendizaje
- Estructurar el conocimiento para estructurar su comprensión
- Establecer la secuencia más eficiente para presentar los contenidos que se deben aprender
- Especificar los procedimientos de recompensa y castigo, procurando abandonar las motivaciones extrínsecas a favor de las intrínsecas
- La predisposición favorable al aprendizaje se alcanza cuando este es significativo.
- La motivación es un factor determinante en el aprendizaje, y esta solo proviene del valor que el estudiante le atribuye al propio saber.

Bruner propone el concepto del currículo en espiral (o recurrente), el cual supone que, a medida que se avanza a niveles superiores, los núcleos básicos de cada materia aumentan en cantidad y profundidad y pueden ir de lo intuitivo a lo simbólico, de lo manipulativo a lo simbólico, etc..De hecho, para Bruner es posible enseñar cualquier tema, en cualquier etapa de desarrollo del individuo.

Concede particular importancia a la estructura de las asignaturas. Tal estructura está constituida por las ideas fundamentales y sus relaciones (su esquema), las cuales representan la información esencial de un cuerpo de conocimiento. En consecuencia, el aprendizaje debe centrarse en dichas estructuras ya que esta modalidad de organización presenta ventajas tales como favorecer la comprensión y la memorización, ayuda, además, a obtener transferencias adecuadas y posibilita la aplicación a nuevos problemas.

Uno de los autores pertenecientes a la corriente cognoscitivista más moderna es R. Feuerstein. Su modelo teórico-práctico sobre la modificabilidad estructural cognitiva presenta algunos aspectos de particular interés en el desarrollo de enfoques educativos centrados en el aprendizaje, particularmente en el contexto de las instituciones de educación superior nacionales, en las cuales se presentan situaciones que ponen en evidencia ciertas carencias cognitivas y

motivacionales que, sin duda, inciden en el logro de resultados educativos de mejor calidad.

Su teoría se enfoca al mejoramiento de la capacidad de la inteligencia a través de modalidades de intervención cognitiva. La técnica desarrollada por Feuerstein, denominada Programa de Enriquecimiento Instrumental (PEI) ha sido utilizada con resultados positivos en contextos educativos con grados importantes de privación sociocultural (grupos marginados, indígenas, entre otros). Esto genera, en muchos casos, insuficiente desarrollo cognitivo o deficiencias intelectuales, lo cual impide a los estudiantes beneficiarse de la información y del aprendizaje.

Para este autor, la modificabilidad estructural cognitiva se basa en el supuesto de que el organismo humano es un sistema abierto y controlable a los cambios cognitivos y que la inteligencia es modificable a partir de procesos de experiencia e intervención cognitiva. Las variables fundamentales que apoyan su teoría son las siguientes:

- La inteligencia es un resultado de la interacción entre el organismo y el ambiente.
- El Coeficiente Intelectual (CI) se desarrolla de acuerdo con las posibilidades y la riqueza cultural del ambiente.
- El potencial de aprendizaje: indica las posibilidades de un sujeto para aprender, en función de la interacción con el medio. Serán mayores si el ambiente es más rico, culturalmente. La cultura: incluye los valores, creencias, conocimientos, transmitidos de una generación a otra.
- La estructura de la inteligencia es modificable por medio de la intervención oportuna y la mediación adecuada en el aprendizaje.
- Dicha mediación implica el desarrollo de ciertas capacidades y destrezas que facilitan la modificación de la estructura de la inteligencia, al transformar alguno de sus elementos. Por ejemplo: la estructura de la inteligencia se puede modificar por el aprendizaje de las Matemáticas, siempre y cuando éstas se orienten al desarrollo de dos capacidades básicas: el razonamiento lógico y la orientación espacio-temporal, por

medio de destrezas como las de calcular, representar, medir, comparar, localizar, elaborar planos, etc.

- La inteligencia es siempre susceptible de enriquecimiento, salvo en condiciones de lesión orgánica grave.
- Las diferencias individuales, sociales y contextuales pueden generar avances más lentos o más rápidos, pero siempre será posible mejorar el desarrollo cognitivo si la intervención es adecuada.

Como se observó previamente, la aplicación de esta teoría y de sus métodos pueden aportar elementos para atender de manera más pertinente la diversidad de capacidades y posibilidades de los jóvenes inscritos en las instituciones de educación superior.

La Psicología Humanista,

En torno a este paradigma, para Hernández (2010), cubre aspectos que el paradigma conductista no ha contemplado. Además del cognitivo, reconoce tres aspectos: 1) el dominio socio-afectivo, 2) relaciones interpersonales y 3) valores en los escenarios educativos. Este paradigma aprecia que la personalidad humana está en proceso de desarrollo, que es una totalidad y que ha de ser estudiada en el contexto interpersonal y social.

Cabe destacar que la Psicología Humanista representado por Carl Rogers, rechazó totalmente la noción de que el aprendizaje es la simple absorción de información, considera que el conocimiento es construido por cada individuo mediante la interpretación y comprobación del significado de sucesos externos en términos de la relevancia de la experiencia pasada y afirmó que el aprendizaje significativo ocurre cuando el sujeto percibe que la enseñanza es relevante para sus objetivos personales, o satisface alguna de sus necesidades sociales.

Para el autor, el aprendiz verdaderamente realizado es aquel que adquiere una actitud de apertura frente a las experiencias e incorpora a sí mismo el proceso de cambio, resalta Hernández (2009), la orientación del paradigma humanista de la enseñanza hacia la comprensión del estudiante como persona y en advertir los significados de sus propias experiencias.

Roberts en 1978 (citado en Hernández, 2010) menciona 5 partes elementales que debe tener un profesor bajo este esquema:

1. El profesor se centra en el aprendizaje de los alumnos a través de su crecimiento personal.
2. Fomenta la originalidad, creatividad e imaginación de los alumnos.
3. Promueve las experiencias interpersonales
4. Provoca en los estudiantes sentimientos positivos hacia las materias
5. Ayuda a inducir aprendizajes de los alumnos vinculando los contenidos con aspectos cognitivos y vivenciales.

El aprendizaje, de acuerdo con Rogers (1978), requiere de la comunicación interpersonal y de la relación personal y continua entre profesor y alumno. De esta manera, para responder a este reto, la educación a distancia incorpora a su sistema de instrucción las tecnologías más recientes, las cuales permiten desarrollar a distancia esa recomendada relación personal dificultada por la separación física entre profesor y estudiante.

Por otro lado, el docente tiene un rol central en su relación de respeto hacia el estudiante, creando un clima social básico que posibilita un intercambio comunicativo académico y emocional. Recurre a las estrategias o técnicas de enseñanza como: construir problemas, reflexionar e identificar alternativas de solución. Mientras que el docente se interesa en el estudiante como un ser total, procurando desarrollar su propia sensibilidad hacia las percepciones, sentimientos y sensibilidad de sus estudiantes; se opone a las posturas autoritarias, egocéntricas y de suma dirección; promueve un clima de confianza en el aula.

Según Hernández (2009), en este enfoque, el estudiante tiene una participación abierta, activa y no impuesta por el docente. Además, el aprendizaje se desarrolla por experiencia, a partir de que se pone en juegos todos sus procesos cognitivos y afectivos. Se considera que este aprendizaje es más perdurable y profundo que los aprendizajes sustentados en la repetición, memoria literal y acumulación de conocimientos que se reciben sin pasar por la reflexión o selección del sentido personal del aprendizaje.

De lo anterior, se deriva que los programas educativos son más flexibles, con un elemento central: la interacción abierta entre docente y estudiantes y las

estrategias de enseñanza-aprendizaje son más abiertas y vivenciales, haciendo más significativo el aprendizaje. Algunas de las propuestas por Rogers (citado en Hernández, 2010) se encuentran: Grupos Cooperativos, Descubrimiento Guiado, Contratos, Juegos, Proyectos, Investigación, y particularmente la Autoevaluación; y se caracterizan por: Construir sobre problemas percibidos como reales, Proporcionar recursos, Trabajo de investigación y/o elaboración de proyectos, Tutorías entre compañeros, división del grupo y utilizar contrato

Es importante destacar, que para los humanistas, la educación debe ayudar a los alumnos a que decidan lo que son y lo que quieren llegar a ser., asimismo a el logro máximo de la educación es *la autorrealización de los estudiantes en todas las facetas de su personalidad*. Para ello la educación debe integrar lo intelectual, lo afectivo y lo interpersonal.

La presencia del paradigma humanista se advierte como parte de los objetivos deseables a los que debe aspirar la educación abiertos y a distancia y su aplicaciones son considerados como positivos en cuanto a: ejercicio de la autoevaluación, eficacia de la educación abierta, cambios en el papel del profesor hacia un modelo de facilitador-tutor, entre otros

La ***Teoría de la Comunicación*** enfocó sobre el hecho de que el hombre se educa durante toda su vida con base a las relaciones que establece con sus semejantes y con el entorno. La comunicación es un proceso que se manifiesta en intercambios observables..

En la educación a distancia la comunicación se produce en situación de no contigüidad entre quienes realizan el proceso comunicativo. Para el momento de la creación de las primeras universidades a distancia, los aportes teóricos que estaban en boga eran:

- El concepto de comunicación de dos vías de Baath
- La conversación didáctica guiada de Holmberg
- Los conceptos de interacción e independencia de Daniel

Baath estudió la comunicación de doble vía en la educación por correspondencia, de igual forma, analizó la aplicabilidad de ese concepto en la modalidad a distancia. De ese análisis derivó diversas actividades del docente en

la comunicación de dos vías. Esas actividades se orientan a establecer los conocimientos previos del aprendiz, así como a motivar promover y evaluar el aprendizaje. Estas actividades sólo se refieren al docente, en consecuencia no se habla de un diálogo como tal.

De acuerdo con Holmberg (1995), la comunicación de ida y vuelta tiene lugar entre los estudiantes y la organización de apoyo, que en la mayoría de los casos consiste en la revisión de las tareas de los estudiantes, las cuales son evaluadas y devueltas a los alumnos con sugerencias. Este autor, como ya se dijo previamente, desarrolló el concepto de la conversación didáctica guiada. Para él la comunicación personal en forma dialógica es necesaria en la educación a distancia y que el estudio en esta modalidad se organiza como una forma mediatizada de conversación didáctica. Según Perraton (1983) esta conversación puede ser real (por correspondencia, por teléfono, por contacto personal) o simulada (estilo conversacional que asumen el autor o autores de los materiales instruccionales o el diálogo interno que sostiene el estudiante consigo mismo al procesar un texto con miras a aprender). Sobre esta base de diálogo simulado desarrolló Holmberg su concepto.

Holmberg (1995), también expresó la importancia de la empatía al desarrollar los materiales instruccionales, la tutoría y la orientación, lo cual implica promover el diálogo, real o simulado, con miras a que el estudiante comparta sus logros, expectativas, dudas. En este sentido, González (1990) apunta que el autor de un libro aun cuando vaya a ser distribuido masivamente, debe pensar que se dirige a un lector singular. No obstante, aunque existe conciencia de que los materiales producidos en forma industrializada, como apunta Paul (1999), son poco útiles en cuanto a atender las muy disimiles necesidades de los estudiantes a distancia a quienes están dirigidos, no dejan ser útiles pautas como las presentadas por González para la elaboración de materiales instruccionales para esta modalidad.

Los aportes anteriores recalcan el papel del docente en la comunicación, en tanto que se hace poca referencia a la participación del estudiante o se omite. Esta situación pudo influir en las prácticas educativas de las universidades a distancia

donde la comunicación desde el estudiante es escasa, y en general, de carácter remedial.

A continuación un modelo de este tipo de enseñanza, la Universidad Nacional Abierta (UNA) de Venezuela, pionera de la educación a distancia en el país y en el Caribe, contexto institucional donde se desarrolló la investigación que sustenta este trabajo.

La Educación Extramuros en Venezuela

La educación extramuros en Venezuela ocurre en 1837, según narra el Dr. Fernández Heres (citado en Afonso, 2011), sin ninguna repercusión en la práctica, fue una propuesta ante el Congreso de la República por el Secretario de Interior y Justicia, Dr. José Bracho, basado en el principio de libertad de aprendizaje, que se adaptara la praxis en el nivel de enseñanza universitaria de modo de ofrecer más oportunidades para obtener títulos universitarios.

Posteriormente en 1883, fundamentado en este principio se inicia el régimen de habilitación de estudios mediante un Decreto del Presidente Guzmán Blanco se le otorga a los ciudadanos el derecho a optar a grados académicos, a título de suficiencia, en casos excepcionales, “como un tributo que el Estado rinde a la igualdad civil, facilitando a los pobres e impedidos por causas extrañas de seguir cursos de estudios...” (Fernández H., 2009, p.28).

Cabe señalar, el reconocimiento de las capacidades a los ciudadanos que por falta de recursos cuantiosos, las cuales serían útiles a la patria y a sí mismo, de parte Ministro de Instrucción Pública impulsor de este proyecto Dr. Aníbal Dominici, con la intención de resaltar las virtudes y confirmar la buena opinión del gobierno al decreto, sin embargo atravesó por varias restricciones hasta excluirlo definitivamente en 1927, por la presión de las opiniones desfavorables y las sentencia de la Corte Federal de 1914 (Fernández H., 2009).

Pasado diez años comenta Fernández H, a finales de los años treinta, en noviembre de 1938 se crea el *Centro de Extensión Pedagógica* con tres programas: cursos por correspondencia, radio educativa y cine educativo, para formar maestros de Instrucción Primaria y maestros en ejercicios no titulares. En

1948, el Ministro de Educación Dr. Luis Beltrán Prieto Figueroa presenta al congreso el proyecto del *Instituto de Mejoramiento profesional* que inicia su funcionamiento en el año escolar 1950-1951, con la finalidad de la profesionalización de maestros no titulares y la especialización de los titulares.

Refiere el mencionado autor, que el Instituto inicia sus labores con el sector no graduado, debido a la considerable cifra de maestros no titulados y su extensión en el territorio nacional, asimismo otras universidades del país ofrecían Estudios Universitarios Supervisados, entre una de ellas la Universidad Simón Rodríguez, estos antecedentes servirán de incentivo para la creación de la UNA.

La Modalidad de Educación a Distancia de la Universidad Nacional Abierta

En el proyecto de creación (UNA,1977), se justifica su instauración, señalando que la UNA “se propone como una respuesta innovadora e imaginativa para colaborar eficazmente en la solución de los problemas de la educación superior y para reforzar la influencia de este nivel de estudio en el desarrollo del país” (p.43). En palabras de Alfonzo (2011), la UNA surge como una alternativa para la inclusión y la innovación en la educación superior y cuyo objeto era proporcionar educación a sectores tradicionalmente excluidos de los sistemas educativos regulares en Venezuela.

Esta Institución Universitaria se diseña e inicia en el periodo 1974-1976, narra Romero (2009), cuyas directrices están fundamentadas en el V Plan de la Nación en los conceptos de: democratización, masificación, innovación y desarrollo autónomo Señala la autora, que estos cuatro conceptos permiten caracterizar la Universidad en relación con la teoría general de sistemas, donde el contexto se relaciona con el concepto de democratización y masificación, los procesos y el funcionamiento interno con la innovación y el producto con el desarrollo autónomo.

Al respecto, la UNA ha sido considerada una alternativa de estudios superiores válida para muchas personas que hasta aquel momento no habían podido ingresar al subsistema de educación superior venezolano, actualmente se incluyen egresados de Educación Media y Diversificada, según Alfonzo (2011)

esto es debido a la dificultad de acceder a las universidades presenciales del país, de allí se evidencia los principios de democratización del acceso y fomento de la permanencia de los estudiantes en sus lugares de residencia, imprimiendo a esta Universidad el carácter de alternativa de estudios superiores.

De manera que desde su génesis la UNA esta llamada para dar respuesta a la demanda a la Educación Universitaria, cumpliendo con su Misión y Visión, que está orientada por los Principios Educativos del país , además de los siguientes principios propuestos en el Proyecto de Creación de la UNA (2007) :

1. Individualización de la enseñanza: creación de posibilidades reales de autoestudio, así como el estímulo de la creatividad y el pensamiento crítico,
2. Complementariedad: supone el trabajo articulado con otras instituciones sociales.
3. Optimización de la inversión: supone que la EaD reduce los costos del Estado por alumno y por egresado. Está implícita la relación entre matrícula, prosecución y culminación de los estudios.
4. Carácter nacional: implica la presencia de la UNA en todo el territorio nacional.
5. Optimización del uso productivo del tiempo de ocio: contribución a mejorar el uso que hacen los venezolanos con su tiempo libre, en función de su desarrollo personal y social. (UNA , 2007)

A estos principios se configuran rasgos básicos, relacionados con los objetivos de la UNA y con su acción sobre la Comunidad Nacional (UNA, 2007). Al respecto, Pérez (citado en Corredor, 2014) afirma que los rasgos básicos” son la fortaleza y la garantía de su pertinencia social en el sentido que la universidad está capacitada como organización para asumir los retos actuales que la sociedad demanda”. (p.11), entre ellos se encuentran:

- Alcance, la Presencia nacional y carácter masivo en la UNA, debido a que cuenta con una red de centros locales y oficinas de apoyo ubicados en todas las entidades federales de Venezuela, para atender a la población en los sitios geográficos más remotos y a personas que difícilmente podrían

acceder o continuar estudios de educación superior, por limitaciones de tipo laboral, familiar, social, económico, geográfico y/o físico.

- Flexibilidad, la Individualización de la enseñanza le permite al estudiantado UNA que puede seleccionar las formas, el tiempo y el ritmo para abordar el aprendizaje de acuerdo a sus necesidades, posibilidades y preferencias.
- Adaptabilidad, la UNA tiene un gran potencial para adaptarse a los distintos entornos en los que hace presencia, esta adaptabilidad viene dada además, por la posibilidad de establecer alianzas institucionales con entes públicos y privados en los diferentes Estados del país. Por otra parte es una premisa fundamental la capacidad de adaptación a las necesidades y exigencias de la sociedad mediante innovaciones educativas que respondan a las necesidades del estudiantado y del contexto.
- Productividad La UNA Optimización de la inversión, Masificación e Innovación Educativa permitirá aprovechar las capacidades y recursos de manera óptima lo cual va a generar altos niveles de eficiencia y eficacia.

Uno de los retos de esta Universidad es consolidar el nivel académico institucional por ello el sistema institucional y el enfoque curricular de la UNA, deben procurar el afianzamiento de: La permanencia e interacción del estudiante con su propio medio, viabilidad de información e investigación comparativa nacional e interacción educativa, cuyo espacio académico está determinado por el ámbito de aprendizaje centrado en el estudiante, la cobertura territorial de la UNA y la oportunidad institucional de acción e información sobre el total del país., elementos que caracterizan esta modalidad educativa

De acuerdo al Proyecto de Creación de la UNA (2007), el proceso de enseñanza y aprendizaje se funda sobre dos características tecnológicas relevantes: primeramente la concepción curricular la cual orienta el aprendizaje hacia una interacción entre la teoría y práctica para transformar la realidad y segundo una concepción instruccional estructurada que facilitara la autoinstrucción y se basaría en un paquete instruccional, que cuenta con material impreso, audiovisual y de materiales electrónicos que facilitarían la transmisión de

conocimientos y contribuyen con la formación de un individuo racional, creativo, ético y crítico.

Estas características de la Universidad Nacional Abierta facilitan el ingreso del adulto que decide estudiar nuevamente a través de otros medios, diferentes a los presenciales, que le ofrezcan la oportunidad de lograr sus metas de aprendizaje.

Sistema de apoyo o tutoría

Dentro del contexto de servicio de apoyo al estudiante en los sistemas de EaD, la docencia juega un rol fundamental, la cual se ejerce a través de distintos roles, bien diferenciados y específicos, de acuerdo con García (citado por Corredor, 2014) son: planificadores, expertos de contenido, pedagogos o tecnólogos educativos, especialistas en la producción de materiales didácticos, tutores/consultores, evaluadores

Específicamente, en el contexto de la Universidad Nacional Abierta una característica presente desde sus orígenes, es esta visión diferenciada de la labor docente es decir, la acción docente es “fragmentada” en diferentes procesos: diseño instruccional, evaluación, facilitación y acompañamiento de procesos de aprendizaje, orientación y extensión. Cada uno de estos procesos es ejecutado por docentes que tienen funciones específicas, las cuales responde a los roles o responsabilidades que el profesorado ejerce dentro del sistema.

A continuación se caracterizan los roles docentes que hacen vida en la UNA.

- a) Especialistas de contenido: profesionales expertos en el ámbito de las distintas carreras que oferta la UNA: 1) Educación, en cualquiera de sus menciones, Integral, Inicial, Matemática o Dificultades de Aprendizaje; 2) Ingeniería, en Sistemas o Industrial; 3) Administración y Contaduría; 4) Matemática. Desarrollan su acción docente en el Nivel Central (ubicado en la capital del país), en trabajo conjunto con los diseñadores instruccionales y evaluadores. Entre sus principales funciones se tiene: producción y actualización de

materiales instruccionales (textos UNA, guías instruccionales, selecciones de lectura); elaboración de instrumentos de evaluación (pruebas objetivas, de desarrollo, trabajos prácticos) y banco de ítems, elaboración de prescripciones académicas (planes de curso, planes de evaluación, instructivos para la valoración de trabajos prácticos) (Alfonzo, 2011; López, 2009).

- b) Asesores Académicos: al igual que los especialistas de contenido son profesionales de cualquiera de las carreras que oferta la UNA. Desarrollan su acción docente en las Unidades Operativas (CL y UA), dispersos por todo el territorio nacional. Debe manejar un amplio conjunto de asignaturas dentro de la carrera correspondiente. Su función primordial es establecer la interacción entre el estudiantado a distancia y la institución, es la cara visible. Su rol es académico y motivacional. (Alfonzo, 2011; López, 2009).
- c) Orientadores: la función orientadora en la UNA se concibe como un servicio de apoyo al estudiantado, cuya finalidad es apoyar la integración y el desempeño de estos a la institución (UNA, 1990). La figura del orientador/a en la UNA constituye el primer contacto del estudiantado con la institución, pues es este docente de la orientación, quien tiene a su cargo todo lo relacionado con la inducción del estudiantado de reciente ingreso al sistema de EaD. Dicha inducción se realiza a través del denominado: Curso introductorio, el cual constituye una “estrategia de orientación inicial, dirigida al estudiante de nuevo ingreso, encargada de entrenarlo en autodirección del aprendizaje” (Flores, citado en Corredor, 2014, p.60).

Entre otras funciones realizadas por los orientadores UNA están referidas

- a: información institucional – académica, orientación vocacional – profesional, orientación personal social, orientación educativa, asistencia jurídica, socioeconómica y médico hospitalaria, asesoría para recreación y uso del tiempo libre (Campos, 2009).

En la UNA la labor orientadora suele tener mayor relevancia para quienes aspiran entrar al sistema y en lo relacionado con el bienestar socioeconómico. Cabe señalar que se han realizado diversas propuestas relacionadas con la importancia de la orientación durante la permanencia del estudiantado en el sistema, así como sobre la pertinencia de un trabajo colaborativo entre quienes ejercen roles de orientación y asesoría académica (Viloria, 2009; Alfonzo, 2011).

- d) Diseñadores instruccionales: su principal función es el asesoramiento para el diseño y producción de materiales instruccionales. La UNA cuenta con una Unidad de Diseño, en la cual un equipo de diseñadores instruccionales tiene la responsabilidad de acompañar a todas las carreras en lo relativo al diseño de materiales. Trabajan de manera conjunta con especialistas de contenido, evaluadores y productores de medios (Alfonzo, 2011).
- e) Evaluadores: prestan sus servicios de acompañamiento en cada una de la carreras que se ofertan en la UNA, sus principales funciones son: revisión y validación de la pertinencia y calidad de los instrumentos de evaluación sumativa; acompañamiento a los especialistas de contenido para la validación de la congruencia y calidad de las prescripciones académicas (planes de curso y planes de evaluación), específicamente en lo relacionado con la definición de objetivos y con la determinación de actividades de evaluación; participar en la evaluación de cursos, diseños y materiales instruccionales. Los evaluadores trabajan de manera colaborativa con los especialistas de contenido y diseñadores instruccionales.

Evidentemente, existen diferencias en cuanto a los roles y funciones que desempeñan en la Institución, sin embargo, en su condición académica todos tienen el mismo estatus. Alfonzo en el 2011, reflexiona sobre la condición de los docentes que cumplen con las funciones específicas anteriormente señalados y destaca lo establecido en el reglamento de ingreso a la UNA “su ingreso a la

universidad y el desarrollo de su carrera académica es el mismo y se rige por lo establecido en la Constitución Nacional y las leyes de la República”. (p160)

Como se pudo observar en la caracterización de los roles docentes en la UNA el trabajo se realiza a modo de equipos de trabajo, específicamente entre los roles de especialistas de contenido, evaluadores y diseñadores instruccionales. Las funciones propias de apoyo al estudiantado como son orientación y asesoría académica, se observan separadas de los procesos de planificación y diseño.

Al respecto, López (2009) y Alfonzo (2011) aluden al desfase o fragmentación existente entre las funciones desempeñadas por los especialistas de contenido y los asesores académicos como una debilidad del sistema. Apuestan por el necesario trabajo interdisciplinario entre estos dos actores, dado que el especialista de contenido suele diseñar materiales, recursos e instrumentos de evaluación divorciado de la realidad de los Centros Locales y la interacción que ejerce el profesorado (asesor académico) y orientadores con el estudiantado, su contexto, sus dificultades ante los materiales son insumos de gran importancia para la optimización de los materiales instruccionales y de los mecanismos de evaluación.

Se ha tratado de vincular de los roles docentes, sin embargo, los autores señalan que hasta la fecha no han sido adoptadas por la UNA. Si bien los asesores académicos pueden realizar sugerencias a los especialistas de contenido acerca de los materiales instruccionales, de las pruebas o de los trabajos prácticos, no existen mecanismos institucionales que faciliten que dichas propuestas y sugerencias se implementen en atención a las necesidades detectadas por el profesorado (asesor académico), el estudiantado; o como respuesta a las características de las diferentes regiones geográficas.

De lo expuesto previamente, se extrae importancia de las “caras visibles” que consolida la educación a distancia, el referente humano, el tutor, encargado de orientar, motivar y guiar al estudiante tanto en los aspectos propios de la disciplina como en el cómo estudiar o cómo aprovechar mejor los materiales de estudio y consulta a lo largo de todo su proceso de aprendizaje. Aunque la educación a distancia requiere de un alto grado de compromiso y autogestión, el educando no se encuentra solo sino que dispone de un tutor, a los efectos de este

estudio se utiliza el término asesor/a académico/a, para hacer referencia al profesorado que ejerce funciones de asesoría académica (AA) en el contexto de la Universidad Nacional Abierta (UNA).

La asesoría académica en la UNA

La asesoría académica se concibe como un servicio de apoyo al estudiantado que posibilita la integración de múltiples medios y estrategias de enseñanza con la finalidad de orientarles en su proceso de estudio, en los mecanismos de evaluación formativa y sumativa para garantizar la calidad de los procesos instruccionales (UNA, 1997).

Según el mencionado Proyecto de Creación de la UNA, el profesorado (asesor académico) realiza las siguientes tareas: a) explica, refuerza y / o integra objetivos de aprendizaje; b) responde a las consultas; c) supervisa la calidad y el ritmo de aprendizaje y propone soluciones para mejorar el logro de los objetivos; d) guía la experiencia grupal de aprendizaje; y e) atiende problemas relacionados con la comprensión del contenido académico (UNA, 1977).

A este respecto se refiere Brito y Jaimes (citado por Alfonzo, 2011), que la asesoría es entendida como: a) asistencia que el estudiantado requiere para el desarrollo de su propio aprendizaje; b) implica una relación cara a cara, que puede ser mediada por las tecnologías. En esta concepción, Alfonzo (2011) argumenta la presencia del asesor es direccional, es decir, a solicitud del estudiantado; y el material instruccional desempeña el papel de guía maestro.

Entre sus principales funciones se tienen: acompañamiento del proceso de aprendizaje del estudiantado, mediante asesorías presenciales cara a cara o a través de medios electrónicos (estos últimos se han incorporado paulatinamente), individuales o grupales relacionadas con: uso idóneo de los materiales instruccionales, desarrollo de habilidades para el estudio independiente, orientación y guía ante dificultades con los contenidos o con los mecanismos de evaluación, realimentación acerca de la evaluación tanto formativa como sumativa, orientación sobre las directrices para la elaboración de trabajos prácticos, corrección de pruebas de desarrollo y trabajos prácticos. (Alfonzo, 2011)

Es así como, la asesoría académica, a cargo de un docente especializado en el área temática, es herramienta valiosa, pero además debe ser capacitado en función de la modalidad a distancia para que sustentado en esa capacitación pueda utilizar y generar estrategias instruccionales que faciliten el proceso de asesoría involucrado al participante con el sistema a distancia, esta realidad lleva implícita la poca consolidación del perfil de asesor, incluyendo su función.

Esto hace oportuno citar algunos autores, que han trabajado sobre las cualidades idóneas del asesor a distancia, como el caso de García Aretio en 1999, el cual, alude a las cualidades humanas del buen tutor en la educación a distancia, dejando a un lado las cualidades técnicas y las relativas al manejo y conocimiento de los aspectos psicológicos y pedagógicos propias, las cuales serían: *Cordialidad*: El tutor debe mostrarse cordial ante sus discentes en los distintos tipos de contacto utilizado: lenguaje corporal, gestos, tono de voz, lo que se dice y cómo se dice; *Aceptación*: aprobar (en el sentido de aceptar) la realidad del estudiante a través de la comunicación con éste por distintas vías es fundamental para que el educando se sienta merecedor de respeto y atención; *Honradez*: el tutor no debe crear en el educando falsas expectativas y no debe adoptar actitudes prepotentes ; *Empatía*: el tutor debe saber escuchar de forma activa e inteligente mostrando en todo momento interés por lo que se le cuenta y mostrando también un alto grado de comprensión y respeto.

Rodriguez F. (2014), señala 3 cualidades:

- *Cualidades humanas*: cordialidad, aceptación, honradez y empatía. El tutor ha de ser buen observador y hábil para tratar los diferentes problemas que se presenten.
- *Conocimiento de los aspectos psicológicos y pedagógicos* que influyen en la acción tutorial: como las características evolutivas de la edad de los educandos, las contradicciones e inseguridades de cada edad, los estilos de influencia del profesor- tutor, el modo de motivar y activar al estudiante, etc.
- *Cualidades técnicas*: el saber hacer del tutor, la capacidad de adaptar su lenguaje al del estudiante, de respetar los aspectos más personales de éste,

así como su originalidad y creatividad. El tutor debe ayudar al educando en la mayor parte de los campos.

Según autores como Pastor y Román (1979), se establece en tres dimensiones:

- *Cualidades humanas* (el SER del tutor): la empatía, la madurez intelectual y afectiva, la sociabilidad, la responsabilidad y la capacidad de aceptación.
- *Cualidades científicas* (el SABER del tutor): conocimiento de la manera de ser del discente, de los elementos pedagógicos para conocerlos y ayudarlos.
- *Cualidades técnicas* (el SABER HACER del tutor): trabajar con eficacia y en equipo formando parte de proyectos y programas consensuados para la formación de los estudiantes.

Como complemento, Rodríguez F. (2014), compara las dimensiones anteriores con los ámbitos básicos: el conceptual, el procedimental y el actitudinal.

- *Conceptual*: dominio teórico del tema objeto de estudio, conocimiento teórico de los fundamentos de la educación a distancia, conocimiento de la filosofía y objetivos perseguidos por la institución. *el Saber* del tutor.
- *Procedimental*: dominio práctico del tema objeto de estudio, capacidad de comunicación, experiencia docente, conocimiento de las metodologías de enseñanzas y aprendizajes abiertos y a distancia, capacidad de escuchar y rapidez mental. *el Saber Hacer* del tutor.
- *Actitudinal*: personalidad equilibrada y madurez emocional, cordialidad, aceptación, honradez, empatía, confianza en los demás, liderazgo y comprensión en sí mismo. *el Ser* del tutor.

Asimismo, la autora destaca la pertinencia de considerar las cualidades del tutor atendiendo a estos tres ámbitos, debido a que *el tutor es un orientador, un inculcador y un alentador de todo el proceso de aprendizaje conceptual, procedimental y actitudinal del discente.*(p.56) , además de configurar el perfil del tutor.

La cultura en materia de Asesoría en la Universidad Nacional Abierta, ha mostrado, de acuerdo con Leal (2010), cuatro tendencias;

- a) *Legal o Reglamentaria*: representada por una serie de documentos de carácter institucional que persiguen especialmente delimitar y definir el rol del asesor académico.
- b) *Teórica* : constituida por aquellos materiales que plantean la definición de la asesoría, su fundamentación, los enfoques teóricos que la sustentan, sus estilos y el rol ideal del asesor
- c) *Pragmática o de Aplicación*: gira en torno de la implantación de estrategias específicas, metodologías, medios y acciones para impartir o suministrar asesoría académica, vinculadas a las carreras que ofrece la institución
- d) *Cualitativa o Vivencial*: que apunta hacia el rescate del papel que tienen los elementos subjetivos inherentes a esta actividad docente, dentro del sistema a distancia de la UNA.(p.11).

En este orden de ideas, Lucena (2007) presenta cuatro modelos de asesoría académica, propuestos por el vicerrector Académico de la UNA, Néstor Leal en 2005, los cuales se basan en enfoques teóricos de tipo: cognitivo, conductual, instruccional y humanista. Para la autora en referencia, el enfoque propuesto por Bolívar y Gibbs, denominado *Enfoque de Asesoría Proactiva*: es un modelo donde el asesor tiene un papel activo, orientador, motivador, empático, diseñador y planificador de actividades académicas, el cual promueven en el estudiante la necesidad de solicitar la asesoría, además de facilitador de las condiciones para que el aprendiz elija sus propias metas y formas de solucionar sus problemas.

En cuanto al segundo modelo *Asesoría Académica como Proceso de Solución de Problemas* propuesto por Suárez - Joya (2000) este modelo espera que el asesor tenga presente el estudio de las posibilidades de solución de los y aplicarlos en forma consciente y deliberada a cada uno de los metacomponentes presentes en este proceso, los cuales son de los procesos intelectuales del individuo para adquirir y procesar información, según la concepción de Suarez – Joya, estos procesos están en función de los aspectos de la inteligencia humana,

tales como: los mecanismos mentales del individuo; las habilidades para mejorar tareas y situaciones novedosas; y las habilidades para comprender la adaptación y el moldeamiento del ambiente.

La metodología de resolución de problemas referida a las etapas siguientes: La definición de la naturaleza del problema, del cual se parte en la planificación; la selección de los pasos y estrategias; la elaboración de representaciones externas de información del problema; la distribución de recursos disponibles; así como el seguimiento y evolución de las diferentes etapas de los problemas.

.Este modelo, según Leal (citado por Lucena, 2007, p.70) se caracteriza por el supuesto de que, “las operaciones mentales son susceptibles de mejoramiento a través del entrenamiento y la práctica de estrategias” (p.34).

El siguiente modelo propuesto por Gibbs en 1998, según Lucena (2007) corresponde a *La Asesoría Académica de Contenidos*, su propósito principal son los procesos de aprendizaje, por lo tanto el asesor debe orientar y apoyar al estudiante hacia la búsqueda de estrategias que le permitan adquirir las destrezas necesarias para que aprenda a analizar, comprender y entender textos escritos, a fin de que encuentre sus propias respuestas sobre ciertos contenidos específicos en los cuales presenta dificultades.

En este modelo, según la visión de Gibbs, refiere Lucena(2007) el asesor debe adoptar una actitud de empatía, respeto, de atención al estudiante, precisar la naturaleza de sus problemas que comúnmente presentan los estudiantes, de acuerdo a este modelo, son: de explicación, los estudiantes no pueden resolver un problema planteado en el material; de conducta de entrada, el estudiante necesita adquirir alguna destreza previa para entender la explicación del material; de enriquecimiento, el estudiante debe ampliar sus conocimientos y destrezas más allá de los tratados en el curso y de motivos, el estudiante necesita estímulo, orientación y apoyo para estudiar el material.

El siguiente modelo de *Asesoría Académica Centrada en el Estudiante*, propuesto por leal constituye una aplicación de algunos de los principios y actitudes no directivas del enfoque centrado en la persona desarrollado por Rogers, al campo educativo, específicamente a la Educación Abierta y a distancia

Siguiendo a Rogers, Leal (2005) parte de que en proceso de interacción Asesor- estudiante, se produce una comunicación que gira en torno a un contenido que el estudiante desea aclarar o profundizar luego en la medida que el Asesor genere unas condiciones mínimas que faciliten la relación interpersonal, el estudiante lograra un aprendizaje significativo, el cual constituye la meta esencial de la asesoría académica vista desde esta perspectiva.

Según el autor, las condiciones necesarias para que se produzca el aprendizaje significativo, son las mismas que las señaladas por la perspectiva rogeriana, a saber: (a) respeto de aceptación positiva e incondicional al estudiante, por su forma de actuar, expresarse opinar y percibir, y por su habilidad para resolver problemas y tomar decisiones; (b) coherencia en el asesor en lo que él es, y (c) comprensión empática de asesor en percibir el problema que trae el estudiante a la consulta, tal cual como éste lo percibe, para luego darle respuesta, habiendo antes resumido, sintetizado o parafraseado lo que el alumno expresa (Leal, 2005).

Sin embargo, la comunicación Asesor Académico (AA) y estudiante se realiza sobre todo para la aclaratoria de dudas, así como también para plantear reclamos relativos a las respuestas de las pruebas de evaluación. Como se observa, una comunicación muy alejada de un diálogo nutritivo sobre los contenidos de la enseñanza y el aprendizaje, que debería caracterizar la interacción educativa, independientemente de la modalidad.

La asesoría Académica, permite al estudiante obtener toda aquella información referida a una asignatura o bloque de asignaturas específicas de una carrera, en cuanto al contenido de las mismas; reglamentación y evaluación de una o varias asignaturas; clarificación de dudas sobre planes, objetivos y contenidos relacionados con la evaluación de las asignaturas.

El Diseño Curricular en la Universidad Nacional Abierta

El Diseño curricular, se concibe como el marco general que sirve de base para orientar la acción e instrucción de todos los cursos y programas de la Universidad Nacional Abierta, desde su Proyecto de Creación (UNA, 2007), basa

su modelo curricular en cinco conceptos fundamentales: sociedad, estudiante, egresado, educación y curriculum, en cuanto a:

- a) *Sociedad: Venezuela* un país en desarrollo acelerado, con necesidad ascendente de recursos humanos para el crecimiento armónico de las áreas socioeconómicas, científicas y culturales prioritarias, capaz de crear alternativas para responder a la demanda educativa a nivel superior mediante la utilización efectiva y eficiente de sus riquezas humanas y naturales.
- b) El *Estudiante* debe ser un joven o un adulto susceptible de cambios en su formación personal, que trae consigo un acervo de experiencias útiles para su formación personal y profesional. Un estudiante consciente de la posibilidad de cambio, tanto en lo personal como en lo social, capaz de participar críticamente en el desarrollo social, económico, científico y cultural del país; un individuo capaz de identificar, solicitar, seleccionar, elegir y utilizar los recursos necesarios para su formación personal y profesional.
- c) El *Egresado* debe ser un profesional con capacidad de racionalidad, criticidad y creatividad, que puede enfrentar de manera inteligente, su propio desarrollo y el país, y que a través de su acción como ciudadano y como profesional contribuye a reforzar y/o cambiar el sistema de valores individuales y sociales, con miras al establecimiento de una sociedad consistente con los niveles de eficiencia que señalan los progresos de la ciencia y la cultura.
- d) La *Educación Abierta* constituye un conjunto de oportunidades de formación personal y profesional, financiadas principalmente por el Estado y ofrecidas a través de estrategias de educación a distancia. Estas oportunidades de formación las ofrece la Universidad Nacional Abierta a través de la implementación de sus tres funciones: docencia, investigación y extensión.

- e) El *Currículo* está integrado por un conjunto de planes, medios y modalidades de aprendizaje previamente planificados, conducentes a la formación personal y profesional y diseñados con base en:
- Los conocimientos más avanzados de la ciencia.
 - Las características del estudiante y su nivel de conocimientos de entrada.
 - Las necesidades sociales, económicas, políticas, científicas y culturales del país. (p. 65)

El proceso curricular comprende las etapas de diseño, desarrollo, ejecución y evaluación del aprendizaje, supone que los conocimientos científicos existentes son susceptibles de renovación, de incremento y de aplicación a la solución de problemas del medio, a través de la integración efectiva entre teoría y práctica.

La organización especial de los contenidos curriculares permite el ingreso del estudiante a un programa, en cualquier punto continuo de la enseñanza profesional, tomando en cuenta la definición de los niveles de preparación. Esto facilita que el proceso de formación del alumno de la UNA se logre paralelamente con su participación, por medio de su trabajo, en el desarrollo del país, de acuerdo al Proyecto de Creación (UNA, 2007).

La educación a distancia, fundamentalmente para adultos, establece una serie de características basadas en los conocimientos vitales ya adquiridos, de mayor correlación de esos conocimientos y del uso combinado de los medios de comunicación como factores de enseñanza, todo lo cual la diferencia de la educación formativa, progresiva, del sistema formal.

Los elementos que integran el currículo en la UNA son resultantes directos de las características, conceptos básicos y premisas enunciadas anteriormente y pueden sintetizarse, como sigue:

- a) La realidad es el objeto del conocimiento.
- b) El estudiante es el sujeto y puede ser también objeto del conocimiento.
- c) La ciencia puede ser medio para alcanzar el conocimiento de la realidad; y es a su vez, en sí misma, objeto del conocimiento.
- d) La relación entre el sujeto y el objeto se realiza a través de la interacción efectiva entre teoría y práctica.
- e) La interacción entre teoría y práctica puede realizarse dentro de una metodología y una secuencia lógicas, pero en un sistema de relaciones diferentes de las tradicionales en la educación formal.

El modelo curricular presentado en el gráfico 5 apoyado en el Proyecto de Creación de la Universidad Nacional Abierta (UNA, 2007) posibilita obtener tres logros a través del proceso educativo de la UNA: la identificación de los problemas de la realidad, el planteamiento de soluciones de problemas detectados y el incremento de la ciencia.

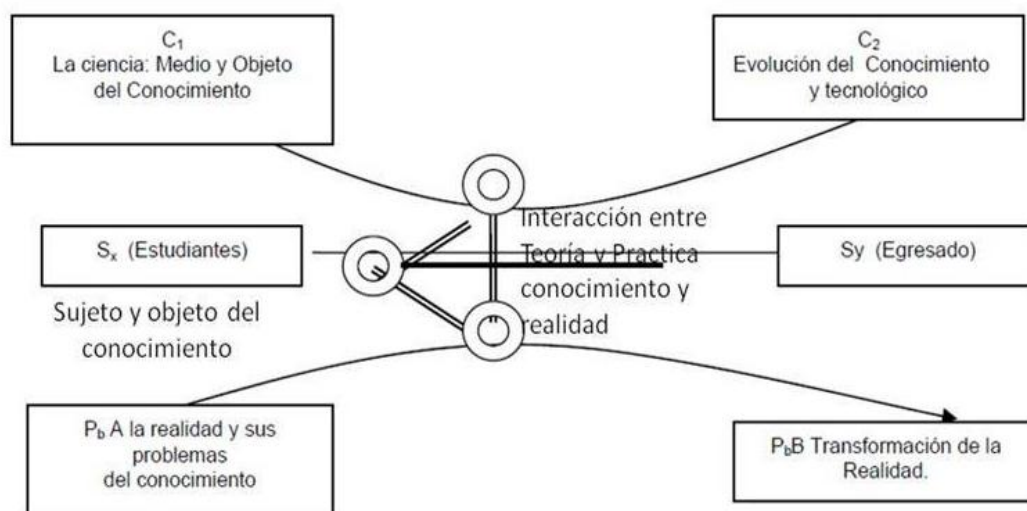


Gráfico 5 Modelo Curricular Básico UNA. Tomado de “Concepción Institucional y Curricular”, 2007 p.50 por Proyecto de Creación UNA. Caracas. Venezuela

Además, el proceso de instrucción permite establecer la relación entre conocimiento y realidad; entre teoría y práctica y entre docencia, investigación y extensión, utilizando además el acervo de experiencias y vivencias que trae consigo el participante, y el nuevo sistema de relaciones educación-trabajo característico de la educación a distancia.

La concepción curricular trata de operacionalizarse a través de los ejes curriculares: Heurístico, Simbólico y Crítico. Sin embargo, se queda en la concepción tradicional presencial convencional de disciplinas (asignaturas) en lapsos estrictos con creditaje obligatorio.

En la actualidad, según Guzmán (2009), la UNA ha insistido en ofrecer a la población venezolana ofertas de formación conducente a su inserción efectiva en el campo laboral y a fortalecer el desempeño de aquellos que ya están inmersos

en la dinámica laboral, para ello han emprendido diversas acciones entre las que es oportuno resaltar:

- a) La formulación de 17 **certificados de competencias**, Este proceso es concebido en la institución como: “un sistema de negociación y de reconocimiento de carácter social y tecno-curricular”, orientados a reconocer y acreditar las competencias básicas, técnico-profesionales y transversales, para: diez (10) carreras de las cuales nueve (9) cuentan con un diseño curricular sustentado en el modelo de competencias expresado en los fundamentos y el perfil del egresado.

El modelo de competencias asumido es el propuesto desde la UNESCO, el cual contempla cuatro competencias denominadas: *saber ser, saber hacer, saber conocer y saber convivir*, las cuales se integran en el caso de esta institución en funciones que podrá desarrollar el egresado de cada carrera.

- b) Así mismo, fue considerada la inserción del componente de extensión universitaria con carácter de obligatoriedad en los diseños curriculares vigentes desde 2006.
- c) Durante el año 2008 elaboran 4 diseños curriculares conducentes a títulos de *carreras cortas*, los cuales fueron aprobados por el CNU durante el mes de octubre. Posteriormente, desarrollan un plan operativo para la implantación de la oferta académica y actualmente se encuentra sujeta a la disponibilidad presupuestaria para su desarrollo efectivo.

Los cuatro (4) programas de *Técnico Superior Universitario* son:

- T.S.U en Contaduría
- T.S.U en Riesgos y Seguros
- T.S.U. Sistemas Informáticos
- T.S.U en Higiene y Seguridad Industria

Sobre la base de las experiencias específicas relacionadas a la implantación del enfoque curricular basado en competencias en la institución, Guzmán (2009)

resalta la necesidad de fortalecer aspectos instruccionales y la evaluación de aprendizajes

Por otro lado, Corredor (2014), comenta que se cuenta con un escenario que tiene muchas acciones para aprovechar las potencialidades de las TIC en los procesos de mejora permanente de la oferta de formación académica y para seguir impulsando la calidad en la formación de los egresados.

El Diseño de Instrucción en la Universidad Nacional Abierta.

La EaD persigue los mismos fines generales que la educación presencial, es decir, busca desarrollar habilidades, destrezas y actitudes, pero bajo la concepción que hace uso intensivo de medios instruccionales, entre ellos: materiales escritos, guías, módulos, unidades didácticas, manuales), unidades de audio o video, material digital. Según Escontrela (2003), el diseño instruccional es el *elemento medular de la calidad de la EaD*.

De manera que, el diseño de instrucción, es considerado como un nivel más acabado del currículo, siendo el material instruccional la operacionalización del diseño curricular. (Estefano, 2006).

Son múltiples las definiciones que se han realizado sobre Diseño Instruccional a continuación presentamos el concepto de diseño instruccional desde la perspectiva de diferentes autores.

Bruner en 1969 propone una idea central, la cual se ha convertido en uno de los principios fundamentales del diseño instruccional contemporáneo. El autor lo considera como la medula de la educación, y sintetiza la idea, según la cual el diseño instruccional se ocuparía de la planeación, la preparación y el diseño de los recursos y ambientes necesarios para que se lleve a cabo el aprendizaje.

Para Glasser (1982) considerado el primero en aplicar este enfoque de sistemas al diseño y desarrollo de la instrucción, sugiere que la esencia de cualquier diseño se encuentra en idear líneas de acción que vayan destinadas a cambiar las situaciones existentes con las que nos vayamos a enfrentar, de manera que tras la determinación de las metas, se tomen las decisiones oportunas que aporten los mejores recursos para alcanzarlas.

Algo más amplia resulta la definición de Richey, Fields y Foson (2001) en la que se apunta a una ciencia creativa la cual produce especificaciones detalladas para el desarrollo, evaluación y mantenimiento de situaciones que facilitan el aprendizaje de grandes y pequeñas unidades de contenidos, lo cual supone una planificación instruccional sistemática que incluye la valoración de necesidades, el desarrollo, la evaluación, la implementación y el mantenimiento de materiales y programas.

Por lo tanto, para los autores es un arte y ciencia aplicada de crear un ambiente instruccional y los materiales, claros y efectivos, que ayudarán al alumno a desarrollar la capacidad para lograr ciertas tareas.

Para Cabero (2001), es una disciplina de estudio, así como una serie de destrezas bien definidas que está relacionada especialmente con el campo de la tecnología instruccional, donde sirve como cuerpo de fundamentación de conocimiento; proceso tecnológico que concreta, organiza y desarrolla, los distintos elementos de la situación de enseñanza-aprendizaje de cara a la consecución de una serie de objetivos.

Finalmente, Yukavetsky (2003), considera al Diseño Instruccional (DI), como: Un proceso fundamentado en teorías de disciplinas académicas, especialmente en las disciplinas relativas al aprendizaje humano, que tiene el efecto de maximizar la comprensión, uso y aplicación de la información, a través de estructuras sistemáticas, metodológicas y pedagógicas. Una vez diseñada la instrucción, deberá probarse, evaluarse y revisarse, atendiéndose de forma efectiva las necesidades particulares del individuo.

De manera sencilla, la autora define el DI *como una metodología de planificación pedagógica, que sirve de referencia para producir una variedad de materiales educativos, atemperados a las necesidades estudiantiles, asegurándose así la calidad del aprendizaje* (p. 2).

Por lo tanto, el Diseño Instruccional es un proceso de creación, producción y evaluación sistémica, metodológica y coherente con los componentes básicos de una práctica docente, presencial o a distancia, según Hernández (2007), las características que garantizan la eficacia de un diseño instruccional son: a) la concreción y precisión de sus objetivos y procedimientos, b) su realismo y

adecuación contextual, c) su flexibilidad, ante posibles alteraciones y d) la interrelación de todos los elementos integrantes del mismo (p.15)

Para comprender el diseño instruccional en los sistemas de educación a distancia, como campo de estudio y de práctica, es necesario situarlo en el contexto más amplio de la tecnología educativa y de sus aplicaciones concretas en esta peculiar modalidad educativa.

Cabero (1988a y 1989b) diferencia los momentos fundamentales en la evolución histórica de la tecnología educativa:

- Prehistoria
- Influencia de los medios audiovisuales y medios de comunicación de masas aplicados al terreno educativo
- Introducción de la psicología conductista en el proceso de enseñanza-aprendizaje
- Introducción del enfoque sistémico aplicado a la educación
- Nuevas orientaciones vinculadas con el desarrollo de la psicología cognitiva y los replanteamientos epistemológicos en el campo educativo en general y en el curricular en particular.

Cuando surge la Universidad Nacional Abierta en nuestro país, en la década de los años 70, ya se ha superado la etapa audiovisual y se tiene una visión más integrada de los medios audiovisuales a los procesos instruccionales. Es decir, la corriente de diseño instruccional se impuso sobre la de inserción de medios, la cual coincide con el tercero y cuarto de los momentos señalados por Cabero. Se les concibe como elementos complementarios a la función de “*medio maestro*” que cumplen los materiales escritos.

Según Escontrela (2003), el componente esencial de la EaD es el diseño instruccional, el cual estuvo influenciada tanto por el enfoque conductista, como por la aplicación del enfoque sistémico, estos enfoques conducen a la producción de materiales y medios altamente estructurados, principalmente escritos. De allí, que se integran equipos profesionales especializados en las diversas dimensiones implicadas en la producción de los materiales instruccionales: contenidos, diseño instruccional, medios audiovisuales y evaluación.

El autor, refiere que el enfoque conductista estaba tan fuertemente arraigado en las mentes y en los procesos institucionales del diseño, que había limitado las posibilidades de integrar los planteamientos emergentes, como es el caso, del enfoque cognoscitivista, el cual tuvo un escaso impacto en el diseño instruccional de la educación a distancia, debido a que no era un cuerpo de conocimiento y practica constante.

Benítez (2010), en la década de los 90, el DI se fundamenta en la perspectiva constructivista y de sistemas. El diseño instruccional no es visto como un proceso lineal y prescriptivo sino como una construcción dinámica que se va modificando continuamente en función de las decisiones y de los cambios que se van generando en el propio proceso de diseño.

En este orden de ideas, Escontrela (2003) señala que los rasgos esenciales del diseño instruccional desde la perspectiva constructivista son: a) análisis de los procesos de aprendizaje y b) influencia de las teorías del aprendizaje sobre la práctica educativa.

Asimismo, señala Escontrela, que se debería asumir una definición de Diseño Instruccional para los sistemas de EaD, sin embargo es una tarea compleja, esto se debe, citando a Eraut a dos factores fundamentales: su coincidencia con otros términos (p.e. producción de materiales) y la influencia que ejerce el contexto en el que trabajan los autores.

De acuerdo a el documento, elaborado por el Vicerrectorado Académico de la UNA, a través del Subprograma Diseño Académico, El Plan de Curso Lineamientos, Instrucciones y Recomendaciones de Elaboración (2003,) todo el diseño Instruccional debe considerar los siguientes elementos:

- **Marco referencial**, donde se expongan de manera explícita las bases filosófica, sociales, pedagógicas y legales, tanto de la institución, expresadas en el perfil y diseño curricular de las diferentes carreras, como en las políticas educativas, que fundamentan el diseño.
- **Modelo educativo o pedagógico**, donde se expresen los supuestos, normas, valores y procedimientos orientados a:
 - Desarrollar el ser humano que se desea formar

- Las experiencias con las cuales crece y se desarrolla ese ser humano
 - Los agentes responsables de impulsar y desarrollar el proceso educativo
 - Los métodos y las técnicas, a través de las cuáles puede alcanzarse mayor eficacia en el mismo.
-
- **Objetivos de aprendizaje**, que expresen lo que se quiere lograr y que describan con precisión las actividades de aprendizaje y los efectos esperados en el estudiante. Formulados en enunciados claros, evaluables y relevantes, que indiquen la acción a lograr en términos del estudiante y no de la institución o del especialista/diseñador
 - **Contenido**, representado por el conjunto de conocimientos necesarios para lograr un determinado aprendizaje
 - **Estrategias instruccionales**, que describan y secuencien los materiales, eventos y procedimientos instruccionales para facilitar el logro de un aprendizaje significativo en el estudiante. Su finalidad básica es motivar, orientar, hacer accesible y manejable el material instruccional, para que el estudiante pueda trabajarlo autónoma e independientemente; aclarar dudas, realizar transferencias a nuevas situaciones de aprendizaje, profundizar conocimientos y autoevaluarse
 - **Estrategias de evaluación**, donde se exprese claramente el qué, el cómo y el cuándo evaluar, su finalidad es diseñar medios de evaluación que proporcionen evidencias válidas y confiables para certificar el rendimiento del estudiante, para determinar resultados y para establecer las reorientaciones necesarias que permitan el mejoramiento permanente del rendimiento estudiantil.
 - **Diseño y presentación final**, que corresponde a la entrega del producto ya elaborado, es decir plan del curso y material instruccional.

El siguiente **grafico 6** visualiza las bases sobre las cuales se fundamenta el diseño instruccional del contexto institucional de interés para esta investigación

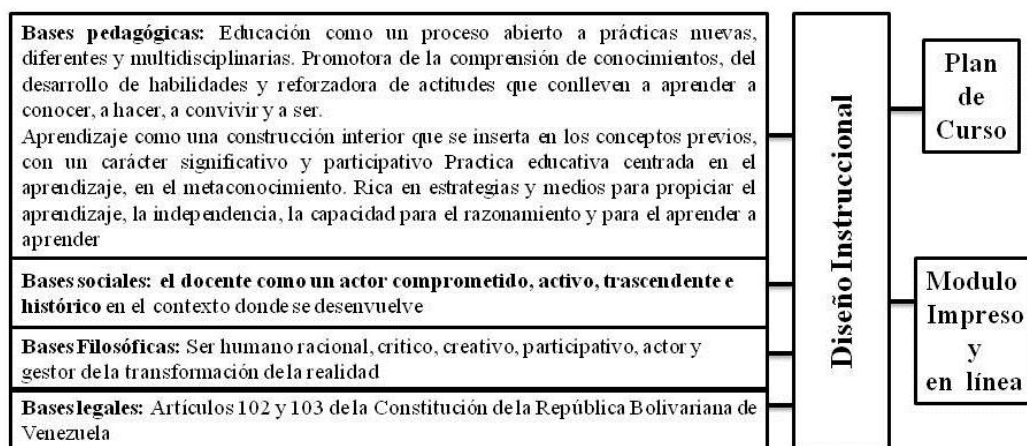


Grafico 6 Bases que fundamenta el Diseño Instruccional. Elaborado con datos tomados de UNA Vicerrectorado Académico, Subprograma Diseño Académico 2003, *El Plan de Curso Lineamientos, Instrucciones y Recomendaciones para su Elaboración*. Caracas. Venezuela

Vinculado al concepto de Diseño Instruccional, comenta Castro (citado en Hernández, 2007) está la inclusión e integración del desarrollo del material de instrucción y de las actividades, la prueba y revisión de toda la instrucción y asignación de actividades al estudiante. Es importante la concordancia de estos elementos que se reflejará en la organización y articulación de los elementos básicos del proceso instruccional propuestos para facilitar el logro de los objetivos de aprendizaje.

Como se puede evidenciar, en los lineamientos del Proyecto UNA El diseño instruccional convierte los objetivos curriculares en objetivos terminales de aprendizaje, los analiza, determina los pre-requisitos de conocimientos y establece las instancias de instrucción necesarias para el logro de su dominio del estudiante. Esto conduce a la determinación de los instrumentos de evaluación y a la ordenación lógica y secuencial de la instrucción. Sus contenidos se materializan en medios y estrategias pedagógicas que constituyen los módulos de aprendizaje. Éstos son sometidos a una evaluación formativa a través de grupos de estudiantes.

La evaluación en diversas etapas constata la adquisición de los conocimientos, habilidades y destrezas. En este sentido, será continua y usada por el estudiante (autoevaluación) como un auténtico instrumento de ayuda para medir la efectividad de los materiales de instrucción y para comprobar el grado de dominio alcanzado por él en función de los objetivos de formación académica y profesional.

De este modo, se asume el diseño Instruccional como un proceso sistemático, que parte de la revisión dada a las especificaciones curriculares del curso que se analiza, las cuales se encuentran en el documento base correspondiente al diseño o rediseño curricular de la carrera, las mismas permiten conocer en profundidad, el perfil de los egresados de la carrera para la cual se propone diseño instruccional

Lo anterior, convierte y analiza los objetivos curriculares en objetivos terminales de aprendizaje. Consultar estas informaciones previas, evita el solapamiento entre los contenidos de un curso, por lo cual son un pre-requisito de los conocimientos, además de establece las instancias de instrucción necesarias para el logro de su dominio del estudiante

En el **grafico 7**, se muestra el Modelo para el diseño de la instrucción de la UNA

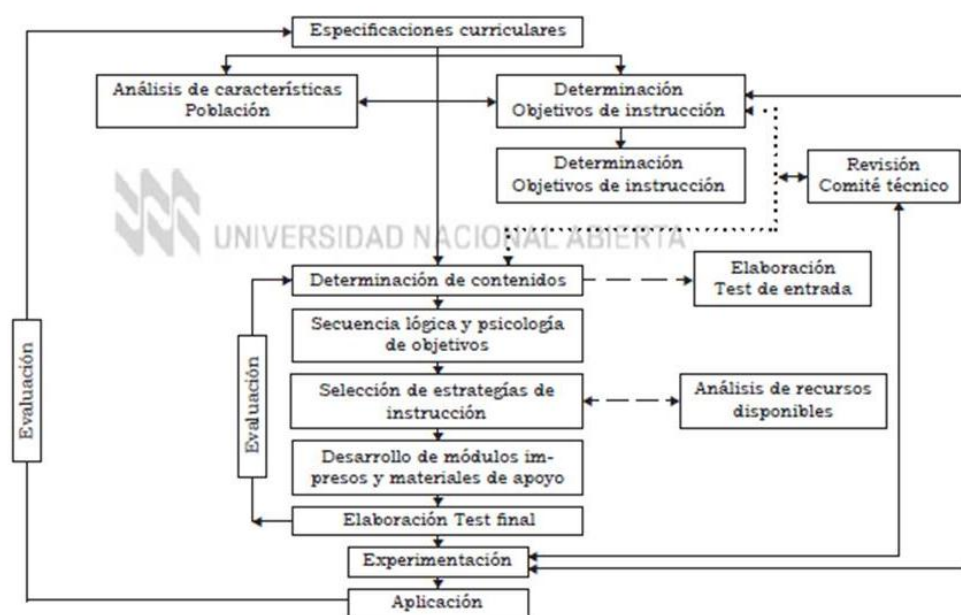


Grafico 7 Modelo para el Diseño de Instrucción. Tomado de “Proyecto de creación de la Universidad Nacional Abierta “(p.72), por UNA, 2007. Caracas. Venezuela

Estos son sometidos a una evaluación formativa a través de grupos de estudiantes.

Para el Proyecto UNA (UNA, 2007), la evaluación en diversas etapas constatará la adquisición de los conocimientos, habilidades y destrezas. De esta manera, será continua y usada por el estudiante (autoevaluación) como un

auténtico instrumento de ayuda para medir la efectividad de los materiales de instrucción y para comprobar el grado de dominio alcanzado por él en función de los objetivos de formación académica y profesional.

La preparación de cada una de estas etapas en la UNA, se cuenta con el trabajo cooperativo de un equipo denominado «Equipo de Diseño». Cada equipo de diseño está constituido por:

- Un especialista en Diseño de Instrucción
- Un especialista en Contenido
- Un especialista en Evaluación
- Un especialista en Medios

Existe un coordinador de Equipo de Diseño que es responsable de 2,3 o más equipos y a su vez dependen del jefe del Diseño de Instrucción.

Por lo tanto, asumen la producción del Paquete Instruccional por etapas que den cuenta de su inicio, desarrollo, implantación y evaluación del curso. Cabe destacar que, el Paquete Instruccional se encuentra conformado por el Plan de Curso y el material instruccional impreso, como elementos esenciales para el logro del aprendizaje.

De este modo, asumen el diseño Instruccional, siguiendo a Dorrego (citado por Matos, 2013, p.153) como:

El proceso sistemático mediante el cual se analizan las necesidades y metas de enseñanza y a partir de ese análisis se seleccionan y desarrollan las actividades y recursos para alcanzar esas metas, así como los procedimientos para evaluar el aprendizaje en los alumnos y revisar toda la instrucción

Vista las aproximaciones teóricas del Diseño Instruccional, el Modelo y las Bases que fundamenta el Diseño Instruccional, se exponen seguidamente las características y estructuras de los elementos que conforman el Paquete instruccional, además de presentar el Paquete Instruccional de Matemática I (cód. 176), objeto de interés de esta investigación.

Paquete Instruccional de Matemática I

Plan de Curso

El documento del Plan de Curso se elabora para precisar los sustentos o la fundamentación de un curso, sus objetivos y contenidos generales, además, de los recursos dispuestos para el aprendizaje, de allí, señala Matos (2009), que es un documento de planificación de la instrucción, el cual es el insumo básico para la toma de decisiones del enfoque de un curso y elaboración y producción del material instruccional

Asimismo, de acuerdo a un Instructivo para la producción de los cursos (UNA, 1999) el Plan de Curso determina "... la estructura de una asignatura y recoge un conjunto de especificaciones para orientar la selección y/o la elaboración del material Instruccional, así como su posterior administración en el sistema de enseñanza a distancia..." (p.3)

También, Alfonzo, Arellano y Ojeda, (2006) señalan que el plan de curso es un "...documento de carácter académico, en el cual se estructura el proceso instruccional de un curso, de manera integrada..." (p.6), el mismo es pertinente para la modalidad de estudio de la UNA

A partir de lo comunicado por el Subprograma Diseño Académico (UNA, 2013), en ese documento, los usuarios principales a quienes se dirigen claramente las acciones, en el Plan de Curso: los estudiantes, podrán planificar la gestión de sus aprendizajes, organizar su tiempo de estudio, generar productos y participar en distintas estrategias de evaluación de sus aprendizajes, autoregular su proceso de aprendizaje, o bien promover la autonomía de sus acciones.

Por lo tanto, las acciones del plan de curso deben ir dirigidas hacia:

- La gestión y mediación de los aprendizajes a través de lo propuesto en el texto, a los estudiantes.
- La reflexión del pensamiento.
- El desarrollo de competencias.
- La práctica educativa.

De acuerdo a su estructura textual e identificación Institucional los elementos que caracterizan Plan de Curso, señala Matos (2009), son: portada, fundamentación, objetivos, contenidos, estrategias instruccionales y de evaluación, bibliografía e instructivos para realizar trabajos prácticos, si el caso lo amerita. También, señala la autora, estos elementos se deben presentar en forma secuencial, con la finalidad de que respondan tanto a aspectos formales en su estructuración y presentación, como a los aspectos relativos a la escritura y a la instrucción.

De la misma manera, la autora destaca el vinculo permanente atraves del tiempo entre los documentos que conforman el Paquete Instruccional, dialogo que permite su transformación cuando esta sea oportuna.

En la educación a distancia, los estudiantes que son los usuarios principales, son difíciles de definir, para generar el Plan de Curso inicial, señala Mendoza (2000) es necesario organizar la actividad, a partir de las siguientes interrogantes:

- ¿Cuál es la utilidad del curso?
- ¿Cuál es su propósito?
- ¿Cuál es la audiencia? ¿Cuáles son las metas a alcanzar y los objetivos a lograr?
- ¿Cómo plantear el procesamiento didáctico de la instrucción?
- ¿Qué medios utilizar para llevar a cabo el proceso Instruccional?
- ¿De qué forma se plantea la interactividad?
- ¿Cómo y cuándo evaluar el aprendizaje de los estudiantes?

Se explica entonces, la estrecha relación del plan de curso con el Material Instruccional, en este caso en particular se muestra a continuación lo referido al plan de curso de la asignatura Matemática I, que se ha analizado.

Debe señalarse que la asignatura Matemática I se caracteriza por encontrarse ubicada en el primer semestre, formando parte del ciclo de Estudios Generales de la Universidad Nacional Abierta (UNA), de las carreras Licenciatura en Matemática, Ingeniería de Sistemas Ingeniería Industrial, Educación, mención Matemática Educación, Dificultades del Aprendizaje, Educación, Preescolar, Contaduría, Administración de Empresas, Administración, Riesgos y Seguros, TSU. Higiene y Seguridad Industrial, TSU. Mantenimiento de Sistemas

Informáticos, para cada carrera la asignatura se distingue por un código, que se muestran en el siguiente cuadro

Cuadro 7

Relación entre el código de Matemática I y las Carreras de la UNA

Asignatura	Código	Carrera
Matemática I	175	Educación, Dificultades del Aprendizaje, Educación, Preescolar,
	176	Contaduría, Administración de Empresas, Administración, Riesgos y Seguros,
	177	Licenciatura en Matemática, Ingeniería de Sistemas Ingeniería Industrial, Educación, mención Matemática

Nota Cuadro elaborado con los datos del Diseño instruccional de Matemática I

Retomando los componentes del Plan de Curso, de acuerdo a los Lineamientos para la Elaboración de Planes de Curso (Alfonzo, Arellano, Ojeda y Guzmán, 2013), en el caso de interés para esta investigación, es la Asignatura de Matemática I, cuyo Plan de curso, consta de los siguientes elementos:

- I. Portada
- II. Fundamentación
- III. Diseño de Instrucción
- IV. Plan de Evaluación
- V. Bibliografía

Portada: Es la primera pagina del plan de curso, provee la **Identificación** del curso en cuanto a los Datos Institucionales y Datos de la asignatura. Tal como se visualiza en el **Grafico 8**, la Identificación de la Asignatura Matemática I

Fundamentación: Consiste en una descripción - explicación de aquellos elementos que permiten, por una parte, justificar la relevancia de la asignatura dentro del plan de estudio;, entre los elementos que debe contener :

- Relación con otras asignaturas
- Condición: Obligatoria o electiva
- Carácter: teórico, teórico-práctico o práctico.
- Importancia del curso

- Perfil del egresado
- Material instruccional



Grafico 8. Portada de Identificación del Plan de Curso de Matemática I.

Elaborado con los datos del Plan de Curso de Matemática I .UNA .Caracas.

Los elementos anteriores se encuentran identificados en la sección **II. Fundamentación** del Plan de curso de la Asignatura Matemática I código 176 (Ver Anexo A)

Diseño de Instrucción : es el proceso de creación, construcción, desarrollo y evaluación sistemática, sistémica, armónica y congruente de los componentes estructurales básicos de una práctica docente, los elementos que conforman el diseño instruccional son: Objetivos del curso, Objetivos específicos, contenidos, estrategias instruccionales y estrategias de evaluación.

En el curso de Matemática I, en cuanto a los Objetivos específicos, se dividen en comunes y diferenciados, debido a las especificaciones curriculares de cada carrera (Ver Anexo A).

Plan de Evaluación

Contiene orientaciones generales e información acerca de las estrategias de evaluación sumativa, los objetivos que se evalúan con cada una de ellas, las unidades y módulos instruccionales (en caso de que los tenga) en las cuales el alumno se debe preparar para realizar la actividad evaluativa. En algunos casos, como ocurre en la Asignatura Matemática I (Ver en Anexo 4 el Plan de Evaluación de Matemática I), el formato del Plan de Evaluación no presenta las filas de N° Objetivo/ Peso, ni el cuadro Ponderación / Calificación, ubicadas en la parte inferior, debido a que los objetivos no son ponderados.

Los Planes de Evaluación contemplaran, según la Normativa de Evaluación de la UNA (1987), según Art. 9:

- a. Identificación de la asignatura, ubicación en el continuo curricular, nombre, código, carrera a la que pertenece, unidades de crédito y lapso académico de vigencia
- b. Momentos de evaluación, con especificación de los Módulos y Objetivos evaluados en cada uno.
- c. Ubicación (modulo y unidad) y descripción de cada uno de los objetivos evaluables.

UNICO: las pasantías, trabajos de grado y las asignaturas que se evalúan con trabajos prácticos, tendrán un plan de evaluación que refleje sus características especiales

Asimismo, el dominio de aprobación de una asignatura, se establece su la Normativa de Evaluación de la UNA, en su artículo 29 y reza de la siguiente manera:

ARTICULO 29: Para cada objetivo evaluado con ítemes objetivos, se establecerá un criterio de dominio, que podrá variar entre un mínimo de 60% y un máximo de 80% de los ítemes correspondientes a dicho objetivo.

Orientaciones Generales

Esta sección se ubica frecuentemente seguidamente del plan de evaluación, con el propósito de orientar y reforzar el aprendizaje del estudiante UNA. (Ver Anexo 4).

Bibliografía

Es la última parte del plan y corresponde a los textos que deberá consultar el estudiante y a los textos consultados para elaborar el plan de curso. Se clasifica en tres tipos, la bibliografía obligatoria que sirve de apoyo al estudiante para desarrollar su instrucción, la bibliografía complementaria la cual podrá revisar el estudiante en caso de que desee profundizar algún tópico o tema relacionado con el curso; y referencias, es opcional su incorporación, en esta se indican exclusivamente los textos consultados, citados o no, utilizados por los autores para elaborar el plan de curso.(Ver Anexo A)

III. PLAN DE EVALUACION

ASIGNATURA: COD: CRÉDITOS: LAPSO: SEMESTRE:				MODALIDAD	OBJETIVO	CONTENIDO																		
CARRERA: Responsable: Evaluadora: Horario de atención: Teléfono:																								
M	U	O	OBJETIVOS																					
			Cada objetivo debe estar dividido por una línea. Si el N° de módulo o unidad coincide con más de un objetivo específico debe combinarse la celdas en las primera y/o segunda columnas en las filas respectivas. Esto es totalmente de forma.																					
Nro Objetivo																								
Peso																								
Criterio de dominio académico: 60% (Art. 15 capítulo II del reglamento de administración de la evaluación)																								
Trabajos prácticos (Orientaciones) Este recuadro/información es opcional; sólo se llenará si tiene orientaciones puntuales y exclusivamente dirigidas a los trabajos prácticos.				<table border="1"> <tr> <th>Peso acumulado</th> <th>Calificación</th> </tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>			Peso acumulado	Calificación																
Peso acumulado	Calificación																							

Grafico 9 Formato de Plan de Evaluación. Tomado de *Lineamientos para la Elaboración de Planes de Curso* por Alfonso, Arellano, Ojeda y Guzmán, 2013

Como se mencionó anteriormente, los elementos constitutivos de un paquete Instruccional son: Plan de Curso y los Materiales Instruccionales impresos, ejemplos de esos materiales son: el Texto UNA, la Selección de Lecturas, la Guía Instruccional, el Problemario y el Manual, entre otros, que respaldan la administración de un curso, señalan Matheus, Matos, Núñez y Tancredi (citado en Matos, 2009), que *pueden poseer diversos modos de representación: escritos, audiovisuales, electrónicos* (p. 26). En esta investigación, se hace referencia

específicamente al Texto UNA o Modulo o Medio Maestro elaborado en formato impreso.

Materiales Instruccional

La Educación a Distancia (EaD), como praxis, ha desarrollado una serie de mecanismos socializantes básicos, mediante los cuales se aspira a que los estudiantes logren adaptarse a las instituciones que imparten instrucción bajo esta modalidad, caracterizada especialmente por la separación física entre el docente y el estudiante y uno de los elementos básicos que contribuye a que el individuo alcance el ajuste que requiere la modalidad en cuestión lo constituye el material instruccional,

Siguiendo a Marqués (2004), los materiales instruccionales aluden a cualquier material que es elaborado con la intención de facilitar el proceso educativo.

Por su parte, Alfonzo, Arellano de Rojas y Ojeda (2006) sostienen que estos materiales son herramientas didácticas que contienen los elementos necesarios para el aprendizaje de conceptos y de aquellas destrezas requeridas en un curso.

Cohen (2002) estima que dicho material constituye el medio mediante el cual se coloca al alcance del estudiante, una serie de contenidos curriculares que son útiles para desarrollar un curso, sin la presencia del docente.

Para Yukavetsky (2003), un módulo instruccional es un material didáctico que contiene todos los elementos necesarios para el aprendizaje de conceptos y destrezas al ritmo del estudiante y sin el elemento presencial continuo del instructor.

En el caso particular de la Universidad Nacional Abierta, según el Proyecto de Creación (UNA, 2007), los módulos son los elementos esenciales de impartir la instrucción en esta Universidad, los cuales son conjuntos estructurados de unidades de autoinstrucción que hacen parte constitutiva de un curso y/o programa de estudio.

Por lo tanto, en los contextos educativos a distancia el material instruccional cumple con una doble función: Primero, contribuye a la socialización del

estudiante dentro de esta modalidad, debido a que, como medio maestro, involucra una serie de pautas, orientaciones y modos de estructurar y presentar los contenidos, que tienden a que el estudiante desarrolle el autoaprendizaje. Segundo, facilita el proceso de adquisición de los conocimientos inherentes a la disciplina en la que se está formando el estudiante, en la medida en que este material aglutina y presenta elementos fundamentales y necesarios para el posterior desempeño como profesional dentro de un área.

Leal (2013) enfatizan las cualidades que ha de poseer todo material instruccional, para lograr sus fines, destaca como rasgos esenciales del material instruccional, los siguientes:

- La presentación al estudiante de realidades concretas o específicas a través de contenidos, que permitan el desarrollo del lenguaje y de un pensamiento amplio.
- La inclusión de herramientas para la solución de problemas; el despertar la atención y la motivación.
- Vincula los conocimientos entre sí; presentar los objetivos de instrucción.
- Incluye diferentes estrategias de aprendizaje.
- Promueve la transferencia.
- Hace referencia a contenidos anteriores o posteriores; recuperar conocimientos previos y otros que se relacionen con los nuevos que se proponen.
- Genera el proceso de interacción entre el estudiante y el material, y entre los estudiantes del mismo curso,
- incluyen sugerencias para estimular el aprendizaje colaborativo.

En este sentido, Mujica (2007), expone que la Tecnología Educativa Instruccional es el enfoque que posee la más fundamentada racionalidad teórica y técnica, que busca la eficiencia y eficacia al proceso instruccional. Su epistemología está fundamentada en tres grandes pilares: Psicología del aprendizaje, enfoque de sistemas y medios educativos. La importancia de esta tecnología estriba en tecnificar la enseñanza en función del logro y dominio de

objetivos de aprendizajes. La autora destaca que, dos importantes medios instruccionales son los módulos y las guías de aprendizaje.

Al respecto Mendoza y Guzmán (2013), señala que un Módulo comprende material impreso (medio «maestro»), materiales audiovisuales, (programas sistemáticos de televisión y radio; materiales de apoyo al aprendizaje, audio-casete, video-casete, material bibliográfico, entre otras.); equipos de experimentación individual, pasantías en industrias y/o instituciones; asesoría académica y de orientación; experiencias de laboratorios en la UNA y/o en otras instituciones académicas, y experiencias de integración social.

En este sentido, el Proyecto de Creación (UNA, 2007) aplica un máximo de tecnología al diseño con el fin de conseguir un material altamente estructurado que permita un autoaprendizaje eficiente, de esta manera, minimiza el subjetivismo en la determinación de contenidos y procesos de enseñanza-aprendizaje para obtener una mayor probabilidad de conseguir una tasa más alta de aprendizaje.

Las características deseables de un material instruccional a ser utilizado, específicamente en Universidad Nacional Abierta, señalan Alfonso, Arellano de Rojas y Ojeda (2013) son: motivar al estudiante acerca del contenido; informarle los objetivos del curso; estimularle para que recuerde y use los conocimientos adquiridos en asignaturas cursadas (requisitos y prelación); motivarle a hacer una buena organización de su estudio, orientarlo y ofrecerle una información clara, orientada y bien integrada; y brindarle sugerencias que le guíen en su actividad Instruccional: lecturas, actividades de autoevaluación y remediales, tiempo y estrategias variadas que debe dedicar al estudio, entre otros.

Por lo tanto, siguiendo los lineamientos del diseño de instrucción de la UNA (UNA, 2007), los módulos interpretan los objetivos establecidos en los diseños curriculares de los programas de estudios que ofrecerá la UNA. De allí que, los materiales instruccionales se comienzan a escribir partiendo de los objetivos enunciados en el plan de curso.

La conformación de cada curso estará constituida por módulos y cada módulo estará dividido en unidades de aprendizaje las cuales comprenderán un conjunto integrado, organizado y secuencial de los elementos que conforman el

proceso enseñanza aprendizaje, con sentido propio, unitario y completo, que permite a los estudiantes, tras su estudio apreciar el resultado de su trabajo.

En cuanto a su proceso de elaboración, se presta especial atención a dos aspectos fundamentales, siguiendo a Dolara (2004): funcional y estructural. En cuanto al primer aspecto, se refiere a la necesidad comunicativa instrumental que origina el diseño y producción del material, considerando aspectos *como qué, cómo, para quién y para qué se crea*. El segundo se refiere a la organización de la información para lograr la comunicación de conocimientos esperada. De ahí, la importancia y cuidado en la selección, organización y secuencia del contenido; pues, estos aspectos inciden significativamente en el aprendizaje.

La estructura instruccional que se propone al material impreso, como texto académico, según el documento Estructura Básica para la Elaboración del Material Instruccional Impreso en la Universidad Nacional Abierta, (2008), que se menciona a continuación:

Desarrollo inicial

- Introducción
- Orientaciones para el estudio independiente

Desarrollo de cada unidad

- Orientaciones generales
- Introducción de la unidad
- Secuencia Instruccional
- Estrategias instruccionales del tipo: ayudas didácticas, ejemplos, preguntas intercaladas, ejercicios propuestos, entre varias opciones.
- Estrategias de evaluación

Cierre de cada unidad

- Síntesis y/o conclusión de cada Unidad
- Estrategias de autoevaluación

En lo que respecta a la *Secuencia Instruccional*, siguiendo a Matos (2009), está relacionada con los contenidos que se deben exponer en el Modulo, los cuales deben propiciar en los estudiantes, el *aprender a aprender*, a fin de generar aprendizajes desprovistos de la simple memorización. Al respecto, la

investigadora, refiere que esa secuencia de contenidos ha de presentarse de manera precisa, lógica, completa y sustentada en argumentos teóricos, con una forma discursiva interactiva, adaptable y reflexiva.

Las *Estrategias de Evaluación*, siguiendo a Mendoza y Guzmán (2008), sugieren la combinación de ejercicios y actividades relacionados con los procesos cognitivos que se estiman incorporar en las evaluaciones sumativas, para facilitar la autoevaluación de los aprendizajes. En este sentido, las evaluaciones formativas cobran particular significado. Por otra parte, las prácticas propuestas han de vincularse con el nivel de complejidad enunciado en los objetivos de aprendizaje y con el nivel de complejidad que tendrán las evaluaciones sumativas propuestas.

Con la finalidad de orientar la corrección, autocorrección y autorregulación del material instruccional impreso, Matos (2009) y Mendoza, J. (2002), diseñan un instrumento, el cual permite la revisión de un material impreso, a partir de sus propiedades textuales o aspectos comunicativos y los aspectos Instruccional. En el siguiente grafico se presenta un resumen de los puntos más importantes.

Cabe destacar el impacto de los elementos anteriores, en la mediación de los aprendizajes Al respecto, Prieto Castillo (citado por Matos, 2009) refiere que induce a los educandos en la tarea de construir y apropiarse del mundo por sí mismos.

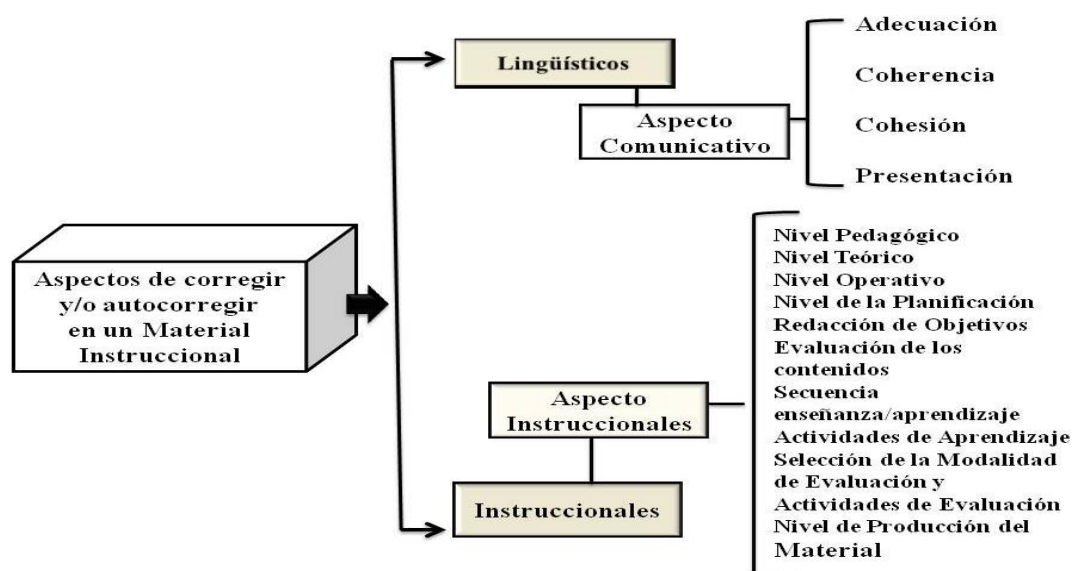


Grafico 10 Aspectos para corregir o autocorregir un texto. Elaborado con los datos de “Diseño de Instrucción en Educación a distancia” por Matos y Mendoza, 2013. P.145

Descripción del curso de Matemática I (176)

Se encuentra ubicado en el primer semestre, pertenece a ESTUDIOS GENERALES de la Universidad Nacional Abierta (UNA), es básico y obligatorio para el estudiante UNA de las carreras de Administración Pública (611), Administración de Empresas (612) y Administración, Riesgos y Seguros (613) y Contaduría (610). Posee 5 unidades crédito.

Este curso inicial, que no sólo contribuirá con su desarrollo intelectual en el campo de la Administración y Contaduría, proporcionará al estudiante una herramienta fundamental para posteriores asignaturas dentro de estas carreras, tanto en el ciclo de Estudios Generales como en el de Estudios Profesionales. El contenido del curso es de carácter teórico -práctico, con el predominio del aspecto práctico, y en este sentido, las estrategias instruccionales y de evaluación del curso, estarán orientadas hacia la resolución de ejercicios y problemas como una forma de brindar al estudiante la oportunidad de aplicar la teoría, y de esta manera promover la integración entre la teoría y la práctica

La importancia teórica y práctica de la asignatura, radica en ofrecerle al estudiante, el logro de los conocimientos matemáticos necesarios para enfrentarse a la resolución de problemas de la Administración y Contaduría, y de poner en práctica, las herramientas de investigación de fenómenos complejos en el campo de las ciencias de la Administración y Contaduría, y de las ciencias de la Economía, donde se precisa de un alto dominio de las técnicas matemáticas.

Asimismo, proporciona al estudiante los conocimientos necesarios para que pueda aumentar su capacidad de análisis lógico deductivo y analítico, y comprenda la modelización como el camino más viable para la solución de un problema.

En cuanto a la Secuencia Instruccional para el curso de Matemática I (176), los contenidos que propiciarán en el estudiante el aprender a aprender están relacionados con la: teoría de conjuntos numéricos, las desigualdades, ecuaciones e inecuaciones las funciones y representaciones gráficas; distancia entre dos puntos en la recta y el plano; las regiones de un plano, ecuaciones e inecuaciones con dos variables; las relaciones de proporcionalidad y porcentajes; las rectas y

semiplanos de un plano; las funciones elementales y sus características; las formas de dar una función; las sucesiones; las nociones elementales de límites de sucesiones, límites de funciones y continuidad de funciones; algunas aplicaciones de la ecuación lineal (función afín) vinculada a los siguientes tópicos: curva de la demanda, curva de la oferta, punto de equilibrio, las funciones de consumo, costo, ingreso y beneficio, el problema de la depreciación y la descomposición de la renta nacional; y en ciertas aplicaciones de las funciones a trozos, cuadráticas, logarítmicas y exponenciales sobre temas relacionados con la oferta y la demanda, la depreciación, la distribución del ingreso, el ciclo de vida de un producto y el uso de los factores de producción.

En el desarrollo de los Módulos encuentras lo siguiente:

1. Objetivos del Módulo
2. Objetivos de las unidades de aprendizaje.
3. Presentación del Módulo y de las distintas unidades de aprendizaje o de los temas.
4. Ejemplos, ejercicios, problemas y ejercicios propuestos, que sirven para adquirir familiaridad con los conceptos y proposiciones que se dan.

Para efectos de esta investigación, seguidamente se presenta una Descripción del Módulo IV de Matemática I (176), asimismo un cuadro contentivo del Objetivo del Curso, los objetivos del Módulo IV y objetivos de las unidades de aprendizajes del modulo.

Descripción del Módulo IV de Matemática I (176)

El Material instruccional consta de cuatro Módulos de Instrucción: Los tres primeros son comunes para todas las carreras y el cuarto es diferenciado por carrera, como se detalla a continuación:

Cuadro 8

Material Instruccional de Matemática I

MATEMATICA I - código (176)			
Carreras: Administración y Contaduría			
Módulo	Título	Código (s)	Color
I	Conjuntos Numéricos	175-176-177	Naranja
II	Funciones y Representaciones Gráficas	175-176-177	Naranja
III	Sucesiones, Nociones Elementales de Límites y Continuidad de Funciones de R en R	175-176-177	Naranja
IV	Aplicaciones de las Funciones a las Ciencias Administrativas	176	Vino Tinto

Nota: Cuadro elaborado con los datos del Plan de Curso de Matemática I por UNA, 2006, p.5

Los conceptos económicos y administrativos que se muestran a lo largo del modulo están dados en una forma general con la intención solamente de que se capte la aplicación matemática específica.

El propósito de este módulo es presentar al estudiante algunas aplicaciones sencillas de las matemáticas en el análisis de problemas de índole socioeconómica. Las representaciones gráficas de funciones y ecuaciones juegan un papel importante en el desarrollo del módulo y en consecuencia le recomiendan al estudiante tener a la mano cualquier material bibliográfico que presente en forma detallada tales representaciones

En referencia a la Unidad de Aprendizaje 1 se muestran algunas aplicaciones de la ecuación lineal, particularmente se desarrollan: Curva de demanda, Curva de oferta, obtención del punto de equilibrio en una economía de mercado, las funciones de consumo, costo, ingreso y beneficio, el problema de depreciación y la descomposición de la renta nacional

En la Unidad de Aprendizaje 2 exponen algunas aplicaciones de las funciones exponenciales, logarítmicas, cuadráticas y a trozos en temas relacionados con la Oferta y demanda, depreciación, distribución del ingreso en una sociedad (ley de Pareto), el ciclo de la vida de un producto y el uso de los factores de producción en la generación de dos tipos de bienes.

Para facilitar el logro de los contenidos, se formulan los siguientes objetivos:

Cuadro 9

Relación entre los Objetivos General del curso Modulo IV y Unidades de Aprendizajes

OBJETIVO GENERAL DEL CURSO	OBJETIVO DEL MODULO IV	OBJETIVO DE LAS UNIDADES DE APRENDIZAJE
<i>Al concluir este curso, el estudiante estará en condiciones de aplicar lo contenidos y técnicas desarrollados en el mismo, a los fines de resolver diversas situaciones en relación con los conjuntos numéricos, las funciones, los límites y la continuidad de funciones, tanto en ramas de la matemática como en otras disciplinas, previa organización coherente y sistemática de algunos contenidos estudiados en las etapas anteriores a la educación</i>	<i>El estudiante resolverá problemas aplicando conceptos y técnicas matemáticas específicas a situaciones relacionadas con su campo profesional</i>	<p>Unidad 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Efectuar ejercicios donde estén involucrados concepto referentes a las funciones $y = ax + b$. <input type="checkbox"/> Resolver problemas en los que se apliquen conceptos concernientes a las funciones $y = ax + b$. <p>Unidad 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Efectuar ejercicios donde estén involucrados concepto relativos a las funciones a trozos, cuadráticas, logarítmicas y exponenciales. <input type="checkbox"/> Resolver problemas en los que se apliquen conceptos concernientes a las funciones a trozos, cuadráticas, logarítmicas y exponenciales.

Nota: Cuadro elaborado con los datos del Material Instruccional de Matemática I (176). UNA, 2006

Volviendo la mirada hacia el comienzo de la historia escrita, los avances culturales y científicos han dependido del uso de los símbolos, los cuales representan las imágenes mentales. De acuerdo algunos historiadores, el hombre primitivo descubre que las ideas se desarrollan y comunican por medio del lenguaje hablado y escrito. De allí que, la historia de la civilización va de la mano de la historia del uso

El uso de métodos cuantitativos, han brindado un apoyo importante e imprescindible dentro de una determinada problemática en un tiempo y espacio definido para el análisis de los conocimientos en diversas áreas, específicamente en las ciencias administrativas, lo que se muestra evidentemente, por ejemplo: el precio, costo, inversión, renta, depreciación, beneficios, asientos contables entre otros

Por tal motivo, de interés para esta investigación, se realizó un acercamiento dividiendo por épocas y aspectos resaltantes de la aparición del objeto *Función* y específicamente de la *Función Afín aplicada a la economía*, desarrollando primeramente los problemas más representativos de la historia. Además del modelo conceptual de ambos objetos en el Modulo II y Modulo IV de Matemática I (UNA, 2009), significado institucional de interés para esta investigación y en los textos de referencia.

Análisis Histórico-Epistemológico del Objeto Función y la Función Afín Aplicada a la Economía

Aproximación a la Evolución Histórica-Epistemológica del Objeto Función

El concepto de función, es el resultado de una ocurrencia de situaciones que se ha producido a lo largo del tiempo, remontándose a la época antigua en el pensamiento griego existe una idea primitiva de función contenida en las nociones de cambio y relación entre magnitudes variables. No obstante, según Gascón (2008) en la edad media aparece en las escuelas medievales de Oxford y Paris la primera idea de función como una relación entre variables. Al mismo tiempo, Dalcin y Olave (2007) señalan que durante esta época Oresme capta que una

función de una variable se puede representar por una curva. Se puede considerar que hasta el Siglo XVI la idea de relaciones funcionales fue desarrollada sin medida efectiva y solamente en principio, utilizando palabras y proporciones.

Época Antigua

- En Babilonia se registraban los conocimientos matemáticos en tablillas de arcillas, existen cerca de 180 tablillas que incluyen problemas que tratan respecto al comercio, herencias, división de propiedades, etc. Cerca de la mitad de los problemas contenidos en las tablas son puramente aritméticos o algebraicos y geométricos que tratan sobre áreas de cuadrados, rectángulos, triángulos, círculos, etc. La solución de estos problemas llevan muchas veces a la resolución de lo que hoy consideramos ecuaciones de primer grado, segundo grado, tercer grado, sistemas de ecuaciones lineales, entre otros.

- Figuran en las tablas problemas dispuestos por grado de dificultad, el objetivo de los problemas es descubrir el peso original de una piedra dando origen a una ecuación de primer grado y a cada problema se una respuesta sin comentar su solución. Una de las tablas es hoy propiedad de la Universidad de Yale, la tabla YBC 4652 la cual contiene 22 problemas de los cuales once de ellos se conservan parcialmente y de estos, apenas seis están totalmente traducidos.

- Los matemáticos babilónicos estudiaron problemas de variaciones continuas, tales como luminosidad de la luna en intervalos de tiempos iguales, o en los períodos de un planeta en relación con el ángulo que esta forma con el sol, no utilizaron letras para representar cantidades variables, los términos longitud, anchura, área y volumen, servían perfectamente para este fin. Se encontraron tabulaciones de valores $n^2 + n$ para valores naturales, dispuestas en dos columnas, usaron interpolaciones y extrapolaciones en una búsqueda de regularidades.

- Los egipcios registraban las actividades matemáticas en el Papiro de Rhind o Papiro de Ahmes (Henry Rhind quien lo compró en 1858 o Ahmes, escriba que lo copió hacia el año 1850 a. C). Los problemas planteados se pueden clasificar en aritméticos y algebraicos. Los últimos no se refieren a objetos concretos, como ser cerveza o pan, ni piden el resultado de operaciones con números conocidos, sino que piden lo equivalente a resolver ecuaciones lineales del tipo $x + ax = b$ o $x + ax + bx = c$, siendo a, b y c números conocidos y x es

desconocido. A este número desconocido se le llamaba “aha” o montón. (Boyer, citado por Dalcin y Olave, 2007. p.158).

- El método empleado para la resolución de estos problemas se conoce hoy como el “método de la falsa posición” o “regula falsa” que consiste en partir de un valor falso para la incógnita se efectúan las operaciones indicadas en el miembro izquierdo y se compara con el que se debería haber obtenido. Mediante el uso de proporciones se llega a la respuesta correcta.

- Algunos problemas que figuran en el Papiro de Moscú, se resuelven aplicando el método llamado *desandar lo andado* (Dalcin y Olave, 2007), otro método empleado por los egipcios para resolver ecuaciones, el cual consistía en hallar la solución tras la manipulación aritmética de la incógnita invirtiendo el proceso de manera que, mediante la aplicación a la solución de las operaciones aritméticas inversas y en sentido contrario, se consiga llegar a la cantidad inicial.

- En el pensamiento griego existe una idea primitiva de función contenida en las nociones de cambio y relación entre magnitudes variables. Los filósofos griegos consideraban el cambio y el movimiento como algo externo a las matemáticas, se lleva a cabo un trabajo por Timerides de Paros, la resolución de ecuaciones lineales con varias incógnitas. Según Aristóteles los objetos matemáticos no estaban sujetos al movimiento con la sola excepción de aquellas a que se refiere la astronomía. Esta visión estática es claramente dominante en los Elementos de Euclides. A pesar de ello, en la Grecia clásica las curvas se consideraron como secciones o bien como la traza que deja un punto que se mueve sujeto a determinadas condiciones.

Edad Media.

- En la edad media aparece la primera gráfica conocida. Representa los cambios de latitud de los planetas respecto de la longitud. La primera idea de función como una relación entre variables aparece en las escuelas medievales de Oxford y Paris. Oresme capta que una función de una variable se puede representar por una curva.

- En el siglo XIV la idea de relaciones funcionales fue desarrollada sin medida efectiva y solamente en principio.

Siglo XV – Siglo XVI

- A este período se denomina siglos auxiliares de la Matemáticas, no se introdujeron ideas brillantes, transformaciones radicales, se distinguen dos direcciones de desarrollo de simbolismo algebraico y la como una rama principal la trigonometría.
- Los adelantos en la notación contribuyeron a la formulación de la Variable en una función e incógnita de una ecuación
- Galileo estudió el movimiento desde un punto de vista que se puede considerar funcional utilizando palabras y proporciones.
- Se destaca la creación del álgebra simbólica que, si bien inicialmente no incidió en el desarrollo de la noción de función puso los cimientos para la posterior representación analítica de las funciones.
- A finales del siglo XVI Surgió la noción del logaritmo. Chuquet condujo a la definición de logaritmo, el cual estudió simultáneamente la progresiones geométricas y aritméticas observando que si hacia corresponder los términos de igual rango de estas progresiones la suma de los términos de progresión aritmética coincidían con el producto de los dos números de la progresión geométrica, con este trabajo se va gestando la idea de funciones definidas directamente por una correspondencia determinada entre la variable independiente y dependiente. Neper comparó dos movimientos para introducir a los logaritmos, construyó la tabla de logaritmos con esto estrecha la relación entre número y magnitud.

Siglo XVII

- En el primer apartado del segundo libro de "la Géométrie", Descartes divide las curvas en mecánicas y geométricas. Una curva es geométrica si se puede imaginar descrita por un movimiento continuo o bien por diversos movimientos sucesivos, de manera que los últimos vengan determinados por los anteriores. En cambio, las mecánicas son las que resultan de dos movimientos independientes que no guardan entre si una relación que puede ser medida. La curva geométrica es para Descartes la traza que produce un punto que se mueve

por un instrumento articulado compuesto por diversas reglas, de manera que el movimiento efectuado sobre una regla se transmite por las diferentes reglas del instrumento y hace que el punto se mueva trazando una determinada curva.

- Esta manera de entender la curva y la introducción implícita del sistema de coordenadas permite a Descartes hallar la expresión algebraica de la curva y le lleva definir claramente el objeto de la Geometría Analítica: las curvas geométricas, y las técnicas que se han de utilizar para su estudio: la teoría de las ecuaciones. Según Font, los trabajos de Descartes son muy interesantes porque parten de las dos metáforas clásicas sobre las curvas. (a) Las curvas son secciones, (b) las curvas son la traza que deja un punto que se mueve sujeto a determinadas condiciones, para añadirles una tercera metáfora: (c) las curvas son la traza que deja un punto que se mueve sujeto a determinadas condiciones. El análisis de estas condiciones permite hallar una ecuación que cumplen los puntos de la curva.

- Descartes escribió...*tomando sucesivamente infinitas diversas magnitudes para la línea x, encontramos infinitas para la línea y así tendremos infinitud de diversos puntos por medio de los cuales describimos la línea curva pedida*, es aquí donde se sostiene en forma clara la idea de ecuación en x e y y esta es una manera de introducir la dependencia entre dos cantidades variables y la introducción de funciones bajo la forma de ecuaciones (Youschkevitch, citado por Ruiz 1998 p.120).

- Se aprecia una fuerte creencia en el poder de las operaciones formales con las expresiones algebraicas.

- Surge en las matemáticas, la geometría analítica. Fermat aplicó los métodos de Vieta a los problemas de lugares geométricos y en "Ad locos planos et sólidos isagoge" (escrito aproximadamente en 1.637) presenta con las notaciones de Vieta los principios fundamentales de la Geometría Analítica. En esta obra enuncia el principio fundamental de la geometría analítica: "Cuando una ecuación contiene dos cantidades desconocidas, hay un lugar correspondiente, y el punto extremo de cada una de estas cantidades describe una línea recta o una línea curva." (Collette, citado por Ramos De Pacía, 2005 p.80).

Esta proposición, además de ser la base de la geometría analítica, introduce la idea de variable algebraica. Fermat expone muy claramente la idea de

que una ecuación con dos incógnitas es una expresión algebraica de las propiedades de la curva. Según Font (citado por Ramos, 2005 p.80), mientras que Descartes considera curvas generadas por movimientos de las cuales busca ecuación, Fermat introduce curvas dadas por ecuaciones algebraicas, asimismo considera que se puede decir que Descartes se preocupa más de la traducción de la gráfica a la expresión simbólica, mientras que Fermat se preocupa más de la traducción de la expresión simbólica a la grafica.

- Newton, en el año 1736, publicó su libro "Methodus Fluxionum et Serierum Infinitarum". En este libro dice que considera las variables como generadas por el movimiento continuo de puntos, rectas y planos, más que como agregados estáticos de infinitesimales. A una cantidad variable le llama "fluente" y la representa por las letras x , y , a su cambio relativo "fluxión" que representa por \dot{x} e \dot{y} . en este libro, Newton considera que el problema fundamental del cálculo es el siguiente. *Dada una relación entre fluxiones, obtener una relación entre sus respectivas fluyentes y recíprocamente.*

La primera publicación de Newton que incluye su cálculo diferencial fue los "principia", publicados en el año 1687. Aunque se publicó antes esta obra es posterior a "De Analysi per Aequationes Número terminorum Infinitas" (en el cual se utilizan los infinitesimales) como a "Methodus Fluxionum et Serierum Infinitarum" (en el cual se utiliza el método de las fluxiones). En los "Principia", Newton utiliza métodos de demostración geométricos, seguramente debido a que consideraba que este tipo de demostraciones era más comprensible para sus contemporáneos y expone un método alternativo a los infinitesimales y al método de las fluxiones: las cantidades divisibles evanescentes.

- En general, se puede decir que para Newton la función es una herramienta fundamental que se usa, pero que no es objeto de estudio en sí misma. Las gráficas de funciones eran consideradas no como un agregado estático de infinitesimales, sino como la trayectoria descrita por un punto en movimiento, la cual se puede expresar mediante una fórmula (generalmente en forma implícita). Esta manera de entender la práctica de funciones es muy evidente en la obra de Newton, en la cual se pueden encontrar constantes referencias a un punto que es nueve sobre una parábola, una hipérbola, entre otros. además de considerar que la

gráfica se puede interpretar como la traza que deja un punto que se mueve sobre la práctica, considera que el punto que genera la gráfica viene determinado por dos segmentos (abscisa y ordenada), cada uno de los cuales es generado por un punto que se mueve en función del tiempo.

En el siguiente párrafo, extraído de Lacasta y Pascual donde Newton explica su método de fluxiones se observa claramente como este se manifiesta explícitamente a favor de las metáforas dinámicas:

No considero las magnitudes matemáticas como formadas por partes, por pequeños que estos sean, sino como descritas por un movimiento continuo. Las líneas no son descritas y engendradas por la yuxtaposición de sus partes. Sino por el movimiento continuo de puntos; las superficies por el movimiento de las líneas; los sólidos por el movimiento de las superficies; los ángulos por la rotación de los lados; los tiempos por un flujo continuo. Considerando, pues, que las magnitudes que crecen en tiempos iguales son mayores o menores según lo que hagan con mayor o menor velocidad, busque un método para determinar las magnitudes partiendo de las velocidades de los movimientos o aumentos que las engendran. Llamando fluxiones a las magnitudes engendradas, di, hacia los años 1.665-1.666, con el método de fluxiones, del que haré uso en la cuadratura de curvas. (Newton, citado por Ramos De Pacía, 2005; p.81)

Otra aportación importante de Newton fue considerar que la expresión simbólica de una función se podía transformar en una serie infinita.

- Para Leibnitz, al igual que para Newton, la función es una herramienta fundamental que se usa, pero que no es objeto de estudio en si misma. Ahora bien Leibnitz a diferencia de Newton, considera que la gráfica de una función como un agregado de segmentos infinitesimales más que como la trayectoria de un punto que se mueve, además define y establece las reglas del cálculo diferencial. Expreso la idea general de dependencia funcional, introduce el termino función ,sin embargo leibnitz no introduce el termino función para establecer la relación formal entre ordenada de un punto de una curva y su abscisa, sino en el sentido común para él es tener un punto de contacto con la curva, ser perpendicular la curva, se considera su sub-tangente

- Introducción de la noción de Función y el Cálculo infinitesimal.

- Según Valiron (citado por Ruiz, 1998, p.124) en este período una función algebraica de x es considerada como la función $y(x)$, obtenida al resolver

por y la ecuación $P(x,y)=0$, donde $P(x,y)$ es un polinomio en x e y . Estos planteamientos fueron fundamentales para el surgimiento de la Teoría de funciones.

Siglo XVIII – Siglo XIX

- La primera definición explícita de función aparece en un artículo de Bernoulli, una función de una magnitud variable era una cantidad compuesta de cualquier manera con esa magnitud variable y de constantes. Euler, que fue discípulo de Bernoulli, en el capítulo I de su libro "Introduction an Analysin infinitorum", se puede considerar la piedra angular del análisis, según Ruiz, (1998), publicado en el año 1.748, modifica la definición de su maestro sustituyendo el termino "cantidad" por "expresión analítica".

- Euler define la función de una cantidad variable como una "expresión analítica" formada de cualquier manera con esta cantidad variable con magnitud y con constantes". En función de las operaciones que intervienen, Euler clasifica las operaciones en algebraica y transcendentales. Las funciones algebraicas en irracionales y no irracionales, y estas últimas en polinómicas y racionales (cociente de polinomios). También hace una clasificación en funciones implícitas y explícitas, así como en uniformes (unívocas) y multiformes. También afirma que la forma universal para la expresión analítica de una función es la serie entera infinita de la forma: $A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \dots$.

- En el siglo XVIII, los matemáticos más importantes (Euler, Lagrange, entre otros.) consideraban que cualquier función se podía representar por una serie entera, siempre que no fuese una función definida a trazos. Euler consideraba que a cada expresión analítica le correspondía una gráfica cartesiana, y que expresiones analíticas, que de entrada parecían diferentes podrían tener la misma gráfica. Pero consideraban que a gráficas diferentes correspondían expresiones analíticas diferentes. En la terminología de Euler, las gráficas definidas a trozos eran "discontinuas o mixtas o irregulares".

- La necesidad de considerar funciones mixtas en determinados problemas llevó a Euler a buscar una definición de función que englobase a todas las curvas que no se podían definir por una sola expresión, pero que se podían dibujar por el

movimiento libre de la mano. En su libro "Institutiones calculi differentialis" publicado en el año 1.775 dio la siguiente definición: si ciertas cantidades dependen de otras, de tal manera que si las otras cambian, estas cantidades cambian también, entonces se llama a estas cantidades funciones de las últimas; esta denominación tiene la máxima amplitud y contiene, en ella misma, todas las maneras por las cuales una cantidad puede ser determinada por otras. Si, por consiguiente, x designa una cantidad variable, entonces otras cantidades que dependen de x de cualquier manera, o que están determinadas por x (Lacasta y Pascual, citado por Ramos De Pacía, 2005 p.82).

- Además, para Euler existían dos tipos de curvas “continuas” y “discontinuas”, la continuidad era la invariabilidad de la ley de la ecuación determinante de la función en todo el dominio de valores de la variable y discontinuidad un cambio de la ley analítica, la existencia de leyes diferentes en un intervalo o en su dominio (Ruiz, 1998).

- El matemático francés Lagrange identifica a la noción de función con toda expresión de cálculo.

- La aritmetización del análisis realizada por Cauchy, Bolzano, Weierstrass y otros llevo a una definición de función prácticamente equivalente a la que se usa actualmente. En el año 1837, Dirichlet dio la definición de función en los siguientes términos:

Imaginemos " a " y " b " son dos valores fijos y " x " una cantidad variable que toma sucesivamente todos los valores comprendidos entre " a " y " b ". Corresponde entonces a cada valor " x " una cantidad única, " y ", finita; mientras " x " recorre de modo continuo el intervalo de " a " a " b ", $y = f(x)$ varia asimismo, e " y " representa una función para ese intervalo. No es, en absoluto, necesario que " y " dependa de " x " en todo ese intervalo de acuerdo con la misma regla, y no hay que pensar en una dependencia expresable en términos de formulas matemáticas. Representando de un modo gráfico, es decir, tomando a " x " como abscisa y a " y " como ordenada una función aparece como una curva a la que cada abscisa comprendida entre " a " y " b " le corresponde un solo punto. Esta definición no fija a las distintas partes de la curva ninguna regla común: se la puede uno imaginar compuesta de distintas partes o trazada de modo totalmente anárquico. De esto se desprende que una función sólo se puede contemplar como completamente precisada para un cierto intervalo ya

si esta dada gráficamente o si en las distintas partes del intervalo se dan de modo matemático las reglas vigentes. Mientras en una función sólo se tenga certeza de una parte del intervalo queda completamente en manos de la arbitrariedad del modo en que continuará el resto del intervalo. (Arenzana, citado por Ramos De Pacía, 2005, p.83).

Esta definición de función es prácticamente equivalente a la que se usa actualmente. Con la posterior aplicación de la teoría de conjunto a las funciones, este objeto se extendió a conjuntos cualesquiera y la grafica de la función se consideró como el conjunto de puntos de coordenadas $(x, f(x))$.

Con el surgimiento de la Teoría de Conjuntos creada en gran medida por Cantor a finales del siglo XIX y principios del Siglo XX y la posterior aplicación a las funciones, este objeto se extendió a conjuntos cualesquiera y la grafica de la función se consideró como el conjunto de puntos de coordenadas $(x, f(x))$.

Siglo XX

- Se mantiene la noción general de función introducida por Dirichlet.
- Se define la función como una terna en los siguientes términos

Se llama función a la terna $f = (G, X, Y)$, en donde G, X, Y son conjuntos que verifican las condiciones siguientes:

1. $G \subset X \times Y$
2. Para todo $x \in X$ existe un y solo un $y \in Y$, tal que $(x, y) \in G$, G es la grafica de la función f

El único elemento y de Y tal que $(x, y) \in G$ se llama valor de la función en x y se utiliza para designarlo $y = f(x)$.

Es evidente entonces que la gráfica G es el conjunto de pares de la forma $(x, f(x))$ donde $x \in X$, lo que esta de acuerdo con la idea intuitiva de función (Godement, citado por Ruiz 1998, p134).

- Alto grado de formalismo en la definición de función, por lo cual deja su carácter dinámico, al respecto Freudenthal comenta que *aunque esta definición está construida de una manera lógicamente formalizada, sin embargo*

se ha oscurecido su esencial significado como acción de asignación de variables, ha perdido su carácter dinámico para transformarse en algo puramente estático (Freudenthal, citado por Ruiz, 1998, p.135).

Bajo esta definición se observa claramente que se debe satisfacer la propiedad de unicidad lo cual significa o implica que en una correspondencia entre por ejemplo dos conjuntos A y B a cada elemento del conjunto A este relacionado con único (uno y solo uno) elemento del conjunto B, lo cual usualmente se simboliza $f : A \rightarrow B$. Además, la noción correspondencia para el concepto de función emigra al de relación y paralela a esta última surge la de asociación por medio de una expresión analítica para vincular elementos de conjuntos numéricos, esta última idea ha tenido un lugar fundamental en la práctica matemática inclusive en la actual (Youschkevitch, 1976)

- Más tarde, Richard Dedekind (1831,1916) formula una definición basada en la idea de conjuntos, en esta definición denomina representación a la función y a los conjuntos X y Y los llama sistema

Por una representación ϕ de un sistema dado entendemos a una ley, de acuerdo a la cual a cada elemento determinado s del sistema se le asocia un determinado objeto que se denomina imagen de s y se denota por el símbolo $\phi(s)$; es posible decir que $\phi(s)$ corresponde al elemento s , o que $\phi(s)$ se obtiene de s por medio de la representación, o que s es transformado en $\phi(s)$ por la representación ϕ (Sánchez Fernández & Valdés Castro, 2007).

- En 1911, Giuseppe Peano (1858,1932) define la función como una relación especial “si dos pares ordenados (x, y) y (x, z) con el mismo primer elemento están en relación funcional f entonces necesariamente $y=z$ ” (Sánchez Fernández & Valdés Castro, 2007, p. 163). Esta definición parte del concepto de producto cartesiano entre conjunto, donde la relación (\mathcal{R}) es un subconjunto del producto cartesiano, así: $X \times Y = \{ (x, y) : x \in X, y \in Y \}$ donde $\mathcal{R} \subset X \times Y$.

- En la actualidad una definición aceptada como una de las más formales para el concepto de función, es la de Nicolás Bourbaki basado en la teoría de conjuntos plantea hacia 1939 una noción del concepto de la función teniendo como eje conceptual la correspondencia entre conjuntos al igual que Cantor y Dirichlet, expresada así:

Sean E y F dos conjuntos, que pueden o no ser distintos. Una relación entre un elemento variable x de E y un elemento variable y de F, se llama relación funcional en y , si para todo x en E, existe un único y en F el cual está en la relación dada con x . Damos el nombre de función a la operación que, de esta forma, asocia cada elemento x en E con el elemento y en F que está en relación con x , se dice que y es el valor de la función en el elemento x , y se dice que la función está definida por la relación dada. Dos relaciones funcionales equivalentes determinan la misma función. (Sastre Vázquez, Rey, & Boubée, 2008, p.152).

Esta definición tiene como fundamento principal la teoría de conjuntos y los conceptos previos de: Par ordenado, Producto cartesiano y Relación.

Aproximación de la Evolución Histórica de la Matemática en la Economía

Edad Antigua

Los antecedentes más lejanos de los matemáticos como instrumentos de análisis a problemas socio-económicos no son fáciles de precisar. Se puede señalar que las motivaciones iniciales de la Matemática y el comercio coinciden: Simbología numérica, por la necesidad de contar, comerciar, uso de figuras geométricas para representar parcelas de terreno, entre otros. (UNA, 1998). Por estos tiempos, los griegos conciben al precio solo como el valor expresado en forma monetaria, de esta idea se desprende la dependencia del precio sobre la demanda y la oferta, sostienen que la oferta excesiva hacía bajar los precios y la demanda excesiva los hacía aumentar (Scheifler, 1990).

Aristóteles en su obra *La Ética Nicomaquea*, planteó el problema de saber cómo se logra respetar la justicia cuando se cambian dos objetos distintos, ya que para que el cambio sea justo se requiere la equivalencia de los dos términos. Estos ha permitido para algunos autores considerar que Aristóteles esboza la Teoría del Valor-Trabajo según la cual el valor de cambio de un objeto viene dado por el trabajo que ha costado producirlo, además emplea proporciones para la asignación de salarios de una empresa (González y Gil, 2000).

Siglo XVII hacia la matematización de la Economía

A partir del Siglo XVII, se emplea la matemática como instrumento metodológico en Economía. Según Castelli (2003) el impulso originario de las

explicaciones económicas cuyos argumentos están basados en términos cuantitativos se debe a William Petty (1623-1687), el cual se trata de un método fundado en la inducción de datos cuantitativos, en donde el instrumento de análisis era la utilización del ejemplo numérico para obtener conclusiones sin ayuda de otra técnica general. Asimismo, Petty plantea que la curva de oferta del trabajo es descendente de izquierda a derecha. Por otro lado, contrario a este método, North (1641-1691) propone un método de análisis basado en la deducción de datos cuantitativos, estos dos autores son considerados por Castelli, (2003), como los que introducen la idea del uso de la matemática como instrumento para el desarrollo del estudio económico.

Siglo XVIII. Los trabajos de Bernoulli y Cramer y el Cuadro Económico.

En el siglo XVIII, autores como Ceva en 1711 y Beccaria en 1764, desarrollaron sus trabajos sobre economía del contrabando y evasión impositiva óptima. Este trabajo aplicaba análisis elemental inicialmente y sus intereses es de carácter histórico. En la segunda mitad de este siglo se formula la “Teoría Subjetiva del Valor” por Galiano y otros en esta época se destaca el trabajo clásico por Bernoulli y Cramer en 1733 sobre la aplicación de la teoría de la probabilidad al análisis de la Utilidad esperada para la toma de decisiones. Bajo incertidumbre se considera la primera contribución matemática de significativa importancia económica, extendido posteriormente por Laplace en 1812 y Poisson en 1837.

Según, Sánchez (1984) para Bernoulli y Cramer la maximización de la utilidad esperada es en sí misma un supuesto. La intuición de estos investigadores fue que maximizar el valor esperado no es satisfactorio a menos que se presuma neutralidad ante el riesgo. Ellos sugieren permitir aversión hacia el riesgo, maximizando la utilidad esperada del dinero. Los fundamentos axiomáticos de estos supuestos fueron elaborados por Neumann y Morgenstern en 1947.

Una contribución no tan formal fue la del “Cuadro Económico” o “Tableau Economique” en la Quesney en 1758, la cual pretende explicar cómo la agricultura es la única creadora del producto neto y como circula a través de la diversas clases: Este cuadro se considera el precursor de la actual contabilidad

Nacional, del sistema de matrices insumo-producto de Leontiff, luego Marshall adapta el cuadro económico al de matrices de leontiff (Scheifler, 1995).

Cabe destacar, que en 1767 la expresión “Oferta y demanda” fue acuñada por *James Denham-Steuart* en su obra *Estudio de los principios de la Economía política en 1776* y *Adam Smith* en su libro *La riqueza de las naciones*.

Siglo XIX. Aplicación de las Matemáticas a la Economía.

A principios del Siglo XIX, una contribución importante fue el trabajo de Von Thunen (1826), terrateniente alemán. Sus contribuciones se refieren a las teorías de la producción y la distribución para lo que utiliza constantemente el cálculo en el margen. Según Tejeiro (1999) el autor recurre a la construcción de modelos gráficos, como el esquema del estado aislado, aplica el álgebra y el cálculo al plantear relaciones funcionales entre las variables del problema de distribución, introduciendo el concepto de incremento infinitesimal, calculo de máximos y mínimos etc.

Gómez (2000) destaca respecto a Von Thunen, que fue el primer teórico en usar el cálculo infinitesimal como forma de razonamiento económico y el segundo en percibir la interdependencia general de todas las variables o las cantidades económicas; así como también la necesidad de representar esa realidad mediante un sistema de ecuaciones. Además, abre la vía a la generalización de la teoría de la renta para todos los factores de producción y el fundamento de la noción de "excedente del productor".

Los economistas García y Molina (1994) señalan que a principios de este siglo tiene origen la Economía Matemática, la cual se ha ido desarrollando en las últimas décadas, descubriendo tanto los economistas como los matemáticos, lo productivo del lenguaje e instrumentos matemáticos para el desarrollo de la teoría económica y la importante e interesante área de aplicación de los conocimientos matemáticos en el área económica.

El período inicial de la matematización de la economía, siguiendo a Arrow e Intriligator (1989), se inicia en 1838 con la aparición de *Investigaciones sobre los principios matemáticos de la teoría de la riqueza* de Antoine August Cournot, considerado el padre fundador de la Economía Matemática y del cual haremos mención más adelante. Esta obra es la primera de la Economía teórica que se

expresa en el lenguaje del análisis matemático, se utilizan funciones matemáticas para describir conceptos económicos básicos como demanda, oferta, precio, ingreso, costo marginal y renta, además de desarrollar la igualación de la oferta y la demanda en mercados competitivos. Cournot, en sus trabajos, emplea ecuaciones y dibuja las curvas de la demanda y la oferta.

De acuerdo con el análisis realizado por García y Molina (1994) la hipótesis de maximización de beneficio de Cournot, fue extendida a través, del desarrollo del concepto de función producción en el último cuarto de este siglo, tratando con las demandas de inputs así como con la oferta de Output.

Tres años después de la publicación de *Investigaciones sobre los principios matemáticos de la teoría de la riqueza* de Cournot, en 1841 Karl Heinrich Rau utilizó un diagrama para describir la formulación del precio de equilibrio competitivo e introdujo la práctica ahora común entre los economista y contraria a la convención matemática, de representar la variable independiente (precio) en el eje de ordenadas y la dependiente (cantidades) en el eje de las abscisa (Vásquez, 2002)

En 1844, *Dupuit*, ingeniero francés, de la escuela de Cournot, publica una obra consagrada a los bienes colectivos titulada *De la Mesure de l'Utilité des Travaux Publics*. En ella se encuentra un análisis de la utilidad, de la demanda y del excedente del consumidor (Gómez, 2000), otro testigo de Cournot fue *Gossen*, el cual considera que los fenómenos económicos son imposibles de analizar sin ayuda de las matemáticas, su aporte esta referido a la teoría de la utilidad. En una obra publicada en 1854, titulada *Entwicklung des Gesetze des Menschlichen Verkehrs*, en la cual se aborda el problema económico bajo el ángulo de la satisfacción de las necesidades en el marco de un comportamiento individual racional.

A partir de 1870, con la entrada en el discurso económico de varios científicos instruidos en otras áreas como la física, ingeniería o matemática, con los conocimientos matemáticos adecuados para su aplicación en la economía tuvo lugar un cambio notable en cuanto a la delimitación de los objetos de estudio y los criterios para analizarlos científicamente, entre los cuales se destacan Jenkin, Jevons, Walras, Marshall, Menger y Pareto entre otros.

Según las aportaciones analíticas de Rodríguez (1995), Jenkin es el primer británico que en 1870 publica los diagramas de oferta y demanda en un trabajo titulado *La representación grafica de las leyes de Oferta y Demanda y su aplicación al trabajo*, analiza la teoría de la oferta y la demanda siguiendo a Stuart Mill, distingue entre cantidades ofertadas y demandadas y disposiciones subjetivas a demandar y ofrecer, insiste en que estas dos dimensiones deben mantenerse separadas. La igualdad de Oferta y demanda es una igualdad de cantidades demandas y ofertadas a un precio dado, por ello no puede darse en el nivel de las disposiciones subjetivas, mas adelante se estudiarán los aportes de este autor de interés para esta investigación.

En 1871, motivado por los trabajos presentados por Jenkin, publica Jevons su principal obra *Teoría de la Economía Política* consigue reunir los elementos separados de la teoría de la utilidad en una teoría coherente del valor y del intercambio, analiza solamente la demanda y deja aun lado a la oferta. Además, Gómez (2000) señala que Jevons considera que la Economía es tan Matemática como la Física ya que los objetos económicos son cantidades y precio. Emplea como herramienta básica de análisis el Cálculo Diferencial, realiza el desarrollo de la teoría de la demanda del consumidor a partir de la maximización de la utilidad bajo una restricción presupuestaria para dos bienes de dos consumidores y propone la generalización para n consumidores.

El tercero, junto con Jevons y Menger de los pioneros teóricos de 1871 fue August Walras; de acuerdo con el análisis realizado por Cámara (2000), éste economista matemático comienza por dibujar las curvas de oferta y demanda, y analiza el significado de sus puntos de intersección, distinguiendo el equilibrio estable del inestable después el análisis de la utilidad y la curva de utilidad con el fin de analizar las causas de los cambios.

Walras, en 1874, desarrolló el concepto fundamental de que los mercados estaban interrelacionados y por lo tanto, el equilibrio de la economía esta caracterizado por igualdades simultaneas de la oferta y la demanda en todos los mercados, al respecto García y Molina (1994) señalan que la posibilidad del equilibrio fue aceptada demostrando que el número de ecuaciones igualaba al número de incógnitas. Sin embargo, la igualdad entre ecuaciones e incógnitas no

es una condición necesaria ni suficiente para que el sistema esté en equilibrio, tal como lo señala Chacanosky (1985).

El modelo de Walras, según varios autores, tenía problemas de rigurosidad matemática y de teoría económica, estaba sustentado sobre supuestos irreales, de competencia perfecta, y por lo tanto también sus conclusiones.

Según Chacanosky (1985), el mismo Walras estuvo consciente de estos problemas por una carta enviada al matemático D'Ocagne, en la cual dice Walras: "[...] considero mi trabajo, tanto desde el punto de vista económico como desde el matemático, un bosquejo simple e incompleto. Espero que en un futuro cercano sea superado por otro trabajo más completo y mejor hecho". (p7)

Sin embargo, a partir de este desarrollo pionero de Walras sobre el modelo del equilibrio general, se desato toda una serie de estudios para verificar la consistencia lógica y matemática de su hallazgo, los cuales se caracterizan por validar la existencia, unicidad y estabilidad del equilibrio (García y Molina 1994).

Las matemáticas fueron utilizadas para explicar teorías sencillas del comportamiento del consumidor, pero a medida que los economistas comienzan abordar problemas más complejos, se hizo necesario nuevos métodos y las matemáticas se convirtieron en un elemento esencial del economista teórico, sin embargo, según Tejeiro (1999) esto hace que la economía se aleje de sus objetivos primarios e inaugurales, dar respuestas tanto al académico como al hombre de negocios y el político.

Marshall percibió esta situación y por ello evito abiertamente en sus escritos académicos la aplicación de la matemática, en su gran obra *Principios de Economía* (1890), en la cual presenta sus desarrollos matemáticos en notas al pie de página y en apéndices (Cámara, 2000). En estos desarrollos, se destaca el concepto de elasticidad, sistematización de la demanda, teoría y factores de producción, Teoría de la distribución, la Economía del bienestar, Economía internacional y Teoría Monetaria.

Este período hasta mediados del siglo XX (1947) se caracteriza por tomar prestadas metodologías de las ciencias físicas y utilizar las matemáticas para desarrollar una teoría formal basada fundamentalmente en el cálculo. Por lo tanto, en este período el instrumento básico lo caracteriza el Cálculo Diferencial, el uso

de las derivadas totales y parciales, de los multiplicadores de Lagrange y en general de la teoría de optimización clásica. Se desarrollan fundamentos matemáticos de la teoría del consumidor, productor oligopolio, monopolio y equilibrio general, asumiendo que las funciones de utilidad y producción son bien diferenciables.

Siglo XX hasta nuestros días. Modelos lineales, Teoría de Conjunto e Integración

A principios del siglo XX hasta 1947 se destacan, de acuerdo al análisis realizado por García y Molina (1994), entre otros. En 1909, Pareto, discípulo de Walras, refina la teoría de utilidad marginal con el equilibrio general, define la optimalidad en presencia de muchos individuos (Óptimo de Pareto), argumenta la teoría de la optimalidad del equilibrio competitivo y el reemplazamiento de la utilidad cardinal por ordinal, En 1915 Slutsky deduce las propiedades de las funciones de maximizan la utilidad y en 1926 Frisch y luego Alt en 1960 las axiomatizaciones de la utilidad ordinal.

Según Chaves (2005), en este período, Samuelson transforma el análisis económico, pasando de una exposición predominantemente literaria y grafica a un tratamiento sistemático y completamente matemático. En 1941 realiza la primera discusión rigurosa del equilibrio en el mercado simple o parcial y formula un proceso dinámico que permite expresar el equilibrio en un mercado de equilibrio parcial. Por esta misma fecha, un instrumento importante en el análisis de la existencia de un equilibrio competitivo es el teorema del punto fijo de Kakutani y la generalización del teorema del punto fijo de Brouwer. En 1947, Samuelson procede a una exploración sistémica de la optimización matemática tomando como modelo la física teórica.

En los siguientes doce años (1948-1960), se cambia el enfoque no de los problemas analizados sino de las herramientas matemáticas empleadas en donde sobresalen los modelos lineales y la teoría de conjuntos. De acuerdo a García y Molina (1994) la utilización de la teoría de conjuntos supone el uso de funciones más generales que pueden reemplazar a funciones continuas con derivada continua, destaca que en 1959 las aplicaciones más importantes de los conceptos de la teoría de conjunto están en la obra “Teoría del Valor” de Debreu.

En cuanto al reemplazo del uso del cálculo en derivadas parciales por ecuaciones e inecuaciones lineales, según González y Gil (2000), se puede citar el modelo de insumo-producto de Leontief un modelo de relaciones inter industriales antes y después de este período (1941,1966), como aplicación del álgebra matricial, los modelos de programación lineal iniciados con los trabajos de Dantzig en 1941,1951,1963. Al respecto destacan que estas obras tratan no sólo de programación lineal sino de modelos lineales de equilibrio general y de crecimiento, también en este período y basándose, en una parte en el análisis de modelos lineales se encuentra la teoría de juegos la cual fue desarrollada inicialmente por Von Neuman en 1929, sin embargo su desarrollo completo se realiza en 1947 por Von Neuman y Morgenstern en su obra *The Theory of Games and Economic Behavior* y *Equilibrium in n -person Games* de Nash (1950).

De acuerdo al análisis de los autores anteriormente referidos, a partir de 1961 hasta la actualidad, se inicia un período de integración del cálculo, teoría de conjunto, modelos lineales y otras nuevas técnicas matemáticas aplicadas a la economía En general, se introducen mejoras en las hipótesis teóricas y empíricas de los modelos económicos, así como la importancia en el análisis cualitativo, análisis de situación de riesgo y/o incertidumbre y al estudio de modelos no lineales. Diversas aportaciones de la economía probabilística, métodos matemáticos que combinan el cálculo y la topología (análisis global) y que se utilizan para el estudio de las propiedades de los equilibrios en economía su variación con respecto a cambios en la economía subyacente, son relevantes las aportaciones de Debreu (1970), pionero en este campo con el estudio de las condiciones bajo las cuales hay solo un conjunto finito de equilibrios.

Hoy en día se encuentra muy avanzada esta integración y prácticamente ya no queda campo de la economía que no haya sido tratado en mayor o menor medida desde el punto de vista matemático. Las funciones y en general el análisis funcional desempeñan un papel primordial en la formulación matemática de ciertos modelos económicos en la actualidad una descripción matemática de un fenómeno de la vida real, particularmente dada en términos de una función afín o de una ecuación lineal permite analizar el fenómeno y establecer conclusiones en términos matemáticos, que luego deben contrastarse con la situación real, ya que

las conclusiones e interpretaciones basadas en el modelo matemático deben ofrecer soluciones, explicaciones y probablemente pronósticos del comportamiento futuro del fenómeno.

Se han analizado los inicios de los conceptos básicos de una economía de mercado aún no considerados como expresiones matemáticas y las relaciones más o menos explícitas y no siempre con igual fortuna, entre la Matemática y la Economía.

En el siguiente apartado se estudia las ideas precursoras de los conceptos de función Demanda, función oferta, curva de demanda, oferta y punto de equilibrio, a partir de los problemas que la originaron y desde su primera forma simple a su formato actual, el cual servirá, para identificar los diferentes campos de problemas, procedimientos, lenguaje y otros elementos que permitan mostrar la evolución del significado de la formulación matemática de la función afín en estos conceptos, de acuerdo con Alvarado (2007),*el significado de un objeto matemático no es estable ni único en el tiempo.* (p.42).

Este análisis se realiza apoyándose fundamentalmente en los trabajos sobre: *Investigaciones de los principios matemáticos de la teoría de la riqueza* de Cournot (1838), Karl Heinrich Rau (1841), Jenkin (1870) *La representación grafica de las leyes de Oferta y Demanda y su aplicación al trabajo* de August Walras (1890), y Marshall *en Principios de Economía*.

Ideas Precursoras de la función Demanda, función oferta, curva de demanda y oferta y punto de equilibrio

Siglo XVIII

- En la segunda mitad del siglo XVIII, la “Teoría Subjetiva del Valor” esta ya desarrollada por Condillac y Gallieni, es un modelo teórico de precios, este es el resultado de comparación de las utilidades de los agentes del intercambio, en donde la demanda de un bien no depende del precio sino de la “necesidad humana”, el cual se define en términos mas o menos biológicos, según Camino y Fernández (1988); ya de partida el término demanda presenta una dificultad previa

en su significado, puede significar una variable que depende de un fenómeno biológico, pero también puede ser un mero deseo de poseer un bien, un dato independiente del sistema de relaciones de intercambio, el deseo acompañado de la oferta de algo de valor a cambio o la cantidad efectiva que está dispuesto a pagar por un bien.

De acuerdo al análisis de García (1969) esta palabra tiene dos sentidos, uno Psicológico o potencial y otro económico o real el cual se definen como: a) Potencial es la cantidad que el sujeto esta dispuesto a adquirir de acuerdo a sus deseos (Cualquier punto de la curva de demanda) y, b) la Efectiva (El punto de equilibrio con la oferta), la cantidad que efectivamente adquiere.

Ahora bien, la demanda no es considerada una variable económica inicialmente o no existía una teoría matematizable de la misma, esto hace que no se aplique en la Teoría de Utilidad Decreciente formulada por Daniel Bernouilli en un artículo publicado en 1730, la cual surge como solución al problema de San Petersburgo, el procedimiento que emplea Bernouilli para resolver la paradoja (problema) es el siguiente: una Función de Utilidad del tipo $U(Y) = b \log Y/Y_s$, donde Y representa la riqueza actual del sujeto, Y_s la riqueza necesaria para la subsistencia y b una constante positiva, asume de forma implícita, que la función es continua, con la finalidad de aplicar las técnicas del calculo diferencial, luego derivando esta función encuentra la Utilidad marginal, el signo de la segunda derivada es negativa, lo cual se puede interpretar como que la utilidad marginal de la riqueza es decreciente (Sánchez , 1984).

Sin embargo, Cournot, considerado el primero que desarrollo un modelo matemático para explicar las leyes de la oferta y demanda, en el siglo XIX, no se interesa por la utilidad. Cournot, considera que la determinación del valor de cambio es algo económicamente elemental y sin duda la utilidad participa en la determinación, pero su influencia se puede obviar. Para Cournot las variables que constituyen el punto de partida son el precio y las cantidades, las relaciones entre ellas se pueden formalizar algebraicamente.

Siglo XIX

- Cournot, en 1838, con la publicación de sus “Investigaciones acerca de los principios matemáticos de la teoría de las riquezas” utilizó en forma sistemática

los principios del análisis matemático, al igual que sus antecesores, captando el proceso económico en términos de relaciones funcionales y no como relaciones numéricas. Cournot considera que la demanda son valores intercambiables, es decir, todo lo que está en el mercado, y es sinónimo de ventas y aumentan generalmente al disminuir el precio. (Ávila, s/f).

Es de hacer notar, que la idea era transformar la demanda en una variable intra económica que dependa únicamente del precio, formulando así la ley de la Demanda, la cual enuncia de la siguiente manera ... *La venta o la demanda anual D es, para cada mercancía, una función particular $F(p)$ del precio p de la mercancía* (Cournot, citado por Ávila s/f p. 3); el autor comenta que conocer la forma de esta función será conocer la “ley de Demanda o Ventas”; esta se expresa simbólicamente como $D = F(p)$, la cual admite que es una función continua, debido a que de esta manera gozaría de las propiedades de las funciones con esta naturaleza y sobre las que se basan las aplicaciones en el análisis matemático, además las variaciones en la demanda serán sensiblemente proporcionales a las variaciones del precio, mientras estas sean una pequeña variación del precio .Además la función es decreciente, ya que un aumento en el precio será una disminución de la demanda y de acuerdo al calculo diferencial $F'(p) = \frac{dD}{dp} < 0$.

(Barrios y Carrillo, 2005).

Para definir la expresión $D = F(p)$, Cournot admite que D representa la demanda total y relativa a una unidad de tiempo un año, debido a que en este tiempo se reproducen todas las necesidades del hombre y los productos que de la naturaleza extrae y su trabajo, además de ser la unidad natural de tiempo en las investigaciones económicas y p es el precio anual medio, la curva de demanda de esta función será “...la media de todas las que la representarían en diversas épocas del año ” (Cournot,1838, p 46).

Asimismo, Barrios y Carrillo (2005), indican que Cournot destaca el hecho de que en la función de demanda interviene otros factores, a parte del precio, la demanda depende evidentemente de la utilidad del bien, la naturaleza de los servicios que pueda proporcionar o de las satisfacciones que procura, de los

hábitos y costumbres del pueblo, de la riqueza media y de la escala con arreglo a la cual este repartida la riqueza.

Además, Cournot considera invariables los precios y las rentas de otros productores, aquí se refiere a la oferta y la demanda. Señala que si el precio aumenta disminuirá la demanda al reducirse la renta de los sujetos y que un aumento en el precio, sin variar la demanda equivale a una disminución de la renta, tras demostrar que el costo marginal creciente de una empresa, representa la curva de oferta y un aumento de este se traduce geométricamente en un desplazamiento de la curva de oferta en el sentido positivo del eje de los precios (abscisas).

Por otro lado, según Vázquez (2002) el primero que expuso en términos gráficos y analíticos la formación del punto de equilibrio, fue este matemático economista Cournot, que planteo su idea para determinar el efecto sobre el precio de equilibrio de un impuesto fijo sobre la mercancía.

- En 1841, Rau Heinrich Karl utilizó un diagrama para describir la formación del punto de equilibrio, algunos economistas lo consideran el precursor del diagrama de las tijeras de Marshall. Tenía las ideas claras respecto al concepto de oferta, demanda y punto de equilibrio competitivo a corto y largo plazo. Según, Vázquez (2002), para Rau las causas que regulan la formación del precio son el valor de los bienes que se intercambian, los costos de producción y la concurrencia de los oferentes y demandantes, y enuncia la primera regla respecto al precio de un objeto en la cual este no debe sobrepasar el valor que posee para un comprador, considerando que el valor representa el sacrificio que se esta dispuesto hacer para obtener una bien.

Cabe destacar que Rau tenía conocimiento de que el efecto de las variaciones de la Oferta y la demanda sobre el precio del mercado depende de la pendiente de las curvas de oferta y demanda, además de advertir de que su análisis es válido solo bajo las condiciones de *ceteris paribus*, en el supuesto de que varíe solo el precio permaneciendo constante la necesidad de la mercancía y la renta del consumidor.

- En 1844 Dupuit representó gráficamente la curva de demanda, a partir de enunciar la ley de decrecimiento de la utilidad marginal, ya que escribe el

precio al que el consumidor está dispuesto a comprar el bien con la cantidad comprada. Estas curvas de demanda individuales se pueden agregar obteniendo una demanda global de mercado (D). (Gómez, 2000).

- Jenkin Fleming es el primer británico que publico en 1870 en su obra *The Graphic Representation of the Laws of Supply and Demand, and their Application to Labour* curvas de oferta y demanda, tratándolas explícitamente como funciones, en donde representó en un solo gráfico un sistema de dos ecuaciones (oferta y demanda) con dos incógnitas (precio en chelines y cantidad en quarters). En el siguiente párrafo extraído de Fernández (2003) , Jenkin define la oferta, la demanda y la curva de oferta de la manera siguiente:

La oferta total de un artículo se entenderá como designando la cantidad total del artículo por venderse allí y entonces, la oferta en éste sentido es, mensurable, y puede expresarse en toneladas, quarters, etc. La oferta a cierto precio denota la cantidad que a un precio dado los poseedores, allí y entonces, están dispuestos a vender. La oferta a cierto precio también es mensurable. La demanda a cierto precio denota aquella cantidad que, allí y entonces, los adquirentes comprarían a ese precio. Dibujemos una curva, cuyas abscisas representan precios y cuyas ordenadas las ofertas a cada precio. Esta curva se llamará curva de oferta.p.2

Así, Jenkin distingue entre cantidades ofertadas y cantidades demandas y disposiciones subjetivas a demandar y ofrecer, para demostrar que el precio puede cambiar sin que lo hagan las cantidades, esto requiere que cuando surge una oposición a ofertar un artículo al precio antiguo, surja también una inclinación por parte de los compradores a comprar a un precio, es decir un desplazamiento de las curvas de oferta y demanda en sentido contrario (Rodríguez ,1995).

Jenkin expresa simbólicamente a la demanda como $D = F(1/x)$, donde x es el precio, comenta que la dependencia de la demanda del precio puede ser válido en cualquier día en el mercado y la función oferta es $S = F(x)$, con lo que el precio x puede determinarse siempre que las cantidades demandas y ofertadas varíen según un precio fijo y exclusivamente como respuesta a cambios en el precio

Asimismo, Jenkin representó en un sólo gráfico un sistema de dos ecuaciones (oferta y demanda) con dos incógnitas. Estos gráficos de oferta y demanda que Jenkin dibujo en 1870 se resumen en tres leyes: a) La primera ley se

basa en el análisis geométrico del equilibrio parcial. Esta ley sostiene que el precio de mercado es aquel en donde se cruzan las curvas de oferta y demanda; b) La segunda ley su *ceteris paribus* o dimensión subjetiva del valor afirma que si la oferta total aumenta el precio cae, y si la demanda total o «fondo de compra» aumenta, el precio sube; y c) la tercera ley, el precio a largo plazo de los artículos manufacturados depende fundamentalmente del coste de producción, mientras que la cantidad producida depende fundamentalmente de la demanda.

Cabe destacar que Jenkin presenta en un gráfico los excedentes del consumidor y del productor como las áreas situadas respectivamente entre la línea del precio de equilibrio y las curvas de la demanda y la oferta. (Rodríguez 2008).

En 1874 Walras define y expresa matemáticamente y gráficamente la curva de la demanda, apoyándose en los trabajos de Cournot de la escuela francesa. Es el primer autor que define la función demanda a partir de una función utilidad que debe ser maximizada con arreglo a cierta restricción presupuestaria, desarrolló la teoría del equilibrio general, creó el concepto de "utilidad marginal" que originó el marginalismo como corriente del análisis económico. (Rodríguez 1995).

Según Bajo y Mones (2000) para Walras la teoría económica se basa en dos supuestos: por una parte cada persona, o empresa tiende a maximizar su utilidad y por otra parte la demanda de cada bien debe igualar a su oferta. Se apoyó en la curva de demanda propuesta por Cournot, pero observó que solamente se aplica estrictamente al intercambio de dos bienes, por lo que se ocupó de deducir la curva de oferta de uno de los bienes a partir de la curva de demanda del otro. Para expresar matemáticamente los factores de los que depende la oferta, usó la teoría de los servicios productivos de Jean Baptiste Say (la venta de una unidad de un servicio comporta para su poseedor una privación de utilidad). Concluyó Walras, que las funciones de demanda y oferta de un producto dependen tanto de su precio, como de los precios de los demás productos, rentas, costos de producción y otros factores.

Los actores económicos proceden mediante un "tanteo" que aunque significa respuestas individuales diferentes, finalmente resulta en un comportamiento que tiende a maximizar la utilidad. El punto de equilibrio de cada

mercado depende de los que sucede en los demás mercados, por lo que la determinación del equilibrio general, de todo el mercado, implica la determinación simultánea del equilibrio parcial de cada mercado. Walras construyó un sistema de ecuaciones que define el equilibrio estático de este sistema de cantidades interdependientes.

De acuerdo al análisis de Zarategui (2002) la función de la demanda Warseliano es producto de un programa de maximización de la utilidad en el que los precios y las rentas son los parámetros, cuya expresión matemática es $x_i = D(p, m)$ donde $p=(p_1, \dots, p_n)$, la cual es homogénea de grado cero en p y x , convexa y cumple con la ley de Walras $p^* \cdot x = w$ para todo w .

- En 1890 Marshall, a quien se le considera el autor central de la teoría de la demanda, presenta su *opus magna* “Principios de Economía”, la cual consta de seis libros y en libro IV presenta el mercado y las relaciones demanda, oferta y punto de equilibrio. Cabe destacar que Marshall evitó en su escrito la aplicación de la matemática, consideraba que estas eran un obstáculo en su objetivo para presentar a la economía como un instrumento de cambio social. Todos sus análisis matemáticos los expone en un Apéndice Matemático al final de su obra.

Según García (1969), la función de demanda, en su forma Marshalliana, *estudia la relación entre el precio y la cantidad, suponiendo constante a todo lo demás (p.122)*. Para Marshall citado por Barrios y Carrillo (2005, pp192), todo lo demás está referido a relaciones primarias que afectan la demanda, la oferta y el precio de un bien, entre las cuales se encuentran el precio, el precio de otros bienes, los gustos, la renta o riqueza, etc., de donde la forma matemática de la función demanda sería:

$$X = L(p, p_1, \dots, p_n, y, g, o)$$

Pero al suponer estas fuerzas constantes o reducidas a la inacción con la frase *ceteris paribus*, sin perder rigor analítico, esto se refiere a el precio de otros bienes, los gastos, la renta o riqueza, etc. constantes, la única variable que influye en la cantidad demanda es el precio, y la función demanda tomara la forma: $X = L$

(p). El aporte hecho por Marshall a través de su *ceterius paribus* ha sido de enorme utilidad, especialmente para la microeconomía moderna.

Sin embargo, hizo muchas otras contribuciones; una de ellas fue el haber dado un tratamiento gráfico a los conceptos de oferta y demanda. Es famosa su comparación a través de lo que más tarde se llamó la "tijera marshalliana" (y que no es más que la forma como actualmente se representa la oferta y la demanda en un gráfico).

Al respecto, Nicholson (2005) analiza cómo son determinados los precios por el encuentro entre la oferta y la demanda según Marshall, donde cada hoja de la tijera representa la oferta y la demanda; la primera, determinada por los costos de producción, es decir la pendiente positiva de la curva oferta refleja el rendimiento decreciente; la segunda, por la utilidad marginal, es decir la pendiente negativa de la curva de demanda. A ese punto donde se cruzan la curva de oferta y la curva de demanda lo llama Precio de Equilibrio, sin embargo las fuerzas del mercado se pueden ver afectado por algunas situaciones.

Marshall introdujo muchos otros conceptos de gran poder explicativo, tales como la elasticidad de la demanda, la cuasi-renta, el bien complementario y bien sustituto, economías externas y economías internas. También acuñó el término "excedente del consumidor" (que ya lo habían intuido otros autores) para definir la mayor utilidad que un sujeto obtiene en el intercambio de bienes. Observó que las personas rara vez deben entregar por un bien el precio que realmente estarían dispuestas a pagar por él, por lo que se produce una diferencia a su favor, que es lo que él llama excedente del consumidor.

Frente a estas evidencias, se puede afirmar que el estudio de las condiciones y consecuencias que rodea la inclusión de las matemáticas en los modelos económicos tiene su propia historia.

Asimismo, siguiendo a Cámara (2000) los instrumentos matemáticos más antiguos son los ejemplos numéricos, los cuales se han empleado como un medio de análisis y como instrumento expositivo y la representación diagramática , además del cálculo diferencial de mucha utilidad entre los economistas desde el principio debido a que el centro de los problemas económico es el concepto de pequeñas variaciones, en cuanto a el cálculo integral se destaca en el cálculo del

excedente de los consumidores ,comprobación de costos y beneficios y el álgebra para estimar las relaciones e interrelaciones en el equilibrio general walrasiano, el álgebra matricial para la resolución de gran cantidad de ecuaciones y variables que resumen las de la economía del mundo real.

Cabe destacar que las funciones de una o varias variables definidas y utilizadas en los modelos económicos en el correspondiente subconjunto R o de R^n , han de ser continuas, han de existir su derivada para funciones de una variable o sus derivadas parciales y diferenciales si se trata de varias variables, si se pretende describir la realidad económica por medio de estas funciones.

Conceptualización del Objeto Función y Función Afín

Caracterización del concepto de Función y Función Afín en el Modulo II de Matemática I y Referencias obligatorias y complementarias

Al indagar sobre las definiciones que aparecen en: el Modulo II: *Funciones y sus Representaciones Gráficas* de Matemática I (175, 176, 177) (UNA, 2009), de interés para esta investigación y en los textos, sobre el concepto de Función encontramos, primeramente que el Modulo II de Matemática I la define de la siguiente manera:

Definición 4.3 (Función de un conjunto X en un conjunto Y)

Una **función F de X en Y** es una relación de X en Y , esto es, un subconjunto de $X \times Y$ que satisface la siguiente propiedad: Para cada $x \in X$ hay exactamente un único $y \in Y$ tal que $(x, y) \in F$. (Modulo II de Matemática I, UNA, p.p.78, 2009),

Larson &Hostetler (1986), detalla a la función F de X en Y como una relación de X en Y , con la propiedad de que si dos pares ordenados tienen el mismo valor de x , entonces tienen el mismo valor de y .

Por otro lado, Leithold (1992) define una función como *un conjunto de pares ordenadas de números (x, y) , en los que no existen dos pares ordenados diferentes que tengan mismo primer elemento*

Estas definiciones tienen como características generales los tres conceptos antes mencionados: Par ordenado, Producto cartesiano y Relación, además de garantizar que y es único para un valor específico de x .

Sin embargo es pertinente aclarar que toda regla establece una correspondencia, pero no toda correspondencia puede expresarse mediante una regla, esta última puede ser dada mediante una fórmula o ecuación y como tal no define una función, efectivamente no toda función puede ser expresada por una fórmula así como no toda fórmula define o es una función. Por ejemplo la circunferencia y su ecuación $x^2 + y^2 = r^2$ no define una función, sencillamente la ecuación o fórmula da origen a una función y permite tener en este caso una versión “analítica” de la correspondencia.

Seguidamente se presenta una de las funciones usuales de referencia como es la Función Afín objeto matemático de interés para esta investigación.

Función Afín

Seguendo el Módulo II de Matemática I (UNA, 2009) se denomina Función Afín a una función polinómica de grado $n=1$ y se trata de la “función de la forma $f(x) = a_1x + a_0$; cuya gráfica es una recta (“oblicua”) Es costumbre denotarla por $y = m x + b$ (m, b son constantes) “ (p.103). Además tipifica a las funciones según los valores de m y b , las cuales denomina Funciones Afines (Rectas) de la siguiente manera:

- $m = 0$ y $b=c$ entonces $y = c$ es una *Función Constante* cuya gráfica es una recta paralela al eje x
- $m= \operatorname{tg}45^\circ=1$ y $b = 0$ entonces $y = x$ es la *Función Identidad* cuya gráfica es una recta que pasa por el origen formando un ángulo de 45° con el eje x
- $m= \operatorname{tg}135^\circ = -1$ y $b= 0$ entonces $y = -x$ es la *Función “opuesta de x ”* cuya gráfica es una recta que pasa por el origen formando un ángulo de 135° con el eje x .
- $m= \operatorname{tg}\alpha$ y $b = 0$ entonces $y = mx$ es una *Función Lineal* cuya gráfica es una recta que pasa por el origen y forma un ángulo α con el eje x

- $m = \tan \alpha$ y $b \neq 0$ entonces $y = mx + b$ es una función afín en general cuya grafica es una recta que no pasa por el origen sino que intercepta al eje de las ordenadas (eje y) y forma un ángulo α con el eje x

En el Texto de Zill (1987) define la función polinómica de grado 1 de la forma $f(x) = a_1x + a_0$ como función lineal, la cual tiene la forma pendiente – intercepción y representa a una recta

Asimismo, Larson & Hostetler (1986), define a las funciones de la forma $f(x) = a_1x + a_0$ como función lineal a partir del grado 1 de la función polinómica.

Por su parte, Leithold (1992) define una función lineal como $f(x) = mx + b$, donde m y b son constantes y $m \neq 0$. Su grafica es una recta con una pendiente m y con intercepción en y igual a b

Con base a las definiciones descritas respecto al concepto de función de la forma $f(x) = mx + b$, el nombre dado a la función con estas características, función afín o función lineal, difiere de texto en texto, al parecer tal ambigüedad tiene su origen en el concepto de función lineal y transformación lineal. Al respecto, Grossman (1996) argumenta que... *Las únicas transformaciones lineales de \mathbb{R} en \mathbb{R} son las funciones de la forma $f(x) = mx$, para algún número real m.* (p.464), debido a que una de las condiciones que caracteriza a las transformaciones lineales debe verificar que: $T(x + y) = Tx + Ty$, la cual no se satisface para la función de la forma $f(x) = mx + b$.

Para efectos de esta investigación el objeto de estudio es el módulo instruccional o “medios maestros “(Modulo IV) de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta y por lo antes expuesto, resulta claro que la denominación a emplear para las funciones de la forma $y = mx + b$ es función Afín.

Las matemáticas como sistema de conocimientos organizados en continua expansión, es aplicada en casi todas las disciplinas del saber y en particular en la Ciencias administrativas y la economía Permite modelar la realidad y utilizar el sentido lógico para arribar a generalizaciones, a través de la simbolización. En

particular el tema de funciones, es un concepto fundamental para el análisis, la cuantificación y la modelización de fenómenos económicos y sociales y en especial el estudio de la función Afín dado su gran aplicación a situaciones económicas.

En el siguiente apartado se estudian los modelos lineales y la formulación matemática de la función afín o la función $y = m x + b$, dándole interpretación económica a la pendiente y la intersección en las distintas funciones económicas: función Demanda y función oferta, asimismo curva de demanda, oferta y punto de equilibrio, a partir de los problemas que la originaron y desde su primera forma simple a su formato actual.

Aplicaciones de la Función $y = m x + b$ a las ciencias administrativas y la economía

Las funciones y en general el análisis funcional desempeñan un papel primordial en la formulación matemática de ciertos modelos económicos en la actualidad una descripción matemática de un fenómeno de la vida real, particularmente dada en términos de una función afín o de una ecuación lineal permite analizar el fenómeno y establecer conclusiones en términos matemáticos, que luego deben contrastarse con la situación real, ya que las conclusiones e interpretaciones basadas en el modelo matemático deben ofrecer soluciones, explicaciones y probablemente pronósticos del comportamiento futuro del fenómeno.

De acuerdo al análisis de varios autores, el cálculo diferencial de mucha utilidad entre los economistas desde el principio debido a que el centro de los problemas económico es el concepto de pequeñas variaciones, en cuanto a el cálculo integral se destaca en el cálculo del excedente de los consumidores ,comprobación de costos y beneficios y el algebra para estimar las relaciones e interrelaciones en el equilibrio general walrasiano, el algebra matricial para la resolución de gran cantidad de ecuaciones y variables que resumen las de la economía del mundo real.

A este respecto se refiere González y Gil (2000), a el modelo de insumo-producto de Leontief un modelo de relaciones inter industriales, asimismo como aplicación del algebra matricial, los modelos de programación lineal iniciados con los trabajos de Dantzig en 1941, 1951, 1963, estas obras tratan no sólo de programación lineal sino de modelos lineales de equilibrio general y de crecimiento.

Por lo tanto, las matemáticas han ido conformando las bases de la teoría económica actual. Según, Mochón (2005) los economistas suelen emplear gráficos para explicar el modo de funcionamiento de la economía e indicar cómo una serie de acontecimientos causa otra.

Por otro lado, en los mercados existen quienes desean comprar y quienes desean vender los recursos de producción que poseen, estos se ponen de acuerdo con un precio el cual actúa, siguiendo a Mochón (2005), como el mecanismo equilibrador del mercado y por lo tanto influye en la Demanda y Oferta, palabras que los economistas usan muy a menudo, pues son las fuerzas que hacen que las economías de mercado funcionen.

Es pertinente resaltar, que el Precio es el instrumento que permite que las transacciones se realicen con orden, pues cumple con la funciones la de suministrar información y la de proveer incentivos (Mochon, 2005). En este sentido, de acuerdo al tipo de mercado se pueden imponer y manipular los precios, para que nadie por sus propios medios fijen los precios, según el autor deben existir muchos compradores y muchos vendedores de forma que cada uno de ellos ejerza una influencia insignificante en el precio de mercado, en este caso se dice que es un *mercado competitivo*. De ahí, que una de las características de este tipo de mercado es la: Ausencia de cualquier intervención del Estado, organización empresarial, sindicato etc., que afecten los resultados del libre juego de la oferta y la demanda.

A continuación se presenta una breve descripción histórica de la utilización de la matemática como herramienta de trabajo en la Teoría Económica, se desarrolla resaltando los avances mas importantes en cuanto a los conceptos de función demanda, oferta, curva de demanda y de oferta, leyes de la demanda y oferta, punto de equilibrio objeto de interés para esta investigación.

Caracterización del concepto de Función Demanda y Oferta en el Modulo IV de Matemática I y Referencias obligatorias y complementarias

Función Demanda

En el Modulo IV de Matemática I titulado *Aplicaciones de las Funciones a las Ciencias Administrativas*, en la Unidad de Aprendizaje 1 Aplicaciones de la Función $y = a x + b$, se define de la manera siguiente

Definición 1.1 (Ecuación de la Demanda)

Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Demanda del bien B, en el período T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad demandada de dicho bien, Q, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la demanda del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(Q, P) = 0$. (UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176, p.p23)

Obsérvese que el concepto función demanda es tratado como ecuación de la demanda.

Por su parte, Mochón (1998) se refiere a **Función de demanda**, como una expresión de la forma: $Q_A = D(P_A, Y, P_B, G, N)$ (ver Anexo B). La considera una relación matemática entre la cantidad demandada de un bien, su precio y otras variables, supone que en la expresión anterior, esto es, los valores de todas las variables, salvo la cantidad demandada del bien A y su precio, permanecen constantes. Es decir, hemos aplicado la condición «ceteris paribus».

Asimismo Arya, J. (1994), trata el concepto de función demanda como ley de demanda y es una relación que especifique la cantidad de un artículo de terminado que los consumidores están dispuestos a comprar, a varios niveles de precios, se denomina ley de la demanda. La ley más simple es una relación del tipo $p = mx + b$ en donde p es el precio por unidad del artículo y m y b son constantes. La gráfica de una ley de demanda se llama la curva de demanda. Obsérvese que p se ha expresado en términos de x . Estos nos permiten calcular el nivel de precio en que cierta cantidad x puede venderse.

La importancia de resaltar estos tres anteriormente nombrados (UNA, Mochón y Arya) es hacer ver las diferentes definiciones de Función Demanda, las disparidades de tipo epistémico y los conflictos a los que se enfrenta el estudiante al momento de apropiarse de dicha definición. No obstante para los autores, la

gráfica de una ecuación de la Demanda (o ley de la Demanda) se conoce como curva de la demanda y es un modelo lineal donde la curva de la demanda es una línea recta.

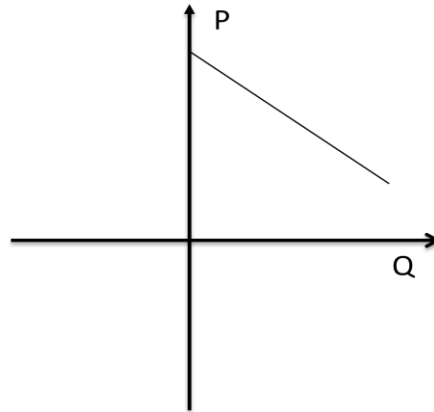


Grafico 11 Modelo Lineal de la Demanda Elaborado con la información del Mod.IV,

Mat 1 cód. 176- 177. UNA y de Monchon, F (1993). Economía, teoría y política.

Siguiendo los tratados de Economía, Monchon (2005) se representa la curva de demanda usando el eje de las abscisas (eje x) para demanda la cantidad demanda Q y el eje de las ordenadas (eje y) para el precio P. La realidad impone condiciones de no negatividad a los valores del Precio (P) y la cantidad demanda (Q); esto es, $P \geq 0$ y $Q \geq 0$ entonces la curva de demanda es un segmento de recta en el primer cuadrante y representa a Q como una Función continua y decreciente de P y de la forma: $P = m Q + b$, donde m es la pendiente y $m < 0$

Función Oferta

En el Modulo IV de Matemática I titulado *Aplicaciones de las Funciones a las Ciencias Administrativas*, en la Unidad de Aprendizaje 1 Aplicaciones de la Función $y = a x + b$. se define igualmente la Función Oferta como ecuación oferta de la manera siguiente

Definición 1.2 (Ecuación de la Oferta)

Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Oferta del bien B, en el período T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad ofrecida de dicho bien, S, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la oferta del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(S, P) = 0$. (UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176, p.p23)

Por otra parte, Mochon (2005), define la función de oferta siguiente:

$$Q_A = 0(P_A, P_B, r, z, H)$$

El autor introduce la condición «ceteris paribus», en el sentido de que en la función de oferta anterior todas las variables permanecen constantes excepto la cantidad ofrecida del bien A (Q_A) y el precio del mismo bien (P_A)

Para Arya, J. (1994), define la función oferta como Una relación que especifique la cantidad de cualquier artículo que los fabricantes (o vendedores) puedan poner en el mercado a varios precios se denomina ley de la oferta.

La importancia de resaltar estos tres autores anteriormente nombrados (UNA, Monchon y Arya) es hacer ver las diferentes definiciones de Función oferta, las disparidades de tipo epistémico y los conflictos a los que se enfrenta el estudiante al momento de apropiarse de dicha definición. No obstante para los autores, la gráfica de una ecuación de la oferta (o ley de la oferta) se conoce como curva de la oferta y es un modelo lineal donde la curva de la oferta es una línea recta.

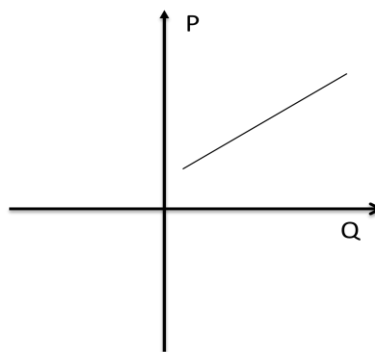


Grafico12 Modelo Lineal de la Oferta Elaborado con la información del Mod. IV, Mat 1, cód. 176- 177. UNA y de Monchon, F (1993). Economía, teoría y política

Seguendo los tratados de Economía y Matemática aplicada a la Administración y Economía (Mochón, 2005, UNA, 2009 y Arya, 1994) la curva de oferta se representa usando el eje de las abscisas (eje x) para la cantidad del bien ofrecida para la venta Q y el eje de las ordenadas (eje y) para el precio P . La realidad impone condiciones de no negatividad a los valores del Precio (P) y la cantidad del bien ofrecida para la venta (Q); esto es, $P \geq 0$ y $Q \geq 0$ además la curva de oferta es un segmento de recta en el primer cuadrante y representa a Q como una Función continua y creciente de P y de la forma: $P = m Q + b$, donde m es la pendiente y $m > 0$.

CAPITULO III

CONTEXTO METODOLÓGICO

Naturaleza de la Investigación

El concepto de investigación educativa ha ido cambiando y adoptando nuevos significados a la vez que han ido apareciendo nuevos paradigmas y modos de entender el hecho educativo, siguiendo el Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestrías y Tesis Doctorales (UPEL, 2014), siempre y cuando en la investigación en la que se ubique la temática escogida, se justifique, de manera satisfactoria, la metodología seleccionada.

Desde esta perspectiva el propósito de la investigación educativa es interpretar y comprender los fenómenos educativos más que aportar explicaciones de tipo causal. Es por ello que en los últimos años, a juicio de Terán (2014), se ha asistido a la defensa de una concepción de la investigación educativa más abierta, flexible, participativa y asequible a los profesionales de la educación con la resolución de problemas planteados desde la propia realidad educativa.

Asimismo, la Investigación en Educación Matemática, tiene como objetivo prioritario la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, lo que ha llevado a extender dicha investigación a ámbitos hasta hoy ignorados, y al igual que el resto de las disciplinas referidas a la educación, aún disponiendo de un conjunto de estrategias metodológicas para abordar su objeto de estudio, señala Sierra (2011) no tiene un método propio, ha integrado métodos de otras disciplinas, lo que ha contribuido a realizar trabajos que han acrecentado de modo progresivo y acumulativo los conocimientos acerca de los métodos de enseñanza y de los problemas del aprendizaje de las Matemáticas..

Por lo que se refiere, Kilpatrick (2007), a que se han producido tres cambios en el estilo de plantear las investigaciones en Educación Matemática, en relación al tercer cambio, señala el autor, este cambio de estilo se refiere a aspectos epistemológicos y consiste en un nuevo punto de vista sobre la propia investigación, en particular, respecto a los métodos de llevarla a cabo. Este último

cambio ha consistido en el desplazamiento desde la investigación empírico analítica hacia la investigación cualitativa-interpretativa.

En este último cambio, se encuentra ubicada la presente investigación, la cual tiene un alto énfasis en las características propias de la metodología cualitativa, puesto que estamos interesados en describir y analizar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático que debería tener el “Medio Maestro” para la enseñanza idónea de la Función Afín aplicada a la economía mediante el diseño de instrumentos que permitan evaluar dicho conocimiento, debido a que no es algo que se pueda observar y cuantificar.

Esta investigación se fundamentó en el paradigma interpretativo, donde se concibe que investigar es comprender la conducta humana desde los significados e intenciones de los sujetos que intervienen en el escenario educativo, es decir tiene en cuenta el sentido de las acciones de los sujetos.

Del Rincón (1994), arguye que desde una perspectiva interpretativa, la educación se entiende como una “acción intencionada, global y contextualizada, regida por reglas personales y sociales y no tanto por leyes científicas” (p. 35). El autor en referencia enfatiza que para la concepción interpretativa el propósito de investigar en educación es “interpretar y comprender los fenómenos educativos más que aportar explicaciones de tipo causal” (p. 36).

Con el propósito de ampliar y profundizar el conocimiento de la Función Afín aplicada a la economía, se ha realizado un análisis de fuentes documentales de tipo epistemológico, cognitivo, semiótico y didáctico, adoptando la doctoranda una posición personal sobre las diferentes fuentes, por lo tanto esta investigación es de carácter Documental.

También, la investigación es de tipo: descriptivo, hermenéutica y ontosemiótica:

- Es *Descriptivo* porque pretende mostrar y explicar características, cualidades y circunstancias que originaron e hicieron evolucionar el objeto matemático.
- Para la profundización y triangulación se asume la *Hermenéutica*, para interpretar y comprender los sentidos y significados que los informantes

clave le dan a su conocimiento Didáctico-Matemático como asesores y especialistas de contenido en la modalidad de estudios a distancia.

- *Ontosemiótico*, puesto que las prácticas discursivas y operativas de los sujetos investigados se analizan teniendo en cuenta la ontología de objetos intervinientes y de las relaciones semióticas que se establecen entre ellos.

En la investigación cualitativa en general, la búsqueda de la profundidad de los hallazgos y explicaciones es siempre un intento de acercarse lo más posible a la perspectiva interna de los sujetos investigados.

Informantes

Según, Taylor y Bogdan (2000), el poder de la muestra no depende del tamaño, sino en qué medida la muestra refleja y maximiza la diversidad del fenómeno estudiado, es decir, “recoge la mayor cantidad posible de visiones, de forma que refleje la amplitud de la variable analizada”

Por lo tanto, los actores de esta investigación son: El Modulo IV *Aplicaciones de las funciones a las ciencias Administrativas* de Matemática I UNA (2009), de la carrera Administración y Contaduría, los asesores del área de Matemática de la UNA y el equipo del Diseño de Instrucción.

Descripción de los Informantes

Para determinar el significado institucional local de contenido matemático pretendido se realiza un análisis al texto objeto de estudio Matemática I en la versión del 2006, lo correspondiente al Módulo IV, Unidad de Aprendizaje N° 1: *Aplicación de la Función $y = ax + b$* , Experiencia de Aprendizaje N°: 1.2. Ecuación de la Demanda; 1.3 Ecuación de la Oferta.; 1.4. Análisis del Punto de Equilibrio; 1.5. Ejercicios Propuestos; páginas 23 a la 42. En cuanto al significado de referencia se analizan los textos identificados en el Módulo IV como bibliografía básica, Texto I y Texto II, es decir:

Texto I: Mochón F. (1994) Economía, Teoría y Práctica. Editorial. Mc Graw Hill. España. Tercera Edición.

Texto II: Arya J. y Iardner R. (1994). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Editorial. Prentice Hall Hispanoamericana. México. 3era Edición.

Se seleccionaron dos asesores de los centros locales Yaracuy y Portuguesa, los cuales se identificaron como: As1 y As2 respectivamente, debido a:

1. Ambos asesores organizan actividades remediales, talleres, entornos de aprendizajes en la dirección: académico.una.edu.ve / pregrado y canales de videos de matemática básica, matemática I y II, y matemática aplicada para ayudar al estudiante: <https://www.youtube.com/channel/UCorwLZ95unqAp01x2zhioRA>

2. Cumplir con sus actividades académicas en Centros locales próximos al centro local Lara

Además, 2 especialistas de contenido del Área de matemática encargados de la producción del Módulo IV de Matemática I

Instrumentos

Los informantes Módulo IV Matemática I (176) y libros Textos I y II quedan estructurados y analizados de la manera siguiente

1. Para la identificación de las unidades de análisis en primer lugar se obtienen las unidades de análisis iniciales, los cuales corresponden a las secciones en que está dividido el texto.
2. Identificación de las unidades de análisis, denominadas unidades semióticas, el criterio para definir las unidades semióticas será el cambio de elementos de significado, es decir los momentos en los cuales se ponen en juego alguna de las seis entidades elementales: Lingüística, conceptuales, situacionales, actuativa, proposicional y argumentativa. Para ello se utiliza una tabla de 2 columnas: En la columna de la derecha la transcripción completa de la información presentada en el texto, con el signo # indicando el cambio de unidad y en la columna de la izquierda se

colocan las unidades semióticas: $U_0, U_1, U_2, \dots, U_n$

Cuadro 10

El Texto y las Unidades Primarias de Análisis

Unidades	Transcripción del contenido del texto
U_0#
U_1#
U_2#
U_n#

Nota: «Tomado de: Un enfoque Ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathematiques*» por Godino 2002 pp 16 .

3. Para la clasificación de las entidades matemáticas puestas en juego en el texto completo, que serán las unidades elementales del análisis, se utiliza la siguiente tabla donde se han agrupado las mencionadas anteriormente en tres categorías:
 - a. **Praxis:** Situaciones, Técnicas (Elementos actuativos)
 - b. **Lenguaje:** Términos, Expresiones, Notaciones, Gráficos
 - c. **Teoría:** Conceptos, Propiedades, Argumentos

Cuadro 11

Entidades Matemáticas (unidades elementales)

Praxis	Lenguaje	Teoría
Situaciones	Términos y Expresiones	Conceptos
Técnicas	Notaciones	Propiedades
		Argumentación

Nota: « Tomado de enfoque Ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathematiques*» por Godino, 2002, p p 16.

4. Para la descripción de la trayectoria epistémica se trabajó con la siguiente tabla de tres columnas:
 - a. Columna de la izquierda: Se colocan las unidades de análisis del paso

- b. Columna Central: descripción de dichas unidades
- c. Columna de la Derecha: Estado de la Unidad: Situacional, Actuativo, Notacional, conceptual, proposicional y argumentativa.

Cuadro 12
Trayectoria Epistémica

Unidad	Unidad Epistémica	Descripción	Estado

Nota: «Tomado de Un enfoque Ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactique des Mathematiques» por Godino (2002, 22(2/3) 237 – 284).

5. Para obtener el significado referencial se realiza la clasificación de las entidades matemáticas de los Textos I, II y del significado histórico, se empleo el siguiente cuadro:

Cuadro 13

Significado Referencial

Elementos	Descripción		
	Texto I	Texto II	Significado Histórico
Lingüístico			
Situacional			
Conceptual			
Actuativo			
Proposicional			
Argumentativo			

Nota: El esquema es una adaptación del propuesto en “Análisis del proceso de Instrucción del Álgebra Abstracta en la Universidad Nacional Abierta desde una Perspectiva Semiótica-Didáctica” por Chacón (2006, pp56.)

6. Para la comparación entre el significado local y el significado referencial se utiliza la siguiente tabla.

Cuadro 14

Comparación entre el Significado local y el Significado referencial

Elementos	Significado Local	Presentes en el Significado Referencial y ausentes en el significado local		
		Texto I	Texto II	Significado Histórico
Lingüístico				
Situacional				
Conceptual				
Actuativo				
Proposicional				
Argumentativo				

Nota: El esquema es una adaptación del propuesto en “Análisis del proceso de Instrucción del Álgebra Abstracta en la Universidad Nacional Abierta desde una Perspectiva Semiótica-Didáctica” por Chacón (2006, pp.57).

- Para obtener los conflictos semióticos entre ambos significados, se elabora la siguiente tabla.
- Para valorar la Idoneidad Epistémica comparando el significado institucional en el proceso de estudio, con el significado de referencia, se utiliza el siguiente cuadro

Cuadro 15

Idoneidad Epistémica

Componentes:	Descriptor:
Situaciones-problemas	-Selección de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación. -Propuesta de situaciones de generación de problemas (problematización).
Lenguaje	-Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico) traducciones y conversiones entre los mismos. -Nivel del lenguaje adecuado a quienes se dirigen. -Propuesta de situaciones de expresión e interpretación.
Elementos regulativos (Definiciones,	-Definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen.

proposiciones, procedimientos)	-Presentación de los enunciados y procedimientos fundamentales del tema según el significado de referencia y el nivel educativo. -Propuesta de situaciones para la generación y negociación de las reglas.
Argumentos	-Adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen. -Se promueven momentos de validación.
Relaciones (conexiones, significados)	- Relación y articulación significativa de los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan.

Nota: Tomado de Pautas de Análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica de Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada* por Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, (2007, pp1-2).

9. Para evaluar la faceta epistémica del conocimiento del conocimiento Didactico – Matemático del Modulo IV de Matemática I(176), se emplea el Cuadro 5 del Capítulo 2

Los Asesores y Especialistas de Contenido fueron informantes de gran importancia para la investigación, ya que a través de sus prácticas, procesos y conocimientos didácticos y matemáticos, en la modalidad de estudios a distancia se pudo comprender e interpretar el significado que los mismos le atribuyen a su formación en esta área específica de conocimiento. De allí la pertinencia, de la entrevista en profundidad, según Cisterna (s.f.)...*es un poderoso instrumento para recopilar información, porque permite acudir directamente a aquellas personas que consideramos como informantes esenciales para nuestra investigación* (p.140).

La estructura de las preguntas de la entrevista surgen directamente desde las sub-categorías apriorísticas, siguiendo a Cisterna (s.f.) cuando investigamos lo que hacemos es recoger información, que nos permitan responder las interrogantes centrales de la investigación, y dichas interrogantes, ver Anexo 6, se expresan en su desglose más profundo en las sub-categorías

Las preguntas fueron del tipo temática con el fin de que sean más accesibles y comprensibles para los entrevistados (asesores y especialistas de contenido).

Cuadro 16

Pautas de la Entrevista

Subcategoría	Ítems
A1 Practicas Matematicas	<p>3. a Este es un problema de Demanda u Oferta? Porque?</p> <p>3. b Encuentre una formula explicita e implícita de la expresión, Oferta o. Demanda identificada en el sub ítems anterior</p> <p>5.a Obtén la representación grafica de cada tabla de valores de la función Demanda y Oferta</p> <p>5.b Explica, mediante la representación grafica como varían los valores de cada función.</p> <p>5.c Encuentra una formula explicita e implícita de cada función.</p> <p>5.d ¿Puedes encontrar una segunda forma de explicar cómo varían los valores de cada función? Cual sería?</p> <p>5.e ¿Cuál será el valor de la demanda Máxima de discos compactos por <i>Miguel</i>?</p> <p>5.f ¿Cuál sería la oferta máxima y mínima de discos compactos de <i>Disco Joven</i>?</p>
A2 Practicas Didácticas	<p>2 a Comenta la veracidad de las respuestas dadas por los alumnos en una prueba de desarrollo</p> <p>2b ¿Qué respuesta debería aceptar el asesor como correcta? Porque?</p> <p>2d Que dificultades, ha observado en este tipo de problemas con regularidad?</p> <p>2 e Ante esta situación ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar aquellos alumnos que dan una respuesta errónea para que se den cuenta del error y lo superen?</p> <p>3d ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar a los alumnos a distinguir entre un problema de Demanda u Oferta?</p> <p>3e ¿Qué obstáculos ha observado en este tipo de situaciones con regularidad?</p> <p>3f Que disparidades ha encontrado entre el modulo IV (176) y los textos de referencia bibliográfica respecto a la formula explicita e implícita de la Demanda y Oferta?</p>

	<p>4.b ¿Qué estrategias utilizarías en una asesoría para aplicar la condición “ceteris paribus” en una situación problema?</p> <p>5.d ¿Puedes encontrar una segunda forma de explicar cómo varían los valores de cada función? Como sería ?</p>
C.1 Procesos Matemáticos	<p>3. a Este es un problema de Demanda u Oferta? Porque?</p> <p>3. b Encuentre una formula explicita e implícita de la expresión, Oferta o. Demanda identificada en el sub ítems anterior</p> <p>5.a Obtén la representación grafica de cada tabla de valores de la función Demanda y Oferta</p> <p>5.b Explica, mediante la representación grafica como varían los valores de cada función.</p> <p>5.c Encuentra una formula explicita e implícita de cada función.</p> <p>5.d ¿Puedes encontrar una segunda forma de explicar cómo varían los valores de cada función? Cual sería?</p> <p>5.e ¿Cuál será el valor de la demanda Máxima de discos compactos por <i>Miguel</i>?</p> <p>5.f ¿Cuál sería la oferta máxima y mínima de discos compactos de <i>Disco Joven</i>?</p>
C.2 Procesos Didácticos	<p>2 a Comenta la veracidad de las respuestas dadas por los alumnos en una prueba de desarrollo</p> <p>2b ¿Qué respuesta debería aceptar el asesor como correcta? Porque?</p> <p>2d Que dificultades, ha observado en este tipo de problemas con regularidad?</p> <p>2 e Ante esta situación ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar aquellos alumnos que dan una respuesta errónea para que se den cuenta del error y lo superen?</p> <p>3d ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar a los alumnos a distinguir entre un problema de Demanda u Oferta?</p> <p>3e¿Qué obstáculos ha observado en este tipo de situaciones con regularidad?</p> <p>3f Que disparidades ha encontrado entre el modulo IV (176) y los textos de referencia</p>

	<p>bibliográfica respecto a la formula explicita e implícita de la Demanda y Oferta?</p> <p>4.b ¿Qué estrategias utilizarías en una asesoría para aplicar la condición “ceteris paribus” en una situación problema?</p> <p>5.d ¿Puedes encontrar una segunda forma de explicar cómo varían los valores de cada función? Como sería?</p>
E.1 Conocimiento Didáctico	<p>2b ¿Qué respuesta debería aceptar el asesor como correcta? Porque?</p> <p>2d Que dificultades, ha observado en este tipo de problemas con regularidad?</p> <p>2 e Ante esta situación ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar aquellos alumnos que dan una respuesta errónea para que se den cuenta del error y lo superen?</p> <p>3. c ¿Qué conocimientos se ponen en juego al resolver este problema?</p> <p>3d ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar a los alumnos a distinguir entre un problema de Demanda u Oferta?</p> <p>3e ¿Qué obstáculos ha observado en este tipo de situaciones con regularidad?</p> <p>3f Que disparidades ha encontrado entre el modulo IV (176) y los textos de referencia bibliográfica respecto a la formula explicita e implícita de la Demanda y Oferta?</p> <p>5.d ¿Puedes encontrar una segunda forma de explicar cómo varían los valores de cada función? Justifica tu respuesta</p> <p>5.g ¿Qué conocimientos se ponen en juego al resolver este problema?</p>
E.2 Conocimiento Matemáticos	<p>1. a ¿Cuáles son los significados que tiene para ti la Función afín aplicada a la economía?</p> <p>1. b ¿Cuál es el significado que tiene para ti la Ley de Demanda y Ley de Oferta?</p> <p>1.c ¿Como relaciona estos significados de la función Afín con la ley de Demanda y Oferta?</p> <p>2.c ¿Qué conceptos o propiedades debe usar el alumno para dar una solución correcta a este problema?</p> <p>3. a Este es un problema de Demanda u Oferta?</p>

	<p>Porque?</p> <p>3. b Encuentre una formula explicita e implícita de la expresión, Oferta o. Demanda identificada en el sub ítems anterior</p> <p>4.a Explica que significa ceteris paribus en esa expresión?</p> <p>5.a Obtén la representación grafica de cada tabla de valores de la función Demanda y Oferta</p> <p>5.b Explica, mediante la representación grafica como varían los valores de cada función.</p> <p>5.c Encuentra una formula explicita e implícita de cada función.</p> <p>5.d ¿Puedes encontrar una segunda forma de explicar cómo varían los valores de cada función? Cual sería?</p>
--	--

Nota: Rodriguez (2016)

Validación del Instrumento

El paso de la validación del instrumento, es ineludible, así lo señala Hernández y Otros (2003) "... la validez, en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir..." (p.115).

El instrumento fue validado, según criterios de expertos, presentándose para su evaluación a tres (03) profesionales expertos, dos (02) en el área temática y uno (01) en la metodológica, los cuales emitieron su opinión en cuanto a claridad, pertinencia, coherencia, relación con los objetivos y redacción. Asimismo, opinaran si los ítems tienen claridad, pertinencia y coherencia suficientes para medir las variables de la investigación y midan lo que se quería medir, lo señalan de la siguiente manera:

"Considero que las tareas incluidas hacen un buen recorrido por los distintos significados de la aplicación de la función afín en la economía y particularmente por los de Demanda y oferta considerando las distintas representaciones. Además, son claros y simples, en tanto que no requieren cálculos pesados lo que enturbiaría el contenido que se pretende investigar" (Experto 2).

Otras observaciones fueron realizadas por cada uno de los expertos, que participaron en la evaluación de nuestra entrevista, de manera general, estas

referían a aspectos de redacción de algunas de las tareas y una pregunta para medir los obstáculos han observado en este tipo de situaciones con regularidad.

“...me gustaría resaltar que las tareas que se proponen son ricas y variadas y sí permiten analizar las practicas y procesos de los asesores y especialistas de contenido en esta modalidad muy interesante, solo cambia justificar por Porque ?o Cual es la razón? “ (experto 1)

“Falta alguna pregunta que se relacione con dificultades que presentan los alumnos cuando van a las asesorías y que han observado en las pruebas “ (Experto 3)

Dichas sugerencia las hemos considerado para la versión final de nuestra entrevista (Anexo E).

Procedimiento

En el desarrollo de esta investigación se siguen los siguientes pasos:

1. Revisión bibliográfica con la finalidad de sustentar teóricamente la investigación
2. Planteamientos del problema y redacción de objetivos (generales y específicos).
3. Estructuración del contexto teórico, a través de los antecedentes internacionales y nacionales de esta investigación, teorías que conforman el Enfoque Ontosemiotico, Características de la Educación Abierta y a Distancia. La Educación Abierta y a Distancia en la UNA, la revisión y análisis de las investigaciones sobre el objeto función, funcion afín, función demanda, función oferta, curvas de la demanda y oferta, como aplicación desde una visión histórica-epistemológica.
4. Reconstrucción del significado holístico de referencia desarrollamos un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y la evolución de la Función Afín y la Función Afín aplicada en la economía, debido a que es de suma importancia conocer el significado holístico de los objetos matemático, puesto que es a partir de dicho significado que la institución

y/o el profesor, como representante de la institución educativa, determina cuál o cuáles serán los significados pretendidos, los efectivamente implementados y los evaluados, en el proceso de instrucción de un tópico matemático específico.

5. Estructuración de la técnica de recogida de información, en particular se sigue la presentada por Godino en su artículo: Análisis Epistémico, Semiótico y Didáctico de Procesos de la Instrucción Matemática (1999), Un Enfoque Ontológico y Semiótico de la Cognición Matemática (2002), y Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi en su artículo: Pautas de Análisis y Valoración de la Idoneidad de Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática (2007). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. Godino (2013).
6. Con la intención de profundizar en el objeto de estudio se emplea una entrevista estructurada. Las preguntas que estructuran la entrevista, siguiendo a Cisterna (2007), surgen directamente desde las sub-categorías apriorísticas (o de las categorías cuando éstas no se han desglosado), comentadas anteriormente (Ver Anexo D).
7. Elaboración de los instrumentos de recolección de información, considerando en primera instancia la presentada por Godino en su artículo: Un Enfoque Ontológico y Semiótico de la Cognición Matemática (2002), por Godino, Contreras y Font en su artículo: Análisis de Procesos de Instrucción basado en el Enfoque Semiótico de la cognición Matemática (2002) y Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi en su artículo: Pautas de Análisis y Valoración de la Idoneidad de Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática (2007). Godino (2009) Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. Godino (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. Pino-Fan y Godino (2015) Perspectiva Ampliada del Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesor.

En la entrevista realizada se planifico previamente las preguntas mediante un guion preestablecido, secuenciado y dirigido de contenidos didácticos–matemáticos que genero información esencial para el investigador

8. Los documentos son informantes claves.

9. Procesamiento de la Información recibida.

Para el análisis de las entrevistas optamos por el procedimiento de triangulación que propone Cisterna(2005), la cual parte por una reducción de datos a través de una acción de tabulación, de carácter *inductivo*, el cual a partir de las respuestas entregadas por cada sujeto a cada una de las preguntas que se le ha realizado y que ha respondido, se elaboran síntesis interpretativas de carácter ascendente, primero por sub-categorías, luego por categorías, posteriormente se extraen las inferencias que emergen del estamento en su conjunto obtenidas de cada instrumento recolector de información que se ha aplicado.

En nuestro estudio, se realiza un ajuste al procedimiento anterior, a partir de las respuestas entregadas por cada sujeto a cada una de las preguntas que se le ha realizado y que ha respondido, se elabora una síntesis interpretativas por sub-categorías y categoría, la cual se compara con el repertorio teórico y el Modelo CDM, para posteriormente realizar las conclusiones referida a cada Subcategoría y categoría.

10. Análisis e interpretación de los resultados obtenidos.

11. Formulación de contexto analítico con sus recomendaciones.

12. Formulación del Contexto Generativo

Técnicas de Análisis de Datos

En ésta investigación se presenta la técnica de análisis de un texto matemático que registra la actividad matemática desarrollada por los sujetos participantes propuesto por Godino en su artículo: Un Enfoque Ontológico y Semiótico de la Cognición Matemática (2002), la cual consiste básicamente en:

1. Su descomposición en unidades.

2. La identificación de las entidades puestas en juego.

3. Identificación de las funciones semióticas que se establecen entre las mismas por parte de los distintos sujetos.

Este análisis Ontológico–semiótico (análisis semiótico) permite la indagación sistémica de los significados (contenidos de las funciones semióticas) puestos en juego para presentar las definiciones de: Ecuación de la Demanda y ecuación de la Oferta; a partir de la transcripción del proceso, y de cada una de las partes en que se puede descomponer dicho texto, para un interpretante potencial (análisis a priori). Asimismo, el análisis a priori (semiótico) es considerado una etapa previa e importante del análisis didáctico-matemático porque permite identificar el sistema de entidades que se ponen en juego en el estudio del contenido matemático: Ecuación de la Demanda y Ecuación de la Oferta; los cuales requerirán procesos instruccionales específicos; describir el “significado institucional pretendido” del contenido estudiado y la distribución temporal de sus distintos elementos. (Trayectoria Epistémica).

La valoración del carácter más o menos completo del significado pretendido requiere disponer de un patrón de comparación que se denomina significado (institucional) de referencia de la definición de: Ecuación de la Demanda y Ecuación de la Oferta

Los conocimientos didácticos - matemáticos relativos al contexto institucional en que se realiza el proceso de estudio y la distribución en el tiempo de los diversos componentes del contenido (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos).

En el análisis de las entrevistas a los asesores y especialistas de contenido se siguieron las pautas de Cisterna (2005) a partir de las respuestas entregadas por cada sujeto a cada una de las preguntas que se le ha realizado y que ha respondido se elabora una síntesis interpretativas por sub-categorías y categoría, la cual se compara con el repertorio teórico y el Modelo CDM, para posteriormente realizar las conclusiones referida a cada Subcategoría y categoría, respecto a las practicas, proceso y conocimiento Didactico –Matemático

En el análisis al texto: Matemática I, versión del 2006, correspondiente al Módulo IV, Unidad de Aprendizaje N° 1: *Aplicación de la Función $y = ax + b$* ,

Experiencia de Aprendizaje N°: 1.2. Ecuación de la Demanda; 1.3 Ecuación de la oferta; 1.4. Análisis del Punto de Equilibrio; 1.5. Ejercicios Propuestos, se siguieron los pasos siguientes:

1. Descomponer en unidades primarias el texto: Matemática I, versión del 2006, correspondiente al Módulo IV, detalladas anteriormente.
2. Identificación de las entidades matemáticas del Texto: Matemática I, versión del 2006, correspondiente al Módulo IV, detalladas anteriormente.
3. Establecimiento de la Trayectoria Epistémica.
4. Identificación de las funciones semióticas puestos en juego para presentar las definiciones de: Ecuación de la Demanda; ecuación de la Oferta; y análisis del Punto de Equilibrio.

En cuanto a la indagación del significado institucional de referencia, Textos I y II:

1. Identificación de las entidades Matemáticas del Texto I , del bloque de contenido referido a análisis de la Oferta y la Demanda (Capítulo 2), de la determinación del Precio de Equilibrio (Capítulo 2).
2. Identificación de las entidades Matemáticas del Texto II: del bloque de contenido referido a: Ecuación de la Oferta y de la Demanda.
3. Identificación de las entidades Matemáticas del significado histórico: del bloque de contenido referido a: Función Demanda, Función Oferta, Ecuación de la Oferta, Ecuación de la Demanda.
4. Se identifican las practicas, se configuran los objetos y procesos matemáticos y didácticos
5. Triangulación del significado holístico con los Textos I y II
6. Comparación del significado Institucional Local (pretendido) con el significado de referencia.
7. Identificación de los conflictos entre ambos significados.

Con estos análisis se obtiene:

1. Significado Institucional local del contenido matemático pretendido de la Unidad de Aprendizaje N° 1: *Aplicación de la Función $y = ax + b$* , Experiencia de Aprendizaje N°: 1.2. Ecuación de la Demanda; 1.3

Ecuación de la oferta; 1.4. Análisis del Punto de Equilibrio, correspondiente al Módulo IV de Matemática I.

2. Trayectoria Epistémica de la enseñanza de Ecuación de la Demanda y Ecuación de la oferta.
3. Significado referencial de Ecuación de la Demanda y Ecuación de la oferta.
4. Caracterización del Significado institución local del contenido matemático pretendido.
5. Puntos críticos del proceso de enseñanza que signifiquen conflictos de carácter semiótico que generen:
 - Vacíos de Significación
 - Disparidad de interpretación

Por último, la técnica empleada para valorar el grado de representatividad del significado local del contenido matemático pretendido respecto al significado de referencia, es la propuesta por Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi en su artículo: Pautas de Análisis y Valoración de la Idoneidad de Procesos de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática

CAPITULO IV

CONTEXTO ANALITICO

En este capítulo se presenta el análisis del proceso de enseñanza de la Función Afín aplicada a la economía vinculada con los tópicos: Ecuación de la Demanda y Ecuación de la Oferta. En primer lugar, se muestra la información recabada en los instrumentos diseñados en el capítulo III, con sus respectivos análisis.

De acuerdo con el Enfoque Ontosemiótico expuesto en el Capítulo II, el significado institucional pretendido e implementado (Significado local) corresponde al Módulo IV de Matemática I de Administración y Contaduría de la Universidad Nacional Abierta y son componentes del significado de referencia: la evolución histórica del concepto función demanda, Ecuación Demanda, Función Oferta, Ecuación Oferta, además de los libros textos referidos en el Modulo IV.

Primeramente, se realiza la reconstrucción del significado holístico de referencia, debido a que es a partir de dicho significado que la institución y/o el profesor, como representante de la institución educativa, determina cuál o cuáles serán los significados pretendidos, los efectivamente implementados y los evaluados, en el proceso de instrucción de un tópico matemático específico.

Para aproximarnos al objeto de estudio utilizamos, tal como dijimos en el capítulo III, como técnica de recogida de información una entrevista en profundidad a cuatro académicos entre asesores y especialistas de contenido del Área de Matemática de la UNA y centros locales. Para el análisis de las entrevistas se realizó a través del procedimiento inferencial, el cual consiste en ir extracción de conclusiones ascendentes, donde el siguiente paso va expresando una síntesis de los anteriores.

Para finalizar con la triangulación de la información desde los diversos instrumentos aplicados en la investigación, por estamentos, entre todos los dos estamentos investigados considerando todos los instrumentos aplicados.

Significado Holístico de la Función Afín Aplicada a la Economía

Es importante aclarar, que dentro del “enfoque ontosemiótico” del conocimiento matemático una de las maneras de entender el significado de un concepto es, desde la perspectiva pragmatista, en términos de los sistemas de prácticas en que dicho objeto interviene (significado sistémico). Tales sistemas de prácticas están ligados a tipos de situaciones - problemas, de donde se deriva la posibilidad de distinguir distintos significados cuando se abordan problemas diferentes.

A continuación describiremos las configuraciones socio-epistémicas identificadas a lo largo del recorrido histórico de la Función Afín aplicada a la Economía

Tipos de Configuraciones Socio-Epistémicas en problemas que involucran el uso de la Función Afín aplicada a la Economía

Partiremos de las cuatro problemáticas principales que, históricamente, dieron origen a la función Demanda y función oferta 1) Problemas sobre relaciones numéricas; 2) Problemas sobre el Uso del Cálculo Infinitesimal; 3) Problemas de Representación Gráfica; 4) Problemas sobre modelos lineales.

1. Problema 1: Relaciones numéricas

Las *situaciones-problemas* que se presentan en esta primera configuración, son aquellas en las que las relaciones numéricas son un instrumento metodológico en Economía, donde la demanda no es considerada una variable, sin embargo los griegos conciben el precio como el valor expresado en forma monetaria que depende de la oferta y la demanda. Por lo tanto, esta configuración es más extensiva que intensiva, en cuanto al *lenguaje* es verbal, simbólico y gráfico, por tanto en sus *argumentos* se destacan razonamientos gráficos, deductivo basados en los datos cuantitativos. En dichas soluciones intervienen *conceptos-definiciones*, tales como: Suma, resta, valor, precio, demanda y oferta. Así mismo, en la solución aparecen las *propiedades* de cuantificación de datos, plano cartesiano y

los *procedimientos* que utiliza, están encaminados a las técnicas de cálculo numérico.

2. Problemas 2: Uso del Cálculo Infinitesimal

Para la descripción de esta segunda configuración epistémica, considerada más extensiva que intensiva. Partiremos del estudio histórico realizado en el capítulo II, en el cual vimos que, durante el siglo XIX comenzaron los estudios a usar el cálculo infinitesimal como forma de razonamiento económico. Es importante destacar que un siglo anterior, aparece en un artículo de Bernoulli, la primera definición explícita de función, como una magnitud variable, la cual era una cantidad compuesta de cualquier manera con una magnitud variable y de constantes. Euler, discípulo de Bernoulli, según Ruiz, (1998), modifica la definición de su maestro sustituyendo el término "cantidad" por "expresión analítica".

En esa época, aun la demanda no es considerada una variable se destaca el trabajo clásico *Teoría de Utilidad Decreciente* formulada por Bernoulli en un artículo publicado en 1730, la cual surge como solución al problema de San Petersburgo, el procedimiento que emplea Bernoulli para resolver la paradoja (problema) es el siguiente, señala Sánchez (1984)

Una Función de Utilidad del tipo $U(Y) = b \log Y/Y_s$, donde Y representa la riqueza actual del sujeto, Y_s la riqueza necesaria para la subsistencia y b una constante positiva,

Esta configuración presenta una *situación-problema* en un contexto extra matemático, emplea un *lenguaje* verbal y simbólico, propios de la matemática y de la economía. Además, Bernoulli para la demostración asume de forma implícita, que la función es continua con la finalidad de aplicar *los procedimientos* de las técnicas del cálculo diferencial, y las *propiedades* de derivada de una función, Criterios de la primera y segunda derivada de una función, que sirven de *argumentos* para interpretar que la utilidad marginal de la riqueza es decreciente, se pueden considerar descriptivos y deductivos

Respecto a los *Conceptos-definiciones*, observamos que desde el enunciado del problema, es decir, intervienen conceptos tales como: Función, logaritmo, constante, Función Utilidad, riqueza actual y riqueza necesaria para la subsistencia, estos últimos introducidos por Bernoulli.

El ejemplo de una *situación-problema* que caracteriza esta configuración, es la denominada *Ley de demanda y oferta* de Antoine August Cournot (1838) considerado el padre fundador de la Economía Matemática, parte de la hipótesis de *que todo individuo tiende a obtener el mayor valor posible del objeto que posee o de su propio trabajo*.

Cournot, señala que desaprueba la conjetura de que el precio de las cosas está en razón inversa de la cantidad ofertada y en razón directa de la demandada, debido a que se desconoce que es la expresión cantidad ofertada y demandada. Por lo tanto, considera la demanda como una variable económica que depende del precio, de modo que más crece, en general, cuanto más decrece el precio. Se trata, en consecuencia, de plantear la demanda anual D como una función F del precio p (para cada artículo), intentando después llegar a conocer la forma de esa función F

El matemático - economista, conoce de la diversidad de los factores que intervienen en la elasticidad de la demanda, de allí que F no se puede formular algebraicamente y recurre al análisis funcional, para determinar las características de F , admitiendo primeramente que F es continua, debido a que de esta manera gozaría de las propiedades de las funciones con esta naturaleza y sobre las que se basan las aplicaciones en el análisis matemático, basándose en que la extensión del mercado hace que a toda variación del precio corresponda la existencia de individuos dispuestos a comprar el artículo en cuestión, de forma que, por la continuidad *las variaciones de la demanda sean sensiblemente proporcionales a las variaciones de los precios, siempre que éstas sean pequeñas fracciones del precio originario*.

Luego, conocer la forma de esta función $F(p)$ será conocer la “ley de Demanda o Ventas”; esta se expresa simbólicamente como $D = F(p)$; p representa el precio medio anual y F la curva media anual, la *situación - problema* consiste en determinar en esa función continua y decreciente el punto que maximice el valor global.

Esta configuración es un Problema intra matemático para encontrar las condiciones de crecimiento o decrecimiento, que maximicen el valor global de una función particular $D=F(p)$, considerada continua y decreciente

El *lenguaje* utilizado por Cournot, en su caracterización es del análisis matemático y económico *Notaciones* como: $D=f(p)$, p representa el precio medio anual, *términos y expresiones*: Función Continua, Función decreciente, Variaciones de la Demanda, Variaciones del precio. En cuanto a, *propiedades y procedimientos* referidos a las funciones con esta naturaleza y sobre las que se basan las aplicaciones en el análisis matemático. Por ejemplo, En el máximo la primera derivada debe ser nula (condición necesaria), se tiene la ecuación: $F'(p)+pF''(p)=0$ (1). Para asegurar que se trata de un máximo y no de un mínimo, va a la 2ª condición (suficiente) o criterio de la segunda derivada: $F''(p) + F''(p) + p F'''(p) < 0$. Algunos ejemplos de *procedimientos*: Despejar a p de la ecuación (1), aplicar las reglas de derivación, determinación analítica de que $F''(p) < 0$ (condición de seguridad), por lo tanto los *argumentos* empleados son deductivos Entre los *conceptos-definiciones* que intervienen en esta configuración: Valor Máximo, Valor mínimo, número crítico, función decreciente.

De esta manera, establece el punto que maximiza el valor global, a partir de la función de demanda, luego Cournot comienza el análisis del estudio de la función Oferta.

3. Problemas 3: Representación gráfica de la Función

Esta tercera configuración se considera más extensiva que intensiva, ha surgido de los estudios de Cournot (1838), Rau Heinrich Karl en 1841, Dupuit (1844) y en 1870 los de Jenkin Fleming, parten de una situación – problema que induce a actividades matemáticas. El *lenguaje* utilizado es *grafico*, los *términos* considerado: precio, demanda oferta y las *expresiones* $D = F(1/x)$, x =precio, $S = F(x)$; en cuanto a los *conceptos-definiciones* empleados son función Demanda, función oferta, función decreciente, creciente, eje de las abscisas, ordenadas emerge el concepto de punto de equilibrio. Las *Proposiciones- propiedades* de

esta configuración son : a) Relaciones de proporcionalidad directa e inversa y b) tasas de variación relacionadas

Procedimientos–acciones principales son: a) ubicación en los ejes del precio en el eje de las abscisas y la demanda y oferta en el eje de las ordenadas. b) se observa que traducen geométricamente en un desplazamiento de la curva de oferta y demanda en el sentido positivo del eje de los precios (abscisas). En cuanto a los *argumentos* son de carácter geométrico y deductivo.

4. Problema 4: Aproximación a Modelos Lineales

En esta última configuración se expresa matemáticamente los factores de los que depende la oferta y la demanda que abordan León Walras en 1874 y Alfred Marshall 1890, desde premisas ligeramente diferentes: como una maximización con restricciones presupuestarias (Walras) o según la valoración marginal de cada individuo de cada unidad adicional de un bien (Marshall).

La función de la demanda Warseliano (FDW) se obtiene a partir de la *situación – problema*, planteada en un programa de maximización de la utilidad, en el que los precios y las rentas son los parámetros. La expresión de la demanda sería $x_i = D(p, m)$ donde $p = (p_1, \dots, p_n)$, siempre en un contexto de equilibrio general. Las ecuaciones de demanda de cada producto establecen la relación funcional entre la cantidad de producto y su precio, el precio de los demás productos y el precio de los servicios productivos (ya que estos últimos conforman los ingresos del consumidor)

El *lenguaje* utilizado por Walras es gráfico, algebraico netamente matemático para explicar y justificar los ajustes en mercados competitivos. La FDW cumple con las *propiedades* –proposiciones: homogeneidad de grado cero en p y x , convexidad, ley de Walras $p^* \cdot x = w$, para todo $w \in X(p, w)$, en cuanto a las *acciones-procedimiento* Suma de las ecuaciones de demanda individual, condiciones de optimalidad.

En cuanto a las argumentaciones se siguieron manteniendo los algebraicos, geométricos y consideraciones del Análisis convexo.

Por su parte, Marshall comienza con establecer las condiciones de equilibrio para el consumo de un bien x : $(dU/dx) = d\mu/dm \cdot dp/dx$, donde dU/dx representa la Utilidad marginal de x , $d\mu/dm$ el dinero dp/dx el precio de demanda

Esta derivada se trata de una función $F(x)$ que mide la cantidad máxima de dinero que el individuo estaría dispuesto a pagar por cada cantidad x . Marshall supone la Utilidad marginal de las distintas mercancías es decreciente, en tanto que la del dinero μ constante, luego la expresión anterior queda $U'(x) = \mu \cdot p$; considerando a $p = U'(x)/\mu$, donde $U'(x)/\mu$ es la Función de Demanda $f(x)$, de acuerdo con los supuestos de Marshall; esta función tiene pendiente negativa y $U''(x) < 0$, asimismo señala el autor que la función demanda así obtenida no depende de la renta del sujeto ni de los precios de otros bienes., de esta manera la única variable que influye en la cantidad demanda es el precio.

Marshall, aísla los fenómenos económicos de su interrelación con otros, consciente de la gran dificultad y complejidad que supone abordar el estudio simultáneo de las fuerzas y los hechos económicos en constante cambio, haciendo uso de la clausula *ceteris paribus*, expresión latina que significa “ todo lo demás constante”

Primeramente, se observa que Marshall introduce *conceptos* de función, función decreciente, pendiente y con ellos emergen términos propios de la economía como: utilidad marginal, precio de demanda, función demanda el lenguaje es algebraico, descriptivo y Notacional entre las cuales: a) $(dU/dx) = d\mu/dm \cdot dp/dx$ b) dU/dx representa la Utilidad marginal c) $d\mu/dm$ el dinero d) dp/dx el precio de demanda El *procedimiento* en esta configuración es aplicación de la derivación implícita, criterio de la 2^{da} derivada.

Dentro de las *proposiciones-propiedades* dadas por Marshall, podemos mencionar las siguientes: a) función tiene pendiente negativa b) $U''(x) < 0$ c) *ceteris paribus*. Los *argumentos*, las proposiciones y definiciones apoyándose en el cálculo diferencial, algebra y consideraciones económicas, de allí que son deductivos. En general esta configuración es extensiva.

5) Problema 5: Modelos Lineales y Teoría de Conjunto

Las situaciones – *problemas* en esta *configuración epistémica* (CE5) se refiere básicamente a: Teoría del Valor, modelo de insumo-producto de Leontief, los modelos de programación lineal, modelos lineales de equilibrio general y de crecimiento, teoría de juegos. El *procedimiento* de referencia se relaciona con la teoría de conjuntos, álgebra matricial, optimización matemática, modelos lineales, cálculo diferencial. El *lenguaje* que se utiliza en esta configuración es ordinario (equilibrio de mercado, demanda, oferta, utilidad, entre otros), tabular, gráfico, funcional. Algebraico. Como *propiedades* características de esta de la teoría de conjunto, las funciones de maximización, de las matrices entre otros.

Entre los *conceptos* utilizados en la CE5, resaltamos: punto fijo de Kakutani, ecuación lineal, matrices, función lineal, inecuación, conjunto, sistema de coordenadas, entre otras, las *argumentaciones* características de esta configuración: a partir de las gráficas, deductivas, heurísticas, inductivas a partir de las situaciones de la realidad.

Significado global de la Función Afín aplicada a la economía

. La reconstrucción del significado global del Objeto de estudio, interesa, identificar los cambios que se van generando progresivamente a medida que se amplían los tipos de problemas abordados, su posible reformulación, desarrollándose nuevas prácticas operativas y discursivas, es decir los significados parciales en cada categoría de objetos emergentes que permitirán caracterizar los obstáculos, rupturas y progresos en la evolución de las configuraciones epistémicas.

Los cambios se caracterizan por la solución que se presenta para la problemática existente en una configuración epistémica en un determinado momento.

Pueden implicar tanto la ruptura de la estructura de la configuración, como su evolución para otra configuración epistémica inclusiva y (o) complementaria. La inclusiva contiene la configuración anterior y se genera para dar respuestas

(por lo menos parciales) a las situaciones preexistentes, aunque se puedan producir (en muchos casos) también en sus ideas fundamentales. La complementariedad está asociada al incremento epistémico que se produce en la transición entre las distintas configuraciones y generalmente es motivada por la necesidad de ampliación teórica de una noción matemática.

En nuestro caso, nos interesamos por sistematizar los significados de referencia del objeto de estudio, teniendo en cuenta el contexto específico que dieron origen a aplicación la Función Afín a conceptos relacionados con la Demanda y Oferta, elementos fundamentales en la economía, a partir de cinco configuraciones epistémicas (CE) y constituyen un significado parcial de la *Función Afín aplicada a la economía*.

A estas configuraciones, respectivamente asociadas a los sistemas de prácticas, las hemos denominado: 1) Relaciones numéricas sobre Demanda y Oferta (CE1); 2) Uso del Cálculo Infinitesimal en Problemas de Economía (CE2); 3) Representación Gráfica de la función Demanda y Oferta (CE3); 4) modelos lineales de la Función Demanda y oferta (CE4)

Las configuraciones CE1, CE2, CE3 y CE4, se tratan de problemas extra matemáticos que se modeliza mediante un problema intramatemático, dando origen a *un sistema de prácticas*, donde se aplique la Función Afín a conceptos relacionados con la Demanda y Oferta.

De las cinco configuraciones epistémicas (CE1, CE2, CE3, CE4 y CE5) tres se consideran primarias la CE1, CE2 y CE3 las cuales tienen un carácter extensivo es decir, se resuelven ciertos tipos de situaciones-problemas, con métodos y procedimientos particulares.

A partir del Análisis histórico epistemológico, en la CE1 ubicada desde los antecedentes más lejanos de la matemática hasta el siglo XVIII, inicialmente es un instrumento de análisis a problemas socioeconómicos, en este momento se activan los *significados parciales* de la dependencia del precio sobre la demanda y la oferta, sostienen que la oferta excesiva hacia bajar los precios y la demanda excesiva los hacía aumentar. Además, la demanda y la oferta no son consideradas variables y estas son consideradas expresiones que se emplea casi siempre para referirse a una cantidad presentada a la venta o una disposición subjetiva a vender

o a comprar. Da origen a un *sistema de prácticas* más “genérico” en el cual se abordan situaciones-problemas sobre el uso de la matemática como instrumento para el desarrollo del estudio económico.

La CE2, desarrolla un *sistema de prácticas* la interdependencia entre las variables o cantidades económicas y la necesidad de representar esa realidad mediante un sistema de ecuaciones, se utilizan el concepto de función para describir los conceptos económicos básicos como demanda oferta, precio, ingreso, costo marginal y renta, ley de Demanda y Oferta

Cournot, Jenkin, Rau entre otros, en la configuración CE3, desarrollar un nuevo *sistema de prácticas* de la representación grafica de la función Demanda y Oferta, de tal forma que los procedimientos, lenguajes, conceptos, definiciones, etc., de dicha configuración, son aplicados para la solución de problemas propios de los sistemas de prácticas curva de demanda y de Oferta.

Tomando como base sus desarrollos (CE1, CE2 y CE3), los economistas -matemáticos Walras y Marshall generaron un nuevo *sistema de prácticas* una función con varias variables, particularmente, una función Demanda y Función Oferta que dependen tanto de su precio como de los precios de los demás productos, rentas, costos de producción entre otros y con la restricción de la clausula de *ceterius paribus* estas variable son reducidas a la inacción, de tal manera que la única variable que influye en la cantidad demanda y ofertada es el precio.

Luego, la función demanda toma la forma $D = f(p)$ y la función oferta $S=f(p)$, se caracterizan empleando el cálculo diferencial.

Finalmente, los economistas-matemáticos que sucedieron a Walras y Marshall, en la CE5, tomando como base sus desarrollos, la aplicación de la teoría de conjuntos a las funciones y modelos lineales emerge la aplicación de la función afín a la economía.

A continuación se analiza los libros de textos que son referencia obligatoria del Modulo IV de Matemática I (176).

Significado del Contenido Matemático Pretendido en el Curriculum

La Función Afín aplicada en la economía en el Plan de Curso de Matemática I (176) en la modalidad de Educación Abierta y a Distancia de la UNA

El curso de Matemática I tiene como propósito *Aplicar de manera lógica y analítica los conceptos relacionados con conjuntos, funciones, representaciones gráficas, sucesiones, límites de sucesiones y de funciones y continuidad en la resolución de problemas, usando el razonamiento matemático.*

Es posible observar en el plan de curso de Matemática I (Anexo 4), nueve unidades relacionadas con los temas : teoría de conjuntos numéricos (**Unidad I y II**), las desigualdades, ecuaciones e inecuaciones las funciones (**Unidad III**) y representaciones gráficas; distancia entre dos puntos en la recta y el plano; las regiones de un plano (**Unidad IV**), ecuaciones e inecuaciones con dos variables; las relaciones de proporcionalidad y porcentajes; las rectas y semiplanos de un plano; las funciones elementales y sus características (**Unidad V**); las formas de dar una función (**Unidad VI**); las sucesiones; las nociones elementales de límites de sucesiones (**Unidad VII**) límites de funciones (**Unidad VIII**), y continuidad de funciones (**Unidad IX**). Estas Nueve (9) unidades son comunes para los cursos de Matemática I cod.175.176 y 177.

El análisis se hará sobre el significado pretendido del objeto de estudio en el plan de curso. Asimismo, la distribución de los contenidos de dicho curso, se presenta en el Anexo 4.

Las unidades anteriores (I al IX) son la base en la aplicación de la función afín vinculada a los siguientes tópicos: curva de la demanda, curva de la oferta”, correspondiente al Objetivo 10 Unidad I, el cual se propone 1. *Efectuar problemas donde estén involucrados o en los que se apliquen conceptos referentes a las funciones $y = a x + b$.*

Así, los objetos matemáticos primarios que componen la configuración epistémica asociada a esta unidad son: *situación–problema, lingüísticos, reglas (conceptos, proposiciones y procedimientos), argumentos y relaciones.*

En las *situaciones problemas*; a) Se utiliza la resolución de problemas como un medio para introducir, ampliar y aplicar el conocimiento y b) Se plantean problemas, que surgen de contextos económicos, lo que implica establecer relaciones y que favorecen el desarrollo de diferentes estrategias

En cuanto a los elementos *lingüísticos*: a) se utilizan representaciones icónicas, además simbólicas: $y = a x + b$, y graficas de la Ecuación Lineal, Función Afín, curva de demanda y oferta para modelizar problemas económicos, se realizan procesos de traducción entre los mismo y b) Realiza un análisis, descripción, sinopsis, resumen, conclusiones o cualquier otro tipo de actividad de los tópicos relacionados con los contenidos de esas secciones de dicha Unidad.

Entre los *conceptos* centrales se encuentran: Economía de Mercado. Ecuación Lineal. Función Afín. Consumidor. Mercado. Empresa. Bien. Valor Monetario. Precio. Competencia perfecta. Demanda. Ecuación de la Demanda. Curva de la Demanda. Desplazamiento de la Curva de la Demanda. Oferta. Ecuación de la Oferta, Curva de la Oferta. Desplazamiento de la Curva de la Oferta. Impuesto sobre las Ventas. Ley de la Oferta y la Demanda. Escasez. Excedente, entre las *propiedades* se encuentra Funciones Continuas, Crecimiento y Decrecimiento, *procedimientos* operaciones elementales, resolución de ecuaciones, técnicas de cálculo numérico

Argumentos: a) Favorece el razonamiento analíticos, deductivo e inductivo y b) Los estudiantes formular comparaciones y conjeturas sobre relaciones matemáticas, las Investigan en la Web , referencias bibliográficas y justifican.

Relaciones a) Se favorece el establecimiento y el uso de conexiones entre las ideas matemática (problemas, representaciones, conceptos, procedimientos, propiedades argumentos).b) Los contenidos matemáticos se presentan y estudian como un todo organizado y c) Se reconocen y aplican las ideas matemáticas en contextos no matemáticos

El plan de curso de Matemática I (176), resalta: a) la interpretación geométrica de la Ecuación demanda y oferta (Unidad I), b) resolver problemas relacionados con: La Ecuación de la Demanda. La Curva de la Demanda. El Desplazamiento de la Curva de la Demanda. La Ecuación de la Oferta. La Curva de la Oferta. El Desplazamiento de la Curva de la Oferta. La Ley de la Oferta y la

Demanda. c) Realizar análisis, descripción, resumen, conclusiones o cualquier otro tipo de actividad de los tópicos relacionados con los contenidos de la Unidad 1 d) Intercambiar ideas con grupos de estudio y el Asesor de Matemática I (176) de tu Centro Local, sobre posibles dudas que puedan surgir del contenido de la Unidad 1 del Módulo IV (176), en cuanto a las definiciones, explicaciones y aplicaciones de algunos conceptos económicos y contables. e) consultar las páginas WEB y textos de referencias bibliográfica y plantearse resolver problemas relacionados.

Análisis de la Función Afín aplicada a la economía en los libros de referencia obligatoria del Módulo IV de Matemática I (176)

Para nuestro estudio se analizaron una los libros de texto sugeridos en el Módulo IV de Matemática I (176), como bibliografía básica. Para ello, nos centramos en el análisis de las prácticas matemáticas propuestas en dichos libros de texto, en los capítulos dedicados al estudio de la Función demanda y Función Oferta, entre ellos:

Texto I: Mochón F. (1994) Economía, Teoría y Práctica. Editorial. Mc Graw Hill. España. Tercera Edición.

Texto II: Arya J. y Iardner R. (1994). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Editorial Prentice Hall Hispanoamericana. México. 3era Edición.

Texto I

El primer libro de texto que vamos a analizar se compone de 23 capítulos y aborda los conceptos e instrumentos básicos de la economía. En el Capítulo 1 se presenta una serie de conceptos y principios básicos, que se utilizarán posteriormente en el resto de los capítulos. Asimismo, para facilitar la tarea de los alumnos en su paso de las explicaciones teóricas al planteamiento numérico-algebraico se coloca dentro de este capítulo un Apéndice 1.A que trata el tema Las Representaciones gráficas, en este apartado se propone: Representación gráfica de

una serie temporal, relaciones entre dos variables, Representación gráfica de una función Lineal y no lineal, además de una nota complementaria titulada concepto de pendiente.

El análisis del Texto I se centra en el Capítulo 2 titulado *La Oferta, La Demanda y el Mercado: Aplicaciones.*, el cual contiene seis (6) secciones. El Capítulo comienza con una introducción y una sección 2.1 *funcionamiento de los mercados* para entender los conceptos básicos de oferta, mercado, precio del mercado y tipos de mercado, seguidamente en la sección 2.2 se presenta el contenido referido a *la Demanda*, el cual se orienta a su definición y aplicación

Se abordan las *situaciones problemas* mediante ejemplos extra matemáticos, los cuales se presentan como notas complementarias, estos tratan de concretar y generalizar el concepto de Demanda. Los *elementos lingüísticos* usados son sencillos, claro, preciso y en términos ordinario, verbal, numérico, tabular, gráfico y algebraico para analizar las características de las curvas de demanda y función demanda. Los *conceptos* matemáticos a emplear se encuentran previamente en el apéndice 1.A y Nota Complementaria 1.4 titulado “Las Representaciones Gráficas” y “Concepto de pendiente”, además emergen los *conceptos* tales como Demanda, ley de demanda, curva de demanda y función demanda

Entre las *proposiciones* que se introducen, podemos señalar el cálculo diferencial e integral, así como propiedades de la funciones, relaciones entre variables, ceteris paribus y emergen demanda del mercado, efecto de sustitución y renta. Los *argumentos* empleado en el contenido del texto son de tipo representacional (muchos) e instrumental, deductivos e inductivos

A continuación de la Sección de demanda, se inicia la *Sección 2.3 La oferta* con una introducción, en donde se definen los términos cantidad ofrecida, tabla de oferta individual, tabla de oferta, tabla de oferta global, tabla de oferta de mercado y ley de Oferta. Estos conceptos están definidos con un lenguaje sencillo, claro, precisos y en términos de Economía, además emplea un lenguaje verbal y algebraico (simbólico). Asimismo la presentación de las idea es más analítica, trata de fijar conceptos, los sistematiza, los estructura y los resume. Las *situaciones*

problemas presentan como ejemplos y como notas complementarias. Estos tratan de concretar y generalizar los conceptos de la oferta.

La presentación de las ideas en el Texto I es más analítica, trata de fijar conceptos, los sistematiza, los estructura y los resume, ya que el autor recurre a ejemplos y aplicaciones en la economía no se proponen actividades de formulación de las funciones Demanda. Además, el contenido guarda relación con la evolución histórica del pensamiento Económico.

Texto II

En el texto II en la sección 4.5 se comienza con una pequeña introducción sobre los conceptos a estudiar, destacando la importancia de la ley de demanda y oferta. El *concepto* de demanda y oferta se abordan inmediatamente y como ley de Demanda y Ley de Oferta, los mismos no son producto de una construcción, el texto las define, es tratado de manera sencilla, como una ecuación lineal.

Las características de las curvas de demanda y de la curva de oferta, se deducen, a partir del concepto de ley de demanda y ley de oferta. Asimismo, se establecen pocos problemas contextualizados, para introducir el *concepto* tratado de manera superficial y que los alumnos no conocen, referidos a demanda

Los *argumentos* están en la dimensión ostensivo-no ostensivos en la mayoría de los casos, son concretos y otros abstractos para el estudiante, en términos económicos aún no estudiados, el rol que desempeña la expresión - contenido es representacional y operativa o instrumental, y en la mayoría de los casos es deductivo.

Este Texto incorpora en forma explícita pocas propiedades referidas a administración y economía, en su mayoría solo propiedades matemáticas (Criterios de linealidad, grafica de una ecuación etc.).

Al final de la sección se presentan una gran cantidad problemas propuestos de carácter extra-matemático e intra-matemático.

Cuadro 20.

Entidades Matemáticas del Significado de Referencia de la Función Demanda y Ecuación de la Demanda

Entidades	Descripción		
	Texto I	Texto II	Significado histórico
Lingüísticos	<p>Términos y expresiones Cantidades demandadas, Demandar, Demanda, Bien, comprar, constantes Precio de un bien, Relación, Relación matemática, Tabla de demanda Demanda del Mercado, curva de demanda, ley de demanda efecto sustitución, efecto renta Función demanda</p> <p>Notación: Q_A: Cantidades demandadas P_A: Precio de ese bien, Y: Renta P_B: Precios de otros bienes G: Gustos de consumidores N: Tamaño del Mercado $Q_A = D(P_A, Y, P_B, G, N)$</p>	<p>Términos y expresiones Demanda, cantidad x, precio artículo, consumidores, comprar, ley de demanda nivel de precio, venderse, disminuye, proveedores, ofrecer, aumenta, vendedores, curva de demanda lineal, mercado competitivo ,ajustarse, igualar, punto de intersección</p> <p>Notación: x, m, b $P = mx + b$ P precio por unidad m y b constantes</p>	<p>Términos y expresiones Valor de uso, Valor de cambio Satisfacción, deseos de bienes, Demanda, demandar, Cantidades demandadas, Demanda efectiva, bien Demanda potencial, Demanda Anual o ventas, Ley de demanda o ventas, Precio, Función Continua, Función decreciente, Variaciones de la Demanda , Variaciones del precio Disminución de la demanda, renta, Demandantes, comprador, ley de decrecimiento de la utilidad marginal, función demanda, ceteris paribus, elasticidad de la demanda, convexa; Valores intercambiables;</p> <p>Notación: $D = f(p)$; $X = L(p)$; $D = f(1/x)$;</p>

	<p>Gráficos: curva de demanda, demanda individual de mercado, desplazamiento de la Demanda</p>	<p>Gráficos: Curva de demanda,</p>	<p>$x_i = D(p, m)$ $p=(p_1, \dots, p_n)$= precio $x = p$=precio; $F'(p) = \frac{dD}{dp} < 0$ p=precio anual medio; $X = L(p, p, \dots, p_i, \dots, p, y, g, o)$ p, \dots, p_i..p= precio de otros bienes y= renta; g= gustos; o=otros</p> <p>Gráficos Curvas de demanda</p>
Situacional	<p>-Ejemplos en los que se presenta una tabla de demanda y se muestran las curvas de demanda</p> <p>-Problemas contextualizados en los que se recogen tablas de demanda individual y de demanda del mercado y muestran las curvas de demandas de esas tablas, relación causa y efecto en la economía y del desplazamiento de la demanda</p>	<p>-Problemas contextualizados en los que se dan artículos a vender y precio.</p>	<p>-Problemas extra-matemáticos para representar las curvas de demanda.</p> <p>-Problemas intra matemático para encontrar las condiciones de crecimiento o decrecimiento, de una función particular $D=f(p)$, continua y de la función de Utilidad</p>

Actuativo	<ul style="list-style-type: none"> -Hallar la demanda en el mercado. -Obtener la curva de demanda. -Convertir los precios y cantidades demandadas en una curva de demanda. -Explicar el modo de funcionamiento de la Economía e indicar como una serie de acontecimientos causa otra. -Analizar gráficamente el desplazamiento de la Curva de demanda. 	<ul style="list-style-type: none"> -Descontextualización del enunciado de los ejercicios y problemas. -Determinar la ecuación de demanda y gráficamente. -Cálculo de la pendiente. -Cálculo de la ecuación punto-pendiente. -Efectuar operaciones con números reales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Ejemplos numéricos -Obtener la Curva de Demanda. -Determinar si la función es decreciente aplicando el criterio de la primera derivada. Reglas de derivación
Conceptual	<p>Conceptos Previos Mercado, Mercado de un producto Precio absoluto y relativo de un bien Representación gráfica, Costos de transacción, Relación matemática Mercado competitivo, libres, transparentes, intervenido, opaco Competencia imperfecta Ceteris Paribus</p> <p>Conceptos definidos Cantidad demandada Demandar, comprar Tabla de demanda,</p>	<p>Conceptos Previos Costo lineal Punto de equilibrio Ecuación lineal Depreciación lineal</p> <p>Conceptos definidos Ley de demanda</p>	<p>Conceptos Previos Teoría del valor Teoría de la Utilidad Marginal</p> <p>Ceteris Paribus Valor de uso Valor de cambio Satisfacción</p> <p>Demanda efectiva</p>

	<p>Demanda individual</p> <p>Demanda del mercado</p> <p>Curva De Demanda Desplazamiento de la Demanda, Bien Normal, inferior Ley De Demanda Efecto Sustitución y Renta, Curva De Demanda, Función Demanda</p>		<p>Demanda potencial</p> <p>Función Utilidad</p> <p>Conceptos definidos</p> <p>Función Demanda</p> <p>Desplazamiento de la Demanda</p> <p>Curva de demanda</p>
Proposicional	<p>-Criterios para representar gráficamente una función.</p> <p>-Relación entre 2 o más variables.</p> <p>-Característica de la pendiente de una recta.</p> <p>-Condiciones de Ceterius Paribus.</p>	<p>-Las propiedades de las operaciones con números reales.</p> <p>-Método para resolver un sistema de ecuaciones lineales.</p>	<p>- Criterios para representar gráficamente una función.</p> <p>-Propiedades de las funciones.</p> <p>Reglas de derivación.</p> <p>-Criterios de la primera derivada y segunda derivada de una función.</p> <p>-Característica de la pendiente de una recta.</p> <p>-Condiciones de Ceterius Paribus</p> <p>-Axiomas de completitud, Reflexividad, transitividad, monotonía, continuidad, convexidad</p>


Argumentativo	<p>Gráficos (Razonamientos)</p> <p>La función demanda es una relación matemática.</p> <p>Tabla de demanda muestra la relación entre el precio de un bien y la cantidad demandada.</p> <p>La curva de demanda refleja los aumentos en la cantidad demandada cuando el precio reduce.</p> <p>Deductivos a partir de las definiciones.</p>	<p>Razonamientos gráficos.</p> <p>Deductivos a partir de la definición.</p>	<p>Razonamientos gráficos.</p> <p>Deductivos a partir de la definición.</p> <p>Inductivos.</p> <p>Cálculo diferencial</p>
----------------------	---	---	---

A continuación, el análisis semiótico del contenido pretendido, implementado del Módulo IV del curso de Matemática I.

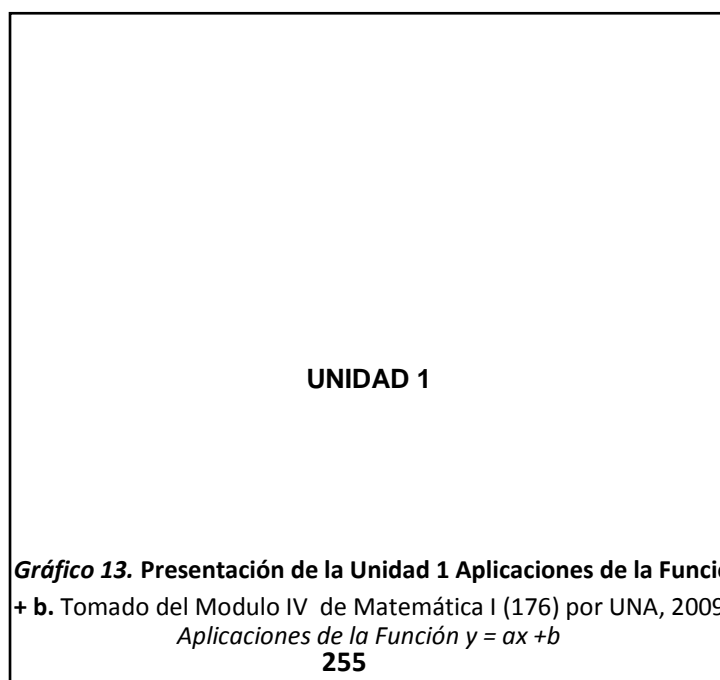
Unidades iniciales de análisis

La primera clasificación de análisis del Módulo IV del curso de Matemática I, está dada por la presentación de la Unidad en cuestión, lo cual suministra la información acerca de lo que se pretende alcanzar cuando finalice el estudio de la misma. En cuanto al significado institucional pretendido, en el desarrollo del Módulo se encuentra:

-Objetivo del Módulo en negrillas y con un separador que hace hincapié en la importancia del objetivo u objetivos del módulo

Objetivo  *El estudiante resolverá problemas aplicando conceptos y técnicas matemáticas específicas a situaciones relacionadas con su campo profesional*

Presentación de la Unidad I



Con esta presentación se titula la Unidad 1 como *Aplicaciones de la Función* $y=ax+b$; esta expresión es un intensivo, el cual plantea el tipo de situación que el nuevo objeto matemático va a resolver, de manera general por medio de un lenguaje natural, se ubica al estudiante, en el objeto de estudio, dando por entendido que el estudiante sabe y conoce de las aplicaciones a estudiar y de la función cuya expresión es de la forma $y=ax+b$. Seguidamente se presentan los objetivos de estudio en el nivel de aplicación según la taxonomía de Bloom, se espera que el estudiante use el nuevo conocimiento para resolver situaciones relacionada con su campo profesional.

A continuación sigue las unidades de análisis proporcionadas por la Sección 1.1 y Sección 1.2 del Módulo IV para presentar los temas de esta unidad de aprendizaje y el concepto de “Ecuación Demanda”, las cuales corresponden a las oraciones o sentencias que representan a las diversas entidades primarias descritas en el marco teórico

Cuadro 21

Unidades Primarias de la sección 1.2 Ecuación de la Demanda del Módulo IV de Matemática

Unidades	Descripción del Texto
U ₀	<p>1.1 PRESENTACIÓN #</p> <p>En esta unidad estableceremos algunos conceptos básicos de una economía de mercado, tales como: demanda #, oferta #, Consumo #, renta #, producción # y costos #.</p> <p>Veremos cómo la función afín ayudará a elaborar modelos sencillos que permitan #, entre otras cosas:</p> <p>a) Obtener el precio de equilibrio de un bien en un mercado de competencia perfecta;</p> <p>b) Determinar el nivel de ahorro/consumo para una</p>
U ₀₋₁ ►	<p>renta dada; ►</p> <p>c) Analizar una estructura de costos en un sistema Productivo. #</p> <p>Al final de la unidad, dedicaremos una sección al estudio de un concepto de gran importancia en asientos contables, como lo es el de depreciación y calcularemos el valor actual de un bien, siguiendo un</p>
U ₀₋₂	método basado en la función afín#.
U ₁	1.2 ECUACIÓN DE LA DEMANDA #
U ₂	En un mercado de competencia #, es sabido que la cantidad
U ₂₋₁	comprada de un bien #, por una determinada población, en un
U ₂₋₂	período de tiempo dado, depende de muchos factores entre los que
U ₂₋₃ , U ₂₋₄	cabe señalar: el precio unitario del bien #, el precio de los sustitutos
U ₂₋₅ U ₂₋₆	#, el ingreso de los consumidores #, el número de consumidores #,
U ₂₋₇	etc. Cada uno de estos factores, en mayor o menor grado, afectan la cantidad del bien que los consumidores buscarán en el mercado #.
	Sin embargo, si suponemos que todos los factores, a excepción del precio, permanecen constantes (*), durante un período de tiempo dado

Recuerda que una función

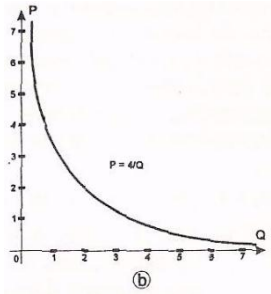
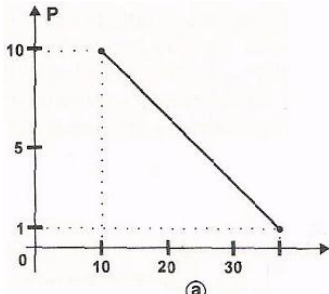
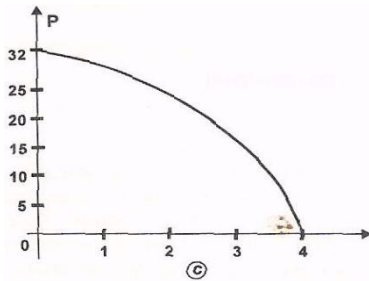
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, se dice que es afín, si es de la forma

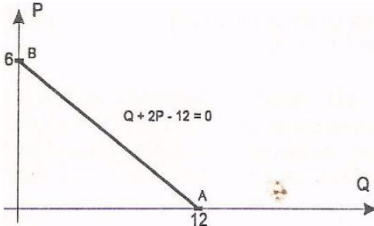
Continuación...

Unidades	Descripción del Texto
U ₂₋₈ U ₂₋₉ U ₂₋₁₀ U ₂₋₁₁ U ₂₋₁₂	esta cantidad es solo función del precio, y en consecuencia, podemos encontrar una relación entre la cantidad demandada #, Q #, y el precio unitario del bien #, P #. A esta relación, entre el precio y la cantidad demandada o comprada, es lo que llamamos Ecuación de la Demanda #, que a continuación definimos formalmente.
U ₃ U ₃₋₁ , U ₃₋₂	<p>Definición 1.1 (Ecuación de la Demanda)#</p> <p><i>Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Demanda del bien B, en el período T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad demandada de dicho bien, Q, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la demanda del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma:</i></p> $f(Q, P) = 0.$
U ₃₋₃	A la representación gráfica de la ecuación de la demanda, la denominaremos <i>Curva de la Demanda</i> .
U ₄	OBSERVACIONES:
U ₅	1. Es interesante destacar que la ecuación de la demanda de un bien sólo considera la influencia del precio unitario sobre la cantidad demandada y no toma en cuenta el resto de los factores que
U ₅₋₁	podrían influir en dicha cantidad. Por otra parte, cabe mencionar que la ecuación de la demanda es válida sólo en el período de tiempo considerado ►
U ₅₋₂ ►	que la misma puede variar al cambiar el período de referencia o al modificarse cualquiera de los factores no considerados en su formulación.
U ₅₋₃	

Al escribir que una variable x , tiene una restricción de no negatividad, queremos decir que $x \geq 0$.

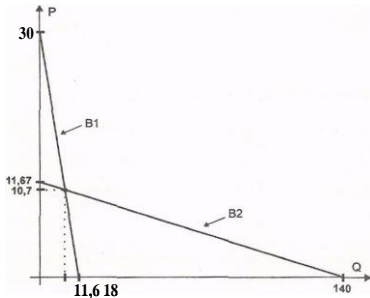
Unidades	Descripción del Texto
U ₅₋₄	2. La ecuación de la demanda tal y como la hemos definido tiene un carácter netamente matemático. La realidad impone condiciones de no negatividad a los valores de la cantidad demandada Q y al precio unitario P; esto es, $Q > 0$ y $P > 0$. 23
U ₅₋₅	[*] Cuando una función depende de varias variables, y queremos examinar el efecto de una de ellas, manteniendo el resto de las otras variables constantes, muchos autores utilizan la locución latina <i>ceteris paribus</i> , para referirse a tal situación.
U ₅₋₆ ►	Las coordenadas de los puntos que aparecen en esta sección
U ₆	3.-Aunque no es relevante, en tratados de Economía. Se suele representar la curva de la demanda, usando el eje de las abscisas para la cantidad Q, y el de las ordenadas para el precio P; aquí seguiremos el mismo formato.
6-1	
U ₆₋₂	La ecuación
U ₆₋₃	$P = \frac{4}{Q}$
U ₆₋₄	puede
U ₆₋₅ ►	escribirse
	como
U ₇	$P = \frac{4}{Q} = 0$
	manera análoga
	Ejemplos 1.2.1
	1. Las siguientes ecuaciones son ejemplos de ecuaciones de demanda :
	a) $Q + 3P - 40 = 0$, $P \in [1, 10]$
	b) $P = 4/Q$, $Q > 0$
	c) $P + Q^2 = 32 - 4Q$, $0 \leq Q \leq 4$ #
	ya que
	las mismas pueden expresarse en la forma
	$f(Q, P) = 0$ # .
	2. Las curvas de demanda asociadas a las ecuaciones anteriores se muestran a continua

Unidades	Descripción del Texto
<p>U₇₋₁</p> <p>U₇₋₂ ►</p> <p>U₇₋₃; U₇₋₄</p> <p>U₇₋₅</p> <p>U₇₋₆</p> <p>U₈</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Recuerda que</p> <p>a) La representación gráfica de una ecuación de la forma $ax + by + c = 0$ con $a \neq 0$ o $b \neq 0$, es una</p> <p>b) La representación gráfica de una ecuación de la forma $y = c/x$, $c > 0$, $x > 0$, es una rama de una hipérbola en el primer</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">  <p>$P + Q^2 = 32 - 4Q$</p> <p>c) La representación gráfica de una ecuación de la forma: $y = ax^2 + bx + c$, $a < 0$ es una parábola de eje vertical abierta hacia abajo.</p> </div> <p>Es de hacer notar que en estos gráficos, así como en otros que se mostrarán en este Módulo, se han tomado escalas distintas sobre los ejes coordenados. Debes estar en capacidad de reconocer tal situación cuando se presente.</p>

Unidades	Descripción del Texto
U ₉ U ₉₋₁ U ₁₀	<p>En general, salvo casos muy singulares, la ecuación de la demanda representa a Q como una función decreciente de P, debido a la tendencia en la población a consumir menor cantidad del bien a medida que el precio de éste aumenta.#</p>
U ₁₁ ►	 <p>Recuerda que f es una función decreciente en el dominio D si y sólo si para todo $x_1, x_2 \in D$ se verifica que: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.</p>
U ₁₂ U ₁₂₋₁ U ₁₃	<p>El caso que nos interesa analizar en esta sección es aquél en donde la ecuación de la demanda es una Ecuación Lineal en Q y $P^{(*)}$ #; es decir, adopta la forma:</p> $aQ + bP + c = 0 \#$ <p>siendo a, b, c números reales cualesquiera, con a y b no nulos simultáneamente.</p>
U ₁₄ U ₁₄₋₁ U ₁₄₋₂	<p>Dadas las restricciones de no negatividad de Q y P, la curva de la demanda asociada a esta situación.#, será una semirrecta o un segmento de recta, en el primer Cuadrante #.</p>
U ₁₄₋₃ U ₁₄₋₄ ►	<p>Y si además Q es una función decreciente de P entonces será un segmento de recta en el primer cuadrante.#</p> <p>.....</p> <p>Cuando las variables "x" e "y" están restringidas a tomar valores no negativos, la representación gráfica de la ecuación $ax+by+c=0$ es una semirrecta</p>
U ₁₅	<p>Ejemplo 1.2.2</p> <p>La ecuación de la demanda de un cierto bien, durante un período T es:</p>

Unidades	Descripción del Texto
U ₁₅₋₁	$Q + 2P - 12 = 0$
U ₁₅₋₂	siendo Q las unidades del bien demandado y P el precio unitario en bolívares:
	a) Dibuja la curva de la demanda.
	b) ¿Cómo varía la cantidad demandada al disminuir el valor de P?
U ₁₆	<p>▲ a) La curva de la demanda en este caso es un segmento de recta; para dibujarlo, obtengamos dos puntos cualesquiera de dicho segmento, por lo general los correspondientes a los puntos de intersección con los ejes coordenados. Si $P = 0$, entonces $Q = 12$; mientras que si $Q=0$, $P=6$; por lo tanto $A = (12,0)$ y $B = (0,6)$ son los puntos de intersección con los ejes horizontal y vertical, respectivamente. La siguiente figura muestra el segmento de recta representativo de la ecuación de la demanda dada.</p>
U ₁₆₋₁	
U ₁₇	<p>b) En la figura anterior se observa que al decrecer el precio unitario la demanda aumenta, como es de esperarse en general; El valor máximo de la demanda es de 12 unidades y ocurre cuando $P=0$; pero éste es un valor hipotético no alcanzable en la realidad, ya que no existe bien en el mercado cuyo precio unitario sea nulo. Lo anterior debe interpretarse en el sentido de que la demanda en ningún caso superará a las 12 unidades del producto. ■</p> <hr/> <p>[*] Cuando dos variables están relacionadas por medio de una ecuación lineal, decimos que entre ellas existe una relación lineal.</p>
	25

Unidades	Descripción del Texto
U ₁₇₋₁	Ejercicios 1.2
U ₁₈	1. Se tienen dos bienes, B ₁ y B ₂ , con ecuaciones de demanda dadas por:
	Bien B ₁ : $5Q + 3P - 90 = 0$
	Bien B ₂ : $Q + 12P - 140 = 0$
U ₁₈₋₁	donde P viene expresado en bolívares:
U ₁₈₋₂	a) Si el precio unitario de ambos bienes es de Bs. 5,75, ¿cuál de los dos bienes tendré mayor demanda?
U ₁₈₋₃	b) ¿Existe algún precio del mercado para el cual la demanda de ambos bienes sea la misma?
U ₁₉	c) En función de las curvas de demanda respectivas analiza, en términos del precio en qué situaciones un bien es más (menos) demandado que el otro.
U ₁₉₋₁	d) Si un consumidor requiere 15 unidades de cualquiera de los dos bienes ¿cuál de ellos resultará más económico comprar?
	<p>▲ a) Para averiguar cuál de los dos bienes tendrá una mayor demanda, si el precio unitario de ambos es de Bs.5,75, bastará hacer $P=5,75$ en cada una de las ecuaciones de la demanda respectiva y despejar el valor de Q correspondiente. Así:</p> <p>La cantidad del bien B₁ para un precio unitario $P=5,75$, se obtiene, despejando Q de la ecuación:</p> $5Q + 3(5,75) - 90 = 0$ <p>esto es:</p> $Q = \frac{90 - 3(5,75)}{5} = 14,55$ <p>La cantidad demandada del bien B₂ para un precio unitario $P=5,75$ se obtiene despejando Q de la ecuación:</p> $Q + 12(5,75) - 140 = 0$ <p>es decir:</p> $Q - 140 - 12(5,75) = 71.$

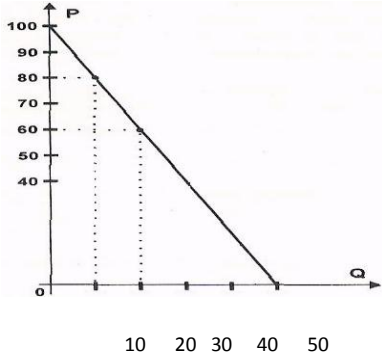
Unidades	Descripción del Texto
U ₁₉₋₂	<p>Por lo tanto para un precio unitario de Bs. 5,75, el bien B₂ tendrá una mayor demanda (71) que el bien B₁ (14,55).</p> <p>b) La repuesta a la interrogante planteada acerca de la existencia de algún precio que iguale la demanda de ambos bienes, la tendremos al resolver la ecuación que resulta de igualar las cantidades demandadas de dichos bienes. Es decir, el precio P, que igual a la demanda del bien B₁ con la del B₂ , es aquél que verifica la ecuación:</p> $\frac{90-3P}{5} = 140-12P$ <p>esto es:</p> $90 - 3P = 5(140-12P) = 700 - 60P$ <p>uya solución es P = 10,70 . Por lo tanto, si el precio es de Bs. 10,70, ambos bienes tendrán la misma demanda. El valor de la demanda común, se obtiene al sustituir este precio en cualquiera de las dos ecuaciones de demanda; en este caso, resulta ser Q = 11,6 unidades.</p>
U ₂₀	
U ₂₀₋₁	
U ₂₀₋₂	
U ₂₀₋₃	
U ₂₁	<p>c) Para realizar un análisis de la cantidad demandada de cada bien, en términos del precio, dibujaremos sobre un mismo sistema de ejes cartesianos, las curvas de demanda de cada bien.</p> <p>Esto se muestra en la siguiente figura:</p> <p>Recuerda que ambas curvas se encuentran en el primer cuadrante ya que</p>
U ₂₁₋₁	

Unidades	Descripción del Texto
U ₂₁₋₂	Según muestra el gráfico, podemos decir que si el precio del bien es superior a Bs. 10,70, se demandaran más cantidades del bien B ₁ ; mientras que si el precio es menor a Bs. 10,70, se demandarán más unidades del bien B ₂ . Cuando el precio sea de Bs. 10,70, se demandarán el mismo número de unidades, 11,6, de ambos bienes, como era de esperarse según lo establecido en el apartado (b).
U ₂₁₋₃	d) Para determinar cuál bien resulta más económico si queremos comprar 15 unidades del mismo, bastará con hacer $Q = 15$ en las ecuaciones de demanda correspondientes y despejar el precio P en cada una de ellas. De esta manera, obtenemos;
U ₂₁₋₄ ►	Para el bien B ₁ : $5(15) + 3P - 90 = 0 \rightarrow P = 5$
U ₂₂	Para el bien B ₂ : $15 + 12P - 140 = 0 \rightarrow P = 10,42$
U ₂₂₋₁	En consecuencia, el bien más económico resulta ser el bien B ₁ .
U ₂₂₋₂	2. La ecuación que relaciona la cantidad demandada de un cierto bien con su precio unitario, durante un cierto período, es de tipo
U ₂₃	lineal. Además, cuando el precio es de Bs.80 la cantidad demandada es de 10 unidades,
U ₂₃₋₁	mientras que se demandan 20 unidades cuando el precio decrece a Bs. 60:

Gráficamente puede resolverse esta situación, trazando la recta vertical $Q=15$ y observando a qué bien corresponde el punto de intersección

Un punto (Q_0, P_0) pertenece a la curva de la demanda $Q=a+bP$, si y sólo si (Q_0, P_0) satisface la ecuación $Q=a+bP$; es decir si $Q_0 = a$

Unidades	Descripción del Texto
U ₂₄ ►	<p>a) Obtén la ecuación de la demanda;</p> <p>b) Dibuja la curva de la demanda;</p> <p>c) Debido a los costos de producción, el menor precio de venta al que el artículo puede ofrecerse es de Bs.55,75 , ¿cuál será el valor de la demanda máxima?</p>
U ₂₄₋₁	<p>En realidad, lo que estamos determinando es la ecuación de la recta que pasa por los puntos (10,80), (20,80), representando Q en el eje de las abscisas y P en el eje de las ordenadas.</p> <p>▲ a) Dado que la relación entre la cantidad demandada, Q , y el precio unitario, P, es lineal, podemos escribir:</p> $Q = a + b P$ <p>siendo "a" y "b" constantes reales a ser determinadas.</p>
U ₂₄₋₂	<p>Según las condiciones del problema, si P = 80, entonces Q = 10; esto se traduce en que:</p> $10 = a + b (80).$
U ₂₄₋₃ ►	<p>De manera análoga, Q = 20, cuando P = 60, por lo que:</p> $20 = a + b(60).$ <p>Resolviendo el sistema de ecuaciones:</p> $10 = a + 80b$ $20 = a + 60b$ <p>se tiene que: a= 50 , b= - 0,5. La ecuación de la demanda es entonces:</p> $Q = 50 - 0,5P.$ <p>b) La curva de la demanda correspondiente, es el segmento de recta que mostrar en la siguiente figura:</p>

Unidades	Descripción del Texto
U ₂₅	 <p data-bbox="1157 421 1316 705">Una función decreciente en un intervalo $[a, b]$, alcanza su valor mínimo en b, y su valor máximo en a; estos valores son, respectivamente</p>
U ₂₅₋₁	
U ₂₆	<p data-bbox="467 846 1361 1041">c) Como la cantidad demandada, Q, es en este caso una función continua y decreciente del precio P, su valor máximo lo alcanza cuando P toma su valor mínimo, esto es, cuando $P = 55,75$; por lo tanto el valor máximo de Q es:</p> $Q = 50 - 0,5(55,75) = 22,13. \blacksquare$
U ₂₆₋₁	<p data-bbox="467 1120 651 1153">Problema 1.2</p>
U ₂₆₋₂	<p data-bbox="467 1176 1361 1321">Una compañía ha analizado sus ventas y ha encontrado que sus clientes compran 10 artículos más de sus productos por cada Bs. 2,50 de reducción en el precio unitario. Cuando el precio es de Bs.</p>
U ₂₇	<p data-bbox="467 1344 997 1377">12,75, la compañía vende 500 unidades:</p> <p data-bbox="467 1400 973 1433">a) ¿Cuál es la ecuación de la demanda?</p> <p data-bbox="467 1456 901 1489">b) Dibuja la curva de la demanda.</p> <p data-bbox="467 1512 1361 1657">c) De experiencias anteriores se sabe que el precio de venta del artículo puede tomar cualquier valor en el intervalo $[7,25; 18,50]$, ¿cuáles serán las demandas máximas y mínimas si se mantiene la variación de precios dada anteriormente?</p>
U ₂₇₋₁	<p data-bbox="467 1724 1361 1814">▲ a) Asumiendo que la relación entre la cantidad demandada Q y el precio unitario P es lineal, podemos escribir: $Q = a + b P$</p>

Unidades	Descripción del Texto
U ₂₈	<p>Esta relación estará perfectamente definida cuando determinemos los valores de las constantes "a" y "b" que en ella aparecen. En efecto, sabemos que $Q = 500$ cuando $P = 12,75$; por lo tanto, sustituyendo estos valores en la ecuación anterior, tendremos:</p> $500 = a + 12,75b.$ <p>Nos hace falta encontrar otra ecuación para poder determinar unívocamente los valores de "a" y "b". Como la demanda a cualquier nivel de precios, se incrementa en 10 unidades, cuando se reduce el precio en dos y media unidades, podemos establecer que</p>
U ₂₈₋₁	<p>si desde el punto (Q, P) reducimos el precio en Bs. 2,50, esto es, nos situamos en el nivel $P - 2,50$, la cantidad demandada correspondiente será $Q + 10$; es decir</p>
U ₂₈₋₂	$Q + 10 = a + b (P - 2,50).$
U ₂₈₋₃	<p>Como $Q = a + b P$, la ecuación anterior se reduce a:</p> $10 = -2,50b$ <p>de donde</p> $b = -4.$ <p>y por lo tanto:</p> $a = 500 - 12,75 b = 500 - 12,75 (-4) = 551.$
U ₂₈₋₄ ►	<p>Finalmente se tiene que:</p> $Q = 551 - 4 P.$ <p>b) Para $P = 7,25$ el valor de Q correspondiente es:</p> $Q = 551 - 4(7,25) = 522.$ <p>Análogamente para $P = 18,5$, $Q = 477$.</p> <p>La representación gráfica de la ecuación anterior, se muestra en la siguiente figura.</p>

Unidades	Descripción del Texto
<p>U₂₉</p> <p>U₂₉₋₁</p>	<div data-bbox="523 349 1201 734"> </div> <p>c) la demanda mínima ocurre cuando $P = 18,5$; esto es $Q_{\min.} = 477$ mientras que la demanda máxima se obtiene cuando $P = 7,25$; es decir $Q_{\max.} = 522$. ■</p>

A continuación sigue el análisis de las Entidades Matemáticas, correspondientes al Módulo IV de Matemática I a la Unidad de Aprendizaje N° 1, Experiencia de Aprendizaje 1.2 Ecuación de la Demanda

Cuadro 22.**Entidades Matemáticas de la *Ecuación de la Demanda* del Módulo IV Matemática I (176)**

Praxis
Situaciones
<ul style="list-style-type: none"> - Expresión Ejemplos (U_6, U_{15}). - Expresión Ejercicios (U_{18}) - Ejemplos de ecuaciones de demanda (U_{6-1}). - Ejemplos de las curvas de demanda asociadas a las ecuaciones anteriores (U_7). - Reconocer escalas distintas sobre los ejes coordenados (U_8). - La curva de demanda asociada a las restricciones de no negatividad de Q y P (U_{14}) - Ejemplos intra-matemáticos (U_{15-1}) - Ejemplos de comparación de bienes (U_{18-3}) - Problemas contextualizados (U_{23}, U_{27-1}) - Expresión Problema (U_{27})
Acciones
<ul style="list-style-type: none"> -Descontextualización de los problemas y ejemplos .(U_{19}, U_{24}, U_{28}) -Dibujar la curva de demanda .($U_{14-2}, U_{25}, U_{29-1}$) -Calcular la variación de la demanda respecto al precio ($U_{17}, U_{23-1}, U_{27-2}$) -Determinar entre dos bienes la una mayor, menor o igual demanda para un precio dado ($U_{19-1}, U_{20}, U_{21}, U_{22}$) -Encontrar la ecuación de la demanda (U_{23-1}, U_{28}) -Realizar operaciones matemáticas sustituyendo valores para encontrar los valores de P ó Q ($U_{19-1}, U_{19-2}, U_{20-1}, U_{20-2}, U_{22-3}, U_{26-2}, U_{28-5}$) -Determinar los valores de las constantes “a” y “b” ($U_{24-2}, U_{28-1}, U_{28-3}, U_{28-4}$) -Resolver sistemas de ecuaciones (U_{24-3})
Lenguaje
Términos y expresiones
<p>Cantidad demandada U_{2-9}, precio unitario del bien U_{2-3}, Mercado de competencia U_{2-1}, precio de sustitutos U_{2-4}, el ingreso se los consumidores U_{2-5}, Cantidad comprada de un bien U_{2-2}, número de consumidores U_{2-6}, ecuación de la demanda</p>

<p>U₂₋₁₂, Curva de demanda U₄, constantes U₂₋₈, Función decreciente U₉₋₁ Ecuación lineal U₁₂₋₁, Segmento de recta U₁₄₋₁, relación U₂₋₉.</p> <p>$f(Q, P) = 0$ U₃₋₂; $Q + 3P - 40 = 0$ U₆₋₂, $aQ + bP + c = 0$ U₁₃;</p> <p>$Q = a + bP$. U₂₈₋₁, U₂₄₋₁ Bien B₂: $Q + 12P - 14 = 0$ U₁₈₋₃; $P + Q^2 = 32 - 4Q$ U₆₋₄;</p> <p>$Q + 2P - 12 = 0$ U₁₅₋₂, Bien B₁: $5Q + 3P - 90 = 0$. U₁₈₋₂; $P=1$, $Q>0$ U₆₋₃;</p> <p>$ax + by + c = 0$ U₇₋₃, $y=c/x$ U₇₋₄, $y = ax^2 + bx + c$, $a<0$ U₇₋₆</p>	
Notaciones	
<p>B un bien cualquiera U₃₋₁, Período de tiempo T U₃₋₂,</p> <p>P U₂₋₁₁, Q U₂₋₁₀, $Q \geq 0$ $P \geq 0$ U₅₋₃</p>	
Gráfico	
<p>-Representación gráfica de ecuaciones de demanda(U₇₋₁ ,U₇₋₂ ,U₇₋₅, U₁₆₋₁,U₂₁₋₂ , U₂₉₋₂ ;U₂₅₋₁)</p>	
Teoría	
Conceptos	
Previos	 Emergentes
Función Afín U ₀₋₁	Ecuación de la Demanda (U ₂₋₁₂ ;U ₃)
Función decreciente U ₁₁	Curva de la Demanda. (U ₄)
Propiedades	
<p>- La función afín nos ayudará a elaborar modelos sencillos.(U₀₋₇ , U₀₋₈)</p> <p>- Grado en que afectan los factores a la cantidad del bien que los consumidores buscarán en el mercado. (U₂₋₇)</p> <p>- Factores que considera la ecuación de la demanda de influencia sobre la cantidad demandada (U₅₋₁) - Ceteris panbus,(U₅₋₄)</p> <p>- Condiciones de no negatividad de las variables de la ecuación demanda (U₅₋₃)</p> <p>- Propiedades de las curvas de demanda asociadas a ecuaciones de la forma:</p> <p style="padding-left: 40px;">$ax + by + c = 0$; $y=c/x$ $x>0$ $c>0$; $y = ax^2 + bx + c$, $a<0$ (U₇₋₇;U₇₋₈ , U₇₋₉)</p> <p>- Propiedades de la función $f(Q, P) = 0$. (U₉,U₁₄₋₃)</p> <p>- Propiedad de los puntos de una curva de demanda (U₅₋₅,U₅₋₆, U₂₃₋₅)</p>	

Argumentos
<ul style="list-style-type: none"> - Justificación de la aplicación de la función afín(U_{0-1}) - Propiedad de la gráfica de una ecuación lineal para valores no negativos.(U_{14}) - Propiedades de las funciones (U_{26-1}) - Relaciones de proporcionalidad de dos magnitudes (U_{28-3}) - Condiciones de no negatividad de las variables de una ecuación (U_{5-2}) - Justificación de U_{6-4} (U_{6-1}) - Justificación de U_9 (U_{10}) - Justificación de U_{23-3} (U_{26}) - Justificación de U_{27-2} (U_{30}) - Argumentos para dibujar la curva de demanda (U_{16}, U_{21-1}, U_{24-3}, U_{25}, U_{29-1}). - Deductivos a partir de la definición de la ecuación demanda (U_{24}, U_{28-2}, U_{28-4}) - Deductivos a partir de la curva de la demanda (U_{21-3}, U_{17}) - Argumentación del bien más económico (U_{21-4}, U_{22-1}, U_{22-2}, U_{22-4})

En esta sección se analiza la distribución temporal de los distintos elementos del contenido matemático pretendido “Ecuación de la demanda”

Cuadro 23.

Trayectoria Epistémica del proceso de estudio de la Ecuación Demanda

Unidad de Análisis	Unidad Epist.	Conf. Epist.	Descripción	Estado
0	1		Presentación de la Función Afín aplicada a la economía	Lingüístico
0.1	2		Definición de la Función Afín	Conceptual
1	3		Término : Ecuación de la Demanda	Lingüístico
2	4		Justificación de la relación entre el precio y la cantidad demanda	Argumentativa
2.12	5		Asignación de una propiedad a la ecuación de la demanda	Proposicional
3 3.1, 3.2	6		Definición de Ecuación de la Demanda	Conceptual
3.3	7		Expresión matemática de la Ecuación de la demanda	Lingüístico
4	8		Definición de Curva de la Demanda	Conceptual
5	9		Término: Observaciones	Lingüístico
5.1, 5.2 5.3, 5.4 5.5, 5.6	10		Propiedades de la ecuación de la demanda y de la Curva de la demanda	Proposicional
6	11	C.E.1	Expresión: Ejemplos 1.2.1	Situacional
6.1, 6.2 6.3, 6.4	12		Planteamiento del ejemplo 1 en: a),b), y c)	Situacional
6.5, 6.6	13		Validación de los ejemplos son ecuaciones de demanda	Argumentativa
7	14	C.E.2	Planteamiento ejemplo 2	Situacional
7.1, 7.2	15		Representación gráfica de las ecuaciones de la demanda del ejemplo 1: a), b)	Actuativo
7.3 7.4 14.4	16		Validación de las gráficas cuyas ecuaciones son de la forma $ax+by+c=0$, con $a \neq 0$ $b \neq 0$ y $y=c/x$ con $c>0$, $x>0$	Argumentativa
7.5	17		Representación gráfica de las ecuaciones de la demanda del ejemplo 1: c)	Actuativo
7.6	18		Validación de las gráficas cuyas ecuaciones son de la forma: $y=ax^2+bx+c$, $a<0$	Argumentativa
8	19		Situación de los gráficos a escala presentados en el Módulo IV.	Situacional
9	20		Asignación de una propiedad a la ecuación de la demanda	Proposicional
9-1	21		Término: Función decreciente	Lingüístico

10	22		Justificación de U ₉	Argumentativa
11	23		Definición de Función decreciente	Conceptual
12	24		Analizar donde la ecuación de la demanda es una ecuación lineal de Q y P	Situacional
12.1	25		Término : Ecuación lineal	Conceptual
13	26		Expresión : $aQ + bP + c = 0$	Lingüístico
14	27		Curva de la demanda dadas las condiciones de no negatividad de Q y P	Situacional
14.1	28		Término: semirrecta	Lingüístico
14.2	29		Trazar una semirrecta o segmento de recta en el 1 cuadrante.	Actuativo
14.3	30		Asignación de una propiedad a Q como función decreciente de P.	Proposicional
15 15.1,15.2	31	C.E.3	Planteamiento del Ejemplo 1.2.2 , el cual consta de dos partes a) y b)	Situacional
16	32		Justificación de la parte a)	Argumentativo
16.1	33		Resolución del Segmento de recta representativo de la ecuación dada, parte a)	Actuativo
17	34		Resolución analítica (parte b) a partir de la figura anterior (parte a)	Actuativo
17-1	35		Propiedad de la ecuación lineal	Proposicional
18,18.1, 18.2,18.3	36	C.E.4	Planteamiento del Ejercicio 1.2 Dadas 2 ecuaciones de demanda de dos bienes: Bien1 y Bien2 realizar un estudio comparativo de la demanda consta de 4 partes a), b),c) y d)	Situacional
19	37		Justificación de la técnica para resolver parte a)	Argumentativo
19.1 19.2 19.3	38		Resolución parte a) cálculo del valor de la demanda de cada uno de los bienes y selección de la demanda mayor	Actuativo
20	39		Justificación de la técnica aplicada para resolver la parte b)	Argumentativo
20.1 20.2	40		Resolución de la ecuación que resulte de igualar las cantidades demandas para hallar el precio	Actuativo
21 21.1	41		Justificación de la figura 21.2 parte c)	Argumentativo
21.2	42		Representación gráfica de las	Lingüístico

			ecuaciones de demanda.	
21.3	43		Resolución analítica a partir de la figura 21.2	Actuativo
22	44		Justificación de la técnica aplicada para resolver la parte d)	Argumentativo
22.1	45		Método de resolución gráfica del apartado d)	Actuativo
22.2 22.3	46		Sustitución de Q, por el valor dado, despeje de P de cada ecuación	Actuativo
23, 23.1	47	C.E.5	Planteamiento de un problema contextualizado de aplicación de la función afín a la economía (ejercicio 2)	Situacional
24	48		Condiciones de linealidad	Proposicional
24.1	49		Justificación de la técnica a aplicar en a)	Argumentativo
24.2, 24.3	50		Determinación de la ecuación de la demanda	Actuativo
25	51		Justificación de la curva de demanda parte b)	Argumentativo
25.1	52		Trazar la curva de demanda	Actuativo
26	53		Argumento para encontrar el valor máximo	Argumentativo
26.1	54		Teorema del valor extremo	Proposicional
26.2	55		Cálculo del valor máximo	Actuativo
27	56	C.E.6	Expresión: Problema 1.2	Situacional
27.1	57		Planteamiento de un problema contextualizado de aplicación de la función afín a la economía	Situacional
28 28.2	58		Justificación de la técnica a aplicar para encontrar la ecuación de la demanda	Argumentativo
28-1, 28-3	59		Cálculo de los valores de “a” y “b” para sustituirlos en la ecuación general $Q=a +b P$	Actuativo
29	60		Cálculo del valor de Q para los valores del precio P parte c)	Actuativo
29.1	61		Representación gráfica de la ecuación de demanda	Lingüístico
30	62		Cálculo de la demanda máxima y mínima parte c)	Actuativo

Análisis sugiere la complejidad de cualquier noción matemática, el término “Ecuación de la demanda” designa a un sistema de prácticas (descriptivas

operativas, discursivas) que progresivamente se va enriqueciendo a medida que progresa el proceso de estudio de un campo de problemas, en este caso, obtener una ecuación de la demanda, dibujar la curva de demanda, variación de la demanda a un precio dado, demanda máxima, demanda mínima y cual es el comportamiento de la demanda para dos bienes.

A continuación sobre la base de los cuadros anteriores se analiza el significado institucional pretendido e implementado, en el cual se identifican los conflictos semióticos, pero no se incluye el significado institucional de referencia, además de mostrar la complejidad que encierra la noción de ecuación de la demanda.

Análisis Semiótico: Significado Institucional Pretendido

Ecuación de la Demanda

Se transcriben del Módulo IV las diferentes unidades y subunidades en que ha sido clasificado, las cuales se identifican con U_0, U_1, \dots, U_{30} y U_{2-1}, \dots, U_{29-1} respectivamente.

1. **(U₀)** El título **PRESENTACIÓN** introduce en la faceta institucional ya que se pone en juego objetos institucionales que son utilizados como referencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Los autores del módulo IV de Matemática I establecen con esta breve presentación, la importancia de la función afín en la elaboración de modelos económicos.

2. **(U₀₋₁)** Con ésta unidad que aparece al margen se pretende hacer referencia a objetos matemáticos ya aprendidos en el Módulo II de Funciones y Representaciones Gráficas, aquí se evidencian significados de tipo: lingüísticos: escrito y simbólico cuando se refiere a $f: R \rightarrow R$ se describe la función real y $f(x) = m \cdot x + b$ como función afín y conceptuales como “función” y “función afín”. El contenido de esta Unidad va a estar presente en el texto de todas las secciones restantes y su significado está relacionado con los textos precedentes.

3. **(U₁)** Se refiere al título de la sección 1.2 Ecuación de la Demanda y sirve para ejemplificar la faceta elemental-sistémica de los objetos matemáticos. Este Término “Ecuación de la Demanda” no se refiere a la definición como tal sino al objeto matemático que el estudiante va a relacionar con una definición, propiedades, gráficos, lenguajes, situaciones, argumentos derivados de los planteamientos presentados; es decir a todo el sistema de prácticas operativas y discursivas (praxeología) que van a ser presentadas en el resto de la sección.

4. **(U₂)** Deberá ser interpretada globalmente, se emplea como argumento para con ello ir construyendo el concepto de “Ecuación de la Demanda”; estando así relacionada con otras unidades quedando subdividida en otras subunidades de estudio, como Mercado de competencia U_{2-1} , Cantidad comprada de un bien U_{2-2} , precio unitario del bien U_{2-3} , precio de sustitutos U_{2-4} , el ingreso de los consumidores U_{2-5} , número de consumidores U_{2-6} , y al final de este párrafo se coloca la expresión “etc “, lo cual indica que la oración está incompleta,

asumiendo con esto que el estudiante sabe lo que significa cada una de estas subunidades y de otros factores de los cuales dependen estas subunidades, situación que puede confundirlo puesto que el aprendiz puede tener o no , un significado derivado de los textos referenciales ó de cursos estudiados, dependiendo así de esto la construcción del término Ecuación de la Demanda, que seguidamente el estudiante tendrá que alternar con las condiciones que debe cumplir esta cantidad comprada y los factores que están especificadas en el siguiente párrafo.

En estas líneas los autores indican cada una de las siguientes condiciones: Cada uno de estos factores, en mayor o menor grado, afectan la cantidad del bien que los consumidores buscarán en el mercado: (U₂₋₇) Dentro del significado preposicional (intensivos) en que se puede insertar la expresión U₂₋₇ se encuentran significados conceptuales como "cantidad del bien" "bien", "Consumidores" y "Mercado" y U₂₋₈...*si suponemos que todos los factores, a excepción del precio, permanecen constantes (*)*, durante un período de tiempo dado, esta cantidad es sólo función del precio, y en consecuencia, podemos encontrar una relación entre la cantidad demandada, *Q*, y el precio unitario del bien, *P*.

Los autores asumen que los aprendices saben los significados conceptuales de estos términos: "cantidad del bien", "bien" (U₃₋₁), "Consumidores", "Mercado", "precio unitario del bien, *P*" (U₂₋₁₁), periodo de referencia"(U₃₋₂), "función", "cantidad demandada" (U₂₋₁₀) y que interpretan claramente el significado del grado en que afectan los factores a la cantidad del bien, esta cantidad es sólo función del precio, relación entre la cantidad demanda *Q* y el precio *P*. Estas presunciones pueden ser objeto de conflicto semiótico para los estudiantes porque depende de los que ellos entiendan por Mercado de competencia, cantidad demanda *Q*, precio unitario del bien *P*, Relación, función y de lo que para ellos signifique estos conceptos y otros estudiados anteriormente en los módulos II y III pero no por eso debe asumirse que al menos tienen dominio de los mismos. Asimismo, la frase *todos los factores, a excepción del precio, permanecen constantes (*)* tiene un llamado de atención con el asterisco para advertir que al pie de la página hay una nota que justifica la decisión de no considerar el resto de los factores basado en la propiedad *ceteris paribus* (U₅₋₄). En

U₂₋₁₂ el autor comienza a construir la definición de ecuación de la demanda apoyándose en los argumentos anteriores (U₂₋₈).

5. En (U₃) define formalmente el término Ecuación de la Demanda y que lo que hasta ahora se ha presentado es parte del proceso con que se construye o interpreta este término, para lo cual emplea el siguiente párrafo *Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Demanda del bien B, en período T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad demanda de dicho bien, Q, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la demanda del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(Q, P) = 0$.*

En esta definición introduce por primera vez U₃₋₃ notación funcional con las magnitudes de la cantidad demanda y el precio ($f(Q, P) = 0$), lo que pretenden los autores del módulo con esta notación es que estudiante relacione el término Ecuación de la Demanda con U₃₋₃, es decir, que cada vez que se indican las letras con la cual se señala la ecuación de la demanda la interpreten o enlacen con el criterio común que relaciona a Q con P.

Lo anteriormente expuesto se puede expresar en la forma $f(Q, P) = 0$, aquí se atribuye un nuevo significado a la forma de expresar una ecuación con dos variables y otra notación que tiene el mismo significado, aspecto que también genera una confusión en el estudiante puesto que el debe internalizar que $f(Q, P) = 0$ y ecuación de la demanda son el mismo objeto matemático y puede que tenga o no un significado de ecuación, de función y de la notación de cada uno de dichos términos vistos en cursos anteriores, mas aún es frecuente que los libros textos de Matemática a nivel medio y de los primeros cursos universitarios empleen la notación $y = f(x)$ para función y la igualdad entre expresiones algebraicas para una ecuación, asimismo en los módulos anteriores no se emplea esta notación funcional para escribir una ecuación, en consecuencia este vacío de significación es motivo de un conflicto semiótico.

6. (U₄) el contexto institucional afirma que *A la representación gráfica de la ecuación de la demanda la llamamos Curva de la demanda*, y en negrillas “curva de la demanda” con ello pretende que no sea ignorado el término allí expuesto es como un llamado de atención. Además, esta unidad involucra significados conceptuales antes utilizados en esta ocasión “Representación

Gráfica”, ”Ecuación de la demanda”, “Curva” e involucra significado lingüísticos, se considera un ejemplo de la faceta ostensiva-no ostensiva.

7. (U₅) el texto con la frase “**OBSERVACIONES**” en negrillas y en mayúscula pretende no sea ignorado el contenido allí expuesto es como un llamado de atención, las unidades posteriores denotaran realmente su importancia. U₅ conformado por los literales 1,2 y 3 se trata de un lenguaje natural y matemático que se le atribuye al objeto ecuación de la demanda y curva de la demanda. En el primer literal U₅₋₁ se justifica la influencia sólo del precio unitario sobre la cantidad demanda en la ecuación de la demanda, así como su valía para un tiempo dado y la consecuencia si se cambia éste período y se modifican cualquiera de los factores no considerados en la formulación.

Los autores del módulo pretenden que al indicar el significado de los argumentos de U₂ y U₃ el aprendiz pueda hacer una mejor interpretación de la **Definición 1.1**. En el segundo literal U₅₋₃ se le describe al término Ecuación de la demanda como un objeto matemático que tiene ciertas propiedades matemáticas, de ahí las condiciones de no negatividad de las variables Q y P las que se justifica con el comentario al margen de la página U₅₋₂.

En U₅₋₅ constituido por el literal 3 los autores del módulo, para evitar una disparidad con los tratados de Economía asumen usar el mismo formato en los ejes coordenados para representar la curva de demanda, pudiendo producir confusiones en la dependencia de las variables. En U₅₋₆ se describen la forma de las coordenadas de los puntos a usar en esta sección.

8. (U₆) que es el Ejemplo 1.2.1 del módulo inducen en la actividad matemática conformado por dos ejemplos cuyos literales son 1 y 2. En el literal 1, en U₆₋₁ se dan las ecuaciones las cuales se afirman que son de demanda y se identifican con los literales a (U₆₋₂), b (U₆₋₃) y c (U₆₋₄). Estas ecuaciones se resuelven igualando a cero cada una de ellas (U₆₋₅), y argumentan aplicando la definición de Ecuación de la demanda (U₆₋₆), con esto los autores pretenden que el estudiante relacione una ecuación demanda con la expresión $f(Q, P) = 0$ (U₃₋₂). En el literal 2 (U₇) se modelizan las ecuaciones anteriores (U₇₋₁), (U₇₋₂), (U₇₋₅) y se emplean argumentos para representar gráficamente algunos tipo de ecuaciones

(U₇₋₃), (U₇₋₄), (U₇₋₆), con esto se pretende que el estudiante le de un significado al concepto de curva de demanda.

9 En (U₈) se destaca la escala considerada en las curvas de demanda anteriores y las que se presentan en el resto del módulo.

10 En (U₉) el texto con la frase “**En general, salvo casos muy singulares, la ecuación de la demanda representa a Q como una función decreciente de P**” con negrillas pretende que este contenido no sea ignorado, es para destacar la importancia de esta generalización a un caso particular de la curva de la demanda y deja en forma velada la posibilidad de otra representación de la ecuación de demanda, presunciones que pueden ser objetos de conflictos, en esta frase se encuentran significados conceptuales como “Función decreciente “(U₉₋₁) y (U₁₁) y en las líneas siguientes, U₁₀, se argumenta las razones para tal situación.

11 En U₁₂ se le atribuye un nuevo significado a la Ecuación de la Demanda en cuanto a que es una ecuación lineal de Q y P y por analogía con la expresión matemática de una ecuación lineal se adopta la forma $aQ+bP+c=0$ (U₁₃) atribuyendo otra notación que se presume tenga el mismo significado, aspecto que también puede generar en el aprendiz confusión puesto que debe internalizar que $f(Q, P)=0$ y que $aQ+bP+c=0$ son los mismos objetos matemáticos .

12. En las especificaciones de U₁₄ se caracteriza a la gráfica de la ecuación de la demanda lineal, y se induce a la actividad matemática (U₁₄₋₂), además se asume que los estudiantes saben los significados conceptuales de los términos: semirrecta o segmento de recta (U₁₄₋₁) y que interpretan claramente el significado de que *Q es una función decreciente de P entonces será un segmento de recta en el primer cuadrante*. esto puede ser motivo de confusión puesto que depende del conocimiento que el estudiante tenga de las características de la función decreciente y si han internalizado este concepto matemático en cursos anteriores.

Para completar estas definiciones los autores presentan ejemplos, ejercicios y problemas los cuales se analizarán con detalle con la caracterización de las configuraciones epistémicas, prácticas y procesos.

Análisis Semiótico Significado Institucional Pretendido e Implementado

Ecuación de la Demanda

Análisis de las Configuraciones Epistémicas, Prácticas y Procesos matemáticos y didácticos

Según Godino, Contreras y Font (2006) *Cada Configuración Epistémica, globalmente considerada, desempeña una función específica en el proceso de instrucción*, en el caso del significado institucional del contenido Ecuación de la demanda, la breve configuración CE1, tiene un carácter argumentativo se trata de validar que una ecuación de la Demanda se expresa de la forma $f(Q, P)=0$. La configuración CE2, se visualizan que las ecuaciones anteriores tiene un carácter lingüístico y actuativo.

Sin embargo, las configuraciones epistémicas CE3 y CE4 tienen un carácter actuativo y conceptual ,ya que se pretende que los estudiantes ejerciten y dominen las técnicas de trazar la gráfica de la curva de la demanda y por otra parte interpreten el concepto de la ecuación de la demanda como lineal, así como el de demanda máxima y mínima; además del carácter esencialmente actuativo que tiene las CE5 y CE6, se pretende modelizar las nociones de la Ecuación de la demanda y curva de la demanda en situaciones realistas.

A continuación se analiza lo que ocurre en el interior de cada una de las 6 configuraciones epistémicas identificadas en este sistema de prácticas, así como los procesos implícitos en dichas prácticas.

Configuración Epistémica 1

En esta breve configuración predomina el carácter argumentativo (U_{6-5}) ostensivo-intensivos U_{6-4} para validar las ecuaciones de la demanda dadas en el ejemplo U_{6-1} , U_{6-2} , U_{6-3}

Practica Matemática

Se puede observar que en el Ejemplo 1.2.1 del módulo, se inducen a la actividad matemática conformado por dos ejemplos cuyos literales son 1 y 2. En el literal 1, en U_{6-1} se dan las ecuaciones las cuales se afirman que son de demanda y se identifican con los literales a, b y c. Estas ecuaciones se resuelven igualando a cero cada una de ellas, mediante la ayuda colocada a la izquierda del modulo (U_{6-5}), y argumentan aplicando la definición de Ecuación de la demanda (U_{6-6}), con esto los autores pretenden que el estudiante relacione una ecuación demanda con la expresión $f(Q, P) = 0$ (U_{3-2}).

En el literal 2 (U_7) modeliza las ecuaciones anteriores (U_{7-1}), (U_{7-2}), (U_{7-5}) y se emplean argumentos para representar gráficamente algunos tipo de ecuaciones (U_{7-3}), (U_{7-4}), (U_{7-6}), con esto se pretende que el estudiante le dé un significado al concepto de curva de demanda

En la Configuración Epistémica 1 se contempla un lenguaje que es parte ostensiva de una serie de *conceptos* (por ejemplo, la ecuación , ecuación demanda), *proposiciones* (por ejemplo, las mismas pueden expresarse en la forma $f(Q, P) = 0$) y *procedimientos* (por ejemplo la ecuación $P + Q^2 = 32 + 4Q$ se puede expresar de la forma $P + Q^2 - 32 + 4Q = 0$) que se utilizarán en la producción de los *argumentos* (por ejemplo aspectos visuales a partir de la grafica) para decidir si las acciones simples que componen la práctica, entendida como una acción compuesta, son satisfactorias.

Procesos

En primer lugar hay un *proceso de comunicación y significación* proporcionado por la definición de ecuación y ecuación demanda, $f(Q, P) = 0$. Hay un proceso de representación simbólica, grafica que sirven de justificación realizando un *proceso de argumentación* (deductiva) y *materialización* ya que se considera $P + Q^2 = 32 + 4Q$ como una ecuación demanda.

Configuración Epistémica 2

En esta configuración que corresponde al ejemplo 2, se plantea el objeto matemático curva de la demanda, en este intensivo, la técnica a aplicar requiere conocer la representación gráfica de las ecuaciones anteriores El tipo de actividad requerida aquí es el recuerdo de las representaciones gráficas de una ecuación de

la forma $ax + by + c = 0$; $y = c/x$; $c > 0$, $x > 0$ y de la forma $y = ax^2 + bx + c$; $a < 0$ que se suponen previamente aceptadas y conocidas por el estudiante, así como el argumento U₅₋₅. El paso del lenguaje algebraico al gráfico elude al lenguaje numérico, lo cual conduce a un conflicto semiótico de no saber el tipo de valores que se han de dar.

Practica

En la Configuración Epistémica 2 se comienza por presentar las graficas de las ecuaciones del ejemplo anterior. En esta actividad se observa un lenguaje: simbólico (Q, P, $y = c/x$, $c > 0$, $x > 0$,) y verbal (*La representación gráfica de una ecuación de la forma $y = c/x$, $c > 0$, $x > 0$, es una rama de una hipérbola en el primer cuadrante*), el cual es la parte ostensiva de los conceptos, argumentos y no ostensiva de los propiedades y procedimientos.

Proceso

Hay un *proceso de composición* a partir de los conceptos/ definición previa de: ecuación de la demanda y grafica de una ecuación lineal, cuadrática y racional. En los elementos lingüístico se identifican *proceso de representación –significación y argumentación*, además del *proceso de enunciación y comunicación* cuando en la propiedad señala que la representación gráfica de una ecuación de la forma: $y = ax^2 + b x + c$, $a < 0$ es una parábola de eje vertical abierta hacia abajo.

Configuración Epistémica 3

En esta configuración se propone: dos partes a) dibujar la curva de la demanda y b) la variación de la cantidad demanda al disminuir el precio P (U₁₅₋₂), de la ecuación de la demanda $Q + 2P - 12 = 0$, durante un periodo T (U₁₅₋₁).

En el apartado a) se presenta un no ostensivo cuando se afirma que la curva de la demanda es un segmento de recta, con ello se presume que el estudiante sabe e interpreta claramente el contenido anterior (U₁₂, U₁₄, U₁₄₋₁, U₁₄₋₂ U₁₄₋₃), el cual debe evocarse para llegar a tal afirmación, se emplea un lenguaje analítico el cual sustituye a la tabla de valores para ubicar los puntos de intersección con los ejes coordenados de la ecuación de demanda la acción seguida es la presentación del ostensivo curva de la demanda U₁₆₋₁. En el apartado

b) el tipo de actividad requerida aquí es la interpretación del gráfico anterior , se emplea un lenguaje gráfico luego analítico.

Practica

La *Configuración Epistémica 3* tiene dos apartados a) y b) En el apartado a) comienza por definir la curva de demanda y la propiedad de una recta. A partir de la definición y la propiedad dibuja la ecuación de la demanda, previa deducción de los puntos de intercepción con los ejes horizontal y vertical y se dibuja un segmento de recta. Este grafico sirve de justificación al apartado b) para argumentar la respuesta de la variación de la demanda al disminuir el valor del precio En esta actividad se observa un lenguaje: grafico (dibujo de la curva de demanda), simbólico (Q, P) y verbal (La siguiente figura muestra el segmento de recta representativo de la ecuación de la demanda dada), el cual es la parte ostensiva de los conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos

Procesos

En la *Configuración Epistémica 3* inicia con un *proceso de comunicación y significación* debido a que debe entender el significado de curva de demanda, para dibujar la curva de demanda emplea un *proceso de enunciación* de una propiedad para generar los puntos de cortes con los ejes. Usa el plano para dibujar el segmento de recta representativo de la ecuación demanda (*procesos de materialización y algoritmización*), A partir de la grafica justifica su respuesta en el apartado b) realizando un *proceso de argumentación*

Configuración Epistémica 4

Esta configuración tiene un carácter esencialmente actuativo, con entidades Lingüísticas (expresión) y proposicionales. En el planteamiento del ejercicio 1,2 se presentan dos ecuaciones de la oferta para dos bienes A y B y se determina cual de los bienes se debe escoger para un precio dado, mediante la sustitución del valor del precio que están dispuesto a pagar los consumidores, en cada una de las ecuación de la demanda para evaluar las cantidades demandada por cada productor y luego seleccionar aquel cuya oferta sea mayor. Las acciones son las siguientes del lenguaje analítico al lenguaje numérico, para asegurar la interpretación, el recuerdo y el dominio del concepto ecuación de la demanda,

ecuación de la demanda de tipo lineal, cantidades demandadas y precio y se apoyan en el conocimiento de las Unidades U_{12} , U_{13} U_{14} . Además se analiza, a partir de la gráfica, en qué situación hay más existencia de un bien, emplean un lenguaje gráfico y analítico para realizar el mismo, eluden la tabla de valores para construir la curva y se apoyan en U_{12} , U_{13} y en el argumento U_2 .

Practica

Esta configuración es una *situación problema (extra matemática)* y tiene un carácter esencialmente actuativo por lo tanto realiza un texto de la producción de sus respuesta a los apartados a), b), c) y d). Describe en forma simplificada la situación e inicia su trabajo matemático en cada apartado; empleando un *lenguaje* ostensivo y no ostensivo, en sus registros escritos numéricos y gráficos, además emplea técnicas de cálculo, resolución de una ecuación, sustitución y representación grafica de una recta como *procedimientos* y enunciados de conceptos y proposiciones (*propiedades*), los mismos se presentan como ayudas didácticas al borde del modulo, para interpretar los resultados en la realidad (*argumentos*).

Procesos

Inicia el *proceso* con una *comunicación* del enunciado, mediante el registro escrito, en el cual interpreta las interrogantes planteadas en la situación problema, seguido de un proceso de *significación* (concepto Demanda, precio, relación Demanda–precio), *algoritmización* (técnica de cálculo), enunciación (*propiedades*) *materialización* (representación grafica de las ecuaciones de demanda) y *análisis*.

Configuración Epistémica 5

El planteamiento de la configuración siguiente es un problema de Modelización mediante las nociones de ecuación de la demanda y curva de la demanda en una situación realista, consta de tres literales a), b) y c). El enunciado del problema pone en juego objetos conceptuales “cantidad demanda” “Precio” “lineal” ”costos de producción” “Ecuación de la demanda” “demanda mínima” así como una función semiótica entre la expresión de la enunciado del problema y el

contenido ecuación de la oferta, otra función semiótica se encuentra entre expresión de la ecuación de oferta lineal y el contenido dibujo de la curva de oferta.

La realización de la tarea del literal a) requiere, en primer lugar, una acción de modelización, lo que implica establecer una correspondencia entre dos sistema de prácticas: el objeto...*cuando el precio es de bs 80 la cantidad demanda es de 10 unidades, mientras que se demandan 20 unidades cuando el precio decrece Bs. 60* y el objeto ecuación de la demanda, como una ecuación de la demanda lineal. Para la modelización de la situación se sustituyen en la forma general de la ecuación de la demanda lineal $Q = a + b P$; los valores de Q y P dados en el problema y se obtiene un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas “a” y “b” al resolver el sistema y los cálculos aritméticos se obtienen los valores de “a” y “b” para la ecuación de la demanda buscada.

En este contenido de tipo extensivo, se evidencian significados ostensivos y actuativo. La segunda función Semiótica se establece entre la expresión $Q = 50 - 0,5P$ U₂₅ cuyo contenido es el ostensivo gráfico de la curva de la demanda U₂₅₋₁ literal b), el criterio es *La representación gráfica de la ecuación de la demanda es la semirrecta (U₁₄₋₁)*, con este argumento eluden la tabla de valores y por lo que se está presuponiendo que el estudiante realiza este paso intuitivamente de modo natural cuando es posible que el estudiante interprete erróneamente este paso.

En el literal c) Se propone hallar el valor de la demanda máxima para el precio mínimo de bs55, 75 de la función de demanda U₂₅, la técnica a aplicar requiere recordar el argumento U₂₆. El tipo de actividad requerida es el recuerdo, y la interpretación, de operar en la función demanda para determinar el valor máximo de Q, el estudiante debe entender el significado de cada uno de los elementos lingüísticos del texto y sobre todo debe comprender e interpretar el texto globalmente.

Practica

Esta configuración es una *situación problema (extra matemática)* y tiene un carácter esencialmente actuativo por lo tanto realiza un texto de la producción de sus respuesta a los apartados a), b), c) y d). Describe en forma simplificada la situación e inicia su trabajo matemático en cada apartado; empleando un *lenguaje*

simbólico, gráfico y verbal, de carácter ostensivo y no ostensivo, en sus diversos registros, construye el modelo de la ecuación demanda, empleando como *procedimientos* técnicas de cálculo, resolución de un sistema de ecuaciones, sustitución y lo materializa en una representación gráfica, por otro lado, los enunciados de conceptos y proposiciones (*propiedades*), se presentan como ayudas didácticas al borde del módulo, para interpretar los resultados en la realidad (*argumentos*).

Procesos

Inicia el *proceso* con una *comunicación* del enunciado, mediante el registro escrito, en el cual interpreta las interrogantes planteadas en la situación problema, seguido de un proceso de *significación* (concepto Demanda, precio, relación Demanda–precio), *modelización* y *algoritmización* (técnica de cálculo), enunciación (*propiedades*) *materialización* (representación gráfica de la ecuación de demanda) y *análisis*.

Configuración Epistémica 6

Esta configuración es el planteamiento de un ejemplo de un tipo de problema de modelización mediante las nociones de ecuación de la demanda en una situación relacionadas con el campo de la administración y contaduría. El enunciado del problema pone en juego algunos objetos conceptuales (venta, ecuación de la demanda, curva de la demanda, precio unitario, demandas máximas y demanda mínima), se proponen 3 partes a), b) y c). La realización de la tarea requiere recordar los intensivos U_9 , U_{11} y U_{12} , resolución de un sistema de ecuaciones por reducción, el argumento U_{28-4}

En el *apartado a)* se destacan elementos activo, las acciones que el estudiante debe realizar para hallar la ecuación de la demanda, este apartado es similar al anterior, con una variante en el enunciado originado por un incremento en la variables por lo tanto se propone con la finalidad de asegurar el dominio del concepto de ecuación de demanda de tipo lineal, además contiene significados argumentativos y lingüísticos.

En el apartado b) los autores consideran los valores de los extremos del intervalo del precio dado en c), para presentar el ostensivo curva de la demanda de la ecuación anterior, aquí se considera que el estudiante sabe, conoce e interpreta los valores del precio considerados, eluden la justificación de U_{29} . En el apartado c) se realiza un registro analítico a partir de la gráfica anterior se evidencia significados notacionales (ostensivos).

Practica

Esta configuración es una *situación problema (extra matemática)* y tiene un carácter esencialmente actuativo por lo tanto realiza un texto de la producción de sus respuesta a los apartados a), b), c) y d). Describe en forma simplificada la situación e inicia su trabajo matemático en cada apartado; empleando un *lenguaje* simbólico, grafico y verbal, de carácter ostensivo y no ostensivo, en sus diversos registros, construye el modelo de la ecuación demanda, empleando como *procedimientos* técnicas de cálculo, resolución de un sistema de ecuaciones, sustitución y lo materializa en una representación grafica, por otro lado, los enunciados de conceptos y proposiciones (*propiedades*), se presentan como ayudas didácticas al borde del modulo, para interpretar los resultados en la realidad (*argumentos*).

Procesos

Inicia el *proceso* con una *comunicación* del enunciado, mediante el registro escrito, en el cual interpreta las interrogantes planteadas en la situación problema, seguido de un proceso de *significación* (concepto Demanda, precio, relación Demanda–precio), *modelización* y *algoritmización* (técnica de cálculo), enunciación (*propiedades*) *materialización* (representación grafica de las ecuación de demanda) y *análisis*.

El análisis de las configuraciones epistémicas sobre el objeto “Ecuación de la Demanda” ha permitido mostrar como el “medio maestro” trata los distintos objetos y elementos que componen el significado sistémico y va introduciendo nuevos objetos a medida que progresa el tiempo de aprendizaje. Finalmente la secuencia de estas configuraciones constituye el sistema de prácticas matemáticas

que fijan el significado institucional implementado para el objeto “Ecuación de la Demanda”.

Análisis de las Configuraciones didácticas Empíricas implementadas en el contenido pretendido Ecuación de la Demanda

El análisis de los configuraciones didácticas efectivamente implementadas en el proceso instruccional *Aplicaciones de la función* $y = a x + b$; del contenido **1.2 ECUACION DE LA DEMANDA**, empleando el...” *método basado en la función afín* “(p.23) (U₀₋₂), esta carga del “medio maestro” o Modulo IV de Matemática I (176) en el cual se proponen los contenidos curriculares a enseñar sobre un objeto, atendiendo a significados previos de los estudiantes, el tiempo y los medios disponibles, además de los libros de textos como referente para explicar el contenido matemático. Matos (2009), destaca que la secuencia de contenidos debe presentarse de manera precisa, lógica, completa y sustentada en argumentos teóricos, con una forma discursiva interactiva, adaptable y reflexiva.

Por tanto, el Modulo tiene la responsabilidad de la génesis del saber, para ello presenta el significado del objeto matemático (definiciones, enunciados, demostraciones), asumiendo el protagonismo del recuerdo e interpretación de las reglas y de la aplicación de las técnicas de la actividad matemática, el cual debe propiciar en los estudiantes, el *aprender a aprender*, a fin de generar aprendizajes desprovistos de la simple memorización.

El alumno en las unidades de aprendizaje del Modulo, desempeña roles de: recepción de información, ejercitación, debe haber explorado personalmente la solución de las situaciones problemas para luego hacer la autoevaluación

Por lo tanto, la comparación global de las configuraciones didácticas empíricas implementadas en el proceso instruccional del contenido *Ecuación Demanda*, con las configuraciones teóricas de referencia nos lleva a situarla próxima al tipo A (magistral) y con predominio del tipo C (Personal).

A continuación sigue el análisis de las Entidades Matemáticas, correspondientes al Texto I, Capítulo 2, Secciones 2.2: La Demanda, y del Texto II, la Sección 4.5: Oferta, Demanda y significado histórico desde los autores

señalados en el Capítulo III, para la valoración del carácter más o menos completo del significado pretendido, el cual requiere disponer de un patrón de comparación que se denomina significado (institucional) de referencia de la definición de: Ecuación de la Demanda, para esta investigación los libros textos referidos por el módulo IV y el significado histórico son el patrón de comparación.

Los contenidos propuestos en los libros textos y en la evolución histórica de La Función Demanda y Ecuación de la Demanda se pueden considerar como la presentación organizada y estructurada, en un determinado período de tiempo de lenguaje, situaciones, conceptos, propiedades, argumentos y acciones.

De acuerdo con el Enfoque Ontosemiótico, a esta organización de objetos que se pueden observar en cada contenido, se denomina “Entidades Matemáticas”. En esta investigación se analizan las entidades matemáticas de los textos citados en los párrafos precedentes.

Cuadro 21.

Comparación del Significado de Referencial y el Significado local del contenido matemático referido a Función Demanda y Ecuación de la Demanda

Entidades	Significado local	Significados presentes en el Referencial y ausentes en el local		
		Texto I	Texto II	Significado Histórico
Lingüístico	Términos Utilizados Demanda, Bien cualquiera Periodo de referencia, Cantidad demandada, Precio unitario de un bien. Relación, Relación lineal, Relación Matemática, Ecuación lineal. Mercado de competencia. Cantidad comprada, Cantidad comprada, Representación Gráfica Curva de demanda, Condiciones de no negatividad, Abscisas para la cantidad Q, Ordenadas para el precio P. Ecuación demanda, Función Decreciente, Segmento de recta Demanda máxima, Demanda mínima.	Mercado, demandar, Tabla de demanda, Demanda del Mercado, Ley de Demanda, comprar Consumidores, efecto sustitución, efecto renta, Función Demanda Desplazamiento de la Demanda, Incremento de la Demanda disminución de la demanda, bien normal, bien inferior, Bienes complementarios Bienes sustitutivos Bienes independientes $Q_A = D(P_A, Y, P_B, G, N)$	Curva de demanda lineal Mercado competitivo	Demanda efectiva, Demanda potencial, Demanda Anual o ventas, Variaciones de la Demanda, Variaciones del precio, renta, Demandantes, comprador, ley de decrecimiento de la utilidad marginal, elasticidad de la demanda, convexa; Valores intercambiables; $D=f(p); X= L(p);$

	<p>Expresiones $f(Q, P) = 0$; $Q > 0$; $P > 0$ $ax + by + c = 0$; $y = c/x$, $y = ax^2 + bx + c$ $aQ + bP + c = 0$, $Q = a + bP$, $\Delta Q = b \Delta P$</p> <p>Notaciones Cantidad demandada Q. Precio unitario del bien P. Período de referencia T. Eje de las abscisas Q. Eje de la ordenada P. Bien B₁. Bien B₂.</p> <p>Gráficos Curva de demanda lineal. Gráficos referidas a ecuaciones de demanda de la forma: $aQ + bP + c = 0$ Gráficas referidas a ecuaciones de demanda de la forma $P + Q^2 = 32 - 4Q$; $P = 4 / Q$, $Q > 0$ Gráficas de ecuaciones de demanda de dos bienes.</p>	<p>Q_A: Cantidades demandadas. P_A: Precio de ese bien, Y: Renta. P_B: Precios de otros bienes. G: Gustos de consumidores. N: Tamaño del Mercado.</p> <p>Gráficos de curvas de demanda en el mercado de dos consumidores y de un producto demandado a partir de la tabla de demanda.</p>	<p>$P = mx + b$ $y - y_1 = m(x - x_1)$</p> <p>P precio por unidad x Cantidad demanda</p>	<p>$D = f(1/x)$; $x_i = D(p, m)$ $F'(p) = \frac{dD}{dp} < 0$ $X = L(p, p, \dots, p_i, \dots, p, y, g, o)$</p> <p>$p = (p_1, \dots, p_n)$ = precio $x =$ p = precio; p = precio anual medio; y = renta; p, \dots, p_i. p = precio de otros bienes g = gustos; o = otros.</p> <p>Diagrama de las tijeras de Marshall.</p>
--	---	---	--	---

Situacional	<p>Problemas mas o menos abiertos</p> <p>Ecuaciones de demanda ejemplificadas en ecuaciones de la forma $f(Q, P)=0$.</p> <p>Ejemplos de Curvas de demanda asociadas a ecuaciones de demanda de la forma $f(Q, P) = 0$.</p> <p>Aplicaciones Extra-matemáticas</p> <p>Aplicaciones intra-matemáticas</p> <p>Problemas con un contexto algebraico.</p> <p>Ejercicios</p> <p>Variación de la demanda de un producto.</p> <p>Comparación de la demanda de dos bienes.</p>	<p>Tabla de demanda que ejemplifica la demanda en el mercado de un producto y muestran las curvas de demanda respectivas.</p> <p>Ejemplos de incrementar la demanda en líneas telefónicas.</p>	<p>Problemas contextualizados en los que se dan artículos a vender y precio.</p> <p>Problemas propuestos.</p>	<p>Problemas extra-matemáticos para representar las curvas de demanda.</p> <p>Problemas de Maximización de la función utilidad.</p> <p>Problemas para estudiar el comportamiento de la función demanda.</p> <p>Numéricos Diagramas.</p>
	<p>Operaciones</p> <p>Calcular los valores de Q, P, a y b</p>	Operaciones de adición.	Cálculo de la	

Actuativo	<p>Operaciones aritméticas.</p> <p>Algoritmo Método de resolución de Sistema de Ecuaciones. Teorema del Valor Extremo.</p> <p>Procedimiento Igualación de Ecuaciones. Despeje de una variable. Sustitución de los valores de Q, P, a y b Determinar la variación de la demanda. Demanda máxima y demanda mínima.</p> <p>Técnicas Trazado de la curva de demanda. Obtener la ecuación de demanda.</p>		pendiente. Cálculo de la ecuación punto- pendiente.	<p>Derivadas de una función y las derivadas parciales para las funciones de varias variables.</p> <p>Derivar la función demanda y utilidad estudiar su signo.</p>
Conceptual	<p>Previo Función. Función Afín. Función decreciente.</p> <p>Emergente Definición de Ecuación de demanda.</p>	<p>Mercado. Precio. Mercado competitivo.</p> <p>Cantidad demandada. Demandar, Comprar. Demanda del mercado.</p>		<p>Utilidad Marginal. Valor. Función Producción.</p> <p>Demanda Efectiva. Demanda Potencial.</p>

	Definición de Curva de demanda.	Tabla de demanda. Ley de demanda. Efecto sustitución. Efecto renta, Curva de demanda. Función demanda. Desplazamiento de la curva de demanda. Bien normal, Bien inferior, Bienes complementarios. Bienes sustitutivos. Bienes independientes.		Gusto. Riqueza.
Propiedades	Enunciados -Ceterius paribus. -Teorema del valor extremo. -Condiciones de no negatividad de las variables de una ecuación $ax+by+c=0$ es una semirrecta o un segmento de recta. -Cuando dos variables están relacionadas por medio de una ecuación lineal, decimos que entre ellas existe una relación lineal. Proposiciones -La ecuación de la demanda de un bien sólo considera la influencia del	Ley de la demanda Efecto sustitución. Efecto renta.	Característica de la pendiente de una recta.	Criterio de la primera derivada y segunda derivada de una función de una variable.

	<p>precio unitario sobre la cantidad demandada y no toma en cuenta el resto de los factores que podrían influir en dicha cantidad.</p> <p>-La ecuación de la demanda es válida sólo en el período de tiempo considerado y que la misma puede variar al cambiar el período de referencia o al modificarse cualquiera de los factores no considerados en su formulación.</p> <p>-Dadas las restricciones de no negatividad de Q y P, la curva de la demanda asociada, será una semirrecta o un segmento de recta, en el primer Cuadrante.</p> <p>-Si Q es una función decreciente de P entonces será un segmento de recta en el primer cuadrante.</p> <p>-La ecuación de la demanda representa a Q como una función decreciente de P, debido a la tendencia en la población a consumir menor cantidad del bien a medida que el precio de éste aumenta.</p>			
--	--	--	--	--

	-Un punto (Q_0, P_0) pertenece a la curva de la demanda $Q=a+b P$, si y sólo si (Q_0,P_0) satisface la ecuación $Q=a+b P$; es decir si $Q_0 =a +b P_0$			
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> -Relaciones de proporcionalidad de dos magnitudes. -Condiciones de no negatividad de las variables de una ecuación de demanda -Argumentos para dibujar la curva de demanda en el 1^{er} Cuadrante -Deductivos a partir de la curva de demanda y de la definición de ecuación de demanda. -Argumentación del bien más económico. -Argumentación analítica de la cantidad demandada por un bien, en términos del precio 	Deductivos a partir de la tabla de la demanda y la curva de demanda	Argumentación de la ecuación punto - pendiente.	Argumentos del cálculo diferencial, integral y del algebra matricial

En el cuadro anterior, se efectúa un análisis comparativo de los libros Textos I, II además del significado histórico con el Módulo IV de Matemática I(176).

A continuación, se presenta el análisis desarrollado para confrontar los elementos del significado institucional (local) del contenido matemático pretendido con el significado de referencia correspondiente.

Significado Local del Contenido Matemático Pretendido

Significado Local de la Demanda

Lenguaje:

- $f(Q,P)=0$ “Ecuación de la Demanda”.
- Cantidad demandada Q , Precio unitario del bien P .
- Ecuación que nos relaciona a la cantidad demandada con el precio.
- Curva de demanda. $aQ+bP+c=0$; $Q=a+bP$

Representaciones no usadas:

- Relación de la cantidad demandada con el precio y otras variables.
- Función demanda, ley de la demanda, $Q_A = D(P_A, Y, P_B, N, G)$.
- Tabla de datos de demanda, $P=m \times b$

$$D=f(p); \quad X= L(p);$$

$$D=f(1/x); \quad x_i = D(p, m)$$

$$X= L(p, p, \dots p_i \dots p, y, g, O)$$

Situaciones:

- Ejemplos de Ecuaciones de demanda. Ejemplos de tres tipos de curvas de demandas.
- Ejemplos de ejercicios tipos: Dibujar la curva de demanda, encontrar la mayor demanda, comparar dos ecuaciones de demandas.
- Problemas contextualizados.

Situaciones no estudiadas. El hecho que la curva de demanda sea decreciente y su relación con el efecto renta y el efecto sustitución. Dada la ecuación de demanda de la forma $P=mx+b$, encontrar un valor del precio y dada una tabla de demanda, encontrar la curva de demanda, problemas abstractos, sin solución

Acciones /Técnicas:

- Obtener la ecuación de la Demanda.
- Dibujar la curva de demanda.
- Ejemplos de las siguientes técnicas: “Cómo varía la cantidad demandada al disminuir el valor de P”.
- Si el precio unitario es un valor, ¿Cuáles de los dos bienes tendrá mayor demanda?

Técnicas no estudiadas. Cómo encontrar la ecuación de la demanda dada una tabla de precios y cantidades demandadas. Estudiar el decrecimiento de la función demanda aplicando el criterio de la primera derivada.

Conceptos:

- Ecuación de la demanda.
- Ecuación de la demanda de tipo lineal.
- Curva de Demanda.

Conceptos no estudiados. Cantidad Demanda, Demanda, Efecto Renta, Efecto sustitución, Precio, Función Demanda, Ley de la Demanda, Mercado, Mercado competitivo, Demanda del mercado, Demanda individual, Bien normal, Bien inferior, Bienes complementarios, Bienes sustitutivos, Bienes independientes

Propiedades estudiadas:

- Si Q es una función decreciente de P entonces será un segmento de recta en el primer cuadrante.
- Los factores que afectan a la demanda.

- Condiciones de la pendiente de una recta.
- Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales.
- Decrecimiento económico, ceteris paribus, representación gráfica de una ecuación de la forma $ax+by+c=0$, Teorema del valor extremo.

Propiedades no estudiadas. Ley de la demanda, relación de la curva de demanda con los efectos renta y sustitución, Propiedades de continuidad de las funciones, criterios de la primera y segunda derivada derivadas

Argumentos. Deductivos a partir de la definición y de las propiedades de decrecimiento de las funciones, razonamientos a partir de los gráficos.

Válidas evitadas:

- La ecuación de la demanda representa a Q como una función creciente de P.
- Equivalencia entre función afín y ecuación demanda.
- Estudio de una función aplicando los criterios de la derivada.

A continuación se presentan los componentes y descriptores de la idoneidad Epistémica como herramienta para el análisis y valoración de los significados institucionales Ecuación de la demanda respecto al significado de referencia Texto I, Texto II y significado de referencia que son los que se utilizan en esta investigación

Cuadro 22.

**Idoneidad Epistémica de los significados Institucionales del contenido
Matemático Función Demanda y Ecuación Demanda**

Componentes:	Descriptor:
Situaciones- problemas	-Los ejemplos, ejercicios y problemas se centran la ecuación de la demanda, tipos y especialmente en tipo lineal, en dibujar el segmento de recta de la ecuación de la demanda y la variación del precio o de la cantidad demanda o de ambas -No hay problematización de situaciones
Lenguaje	-Se emplea un lenguaje gráfico para la curva de la demanda, verbal y simbólico solo para el caso de la expresión algebraica de la ecuación de la demanda y ecuación de la demanda lineal. Se observan traducciones del lenguaje gráfico al verbal y del algebraico al gráfico y conversiones entre los mismos, sólo se elude la conversión de tabla de valores a la gráfica y análisis del comportamiento de una situación. -El lenguaje matemático y económico, se relaciona en una red compleja de enunciados, términos, expresiones y procedimientos. -Las propuestas de situaciones de expresión e interpretación se encuentran dentro de los ejercicios, ejemplos y problemas.
Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	- La definición de la ecuación de la demanda no se presentan en forma clara, hay una variedad de disparidades con el significado de referencia. -Los procedimientos que se emplean para la emergencia de este concepto presentan una complejidad. Se eluden varios enunciados y procedimientos del significado.
Argumentos	-Las explicaciones y comprobaciones son claras, secuenciales, no hay demostraciones y bien argumentadas. - Se promueven apenas un momentos de validación.
Relaciones (conexiones, significados)	- Los objetos matemáticos puestos en juego guardan relación con las diversas configuraciones, en alguna de ellas se eluden pasos de un lenguaje a otro. -No hay conexión con la evolución histórica de este tema, textos de referencia obligatoria, en cuanto a situaciones problemas, notaciones y definiciones

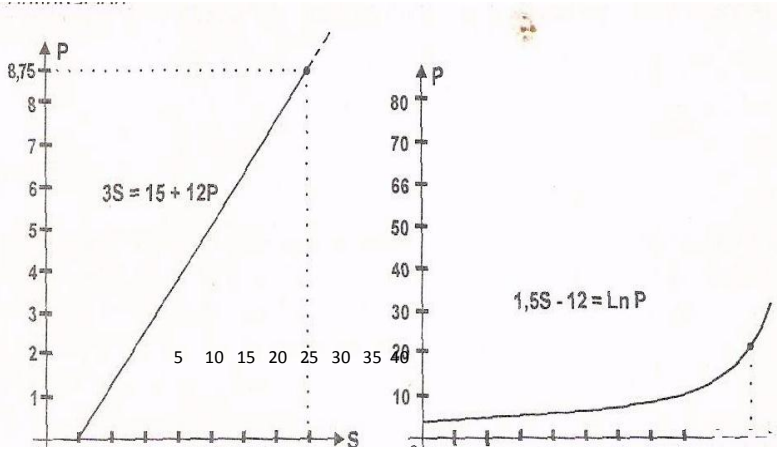
De acuerdo a la tabla anterior y la observación del proceso de estudio descrito permite caracterizar el sistema de prácticas operativas y discursivas efectivamente implementadas, relativas al objeto matemático “Ecuación de la Demanda”. La comparación de estas prácticas con el significado de referencia de dicho objeto permite identificar diversos desajustes y formular hipótesis sobre la idoneidad del proceso de estudio, en cuanto a su faceta epistémica. Las situaciones problemas que se presentan son representativas para el contenido desarrollado en esta sección del módulo, sin embargo, con el significado de referencia no guardan armonía.

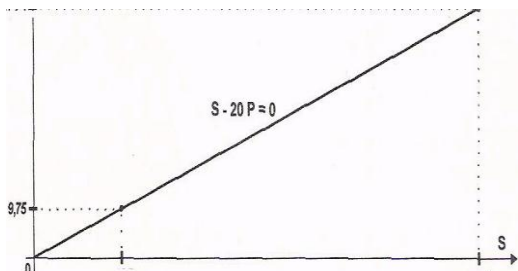
Las configuraciones epistémicas de este sistema de prácticas son del tipo conjuntista, analítica y gráfica. Se puede considerar de los resultados reflejados en la tabla anterior, y de la ausencia de generación de problemas que este contenido pretendido Ecuación de la demanda está asociada a una idoneidad baja.

Cuadro 23

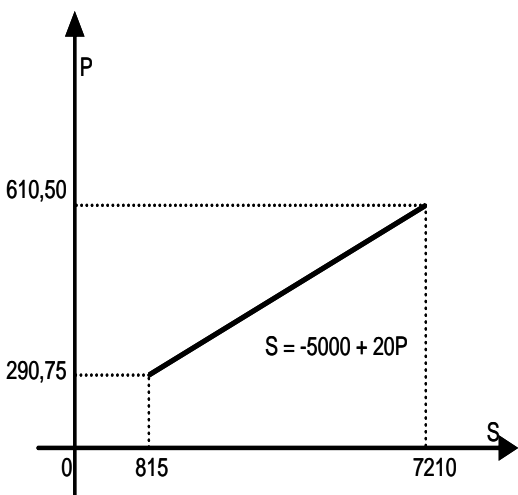
Unidades Primarias de la Sección 1.3 Ecuación de la Oferta del Modulo IV de Matemática I

Unidades	Descripción del Texto
U ₃₁ U ₃₂ U ₃₃ , U ₃₃₋₁ U ₃₄ U ₃₄₋₁ U ₃₄₋₂ U ₃₄₋₃ U ₃₄₋₄ U ₃₄₋₅ U ₃₅ U ₃₅₋₁ U ₃₆ U ₃₆₋₁ U ₃₆₋₂ U ₃₇ U ₃₇₋₁ ► U ₃₈ ► U ₃₉ U ₃₉₋₁ U ₃₉₋₂ U ₃₉₋₃	<p>1.3 ECUACIÓN DE LA OFERTA</p> <p>Así como la demanda se refiere a la cantidad de un bien que los consumidores están dispuestos a comprar en un determinado período de tiempo #, la Oferta trata de la cantidad del bien que los productores # colocan en el mercado para su venta. #</p> <p>Esta cantidad ofrecida # por los productores depende, al igual que la demanda, de varios factores: precio del bien #, costos de producción #, disposiciones legales #, avances tecnológicos #, etc.</p> <p>Suponiendo que todos los factores que influyen sobre la cantidad ofrecida S, a excepción del precio P, permanecen constantes en un determinado período, podemos derivar una relación entre S y P; a esta relación la llamamos Ecuación de la Oferta, la cual definimos formalmente a continuación:</p> <p>Definición 1.2 (Ecuación de la Oferta)</p> <p><i>Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Oferta del bien B, en el período T#, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad ofrecida de dicho bien, S#, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la oferta del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma:</i></p> $f(S, P) = 0. \quad \blacklozenge$ <p>A la representación gráfica de la ecuación de la oferta la llamamos Curva de la Oferta.</p> <p>Observaciones similares a las establecidas para el caso de la ecuación de la demanda son válidas para las ecuaciones de la oferta. Trata de redactar dichas observaciones para este caso.</p> <p>Ejemplos 1.3.1</p> <p>1. Las siguientes ecuaciones son ejemplos de ecuaciones de oferta:</p>

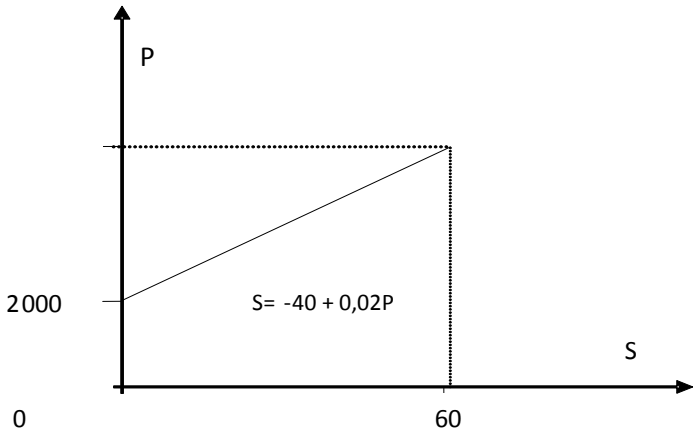
	<p>a) $3S = 15 + 12P$ b) $1,5S - 12 = \ln P$</p> <p>ya que las mismas pueden ser expresadas en la forma</p> <p>$f(S, P) = 0$</p> <p>. Las curvas de la oferta correspondientes a las ecuaciones anteriores se muestran a continuación:</p>
U ₄₀	No olvides que, en la
U ₄₀₋₁	
U ₄₀₋₂	<p>La ecuación de la oferta, en contraposición a la ecuación de la demanda, representa, en general, a P como una función creciente de S; esto se explica por el incentivo de los productores a generar más cantidades del bien a medida que el precio en el Mercado sea mayor.</p> <p>Cuando la relación entre la oferta S y el precio P es de tipo lineal, es decir, de la forma:</p> <p>$aS + bP + c = 0$</p> <p>siendo a, b, c números reales, con a y b no nulos simultáneamente, la curva de la oferta correspondiente es un segmento de recta o una semirrecta, debido a las restricciones de no negatividad sobre S y P.</p> <p>Ejemplo 1.3.2</p> <p>La ecuación de la oferta de un cierto bien, durante un período T es:</p> <p>$S - 20P = 0$, $9,75 < P < 50,25$</p>
	
U ₄₁	<p>Recuerda que f es una Función Creciente en el dominio D si y sólo si para todo</p>
U ₄₂	
U ₄₃	
U ₄₃₋₁	
U ₄₄	
U ₄₄₋₁	
U ₄₅	

U ₄₆	<p>siendo S la cantidad ofrecida en Kg. , y P el precio unitario en bolívares:</p> <p>a) Dibuja la curva de la oferta.</p> <p>b) Determina la oferta máxima y la oferta mínima.</p>
U ₄₆₋₁	<p>50,25</p> 
U ₄₇	<p>▲ a) La curva de la oferta correspondiente, es el segmento de recta mostrado en la siguiente figura. b) Como se observa en el gráfico, la oferta máxima, en el período considerado, es de 1005 Kg. y ocurre cuando el precio unitario es de Bs. 50,25; mientras que la oferta mínima es de 195 Kg. la cual ocurre cuando el precio unitario es de Bs. 9,75.</p>
	<p>Ejercicio 1.3</p> <p>Se tienen dos bienes A y B , con ecuaciones de oferta dadas por bien A, bien B :</p> <p>Bien A : $P = 5S - 20$</p> <p>Bien B : $15S - P = 120$.</p>
U ₄₇₋₁ ► U ₄₈	<p>Un consumidor acude al mercado con las intenciones de comprar uno cualquiera de dichos bienes:</p>
U ₄₈₋₁ U ₄₈₋₂	<p>a) si el consumidor está dispuesto a pagar Bs. 12 por cada unidad del bien comprado, ¿cuál de los dos bienes debería comprar?</p> <p>b) apoyándose en las curvas de la oferta de cada bien, analice en términos del precio, en qué situaciones hay más (menos) existencias de un bien en relación al otro.</p> <p>a) Para determinar el bien a comprar por el consumidor, que sólo está dispuesto a pagar Bs. 12 por cada unidad del bien comprado, deberán</p>

	<p>Es de advertir que el consumidor esta dispuesto a comprar la mayor cantidad</p> <p>evaluarse para este precio, las cantidades ofrecidas por cada productor de los bienes considerados y seleccionar aquél cuya oferta sea mayor.</p> <p>Una función Continua y Creciente en un intervalo $[a, b]$, alcanza su valor mínimo en a,</p>	
U ₄₉	<p>Para el bien A:</p> $12 = 5S - 20 \Rightarrow S = 6,4$	
U ₄₉₋₁ ►	<p>Para el bien B: $15S - 12 = 120 \Rightarrow S = 8,8$</p> <p>Por lo tanto, el consumidor deberá comprar el bien B.</p>	
U ₄₉₋₂	<p>b) En la siguiente figura, se muestran sobre el mismo sistema de ejes cartesianos, las curvas de la oferta para los bienes A y B. Del análisis de dichas curvas, podemos concluir que si el precio unitario del mercado es superior a Bs. 30, habrán más existencias del bien A que del bien B ; si el precio es inferior a Bs. 30 , ocurrirá todo lo contrario; si el precio es de Bs. 30, existirán las mismas cantidades, $S=10$, de cada bien.</p>	
U ₅₀	<p>El valor de $P=30$ es el que corresponde al punto de intersección de ambas curvas. Las co-ordenadas</p>	
U ₅₀₋₁		
U ₅₀₋₂ ►		
<p>Problemas 1.3</p> <p>1. Una compañía va a entregar mensualmente 5000 linternas de bolsillo a un precio de) Bs. 500 la unidad; si el precio unitario es de Bs. 350, ofrece sólo 2000 unidades. Suponiendo que la ecuación de la oferta es lineal:</p>		

U ₅₁	<p>a) Obtenga la ecuación de la oferta</p> <p>b) Dibuje la curva de la oferta</p> <p>c) Si el precio unitario de las linternas está restringido a tomar valores en el intervalo [290,75; 610,50], ¿cuáles serán los valores máximo y mínimo de la cantidad ofrecida por la compañía?</p>
U ₅₂	<p>a) De acuerdo con las condiciones del problema, la ecuación de la oferta es lineal. En consecuencia podemos suponer que la misma tiene la forma: $S = a + b P$</p> <p>Para $S = 5000$, se tiene que $P = 500$; es decir:</p> $5000 = a + 500 b.$ <p>Análogamente, si $P=350$, $S=2000$, lo que se traduce en</p> $2000 = a + 350 b.$ <p>Los valores de "a" y "b" se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones:</p> $5000 = a + 500b$ $2000 = a + 350b$
U ₅₂₋₁	<p>cuya solución es : $a = -5000$, $b = 20$.</p> <p>La ecuación de la oferta es por tanto:</p> $S = - 5000 + 20 P.$
U ₅₂₋₂	<p>c) La representación gráfica de la ecuación de la oferta es la semirrecta que se muestra en la siguiente figura.</p>
U ₅₃	 <p>c) Como $P \in [290,75; 610,50]$ y S es una función creciente y continua</p>

U ₅₃₋₁	<p>de P, se tiene que el valor mínimo de S ocurre cuando $P = 290,75$, y el valor máximo cuando $P=610,50$. Es decir:</p> <p>Valor mínimo de $S = - 5000 + 20(290,75) - 815$.</p> <p>Valor máximo de $S = - 5000 + 20(610,50) = 7210$.</p>
U ₅₄	<p>2. En un cierto mercado se sabe que cuando el precio de una lámpara es de Bs. 2000, no hay lámparas disponibles; sin embargo, por cada Bs. 1000 de aumento en el precio, se dispone de 20 lámparas más para el mercado:</p>
U ₅₅	<p>a) ¿Cuál es la ecuación de la oferta?</p> <p>b) Obtenga la representación gráfica de la curva de la oferta.</p> <p>c) De experiencias anteriores se sabe que el precio de venta del artículo, puede tomar cualquier valor en el intervalo $[2000, 5000]$ ¿cuáles serán la oferta máxima y mínima, si se mantiene la variación de precios dada anteriormente?</p>
U ₅₆	<p>a) Asumiendo que la relación entre la cantidad ofrecida S y el precio unitario P es lineal, podemos escribir:</p> $S = a + b P.$ <p>Para hallar las constantes "a" y "b", debemos formular un sistema de dos ecuaciones cuyas incógnitas sean dichas constantes. Estas ecuaciones se obtienen de las condiciones del problema, hallando dos puntos sobre la curva de la oferta que sirvan de base para la construcción de las mencionadas ecuaciones.</p>
U ₅₆₋₁	<p>Un punto (S_0, P_0) pertenece a la curva de la oferta $S=a+bP$, si y sólo si (S_0, P_0) satisface la ecuación $S=a+bP$, es decir $S_0=a+bP_0$</p>
U ₅₆₋₂	<p>Esto es debido a que por condiciones del problema, un aumento de Bs. 1000 en el precio, ocasiona un incremento de 20 unidades en la oferta.</p> <p>El primer punto que se obtiene a partir de las condiciones del problema es aquél de coordenadas $(S,P)=(0,2000)$, ya que cuando el precio unitario es de $P=2000$, no hay lámparas disponibles, $S=0$. Este punto nos permite escribir la ecuación:</p> $0 = a + 2000 b.$
U ₅₆₋₃ ►	
U ₅₇	<p>Si incrementamos el precio unitario de Bs. 2000 a Bs. 3000, el número de lámparas en el mercado se incrementará de 0 a 20 ; por lo que, otro punto sobre la curva es: $(S,P)=(20,3000)$, el cual permite escribir la ecuación:</p>
U ₅₇₋₁ ►	$20 = a + 3000 b.$ <p>Resolviendo el sistema de ecuaciones:</p> $0=a+2000b$

U ₅₇₋₂	$20=a+3000b$
	<p>se tiene que: $a = -40$, $b = 0,02$. Por lo tanto, la ecuación de la oferta es:</p>
U ₅₈	$S = -40 + 0,02 P.$
	<p>Otra manera de resolver este problema es usando un razonamiento similar al expuesto en el problema 1.2: "como la oferta a cualquier nivel de precios se incrementa en 20 unidades cuando el precio se incrementa en Bs. 1000, podemos escribir:</p>
U ₅₉	$\Delta S = b \Delta P \Rightarrow b = \Delta S / \Delta P$
	$b = 20/1000 = 0,02$
U ₅₉₋₁	<p>b) La representación gráfica de esta ecuación es</p>
U ₆₀	 <p>The graph shows a linear supply function on a coordinate plane. The vertical axis is labeled 'P' and the horizontal axis is labeled 'S'. The line starts at the point (0, 2000) on the P-axis and extends to the point (60, 5000) on the S-axis. A dashed line connects the point (60, 5000) to the S-axis at 60 and to the P-axis at 5000. The equation $S = -40 + 0,02P$ is written near the line. The origin is marked with '0'.</p>
U ₆₀₋₁	
U ₆₁	
U ₆₁₋₁	<p>c) Si $P=2000$, $S = 0$, y si $P = 5000$, $S = 60$, de manera que la oferta máxima es de 60 unidades y la mínima de 0 unidades. ¿Por qué?</p> <p>Porque S es una función creciente y continua de P en el intervalo $[2000,5000]$ y en consecuencia su valor mínimo lo alcanza cuando $P = 2000$, y su valor máximo cuando $P=5000$.</p>

A continuación se presenta el análisis de las Entidades Matemáticas, correspondientes al Módulo IV de Matemática I a la Unidad de Aprendizaje N° 1, Experiencia de Aprendizaje 1.3 Ecuación de la Oferta.

Cuadro 24

Análisis de las Entidades Matemáticas de la *Ecuación de la Oferta* del Módulo IV Matemática I (176)

Praxis
Situacional
<ul style="list-style-type: none"> -Ejemplos de Ecuaciones de la Oferta ($U_{39}, U_{39-1}, U_{39-2}$). -Planteamiento del Ejemplo2 (U_{40}). -Ejemplos para dibujar la curva de oferta y encontrar la Oferta Máxima y Mínima (U_{45}). -Ejercicios de comparación de la oferta para entre dos bienes ($U_{48}, U_{48-1}, U_{48-2}$). -Problemas de Modelización mediante las nociones de Ecuación de la Oferta, Curva de la Oferta y el argumento U_{57-2} en una situación realista (U_{51}, U_{55}, U_{59}). -Tarea de redacción de observaciones de la Ecuación de Oferta (U_{38})
Acciones
<ul style="list-style-type: none"> -Traducción del lenguaje literal al lenguaje Gráfico ($U_{40-1}, U_{40-2}, U_{46}, U_{46-1}, U_{53}, U_{53-1}$). - Traducción del lenguaje literal al lenguaje Gráfico ($U_{47}, U_{50}, U_{50-1}, U_{50-2}, U_{53-1}$). -Resolución de sistemas de Ecuaciones para hallar los valores de las constante a y b ($U_{52-1}, U_{56-2}, U_{57}, U_{58}, U_{53}, U_{53-1}$). - Dibujar la Curva de la Oferta (U_{60}, U_{60-1}). - Calcular los valores máximos y mínimos de la cantidad ofrecida (U_{61}, U_{54}). -Realizar operaciones matemáticas sustituyendo el valor del precio para evaluar las cantidades ofrecidas por cada productor (U_{49}).
Lenguaje
Términos y expresiones
<p>Ecuación de la oferta (U_{30}), cantidad ofrecida (U_{34-1}), los productores (U_{33-1}), precio del bien (U_{34-2}), costos de producción (U_{34-3}), disposiciones legales (U_{34-4}) avances tecnológicos (U_{34-5}). $f(S, P) = 0$ (U_{36-3});</p> <p>$3S = 15 + 12P(U_{39-1})$; $1,5S - 12 = \ln P(U_{39-2})$;</p> <p>$aS + bP + c = 0(U_{43-1})$.</p>
Notaciones
<p>B bien Cualquiera(U_{3-1}), P precio Unitario(U_{36-1}), T un período(U_{3-2}), cantidad ofrecida S (U_{36-2})</p>
Gráfico

-Representación Gráfica de las ecuaciones de Oferta (U ₄₀₋₁ , U ₄₀₋₂ ,U ₄₆₋₁ ,U ₅₀₋₁ ,U ₅₃₋₁ , U ₆₀₋₁).	
Teoría	
Conceptos	
Previos	Emergentes
Demanda(U ₃₂) Función creciente.(U ₄₂). Función Continua y Creciente (U ₄₇₋₁).	Oferta (U ₃₃). Ecuación Oferta (U ₃₅₋₁ , U ₃₆). Curva de la Oferta.(U ₃₇). Ecuación de la oferta lineal (U ₄₃).
Propiedades	
-Factores de dependencia de la cantidad ofrecida (U ₃₄). -Condiciones de no negatividad (U ₃₇₋₁). -Asignación de una propiedad a la ecuación de la oferta (U ₄₁). - Condiciones de la curva de oferta (U ₄₄). -Propiedades de las funciones Continuas y creciente en un intervalo [a,b] (U ₄₇₋₁).	
Argumentos	
- Justificación de la relación entre la oferta y la demanda (U ₃₅). - Justificación de ecuación de la Oferta por definición 1.2 (U ₃₉₋₃). - Justificación de U ₄₁ (U ₄₁₋₁). - Justificación de U ₄₁ (U ₄₁₋₁). - Justificación de U ₄₄ (U ₄₄₋₁). - Justificación de U ₄₉₋₂ (U ₄₉₋₁ , U ₄₉). - Justificación por la propiedad de la ecuación de la oferta de tipo lineal (U ₅₂). - Justificación de U ₅₂₋₁ (U ₅₂₋₂). - Justificación de U ₅₇ (U ₅₆ , U ₅₆₋₁ U ₅₆₋₂). - Justificación de U ₅₇₋₂ (U ₅₇₋₁). - Condiciones de los puntos sobre una recta (U ₅₆₋₃). - Justificación de U ₆₁ (U ₆₁₋₂).	

En esta sección se analiza la distribución temporal de los distintos elementos del contenido matemático pretendido “Ecuación de la Oferta “.

Análisis sugiere la complejidad de cualquier noción matemática, el término “Ecuación de la oferta” designa a un sistema de prácticas (descriptivas operativas, discursivas) que progresivamente se va enriqueciendo a medida que progresa el proceso de estudio de un campo de problemas, en este caso, obtener una ecuación de la oferta, dibujar la curva de oferta, variación de la oferta a un precio dado, oferta máxima, oferta mínima y cuál es el comportamiento de la oferta para dos bienes.

Cuadro 25.

Trayectoria Epistémica del proceso de estudio de la Ecuación de la Oferta

Unidad Primaria	Unidad Epistémica	Conf. Epist.	Descripción	Estado
31	0		Ecuación de la oferta como integrante de la praxología.	Lingüístico
32	1		Concepto de demanda.	Argumento
33	2		Concepto de oferta.	Conceptual
34, 34-1, 34-2, 34-3, 34-4, 34-5, 34-6	3		Factores de dependencia de la cantidad ofrecida.	Proposicional
35	4		Justificación de la relación entre la oferta y el precio.	Argumentativa
35-1	5		Concepto de la ecuación de la oferta.	Conceptual
36, 36-1, 36-2	6		Definición formal de la ecuación de la oferta.	Conceptual
36-3	7		Expresión matemática de la ecuación de la oferta.	Lingüístico
37	8		Definición de la curva de la oferta.	Conceptual
37-1	9		Condiciones de no negatividad de S y P.	Proposicional
38	10	CE1	Redactar observaciones sobre la ecuación de la oferta.	Situacional
39, 39-1, 39-2	11	CE2	Ejemplos de Ecuaciones de la oferta.	Situacional
39-3	12		Validación de los instrumentos.	Argumentativa
40	13	CE3	Planteamiento del ejemplo 2.	Situacional
40-1, 40-2	14		Traducción del lenguaje verbal al lenguaje gráfico.	Acciones
41	15		Asignación de una propiedad a la ecuación de la oferta.	Proposicional

41-1	16		Justificación de U_{41} .	Argumento
42	17		Definición de función creciente.	Conceptual
43, 43-1	18		Definición de la ecuación de la oferta de tipo lineal.	Conceptual
44	19		Definición curva de la oferta de tipo lineal.	Conceptual
44-1	20		Justificación de U_{44} .	Argumentativa
45	21	CE4	Ejemplo para dibujar la curva de oferta y encontrar la oferta máxima y mínima.	Situacional
46, 46-1	22		Traducción del lenguaje literal y el gráfico.	Acciones
47	23		Traducción del lenguaje gráfico al lenguaje literal.	Acciones
47-1	24		Propiedades de las funciones continua y creciente en un intervalo dado.	Proposicional
48, 48-1, 48-2	25	CE5	Ejercicios de comparación de dos bienes dada sus ecuaciones de oferta el cual consta de el literal (a) y (b).	Situacional
49, 49-1	26		Justificación de U_{49-2} .	Argumento
49-2	27		Sustitución en las Ecuaciones de la oferta de cada bien por el precio dado.	Acciones
50, 50-1, 50-2	28		Traducción del lenguaje gráfico al lenguaje literal.	Acciones
51	29	CE6	Problema de modelización mediante las nociones de ecuación de la oferta y curva de la oferta de situación realista.	Situacional
52	30		Propiedad de la ecuación de la oferta de tipo lineal parte (a).	Argumento
52-1	31		Resolución del sistema de ecuaciones.	Acciones
52-2	32		Justificación de U_{52-1} .	Argumento
53, 53-1	33		Parte (b) Traducción del	Acciones

			lenguaje literal al lenguaje gráfico.	
54	34		Cálculos de los valores máximos y mínimos de la cantidad ofrecida por la compañía parte (c).	Acciones
55	35	CE7	Problema 2 de modelización mediante la ecuación de la oferta y curva de oferta.	Situacional
56, 56-1	36		Validación de la Ecuación de la oferta de tipo lineal.	Argumento
56-2, 57, 58	37		Hallar las constantes a y b resolviendo el sistema de ecuaciones.	Acciones
56-3	38		Condiciones de los puntos sobre una curva.	Argumento
57-1	39		Justificación U_{57-2} .	Argumento
57-2	40		Hallar la ecuación de la oferta cuando el precio varía.	Acciones
59	41		Resolución por el argumento U_{57-2} .	Situacional
59-1	42		Determinar el valor de b.	Acciones
60, 60-1	43		Representación gráfica de la curva de la oferta.	Acciones
61	44		Cálculo de la oferta máxima y mínima.	Acciones
61-1	45		Justificación de U_{61} .	Argumento

A continuación sobre la base de las tablas anteriores se analiza el significado institucional pretendido, el cual tiene un carácter de análisis a priori, en el cual se identifican los conflictos semióticos, pero no se incluye el significado institucional de referencia, además de mostrar la complejidad que encierra la noción de ecuación de la oferta

Análisis Semiótico: Significado Institucional Pretendido

Ecuación de la Oferta

Se transcriben del Módulo IV las diferentes unidades y subunidades en que ha sido clasificado, las cuales se identifican con U_{31} , U_{32}, \dots, U_{61} y $U_{32-1}, \dots, U_{60-1}$ respectivamente.

1. (U_{31}) Se refiere al título de la sección 1.3 Ecuación de la Oferta y sirve para ejemplificar la faceta elemental-sistémica de los objetos matemáticos. Este término “Ecuación de la Oferta” no se refiere a la definición como tal sino al objeto matemático que el estudiante va a relacionar con una definición, propiedades, gráficos, lenguajes, situaciones, argumentos derivados de los planteamientos presentados; es decir a todo el sistema de prácticas operativas y discursivas (praxeología) que van a ser presentadas en el resto de la sección.
2. (U_{32}) Deberá ser interpretada como argumento para con ello ir construyendo el concepto de “Ecuación de la Oferta”; se observa que el significado conceptual de la Demanda se remiten al concepto antes trabajado y se asume que los estudiantes saben de este concepto, además este está relacionado con el resto de las unidades y sirve de comparación con la Oferta.
3. Para los autores del módulo (U_{33}) *..la cantidad del bien que los productores colocan en el mercado para su venta...* es la definición del concepto la Oferta, un nuevo concepto básico de economía de mercado que se caracteriza por la cantidad que se produce de cada bien y el precio al cual debe venderse, asumiendo que los estudiantes saben el significado conceptual del término “productores” (U_{33-1}), estando relacionada con el resto de las unidades.
4. (U_{34}) Deberá ser interpretada globalmente, dentro del significado preposicional (intensivos). Se encuentran significados conceptuales como: cantidad ofrecida (U_{34-1}), precio del bien (U_{34-2}), costos de producción (U_{34-3}), disposiciones legales (U_{34-4}), avances tecnológicos (U_{34-5}), y al final de este párrafo se coloca la expresión “etc”, lo cual indica que la oración está

incompleta, asumiendo con esto que el estudiante sabe lo que significa cada una de estas subunidades y de otros factores de los cuales depende esta subunidades, situación que puede confundirlo puesto que el aprendiz puede tener o no, un significado derivado de los textos referenciales ó de cursos estudiado, dependiendo así de esto para la construcción del término Ecuación de la Oferta, que seguidamente el estudiante tendrá que alternar con las condiciones que debe cumplir esta cantidad ofrecida y los factores que están especificadas en el siguiente párrafo.

5. (U₃₅) Igualmente debe ser interpretada globalmente, se emplea como argumento para justificar la relación entre S y P, con ello ir construyendo el concepto de “Ecuación de la oferta “como la relación entre la cantidad ofrecida y el precio, se evidencian significados lingüísticos en el término “Cantidad Ofrecida” y “Precio” y la notación “S” y “P”, los cuales son ejemplares del tipo “expresión de la cantidad ofrecida” y “Precio”. Asimismo, se asume que los aprendices saben los significados conceptuales de estos términos y que interpretan claramente el significado de la relación entre la cantidad ofrecida S (U₃₅₋₁) y el precio P (U₃₅₋₂) presunciones que pueden ser objeto de conflicto semiótico para los estudiantes porque depende de los que ellos entiendan por los otros objetos, cantidad ofrecida S, precio P, Relación. Aunque algunos de estos conceptos fueron estudiados anteriormente en los módulos I y II o en la sección 1.2 se asume que tienen dominio de los mismos. En (U₃₅₋₃) el autor comienza a construir la definición de ecuación de la Oferta apoyándose en los argumentos anteriores.
6. En (U₃₆) define formalmente el término Ecuación de la Oferta y que lo que hasta ahora se ha presentado es parte del proceso con que se construye o interpreta este término, para lo cual emplea el siguiente párrafo *Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Oferta del bien B, en periodo T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad Ofrecida de dicho bien, S, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la Oferta del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(S, P) = 0$. En esta definición introduce por primera*

vez U_{36-3} notación funcional con las magnitudes de la cantidad ofrecida y el precio ($f(S, P) = 0$).

Lo que pretenden los autores del módulo con esta notación es que estudiante relacione el término Ecuación de la oferta con U_{36-3} , es decir, que cada vez que se indican las letras con la cual se señala la ecuación de la oferta la interpreten o enlacen con el criterio común que relaciona a S con P , o sea, puede expresar en la forma $f(S, P) = 0$. Aquí se atribuye un nuevo significado a la forma de expresar una ecuación con dos variables y otra notación que tiene el mismo significado, aspecto que también genera una confusión en el estudiante puesto que el debe internalizar que $f(S, P) = 0$ y ecuación de la Oferta son el mismo objeto matemático y puede que tenga o no un significado de ecuación, de función y de la notación de cada uno de estos términos, estudiados en la Sección anterior 1.2, en cursos anteriores.

Más aún es frecuente que los libros textos de Matemática a nivel medio y de los primeros cursos universitarios empleen la notación $y=f(x)$ para función y la igualdad entre las variables para una ecuación, asimismo en los módulos anteriores no se emplea la notación funcional para escribir una ecuación, en consecuencia este vacío de significación es motivo de un conflicto semiótico.

7. En las líneas siguientes que es U_{37} , el contexto institucional afirma que. A *la representación gráfica de la ecuación de la oferta la llamamos Curva de la Oferta*, y en negrillas “curva de oferta” con ello pretende que no sea ignorado el concepto allí expuesto es como un llamado de atención. Además, esta unidad involucra significados conceptuales antes utilizados en esta ocasión “Representación Gráfica” ,”Ecuación de la Oferta”, “Curva” e involucra significado lingüísticos, y se considera un ejemplo de la faceta ostensiva-no ostensiva.
8. Al margen de la página en el comentario de U_{37-1} , los autores utilizan la expresión...*No olvides que en la realidad S y P son no negativas* Dando por entendido que el participante sabe que S y P son no negativas por analogía con la Ecuación de la demanda, situación que puede confundirlo puesto que el participante puede tener o no un significado derivado de la

sección 1.2 de U_{5-2} y U_{5-3} , o de otros cursos, lo cual sería motivo de conflicto semiótico.

9. U_{38} esta unidad es un extensivo que induce a la actividad matemática ya que debe traducir situaciones donde este debe redactar, argumentar, generalizar por lo tanto encierra un significado actuativo; la construcción de esta unidad depende del significado derivado de la sección 1.2 sobre Ecuación de la demanda para el estudiante, asumiendo que sabe e interpreta claramente el significado de cada una de las observaciones realizadas en la sección anterior (U_5, U_{5-2}, U_{5-3}) presunciones que pueden ser objeto de conflicto para los estudiantes puesto que depende de lo que ellos entiendan cognitivamente por Ecuación Oferta, carácter matemático de la Ecuación oferta, condiciones de no negatividad.
10. U_{39} un enunciado que induce a la actividad matemática (Situacional) que complementa lo estudiado en U_{36} , se evidencian significados lingüísticos (U_{39-1} U_{39-2}) y significados argumentativos (U_{39-3}), con esto los autores pretenden que el estudiante relacione una ecuación la oferta con la expresión U_{36-3} , estando sujeto a la interpretación que el estudiante le atribuya a U_{36} , U_{39-1} , U_{39-2} y U_{36-3} para su comprensión.
11. (U_{40}) la expresión extensional dada en ejemplo 2 tiene un contenido ostensivo con significado actuativo y lingüístico en el que se emplea representar gráficamente las ecuaciones anteriores (U_{39-1}), (U_{39-2}). Con esto se pretende que el estudiante le dé un significado al concepto de curva de oferta, además nos encontramos con una relación de dependencia de tipo representacional al identificar las ecuaciones anteriores con sus respectivas curvas de oferta, donde el paso se hace en forma implícita, al no haber ningún tipo de escala de valores. Es cierto que esto no es necesario para un lector experto, pero en el caso de los estudiantes, además de esa relación entre el lenguaje, extensivo-ostensivo que supone la figura concreta una que sería los valores posibles asociados a estas gráficas (intensivo-no ostensivo). Como consecuencia, es posible que el estudiante no elabore una tabla de valores para esta ecuación, con lo cual se

provocaría un conflicto semiótico por la ausencia de significados atribuidos a esta unidad.

12. En (U₄₁) se aprecia un intensivo tipo proposicional con contenido no ostensivo, en el texto con la frase **“La ecuación de la oferta, en contraposición a la ecuación de la demanda, representa, en general, a P como una función creciente de S”** con negrillas pretende que este contenido no sea ignorado, es para destacar la importancia de esta generalización a un caso particular de la curva de la oferta y deja en forma implícita la posibilidad de otra representación de la ecuación de demanda, presunciones que pueden ser objetos de conflictos, en esta frase se encuentran significados conceptuales como ”Ecuación de la Oferta ” (U₃₆) ”Ecuación de la Demanda” (U₃) “Función creciente “(U₄₂) así como el significado argumentativo de la unidad (U₄₁₋₁) para justificar las razones de tal situación.
13. En U₄₃ es un intensivo que se le atribuye un nuevo significado conceptual a la Ecuación de la oferta en cuanto a que es una ecuación lineal de S y P y por analogía con la expresión matemática de una ecuación lineal se adopta la forma $aS + bP + c = 0$ (U₄₃₋₁) atribuyendo otra notación que se presume tenga el mismo significado, aspecto que también puede generar en el aprendiz confusión puesto que debe internalizar que $f(S, P) = 0$ y que $aS + bP + c = 0$ son los mismos objetos matemáticos.
14. En este intensivo U₄₄ ,de tipo conceptual, caracteriza a la curva de la ecuación de la oferta lineal, en esta unidad se evidencian significados conceptuales, cuando se refieren a los términos: “semirrecta” o” segmento de recta” “Curva de la Oferta”, lo cual se justifica con el argumento (U₄₄) de la no negatividad sobre las variables S y P ,una vez más, se asume que los estudiantes sabe e interpretan claramente estos significados
15. (U₄₅), (U₄₈), (U₅₁), (U₅₅) y (U₅₉) el enunciado Ejemplo, ejercicio y problema y el planteamiento de los mismos inducen a la actividad matemática, es decir son expresiones intensivas con un contenido situacional extensiva las cuales se analizaran con detalle con la caracterización de las configuraciones epistémicas.

Análisis de las Configuraciones Epistémicas, Prácticas y Procesos del contenido Ecuación de la Oferta

El significado institucional del contenido Ecuación de la Oferta, presenta la breve configuración CE1, la cual queda limitada al enunciado de una tarea, por lo cual tiene un carácter situacional. La configuración CE2 tiene un carácter argumentativo se trata de validar que una ecuación de la oferta se expresa de la forma $f(S,P)=0$ CE3 visualiza que las ecuaciones anteriores tiene un carácter lingüístico y actuativo.

Sin embargo, las configuraciones epistémicas CE4 y CE5 tienen un carácter actuativo y conceptual ,ya que se pretenden que los estudiantes ejerciten y dominen las técnicas de trazar la gráfica de la curva de la oferta y por otra parte interpreten el concepto de la ecuación de la oferta lineal, así como el de oferta máxima y mínima; además del carácter esencialmente actuativo que tiene las CE6 y CE7, se pretende modelizar las nociones de la Ecuación de la oferta y curva de la oferta en situaciones realistas. En cuanto a la breve configuración CE8 tiene un carácter actuativo ya que se pretende que los estudiantes ejerciten y dominen las variaciones de la oferta y el precio.

Configuración Epistémica 1

Esta configuración se organiza a partir de la definición de Ecuación de la oferta y Curva de oferta, en la cual se asigna a los estudiantes la redacción de unas observaciones similares a las usadas en la Ecuación de la Demanda (U_5 U_{5-2} , U_{5-3}), aparentemente no aporta nada en el proceso de estudio, debido a que se confirma la validez de dichas observaciones para la ecuación de la Oferta. Sin embargo, es relevante el papel que desempeña dicha actividad cognitivamente, a fin de retener más el conocimiento por parte de los estudiantes, para analizar, interpretar, y evaluar su significado en los diversos problemas, ejercicios y ejemplos del contexto institucional.

Configuración Epistémica 2

En el planteamiento del ejemplo 1.3.1, se presentan ecuaciones y se afirman que son Ecuaciones de la oferta. Inmediatamente se argumenta que se pueden expresar de la forma $f(S,P)=0$, se elude el lenguaje analítico, evidentemente sólo se pretende relacionar la ecuación de la oferta con una expresión de la forma U_{36-3} .

Practica Matemática

Se puede observar que en el Ejemplo 1.3.1 del módulo, se inducen a la actividad matemática conformado por dos ejemplos cuyos literales son 1 y 2. En el literal 1, se dan ecuaciones las cuales se afirman que son de demanda y se identifican con los literales a, b y c. Estas ecuaciones se resuelven igualando a cero cada una de ellas, mediante la ayuda colocada a la izquierda del modulo y argumentan aplicando la definición de Ecuación oferta, con esto los autores pretenden que el estudiante relacione una ecuación oferta con la expresión $f(S, P) = 0$.

En la Configuración Epistémica 2 se contempla un lenguaje que es parte ostensiva de una serie de *conceptos* (por ejemplo, la ecuación , ecuación oferta), *proposiciones* (por ejemplo, las mismas pueden expresarse en la forma $f(S, P) = 0$) y *procedimientos* (por ejemplo la ecuación $3S=15+12P$ se puede expresar de la forma $3S-15-12P = 0$) que se utilizarán en la producción de los *argumentos* (por ejemplo aspectos visuales a partir de la grafica) para decidir si las acciones simples que componen la práctica, entendida como una acción compuesta, son satisfactorias.

Procesos

En primer lugar hay un *proceso de comunicación y significación* proporcionado por la definición de ecuación y ecuación oferta, $f(S, P) = 0$. Hay un proceso de representación simbólica, grafica que sirven de justificación realizando un *proceso de argumentación* (deductiva) y *materialización* ya que se considera $3S=15+12P$ como una ecuación oferta

Configuración Epistémica 3

En esta configuración la situación planteada, el ejemplo 2, corresponde al paso del lenguaje algebraico al lenguaje gráfico, debido a que las curvas representadas están asociadas a las ecuaciones de ofertas del ejemplo anterior, sin embargo el paso se hace en forma implícita, al no haber ningún tipo de escala de valores o tabla de valores, para la construcción de dichas gráficas, en consecuencia esta unidad tiene ausencia de significados o vacíos de significación, con lo cual se provocaría un conflicto semiótico.

Practica

En la Configuración Epistémica 3 se comienza por presentar las graficas de de la oferta correspondientes a las ecuaciones anteriores. En esta actividad se observa un lenguaje: simbólico (S , P , $3S=15+12P$, $1,5 S-12=\ln P$) y grafico (Dibujo de la curva de oferta) el cual es la parte ostensiva de los conceptos, argumentos y no ostensiva de los propiedades y procedimientos.

Proceso

Hay un *proceso de significación* a partir de los conceptos/ definición previa de: ecuación oferta y grafica de una ecuación lineal y logarítmica. En los registros de elementos lingüísticos se identifican *proceso de materialización* mediante las ecuaciones que representan a $3S=15+12P$ y $1,5 S-12=\ln P$ y graficas de las ecuaciones correspondiente al literal .

Configuración Epistémica 4

Se propone: a) dibujar la curva de la oferta y b) determinar la oferta máxima y la oferta mínima de la ecuación de la oferta de un cierto bien, durante un periodo T, $S-20P=0$ para $9,75 \leq P \leq 50,25$.

En el literal a) Se afirma que la curva de oferta es el segmento de recta mostrado, con ello se presume que el estudiante sabe e interpreta claramente el contenido anterior ($U_{44}, U_{44-1}, U_{45}, U_{45-1}$), el cual debe evocarse para llegar a tal afirmación y construir así la curva de la oferta con las especificaciones dadas.

Aparecen aquí dos conflictos semióticos potenciales al eludirse dos funciones semióticas, la primera la que nos lleva de la expresión S-20P=0 al contenido “la curva de oferta es el segmento de recta” y la segunda la que nos lleva directamente de la expresión la curva de oferta es el segmento de recta mostrado al contenido gráfica de la curva de oferta, elude el lenguaje analítico y numérico, lo cual conduce a un conflicto semiótico de no saber el tipo de valores que se han de dar para construir la gráfica de esta ecuación.

En el literal b) se determina la oferta máxima y la oferta mínima a partir del gráfico. Las acciones seguidas han sido las siguientes del lenguaje gráfico al numérico luego al analítico. Sin embargo, en el planteamiento del problema no se hace referencia que el análisis se realice apoyándose en la gráfica, se puede resolver aplicando el concepto de Función Creciente y Continua en un intervalo cerrado para seleccionar los valores máximos y mínimos.

Practica

La *Configuración Epistémica 4* tiene dos apartados a) y b). En el apartado a) comienza por definir la curva de oferta. A partir de la definición se dibuja un segmento de recta. A partir del gráfico y la propiedad de valores máximos y mínimos de una función en un intervalo cerrado justificación al apartado b) para argumentar la respuesta de los valores de la oferta máxima y mínima. En esta actividad se observa un lenguaje: gráfico (dibujo de la curva de oferta), simbólico (S, P, S-20P=0) y verbal (La siguiente figura muestra el segmento de recta representativo de la ecuación oferta dada), el cual es la parte ostensiva de los conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos

Procesos

La *Configuración Epistémica 4* inicia con un *proceso de definición y significación* debido a que debe entender el significado de curva de oferta, para dibujarla. Usa el plano para dibujar el segmento de recta representativo de la ecuación oferta (*procesos de materialización y algoritmización*), realiza un *proceso de argumentación*, a partir de la gráfica de la curva de oferta S-20P=0 y de una propiedad para generar los valores de la oferta máxima y mínima (*proceso de enunciación*).

Configuración Epistémica 5

Esta configuración tiene un carácter esencialmente actuativo, con entidades lingüísticas (expresión) y proposicionales. En el planteamiento del ejercicio 1,3 se presentan dos ecuaciones de la oferta para dos bienes A y B y se determina cual de los bienes se debe escoger para un precio dado, mediante la sustitución del valor del precio que están dispuesto a pagar los consumidores, en cada una de las ecuación de la oferta para evaluar las cantidades ofrecidas por cada productor y luego seleccionar aquel cuya oferta sea mayor. Las acciones son las siguientes del lenguaje analítico al lenguaje numérico, para asegurar la interpretación, el recuerdo y el dominio del concepto ecuación de la oferta, ecuación de la oferta de tipo lineal, cantidades ofrecidas y precio y se apoyan en el conocimiento de las Unidades U_{43} , U_{43-1} . Además se analiza, a partir de la gráfica, en qué situación hay más existencia de un bien, emplean un lenguaje gráfico y analítico para realizar el mismo, eluden la tabla de valores para construir la curva y se apoyan en U_{44} , U_{44-1} y en el argumento U_{50-2} .

Práctica

Esta configuración es una *situación problema (extra matemática)* y tiene un carácter esencialmente actuativo por lo tanto realiza un texto de la producción de sus respuesta a los apartados a), b), c) y d). Describe en forma simplificada la situación e inicia su trabajo matemático en cada apartado; empleando un *lenguaje* ostensivo y no ostensivo, en sus registros escritos numéricos y gráficos, además emplea técnicas de cálculo, resolución de una ecuación, sustitución y representación grafica de una recta como *procedimientos* y enunciados de conceptos y proposiciones (*propiedades*), los mismos se presentan como ayudas didácticas al borde del modulo, para interpretar los resultados en la realidad (*argumentos*).

Procesos

Inicia el *proceso* con una *comunicación* del enunciado, mediante el registro escrito, en el cual interpreta las interrogantes planteadas en la situación problema, seguido de un proceso de *significación* (concepto oferta, precio, relación oferta–

precio), *algoritmización* (técnica de cálculo), enunciación (propiedades) *materialización* (representación grafica de las ecuaciones de oferta) y *análisis*.

Configuración Epistémica 6

El planteamiento de la configuración siguiente es un problema de modelización mediante las nociones de ecuación de la oferta y curva de la oferta en una situación realista. El enunciado del problema pone en juego objetos conceptuales “Ofrecer” “Precio” “Valores Máximos” “Valores mínimos” “Ecuación de la Oferta Lineal” así como una función semiótica entre la expresión de la ecuación de oferta lineal y el contenido del enunciado del problema, otra función semiótica se encuentra entre expresión de la ecuación de oferta lineal y el contenido dibujo de la curva de oferta. La realización de la tarea parte a) requiere, en primer lugar, una acción de modelización, lo que implica establecer una correspondencia entre dos sistemas de prácticas: el objeto ecuación de la oferta y el objeto ecuación lineal.

Práctica

Esta configuración es una *situación problema (extra matemática)* y tiene un carácter esencialmente actuativo por lo tanto realiza un texto de la producción de sus respuestas a los apartados a), b), c) y d). Describe en forma simplificada la situación e inicia su trabajo matemático en cada apartado; empleando un *lenguaje* simbólico, gráfico y verbal, de carácter ostensivo y no ostensivo, en sus diversos registros, construye el modelo de la ecuación oferta, empleando como *procedimientos* técnicas de cálculo, resolución de un sistema de ecuaciones, sustitución y lo materializa en una representación gráfica, por otro lado, los enunciados de conceptos y proposiciones (*propiedades*), se presentan como ayudas didácticas al borde del módulo, para interpretar los resultados en la realidad (*argumentos*).

Procesos

Inicia el *proceso* con una *comunicación* del enunciado, mediante el registro escrito, en el cual interpreta las interrogantes planteadas en la situación problema,

seguido de un proceso de *significación* (concepto oferta, precio, relación oferta–precio), *modelización* y *algoritmización* (técnica de cálculo), enunciación (propiedades) *materialización* (representación grafica de las ecuación de oferta) y *análisis*.

Análisis de las Configuraciones didácticas Empíricas implementadas en el contenido pretendido Ecuación de la Oferta

El análisis de los configuraciones didácticas efectivamente implementadas en el proceso instruccional *Aplicaciones de la función $y = a x + b$* ; del contenido **1.3 ECUACION DE LA OFERTA**, empleando el...” *método basado en la función afín* “(p.23) (U_{0.2}), esta cargo del “medio maestro” o Modulo IV de Matemática I (176) en el cual se proponen los contenidos curriculares a enseñar sobre un objeto, atendiendo a significados previos de los estudiantes, el tiempo y los medios disponibles, además de los libros de textos como referente para explicar el contenido matemático. Matos (2009), destaca que la secuencia de contenidos debe presentarse de manera precisa, lógica, completa y sustentada en argumentos teóricos, con una forma discursiva interactiva, adaptable y reflexiva.

Por tanto, el Modulo tiene la responsabilidad de la génesis del saber, para ello presenta el significado del objeto matemático (definiciones, enunciados, demostraciones), asumiendo el protagonismo del recuerdo e interpretación de las reglas y de la aplicación de las técnicas de la actividad matemática, el cual debe propiciar en los estudiantes, el *aprender a aprender*, a fin de generar aprendizajes desprovistos de la simple memorización.

El alumno en las unidades de aprendizaje del Modulo, desempeña roles de: recepción de información, ejercitación, debe haber explorado personalmente la solución de las situaciones problemas para luego hacer la autoevaluación

Por lo tanto, la comparación global de las configuraciones didácticas empíricas implementadas en el proceso instruccional del contenido *Ecuación oferta* , con las configuraciones teóricas de referencia nos lleva a situarla próxima al tipo A (magistral) y con predominio del tipo C (Personal).

A continuación sigue el análisis de las entidades matemáticas correspondientes al Texto I capítulo 2 Sección 2.3 La Oferta, Texto II Sección 4.5 Oferta y Demanda y el significado histórico de esta investigación.

Cuadro 26.

Entidades Matemáticas del Significado de Referencia de la función Oferta y Ecuación de la Oferta.

Entidades	Texto I	Texto II	Significado Histórico
Lingüísticos	Términos y expresiones Ofrecer, vender. Cantidad ofrecida, bien. Precio del bien. Tabla de oferta. Ley de la oferta. Relación directa. Representación gráfica. Período de tiempo Concreto. Precio de otros bienes. Precio de los factores productivos. La tecnología., Número de empresas. $Q_A = O(P_A, P_B, F, Z, H)$ Notación: Precio del bien (P_A); Período de tiempo Concreto (Q_A); Precio de otros bienes (P_B); Precio de los factores productivos (F); La tecnología (Z); Número de	Términos y expresiones Oferta, cantidad x , precio articulo, consumidores, nivel de precio, venderse, disminuye, proveedores, ofrecer, aumenta, vendedores, ley de la oferta, curva de oferta mercado competitivo, ajustarse, igualar, punto de intersección. $P = mx + b$ Notación: x, m, b P precio por unidad m y b constantes ,	Términos y Expresiones Oferentes, variaciones de la Oferta, precio del mercado, Curvas de oferta, costos de producción, ceteris paribus, necesidad de la mercancía, la renta del consumidor, poseedores, cantidades ofertadas, venderse, Función oferta, $S = F(x)$, $S = f(A+x)$ Notacion: x es el precio P precio Gráficos:

	empresas (H). Gráficos: Gráficas de la curva de oferta.	Gráficos: Representación gráfica de la curva de oferta.	Representación gráfica de la curva de oferta.
Situacional	Ejemplos donde se presenta una tabla de oferta y curvas de oferta individual y de mercado.		Ejemplos gráficos de la curva de oferta Ejercicios numéricos Problemas contextualizados en para el pago de salarios
Actuativo	Convertir los precios y cantidades ofrecidas en curvas de oferta		Aplicar los criterios de la primera derivada
Conceptual	Conceptos Previos Vender Representación gráfica de una función afín Ofrecer , Precio Relación matemática Conceptos definidos Cantidad ofrecida Tabla de oferta individual Tabla de oferta Ley de la oferta Curva de oferta	Conceptos Previos Costo lineal Punto de equilibrio Ecuación lineal Depreciación lineal Conceptos definidos Ley de la oferta	Conceptos Previos Costos de producción Vender Utilidad Conceptos definidos Oferta Ley de oferta

	Función de oferta		
Proposicional	<p>Criterios para representar gráficamente una función.</p> <p>Ley de la oferta.</p> <p>Relación entre la cantidad ofrecida y el precio.</p> <p>Ley de los rendimientos decrecientes.</p> <p>Cláusula “ceteris paribus”</p> <p>Característica de la pendiente de una recta</p>	<p>Las propiedades de las operaciones con números reales.</p> <p>Método para resolver un sistema de ecuaciones lineales.</p> <p>Relación entre la cantidad ofertada x y el precio p.</p>	<p>Las propiedades de la derivada</p> <p>Criterios de la primera derivada</p> <p>Relación entre la cantidad ofertada x y el precio p.</p> <p>Cláusula “ceteris paribus”</p> <p>Criterios para representar gráficamente una función.</p> <p>Característica de la pendiente de una recta</p>
Argumentativo	<p>Ofrecer es tener la intención o estar dispuesto a vender.</p> <p>Existencia de una relación entre el precio y la cantidad ofrecida.</p> <p>La función oferta es una relación matemática.</p>	<p>Razonamientos gráficos.</p> <p>Deductivos a partir de la definición.</p> <p>Justificación de los algoritmos.</p>	<p>Razonamientos gráficos.</p> <p>Deductivos a partir de la definición y del signo de la primera derivada</p>

Cuadro 27.

Comparación del Significado de Referencia con el Significado local implementado del contenido matemático pretendido Función Oferta y Ecuación de la Oferta

		Presentes en el significado local y ausente en el significado referencial		
Entidad	Significación Local	Texto I	Texto II	Significación Histórico
Lingüístico	Términos utilizado Oferta ;Cantidad ofrecida Productores; Precio unitario del bien; Costos de producción Disposiciones legales Avances tecnológicos Cantidad del bien Mercado ;Periodo de referencia Curva de oferta; ecuación oferta Función creciente; función continua; segmento de recta	Términos utilizado Ofrecer, vender, Precio del bien, Tabla de oferta Ley de la oferta, Relación directa, Oferta del mercado, Precio de otros bienes, Precio de los productivos; La tecnología,Número de empresas, variaciones de la Oferta ceteris paribus, Período de tiempo Concreto	Términos utilizado Oferta , cantidad x, precio articulo, consumidores, nivel de precio, venderse, disminuye, proveedores, aumenta, vendedores, Mercado competitivo punto de intersección,	Términos utilizado Oferentes, costos de producción, necesidad de la mercancía, la renta del consumidor, poseedores, cantidades ofertadas, venderse, Función oferta,

	<p>Consumidor Oferta máxima, Oferta mínima</p> <p>Expresiones $f(S,P)=0$; $3S = 15 + 12P$ $1,5S-12 = \ln P$; $aS + b$ $P + c = 0$; $f(x_1) < f(x_2)$; $S-20P-0$, $9,75 <$ $P < 50,25$ $P = 5S - 20$; $15S-P =$ 120; $12 = 5S-20$; $S =$ $6,4$; $15S-12 = 120$; $S =$ $8,8$; $S = a + b P$.</p> <p>Notación B un bien cualquiera; T un período de referencia; cantidad ofrecida S, precio del bien P</p> <p>Gráficos Representación gráfica de ecuaciones de oferta $S = a + b P$.</p>	<p>Expresiones $QA = O(P_A, P_B, F, Z, H)$</p> <p>Notación: Precio del bien (P_A), Período de tiempo Concreto (Q_A), Precio de otros bienes (P_B) Precio de los factores productivos (F) La tecnología (Z), Número de empresas (H)</p> <p>Gráficos: Gráficas del Desplazamiento de la curva de oferta</p>	<p>Expresiones $P = mx+b$ $x = 20$ $P=25$; $x = 30$ $P=20$</p> <p>Notación: P precio por unidad m y b constantes</p> <p>Gráficos:</p>	<p>Expresiones $S = f(x)$ $S = f(A+x)$</p> <p>Notación: x es el precio</p> <p>Gráficos:</p>
--	---	--	--	---

	Representación gráfica de dos curvas de Oferta Representación gráfica de ecuaciones de oferta de la forma $3S = 15 + 12P$ $1,5S - 12 = \ln P$;	Gráfica de la curva de la oferta lineal		
Situacional	Problemas mas o menos abiertos Ecuaciones de la oferta ejemplificadas en ecuaciones de la forma $f(S, P)=0$. Ejemplos de Curvas de la oferta asociadas a ecuaciones de la oferta de la forma $f(S, P) =0$. Aplicaciones Extra matemáticas	Problemas mas o menos abiertos Ejemplos donde se presenta una tabla de oferta y curvas de oferta individual y de mercado Aplicaciones Extra matemáticas	Problemas mas o menos abiertos Aplicaciones Extra matemáticas	Problemas mas o menos abiertos Aplicaciones Extra matemáticas

	<p>Redactar observaciones de la ecuación de la oferta. Problemas contextualizados del ámbito de la economía matemática</p> <p>Aplicaciones intra matemáticas Problemas con un contexto algebraico y aritmético</p> <p>Ejercicios Variación de la oferta producto Comparación de la oferta dos bienes</p>	<p>Aplicaciones intra matemáticas</p> <p>Ejercicios Dada una tabla de valores de precio y cantidades ofrecidas trazar la curva de la oferta de un artículo</p>	<p>Problemas propuestos Contextualizados en los que se dan artículos a vender y precio.</p> <p>Aplicaciones intra matemáticas Problemas Propuestos contextualizados en los que se da un sistema de ecuación de la oferta</p> <p>Ejercicios</p>	<p>Problemas contextualizados en los que se dan artículos a vender a un precio dado</p> <p>Aplicaciones intra matemáticas</p> <p>Ejercicio</p>
	<p>Operaciones Calcular los valores de S P, a y b. Operaciones aritméticas.</p> <p>Algoritmo</p>	<p>Operaciones</p> <p>Algoritmo Convertir los precios y</p>	<p>Operaciones</p> <p>Algoritmo</p>	<p>Operaciones</p> <p>Algoritmo (No tiene)</p>

<p>Actuativo</p>	<p>Método de resolución de Sistema de Ecuaciones Teorema del Valor Extremo</p> <p>Procedimiento</p> <p>Igualación de Ecuaciones. Despeje de una variable Sustitución de los valores de S,P, a y b Determinar la variación de la oferta Oferta máxima y oferta mínima</p> <p>Técnicas</p> <p>Trazado de la curva de la oferta Obtener la ecuación de oferta</p>	<p>cantidades ofrecidas en curvas de oferta</p> <p>Procedimiento</p> <p>Técnicas</p> <p>Trazar una curva de oferta a partir de una tabla de valores de precios y cantidades ofrecidas</p>	<p>Procedimiento</p> <p>Técnicas</p>	<p>Procedimiento</p> <p>Técnicas</p>
-------------------------	--	---	--	--

Conceptuales	Previos Demanda Función Afín Función continua Función Creciente Emergentes Oferta Ecuación de la Oferta Curva de la Oferta	Previos Vender Representación gráfica de una función afín Ofrecer Precio Relación matemática Emergentes Cantidad ofrecida Tabla de oferta individual Tabla de oferta Ley de la oferta Función de oferta	Previos Costo lineal Punto de equilibrio Ecuación lineal Depreciación lineal Emergentes Ley de oferta	Previos Costo de Producción Utilidad Emergentes Oferta Ofertar Ofrecida
Propiedades	Enunciados - Teorema del valor extremo. -Condiciones de no negatividad de las variables de una ecuación $ax+by+c=0$ es una semirrecta o un segmento de recta. -Cuando dos variables están relacionadas por medio de una ecuación lineal, decimos que	Enunciados Condición ceteris paribus Característica de la pendiente de una recta Efectos sobre la curva de la oferta de variaciones de las variables que inciden en la oferta Ley de oferta	Enunciados	Enunciados la pendiente positiva de la curva oferta refleja el rendimiento decreciente

	<p>entre ellas existe una relación lineal</p> <p>Proposiciones</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los factores que influyen sobre la cantidad ofrecida S, a excepción del precio P, permanecen constantes en un determinado período -La ecuación de la oferta en contraposición a la ecuación de la demanda, representa, en general, a P como una función creciente de S. -La curva de la oferta correspondiente es un segmento de recta o semirrecta - Si S es una función creciente de P entonces será un segmento de recta en el primer 	<p>Criterios para representar gráficamente una función.</p> <p>Proposiciones</p> <p>Ley de los rendimientos Decreciente</p>	<p>Proposiciones</p> <p>-Relación entre la cantidad ofrecida y el precio.</p>	<p>Proposiciones</p>
--	---	--	--	-----------------------------

	<p>cuadrante.</p> <p>-La ecuación de la oferta representa a S como una función creciente de P, debido a la tendencia en la población</p> <p>-Un punto (S_o, P_o) pertenece a la curva de la oferta $S=a+b P$, si y sólo si (S_o, P_o) satisface la ecuación $S=a+b P$; es decir si $S_o=a +b P_o$</p>			
Argumentos	<p>Deductivos a partir de la definición de ecuación la oferta, curva de la oferta ,propiedades de las funciones y a partir de las observaciones de la ecuación demanda</p> <p>Validación de la curva</p>	<p>Deductivos a partir de la tabla de la oferta y de la curva de oferta</p> <p>Argumentos en términos económicos</p>	<p>Argumentos algebraicos y matemáticos</p>	<p>Deductivos del análisis funcional y del Algebra</p> <p>Razonamientos gráficos</p> <p>Deductivo a partir de la curva de demanda la curva de oferta</p>

	<p>de la oferta como un segmento de recta</p> <p>Validación del valor mínimo y máximo de la oferta</p>			
--	--	--	--	--

El cuadro anterior, permite poder efectuar un análisis comparativo de los libros textos I, II, el significado histórico con el Módulo IV.

A continuación, se presenta el análisis desarrollado con la confrontación de los elementos del significado institucional (local) del contenido matemático pretendido en el proceso de estudio con el significado de referencia correspondiente.

Significado Local del Contenido Matemático Pretendido

Significado Local de la Oferta

Lenguaje:

- $f(S,P)=0$ “Ecuación de la Oferta”.
- Cantidad Ofertada S, Precio unitario del bien P.
- Ecuación que nos relaciona a la cantidad ofertada con el precio.
- Curva de demanda. $aS+bP+c=0$; $S=a+bP$

Representaciones no usadas:

- Relación de la cantidad demandada con el precio y otras variables.
- Ofertar, comprar, función oferta, ley de la Oferta, $Q_A = O(P_A, P_B, F, Z, H)$
- Tabla de datos de oferta, $P=mx+b$, oferta global, oferta del mercado, oferta Individual
- $S=f(x)$; $S = f(B+x)$

Situaciones:

- Ejemplos de ecuaciones de oferta. Ejemplos de 3 tipos de curvas de oferta.
- Ejemplos de ejercicios tipos: Dibujar la curva de oferta, encontrar la oferta máxima, comparar dos ecuaciones de oferta, encontrar la ecuación de la oferta
- Problemas contextualizados.

Situaciones no estudiadas

Dada una tabla de la oferta, encontrar la curva de la oferta. Propuestas de Situaciones de generación de problemas.

Acciones /Técnicas:

- Obtener la Ecuación de la Oferta.
- Dibujar la Curva de la Oferta.
- Ejemplos de las siguientes técnicas: “Cómo varía la cantidad Ofertada al disminuir el valor de P”.
- Si el precio unitario es un valor, ¿Cuáles de los dos bienes tendrá mayor oferta?.

Técnicas no estudiadas. Cómo encontrar la ecuación de la oferta, dada una tabla de precios y cantidades ofertadas. Estudiar el crecimiento de la función oferta

Conceptos:

- Demanda
- Oferta
- Ecuación de la oferta.
- Ecuación de la oferta de tipo lineal.
- Curva de la oferta

Conceptos no estudiados. Cantidad ofertada, tabla de precios o Oferta de mercado o global, tabla de Oferta individual, precio, función oferta, ley de la oferta, mercado, Mercado competitivo, ofrecer, vender, precio de los factores productivo, tecnología existente, número de empresa oferentes.

Propiedades estudiadas:

- Si S es una función creciente de P entonces será un segmento de recta en el primer cuadrante.
- Condiciones de no negatividad de S y P.
- Los factores que afectan a la oferta.
- Condiciones de la pendiente de una recta.

- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Crecimiento económico, *ceteris paribus*, representación gráfica de una ecuación de la forma $ax+by+c=0$, teorema del valor extremo.

Propiedades no estudiadas.

Ley de la oferta, efecto sobre la curva de la oferta de variaciones de las variables que inciden en la oferta, propiedades de continuidad de las funciones, criterios de la primera y segunda derivada, ley de los rendimientos decreciente.

Argumentos. Deductivos a partir de la definición y de las propiedades de crecimiento de las funciones. Razonamientos a partir de los gráficos.

Válidas evitadas:

- La ecuación de la oferta representa a S como una función decreciente de P.
- Equivalencia entre función afín y ecuación oferta.
- Estudio de una función aplicando los criterios de la Derivada.

A continuación se compara el significado institucional local con el significado institucional de referencia, para encontrar las disparidades entre los significados atribuidos a la expresión Ecuación de la Oferta por ambas instituciones, es decir los *conflictos semióticos*.

Cuadro 28.

Elementos	Significación Local	Significado de Referencia	Conflicto Semiótico
Lingüístico	<p>Términos utilizado</p> <p>Oferta, Cantidad ofrecida. Productores, Precio unitario del bien, Costos de producción. Disposiciones legales, Avances tecnológicos, Cantidad del bien Mercado, Periodo de referencia Curva de oferta, Ecuación oferta, Función creciente Función continua, Segmento de recta, Consumidor, Oferta máxima, Oferta mínima</p> <p>Expresiones $f(S,P)=0$; $3S = 15 + 12P$</p>	<p>Términos utilizado</p> <p>Oferta, cantidad x, precio artículo, consumidores, nivel de precio, venderse, disminuye, proveedores, aumenta, vendedores, Mercado competitivo punto de intersección, Ofrecer, vender Precio del bien Tabla de oferta, oferta de mercado, Ley de la oferta .Relación directa Oferta del mercado Precio de otros bienes Precio de los factores productivos. La tecnología Número de empresas , variaciones de la Oferta, ceteris paribus, Período de tiempo Concreto Oferentes, costos de producción, necesidad de la mercancía, la renta del consumidor, poseedores, cantidades ofertadas, venderse, Función oferta,</p> <p>Expresiones $QA = O(P_A, P_B, F, Z, H)$ $S = f(x)$</p>	<p>Oferta</p> <p>Función Oferta y Ecuación de la oferta</p> <p>la tablas de oferta</p> <p>tipos de oferta</p> <p>$f(S,P)=0$ y $QA = O(P_A, P_B, F, Z,$</p>

Situacional	<p>Problemas mas o menos abiertos</p> <p>Ecuaciones de la oferta ejemplificadas en ecuaciones de la forma $f(S,P)=0$.</p> <p>Ejemplos de Curvas de la oferta asociadas a ecuaciones de la oferta de la forma $f(S, P) =0$.</p> <p>Aplicaciones Extra matemáticas Redactar observaciones de la ecuación de la oferta. Problemas contextualizados del ámbito de la economía matemática</p> <p>Aplicaciones intra matemáticas</p> <p>Problemas con un contexto algebraico y aritmético</p> <p>Ejercicios Variación de la oferta producto Comparación de la oferta dos bienes</p>	<p>Problemas mas o menos abiertos</p> <p>Ejemplos donde se presenta una tabla de oferta y curvas de oferta individual y de mercado</p> <p>Aplicaciones Extra matemáticas Problemas propuestos Contextualizados en los que se dan artículos a vender y precio.</p> <p>Aplicaciones intra matemáticas</p> <p>Problemas Propuestos contextualizados en los que se da un sistema de ecuación de la oferta</p> <p>Ejercicios Dada una tabla de valores de precio y cantidades ofrecidas trazar la curva de la oferta de un articulo</p>	<p>Redacciones de observaciones</p>
--------------------	---	--	-------------------------------------

Argumentos	<p>Deductivos a partir de la definición de ecuación la oferta, curva de la oferta ,propiedades de las funciones y a partir de las observaciones de la ecuación demanda</p> <p>Validación de la curva de la oferta como un segmento de recta</p> <p>Validación del valor mínimo y máximo de la oferta</p>	<p>- Deductivos a partir de la tabla de la oferta y de la curva de oferta</p> <p>-Argumentos en términos económicos</p>	

<p>Actuativo</p>	<p>Operaciones Calcular los valores de S P, a y b Operaciones aritméticas</p> <p>Algoritmo Método de resolución de Sistema de Ecuaciones Teorema del Valor Extremo</p> <p>Procedimiento Igualación de Ecuaciones. Despeje de una variable Sustitución de los valores de S, P, a y b Determinar la variación de la oferta Oferta máxima y oferta mínima</p> <p>Técnicas Trazado de la curva de la oferta Obtener la ecuación de oferta</p>	<p>Operaciones Operaciones aritméticas</p> <p>Algoritmo Convertir los precios y cantidades ofrecidas en curvas de oferta</p> <p>Procedimiento Trazar la gráfica de oferta individual y de mercado</p> <p>Técnicas Trazar una curva de oferta a partir de una tabla de valores de precios y cantidades ofrecidas</p>	
-------------------------	--	---	--

Conceptual	<p>Previos Demanda Función Afín Función continua Función Creciente</p> <p>Emergentes Oferta Ecuación de la Oferta Curva de la Oferta</p>	<p>Previos Vender Representación gráfica de una función afín Ofrecer Precio Relación matemática Costo lineal Punto de equilibrio Ecuación lineal , Depreciación lineal</p> <p>Emergentes Ofrecer Cantidad ofrecida Tabla de oferta individual Tabla de oferta Ley de la oferta Función de oferta</p>	<p>Oferta</p> <p>Función de Oferta y Ecuación de la oferta</p>
Proposicional	<p>Enunciados</p> <ul style="list-style-type: none"> - Teorema del valor extremo. - Condiciones de no negatividad de las variables de una ecuación $ax+by+c=0$ es una semirrecta o un segmento de recta. -Cuando dos variables están relacionadas por medio de una ecuación lineal, decimos que entre 	<p>Enunciados</p> <ul style="list-style-type: none"> -Condición ceteris paribus -Característica de la pendiente de una recta -Efectos sobre la curva de la oferta de variaciones de las variables que inciden en la oferta Ley de oferta -Criterios para representar gráficamente 	<p>Ausencia de la condición ceteris paribus</p> <p>Ley de la Oferta</p> <p>Continuidad de funciones</p>

	<p>ellas existe una relación lineal</p> <p>Proposiciones</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los factores que influyen sobre la cantidad ofrecida S, a excepción del precio P, permanecen constantes en un determinado periodo -La ecuación de la oferta en contraposición a la ecuación de la demanda, representa, en general, a P como una función creciente de S. -La curva de la oferta correspondiente es un segmento de recta o semirrecta - Si S es una función creciente de P entonces será un segmento de recta en el primer cuadrante. -La ecuación de la oferta representa a S como una función creciente de P, debido a la tendencia en la población -Un punto (S_0, P_0) pertenece a la curva de la oferta $S=a+b P$, si y sólo si (S_0,P_0) satisface la ecuación $S=a+b P$; es decir si $S_0=a +b P_0$ 	<p>una función.</p> <p>Axiomas de Continuidad</p> <p>-Ley de los rendimientos Decreciente</p> <p>Proposiciones</p> <p>Relación entre la cantidad ofrecida y el precio.</p>	
--	--	---	--

El análisis de la tabla anterior identifica ciertos conflictos semióticos, entre los que se distinguen:

- Vacío de significación por ausencia de algunos conceptos, expresiones no empleados en el Módulo IV entre los cuales se tienen: Oferta global o de mercado, oferta individual, ley de la oferta, función oferta, $Q = O$ (PA, PB, F, Z, H), precio de factores productivos, tecnología existente y el número de empresas oferentes, al eludirse estos términos pueden causar un conflicto semiótico institucional.
- El texto I define la oferta, recoge las intenciones de la venta, y el módulo IV, como la cantidad del bien que los productores colocan en el mercado para la venta (U33, U33-1). La primera es una determinación de la voluntad y la segunda definición es cuantitativa, para el significado histórico la oferta es una disposición subjetiva. Este es un conflicto conceptual y es de tipo epistémico entre la institución “Módulo IV” y la institución “Texto I” y el significado histórico.
- Asimismo el concepto de cantidad ofrecida para el módulo, es una expresión que no se define pero si se caracteriza, sin analizar las razones de dependencia de los factores y sólo se compara con la demanda, el texto I la define en términos claros y transparentes para el significado histórico lo plantea en términos funcionales. Se percibe un conflicto epistémico entre las instituciones.
- Se genera una confusión en el estudiante en la definición de ecuación de la oferta dada por el módulo el cual la define como una relación funcional, empleando una notación que se define en el Módulo II de Funciones y representaciones Gráficas y que se supone que recuerda, que internalizado y comprendido. Tiene un significado de ecuación, función y notación de cada uno de los términos es variada y por tanto deduce que $f(S, P) = 0$ es una notación funcional que define implícitamente a S como función de P, y explícitamente a la ecuación de la Oferta. Este conflicto es de gran magnitud al consultar los textos referenciales y el significado histórico, ya que la disparidad de tipo epistémico varía entre cada uno de ellos, excepto entre el Texto I y el significado histórico, para estos últimos es una

relación funcional entre la cantidad ofertada y los factores que influyen sobre la cantidad ofrecida o entre la cantidad ofrecida y el precio, manteniendo constante los factores menos el precio.

- La notación empleada para esta relación es variada en el Módulo IV es $f(S, P) = 0$ y en los textos referenciales $Q_A = O(P_A, P_B, F, Z, H)$, $S = f(x)$,
- $S = f(A + x)$ y $P = m \cdot x + b$ lo que genera un conflicto semiótico lingüístico de tipo epistémico entre las instituciones involucradas en este proceso de estudio.
- En el Módulo IV se eluden las tablas de oferta individual y de mercado definidas, empleadas como técnica en la actividad matemática y como argumento para justificar las situaciones- problemas en los textos de referencia, se pasa en forma implícita del lenguaje gráfico al lenguaje analítico y al algebraico, hecho que genera un conflicto semiótico epistémico.
- Hay disparidad en la ausencia del módulo de la condición ceteris paribus como argumento para justificar por que los factores permanecen constantes excepto el precio en relación al texto I y el significado histórico el cual es un argumento para trazar el segmento de recta que representa a la ecuación de la oferta.

A continuación se presentan los componentes y descriptores de la idoneidad epistémica como herramienta para el análisis y valoración de los significados institucionales Ecuación de la oferta respecto al Texto I, Texto II y significado de referencia que son los que se utilizan en esta investigación.

Cuadro 29.

**Idoneidad Epistémica de los significados institucionales del contenido
Función Oferta y Ecuación de la Oferta**

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Situaciones- problemas	- Las situaciones problemas son representativa respecto a las incluidas en el significado de referencia, permite contextualizar los conocimientos pretendidos, ejercitarlos y aplicarlos a situaciones relacionadas. Sin embargo, no hay momento de generación de problema, los estudiantes no tiene oportunidad de plantear problemas, formularlos hacerlos propios.
Lenguaje	-El lenguaje es en término medio una muestra representativa, respecto al significado de referencia, sin embargo eluden el paso del lenguaje numérico al gráfico. No se traducen las tablas de valores de la oferta de mercado a una curva de la oferta y los estudiantes no pueden expresar sus conjeturas, procedimientos operatorias, argumentos. El lenguaje empleado es económico y hay terminología que se puede suponer que el estudiante no sabe, conoce o no recuerda el nivel. Le falta adaptación del Módulo IV.
Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	-Faltan definiciones y procedimientos claros y correctamente enunciados, respecto al significado de referencia adaptados al nivel educativo al que se dirigen. -Dado el tipo de práctica discursiva no hay oportunidad para negociar reglas pero se recuerdan las anteriores estudiadas, las cuales se ubican en el contenido del módulo o al margen de las páginas, algunos procedimientos se eluden o se suponen conocidos por el estudiante, con respecto al significado de referencia algunas definiciones, procedimientos y proposiciones no se analizan o estudian, es decir no es medianamente representativa.
Argumentos	-Algunos procedimientos y proposiciones no son explicados,

	justificados con argumentados representativos del significado de referencia.
Relaciones (conexiones, significados)	<p>- Relación y articulación significativa de los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan.</p> <p>Las situaciones están explicadas y justificadas con los objetos matemáticos presentes en el módulo sin embargo hay vacíos de significación debido a la ausencia de algunas definiciones, propiedades y lenguajes respecto al significado de referencia, sobre todo tabular.</p>

De acuerdo a la tabla anterior y la observación del proceso de estudio descrito en la Sección 1.3 permite caracterizar el sistema de prácticas operativas y discursivas efectivamente implementadas, relativas al objeto matemático “Ecuación de la Oferta”. La comparación de estas prácticas con el significado de referencia de dicho objeto permite identificar diversos desajustes y formular hipótesis sobre la idoneidad del proceso de estudio, en cuanto a su faceta epistémica.

Las situaciones problemáticas que se presentan son representativas para el contenido desarrollado en esta sección del módulo, sin embargo, con el significado de referencia no guardan armonía. Las Configuraciones Epistémicas de este sistema de práctica son del tipo conjuntista, analítica y gráfica. Se puede considerar de los resultados reflejados en la tabla anterior, y de la ausencia de generación de problemas que este contenido pretendido Ecuación de la Oferta está asociada a una idoneidad baja.

Seguidamente se detallan el análisis de la entrevista a los asesores y especialistas de contenido en matrices para cada Categoría y Subcategoría donde se encuentra la triangulación producto de la contrastación entre el referente teórico y lo expresado por los informantes: Asesores y Especialistas de contenido y finalmente mi hermenéutica como investigadora.

Análisis de las Entrevistas

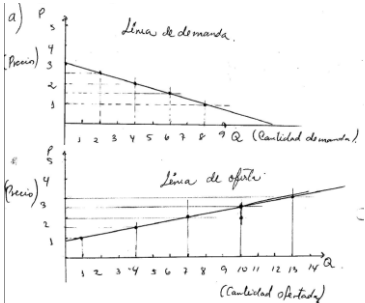
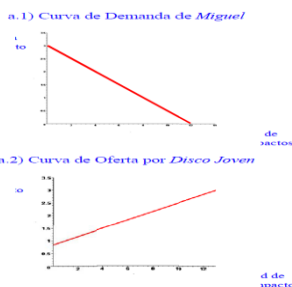
Análisis de la entrevista por cada Categoría con su respectiva Subcategoría con asesores y especialistas de contenido

Para acercarnos al objeto de estudio, elaboramos, tal como dijimos en el Capítulo III, una entrevista en profundidad, la cual se corresponde con el método y con los propósitos de la investigación, pues (a) Permite la obtención de una riqueza de información; (b) Proporciona la oportunidad de clarificación y seguimiento de preguntas y respuestas, en un marco de interacción más directo y espontáneo; (c) Genera otros instrumentos técnicos; (d) Favorece el análisis de significados y (e) Favorece el estudio de casos típicos o extremos, en los que la actitud o respuestas de los asesores y especialistas de contenido, personifica, en toda su riqueza, el modelo ideal de una determinada categoría o fenómeno, como lo es el que se desarrolla en este trabajo.

Cuadro 30

Categoría: Practica **Subcategoría:** Practica Matemática

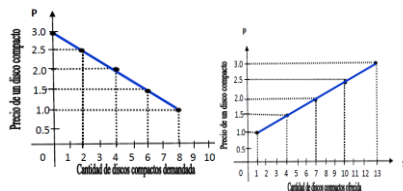
Respuesta Ítems	Asesor (As)	Especialista de Contenido (Ec)	Teoría
3 a	As1 Es un problema de oferta ya que a mayor precio unitario mayor unidades vendidas.	Ec1 Es un problema de oferta. Los datos del problema son el primer indicio que se trata de un problema de oferta ya que no presenta una relación entre los bienes y servicios, y los diferentes. Precios de este bien en particular Como se trata de un problema de oferta (basado en un modelo lineal) se tiene que la misma viene dada por la ecuación $S=a+bp$, donde S representa la oferta y p el precio. Después de usar los datos suministrados y resolver el sistema de ecuaciones que se genera, se Obtiene la ecuación $S=5000+20p$	Godino y Batanero (1994). la práctica matemática cualquier acción o manifestación (lingüística o de otro tipo) llevada a cabo en la resolución de problemas matemáticos y en la comunicación de soluciones a otras personas a fin de validarlas y generalizarlas a otros contextos y problemas Godino, Batanero y Font(2006) Las practicas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución
3b	Asumiendo la relación lineal entre oferta y el precio, usando la forma punto pendiente tenemos $Q-2000=12(p-250) \Rightarrow Q=12(p-250)+ 2000 \Rightarrow Q=12p -1000$ (forma explicita) $Q-12p +1000=0$ (forma implícita)		
3 a	As2 Es un problema de Oferta porque se puede observar en el enunciado que trata sobre la	Ec2 Es un problema de oferta , ya que se trata de una cantidad ofrecida por los	Pino-Fan; Godino; Font, (2015) La noción <i>prácticas</i>

<p>3b</p>	<p>cantidad de un bien (linternas de bolsillo) que una compañía coloca en el mercado para su venta en Bs.f</p> <p>Como la ecuación de la oferta es lineal, de la forma: $S = a + bP$.</p> <p>Si $S = 5000$ entonces $P = 500$, luego: $5000 = a + 500b$</p> <p>Si $S = 2000$ entonces $P = 250$, luego: $2000 = a + 250b$</p>	<p>productores de linternas</p> <p>Explicita $S = -5000 + 20p$ Se obtiene encontrando la ecuación de la recta punto-pendiente</p> <p>Implícita $S + 5000 - 20p = 0$</p>	<p><i>matemáticas</i> refiere a la descripción de las acciones realizadas para resolver las tareas matemáticas propuestas para contextualizar los contenidos y promover el aprendizaje.</p> <p>Rubio (2012)</p> <p>la práctica que realiza un persona es la lectura del enunciado de la tarea y la producción de un texto de sus respuestas</p>
<p>5 a</p>	<p>As1</p>  <p>Demanda Por cada cuatro unidades demandadas el precio baja una unidad</p> <p>Oferta: Por cada 6 unidades ofertadas el</p>	<p>Ec1</p>  <p>En el caso de la curva de Demanda</p>	<p>Rubio (2012)</p> <p>Para realizar una práctica matemática, el agente necesita conocimientos que son básicos tanto para su realización como para la interpretación de sus resultados como satisfactorios.</p> <p>Dimensión Matemática</p> <p>Para Lesh (2000) el modelo resulta ser un esquema que describe un sistema tomado de la vida real, que ayuda a pensar ese sistema, a darle sentido o a</p>

<p>5 b</p> <p>5 c</p> <p>5 d</p>	<p>precio sube una unidad</p> <p>Demanda:</p> $p - 3 = \frac{2 - 3}{4 - 0} (Q - 0) \Rightarrow p - 3 = \frac{-1}{4} Q \Rightarrow p = -\frac{1}{4} Q + 3 \text{ (explícita)}$ $p + \frac{1}{4} Q - 3 = 0 \text{ Implícita}$ <p>Oferta $p - 1 = \frac{2-1}{7-1} (Q - 1) \Rightarrow p = \frac{1}{6} Q + 1 \text{ (explícita)} \Rightarrow p - \frac{1}{6} Q - 1 = 0 \text{ Implícita}$</p> <p>Con la forma explícita de la demanda y la oferta respectivamente</p> $P = -\frac{1}{4}Q + 3$ <p>y</p> $p = \frac{1}{6} Q + 1$	<p>de <i>Miguel</i>, la gráfica muestra que cuando aumenta el precio del bien, disminuye el consumo del mismo. En el caso de la curva de Oferta por <i>Disco Joven</i>, la gráfica muestra que conforme el precio del bien va aumentando, se empezará a lanzar más unidades al mercado</p> <p>Demanda de <i>Miguel</i>: <i>La cantidad de demanda de un bien se relaciona de manera inversa con el precio del mismo.</i> Usando los datos de la tabla respectiva, se tiene que la función de oferta es:</p> $Q = 3 - \frac{1}{4} p$ <p>Oferta por <i>Disco Joven</i>: <i>La cantidad ofrecida del bien en un periodo de tiempo concreto depende del precio de ese bien.</i> Usando los datos de la tabla respectiva, se tiene que la función de</p>	<p>hacer predicciones.</p> <p>La propuesta de Lesh (2000) con respecto a la <i>modelación matemática</i> inicia con la comprensión del problema, la identificación de sus elementos y de relaciones entre ellos e incluye los siguientes aspectos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Leer detenidamente y comprender el problema descrito en la situación que se pretende modelar. 2. Extraer la mayor cantidad de datos con la información suministrada. 3. Intentar construir unas ecuaciones capaces de describir de forma general la esencia del problema dado, además de las relaciones que son de interés. 4. Reinterpretar y evaluar los resultados en términos del contexto del problema 5. Finalmente, comunicar la respuesta o argumentar su solución.
---	---	---	---

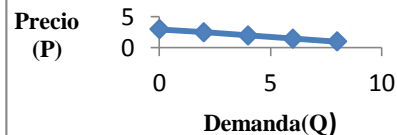
<p>5 e</p> <p>5 f</p>	<p>Vemos con la demanda la pendiente es $-\frac{1}{4}$ Lo que indica que por cada unidad demanda aumentada en el precio disminuye $\frac{1}{4}$ o sea, por cada cuatro unidades demandadas aumentadas el precio disminuye una unidad . Con la oferta análogo.</p> <p>Para resolver este problema encontramos el punto de equilibrio</p> <p>No responde</p>	<p>oferta es:</p> $S = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} p$ <p>En ambos casos se trataría de leer (interpretar) la gráfica desde el punto de vista de los precios.</p> <p>En virtud de la gráfica, la demanda máxima es de 8 discos compactos</p> <p>En virtud de la gráfica, la oferta máxima es 13 y la oferta mínima es de 1 discos compactos</p>	<p>Función Demanda UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176 <i>Ecuación de la Demanda del bien B, en el período T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad demandada de dicho bien, Q, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la demanda del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(Q, P) = 0$.</i> (p.p23)</p> <p>Mochón (1998) se refiere a Función de demanda, como una expresión de la forma: $Q_A = D (P_A, Y, P_B, G, N)$. La considera una relación matemática entre la cantidad demandada de un bien, su precio y otras variables, supone que en la expresión anterior, esto es, los valores de todas las variables, salvo la cantidad demandada del bien A y su precio, permanecen constantes.</p>
	As2	Ec2	Arya, J. (1994), trata el

5 a

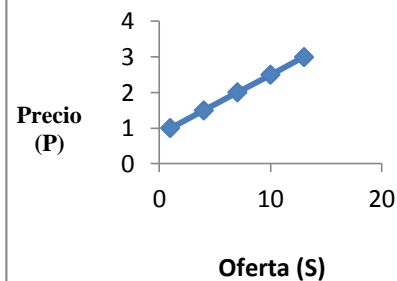


En la curva de la función demanda con el

Demanda de discos compactos de Miguel



Oferta de Disco Joven



Las graficas de la demanda de Miguel presenta una pendiente negativa que refleja los aumentos en la cantidad demanda cuando el precio se reduce.

concepto de función demanda como ley de demanda y es una relación que especifique la cantidad de un artículo de terminado que los consumidores están dispuestos a comprar, a varios niveles de precios, se denomina ley de la demanda. La ley más simple es una relación del tipo $p = mx + b$ en donde p es el precio por unidad del artículo y m y b son constantes.

UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176

la curva de demanda es un segmento de recta en el primer cuadrante y representa a Q como una Función continua y decreciente de P y de la forma: $P = m Q + b$, donde m es la pendiente y $m < 0$

Oferta

Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Oferta del bien B , en el período T , a la ecuación que

<p>5 b</p> <p>5 c</p> <p>5 d</p> <p>5 e</p>	<p>segmento de recta se observa que es continua y decreciente en el precio y en la oferta ocurre lo contrario es creciente como observa en los pares ordenados de los diferentes puntos con valores máximos y mínimos en ambas curvas</p> <p>En ambas curva que representas una función lineal, se puede encontrar tomando dos puntos cualesquiera de la recta que pasa por eso puntos. Así para la ecuación de la demanda: $Q = 3 - 0,25P$ y la ecuación de la oferta: $S = 0,83 + 0,17P$</p> <p>Tomando puntos diferentes en la curva se puede visualizar como decrece y crecen en las curvas de demanda y oferta respectivamente</p> <p>Como la función decrece con el precio, su valor máximo lo alcanza cuando P toma su valor mínimo en la ecuación $Q = 3 - 0,25P$</p>	<p>Demanda de Miguel Formula explicita $Q = 3 - \frac{1}{4} p$ Formula Implícita $Q - 3 + \frac{1}{4} p = 0$</p> <p>Disco Joven Formula explicita $S = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} p$ Formula Implícita $S - \frac{5}{6} - \frac{1}{6} p = 0$</p> <p>Interpretando la grafica</p> <p>De la gráfica La demanda máxima es de 8 discos compactos</p>	<p>nos relaciona a la cantidad ofrecida de dicho bien, S, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la oferta del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(S, P) = 0$ (UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176)</p> <p>Mochón (2005), define la función de oferta siguiente: $Q_A = 0(P_A, P_B, r, z, H)$ El autor introduce la condición «ceteris paribus», en el sentido de que en la función de oferta anterior todas las variables permanecen constantes excepto la cantidad ofrecida del bien A (Q_A) y el precio del mismo bien (P_A) Para Arya, J. (1994), define la función oferta como Una relación que especifique la cantidad de cualquier artículo que los fabricantes (o vendedores) puedan poner en el mercado a varios precios se denomina ley de la oferta</p>
---	--	--	---

5 f	La oferta máxima ocurre para el valor (13,0) y la mínima para (1, 1) de la ecuación de la oferta $S = 0,83 + 0,17P$	la oferta máxima es 13 y la oferta mínima es de 1 discos compactos a partir de la gráfica	<p>Siguiendo los tratados de Economía y Matemática aplicada a la Administración y Economía (Mochon, 2005, UNA, 2009 y Arya, 1994)</p> <p>la curva de oferta es un segmento de recta en el primer cuadrante y representa a Q como una Función continua y creciente de P y de la forma: $P = m Q + b$, donde m es la pendiente y $m > 0$.</p>
------------	---	---	--

Interpretación Hermenéutica Categoría Práctica Subcategoría: Practica Matemática

La práctica Matemática realizada por los asesores y especialistas de contenido es la lectura de las situaciones problemas, que trata de un problema extramatemático que se modeliza mediante un problema intramatemático y la producción de un texto como respuesta. En la resolución del problema intramatemático usan los conceptos de ecuación demanda y oferta, con las respectivas notaciones establecidas para la construcción de las ecuaciones respectivas; representan e interpretan el comportamiento de las gráficas de oferta y demanda, usando el eje de las abscisas para la cantidad demanda (Q) u ofertada (S) y para el eje de las ordenadas el precio (P), para ello emplean las propiedades de función creciente y decreciente, proporcionalidad, pendiente de una recta, condiciones de no negatividad, relación demanda-precio, oferta-precio y procedimientos de sustitución, resolución de ecuaciones, en cada momento se un lenguaje ordinario (ley de demanda, ecuación oferta, entre otros), numérico, simbólico, tabular, funcional, algebraico, gráfico, que sirven de argumentos para la solución en cada apartado

Por lo tanto se configuran un conglomerado de objetos personales, formado por algunos o todos de los siguientes elementos, los cuales en el marco del EOS se denominan entidades primarias o *objetos primarios*: lenguaje, propiedades/proposiciones, conceptos /definiciones, procedimientos y argumentos

Los asesores y especialistas de contenido muestran un acoplamiento con el contenido en cuanto a los objetos primarios presentes en el Módulo IV de Matemática I (176), pero una disparidad con respecto a la notación y definición de los textos de referencia obligatoria del Módulo IV de Matemática I.

Cuadro 31

Categoría: Práctica Subcategoría: Práctica Didáctica

Respuesta Ítems	Asesor (As)	Especialista de Contenido (Ec)	Teoría
2 a	<p>As1</p> <p>1)Primero, no puede escribirse $P=P-250$, la cual es una ecuación sin solución, al igual que $Q=Q+10$ para aplicar la solución Segundo no veo como la sustitución de (1) y (2) en $Q=a+bp$ nos lleva a que $Q=2,5+0,5p$ Si $p=1275$, debería ser 500.Veamos sustituyendo $p=1275$ en $Q=2,5+0,5p$ $Q=2,5+0,5(1275)=640 \neq 500$ la respuesta es falsa</p> <p>2) No hay justificación sin embargo la respuesta es verdadera ya que el precio disminuye 250 unidades monetarias y Q aumenta en 10 unidades vendidas</p> <p>3) No me gusto que haya escrito $p=p250$ ni $Q=Q+10$ ya que no son ecuaciones viables Sin embargo, hizo un buen análisis llegando a la solución correcta</p>	<p>Ec1</p> <p>En las respuestas aquí presentadas los estudiantes no justifican ninguno de sus pasos en su resolución al problema planteado por lo que yo en particular no daría ninguna de las respuestas como correcta, ya que en la UNA es de carácter significativo y sustancial que las respuestas de desarrollo sean debidamente justificadas con detalle.</p> <p>Ya lo respondí en la pregunta anterior, sin embargo, el asesor en el Centro Local es autónomo en la corrección de los instrumentos de evaluación.</p> <p>En la Universidad Nacional Abierta me desempeño como Especialista en Contenido por lo que mi aporte para los estudiantes se circunscribe a ofrecerle un material autoinstruccional</p>	<p>Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). La distribución de las tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción se pueden categorizar , mediante las</p> <p><i>Funciones docente:</i> P1: <i>Planificación:</i> diseño del proceso, selección de los contenidos y significados a estudiar (construcción del significado pretendido y de la trayectoria epistémica prevista). P2: <i>Motivación:</i> creación de un clima de afectividad, respeto y estímulo para el trabajo individual y cooperativo, a fin de que se implique en el proceso de</p>
2b			
2d	<p>La respuesta del estudiante 3 ya que aparte de ser correcta, tiene asociado un análisis correcto</p>		

2 e	<p>Los estudiantes no saben qué hacer con la ecuación</p> <p>Mostrar los conceptos involucrados y un problema tipo sencillo</p>	<p>de la mejor calidad posible en el que estudiante tenga a su alcance las herramientas para el logro positivo de los objetivos asociados a la asignatura en particular</p> <p>Como Especialista en Contenido, no tengo contacto con los estudiantes por lo que no observo ni registro los obstáculos que los mismos tienen. Los asesores de los Centros Locales deberían hacer un informe semestral detallado en el que se registre cualquier situación que detecten al respecto y hacerlo llegar a Nivel Central para su procesamiento y así tomar los correctivos que se ameriten desde el punto de vista del Material</p>	<p>instrucción.</p> <p>P3: <i>Asignación</i> de tareas: dirección y control del proceso de estudio, asignación de tiempos, adaptación de tareas, orientación y estímulo de las funciones del estudiante.</p> <p>P4: <i>Regulación</i>: fijación de reglas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptación de la planificación prevista.</p> <p>P5: <i>Evaluación</i>: observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas.</p> <p>P6: <i>Investigación</i>: reflexión</p>
2 a	<p>As2</p> <p>1.- En las respuesta dadas por los estudiantes puede observarse que ellos no están claro en que la relación entre la cantidad demanda y el precio unitario es lineal, por la respuesta emitidas como resultado de la ecuación de la demanda</p> <p>2.- La primera y 2da respuesta son incorrecta,</p>	<p>Ec2</p> <p>Estud1</p> <p>Resume la información dada y que desea determinar.</p> <p>Expresa la relación entre los datos y la incógnita a través de una ecuación o fórmula. Pero al llevar a cabo el plan no se observa el procedimiento y</p>	<p>P3: <i>Asignación</i> de tareas: dirección y control del proceso de estudio, asignación de tiempos, adaptación de tareas, orientación y estímulo de las funciones del estudiante.</p> <p>P4: <i>Regulación</i>: fijación de reglas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptación de la planificación prevista.</p> <p>P5: <i>Evaluación</i>: observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas.</p> <p>P6: <i>Investigación</i>: reflexión</p>

	la correcta es la emitida por el estudiante 3 b)	obtiene una respuesta incorrecta Falsa Estud2 No justifica como obtiene la ecuación , no es veraz Estud3 Resume la información dada y que desea determinar. Expresa la relación entre los datos y la incógnita a través de una ecuación. lleva a cabo un plan y se observa el procedimiento que no obtiene una respuesta correcta debido al cálculo del valor de b , por lo tanto es Falsa	y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio.
2b	La respuesta dada por el estudiante 3 debido a que en ella se observa la veracidad de la relación de la cantidad demanda del producto con su precio unitario en concordación con las condiciones del problema que se verifican con la ecuación de la recta que permite ver el crecimiento del precio y su valor máximo y donde es alcanzado	Ninguna , debido a que los objetivos se logran o no se logran y en esta modalidad corresponde a un 100%	Godino, Contreras y Font (2006) proponer las configuraciones didácticas (la interacción profesor-alumno): magistral, a-didáctica, personal, dialógica.
2d	Que los estudiantes no manejan los conceptos de oferta y demanda y tampoco saben graficar y analizar la curva que representan tal ecuación y verificar con los datos si dan una respuesta que tenga sentido con el planteamiento del problema en particular	No expresan la relación entre los datos y las variables (S,P) o (Q,P)	· Magistral: se deja a los estudiantes encontrar el sentido a lo visto por medio de ejercicios y aplicaciones propuestas. La exploración, formulación y validación quedan bajo responsabilidad del alumno.
2 e	Que siempre grafiquen la curva que representa la demanda y vaya variando los datos del problema para darle sentido al resultado que	En la modalidad a distancia el	El docente efectúa el discurso y da las reglas, los estudiantes las aplican. · A-didáctica: el momento

	<p>están dando como respuesta y así se den cuenta que cometieron un error y lo corrijan</p>	<p>estudiante asiste a las asesorías cuando disponga de tiempo , en caso contrario revisa material bibliográfico, discute con su grupo de estudio o consulta a un docente externo Recordemos que el estudio es independiente Pero sin embargo, se puede diseñar entornos de aprendizaje, elaborar un material instruccional complementario</p> <p>Los asesores pueden organizar talleres donde se lleven situaciones y se justifican procedimientos y se dan argumentos para la resolución de problemas de este tipo</p>	<p>de exploración existe pero el profesor hace la formulación y la validación. Una situación a-didáctica tiene como intención didáctica favorecer la evolución de los conocimientos de los alumnos en respuesta a las exigencias del entorno y no al deseo del docente.</p> <ul style="list-style-type: none"> · Dialógica: el proceso de regulación (institucionalización) se lleva a cabo en forma dialogada entre el docente y los alumnos. · Personal: el estudiante es quien efectúa la resolución de la situación-problema (o realización de una tarea) sin intervención directa del docente. Puede ser que resuelva ejercicios o trabaje sobre un material dado, en un tipo de estudio personal. <p>Godino (2009) la practica</p>
--	---	--	--

			<p>didáctica describe las líneas de actuación docente y discente.</p> <p>Lurduy (2013).Una práctica didáctica es toda expresión, actuación y regulación que efectúa un profesor para resolver problemas didácticos, al abordar objetos didácticos diseñar, gestionar y evaluar una secuencia de actividades; comunicar a otros su “solución” al problema didáctico planteado, validarla o generalizarla a otras prácticas, problemas, objetos didácticos</p> <p>Godino(2014) Las acciones que se pongan en juego para dar solución de problemas matemáticos</p> <p>De acuerdo al art 27 de la Normativa de Evaluación de la UNA (1987); Se</p>
--	--	--	---

			<p>acepta como logrado un objetivo, cuando el estudiante alcanza el criterio de dominio establecido por el mismo instrumento de evaluación. El criterio de dominio se puede expresar en forma cuantitativa, como proporción de ítemes que deben ser contestados correctamente, o en forma cualitativa, a juicio del Área o Carrera Académica.</p> <p>Según la Comisión Organizadora de la Universidad Nacional Abierta. (1977), la asesoría académica es un servicio de apoyo que permite integrar múltiples medios y estrategias de enseñanza en situaciones concretas de instrucción, mediante la orientación del estudiante y contribución al proceso de evaluación formativa y sumativa que</p>
--	--	--	---

			<p>regulan la efectividad del sistema de instrucción.</p> <p>Entre las funciones del asesor en el ámbito académico tenemos: Fomentar la transferencia de conocimientos y Proporcionar realimentación del proceso, entre otras (UNA, 1977).</p> <p>Entre las Tareas del Asesor Académico, de acuerdo al proyecto UNA (1977):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ofrecer una visión general de la asignatura que incluya una valorización de su importancia en el plan de estudios y un enfoque de cada tema en relación con el conjunto de la asignatura • Resolver las dudas que los alumnos plantean una vez que han trabajado el tema • Explicar, reforzar y/o
--	--	--	---

			<p>integrar los objetivos de aprendizaje</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseñar ejercicios para ser resueltos en actividades grupales • Reunir y organizar a los estudiantes para discusión de dudas comunes, lo cual permite mejor aprovechamiento del tiempo. • Seleccionar y elaborar los refuerzos de aprendizaje. Elaboración de material de apoyo para la asesoría a distancia: guías de ejercicios, lista bibliográfica complementaria, información general sobre la asignatura, guías generales • Proporcionar información complementaria a los estudiantes sobre el contenido del material impreso: recomienda el material audiovisual, suministra ejemplos que
--	--	--	--

			<p>ilustran las dudas, proporciona trabajos de investigación ya realizados, casos de la vida diaria, lectura de periódicos,</p> <ul style="list-style-type: none"> • Suministrar información sobre bibliografía <p>Según UNA(2005) El asesor académico en la educación a distancia es el responsable de crear un conjunto de condiciones apropiadas para facilitar el aprendizaje. Ofrece una interacción comunicativa con el estudiante para aclarar y resolver dudas sobre algunos contenidos y dificultades del material didáctico que permitan consolidar el aprendizaje.</p> <p>UNA (2007) el asesor no imparte clases magistrales, sino que su labor se constituye en guía y orientadora del proceso</p>
--	--	--	---

			enseñanza- aprendizaje.
3 d	As1 Usando las leyes de oferta y demanda	Ec1 En la Universidad Nacional Abierta me desempeño como Especialista en Contenido por lo que mi aporte para los estudiantes se circunscribe a ofrecerle un material autoinstruccional de la mejor calidad posible en el que estudiante tenga a su alcance las herramientas para el logro positivo de los objetivos asociados a la asignatura en particular.	Alfonzo (2006) explica que el rol de mayor significación en esta casa de estudios es el de especialista en contenido y evaluación a Nivel Central, tienen la potestad de decidir qué se debe enseñar, cómo se evaluará y administrará el proceso de enseñanza.
3 e	Desconocimiento de las formas de la recta	Como Especialista en Contenido, no tengo contacto con los estudiantes por lo que no observo ni registro los obstáculos que los mismos tienen. Los asesores de los Centros Locales deberían hacer un informe semestral detallado en el que se registre cualquier situación que detecten al respecto y hacerlo llegar a Nivel Central para su procesamiento y así tomar los correctivos que se ameriten desde el punto de vista del Material	Wedemeyer (citado por García, 2001) conceptualizó el término estudio independiente y destaca las siguientes características: <ul style="list-style-type: none"> • El estudiante y el docente están separados. • El proceso de enseñanza y aprendizaje son efectuados a través de materiales escritos u otros medios. • La enseñanza es

3f	Hasta ahora ninguna	<p>Instruccional.</p> <p>Por otro lado, los asesores de los Centro Locales son los llamados a detectar los obstáculos y generar estrategias para solucionarlos.</p> <p>No he analizado los textos de referencia bibliográfica para hablar de disparidades</p>	<p>individualizada.</p> <ul style="list-style-type: none"> • El aprendizaje se da a través de la actividad del estudiante. • El aprendizaje se adecúa al estudiante en su propio ambiente. • El estudiante asume su responsabilidad de su progreso, con la libertad suficiente para comenzar y detener su aprendizaje en cualquier momento, estableciendo su propio ritmo.
<p>3 d</p> <p>3 e</p>	<p>As2</p> <p>Hay que enseñarle primeramente la parte teórica para que establezcan la diferencia entre la cantidad de un determinado bien que se está dispuesto a comprar (demanda) y la cantidad de bien que es colocada en el mercado para su venta (oferta). Ambas relaciones son lineales, pero sus curvas tienen significados diferentes.</p> <p>1.No se diferencia la ecuación demanda de la ecuación oferta</p> <p>2. Análisis incorrecto de los datos que son dados como condiciones iniciales de un problema en particular</p>	<p>Ec2</p> <p>Como especialista de contenido, revisar el contenido del modulo y diseñar un material complementario, el cual puede ser un : modulo o un entorno de aprendizaje en la pág. académico.una.edu.ve</p> <p>No tengo contacto con los estudiantes, por ser Especialista en Contenido</p>	

3f	<p>3. Debilidad para graficar la curva</p> <p>No he analizado los textos de referencia bibliográfica para hablar de disparidades</p>	<p>No se. Tendría que dedicarme a comparar el enfoque que los otros autores asumen al encarar este tema en particular. Generalmente los autores de los textos de referencia abordan este tema con mas profundidad que nuestro Módulo IV (código176), ya que en nuestro Módulo, la idea es simplemente enfrentar el estudiante a temas relacionados con su perfil de egreso sin profundizar conceptualmente en el tema, es solo darse cuenta que la función Afín y las gráficas de funciones tienen aplicabilidad en su quehacer profesional.</p>	
4b	<p>As1</p> <p>Mostrar una situación en que algo de peso cambie para que no se cumpla la expresión en cuestión</p>	<p>Ec1</p> <p>Como ya lo acoté en respuestas anteriores es función del asesor determinar estrategias para aclarar conceptos que le presenten dudas a los estudiantes. Sin embargo, un ejemplo clásico es:</p> <p>La Demanda de televisores depende del Precio de los mismos, del Ingreso</p>	

		<p>de las personas, del precio de otros Bienes, de los gustos, etc., variables que determinan en forma simultánea la Demanda.</p> <p>Para conocer el efecto sobre la Demanda de televisores de un cambio en el Precio, se supone que todas las demás variables permanecen constantes o Ceteris Paribus, consiguiendo de este modo aislar analíticamente la variable precio sobre la cantidad demanda de televisores. Esto no refleja la realidad solo un ejemplo metodológico para ilustrar la condición ceteris Paribus</p>	
4b	<p>As2</p> <p>Propondría situaciones problemas como la siguiente:</p> <p>Si se analiza la variación del precio de un bien (P), entonces consideramos que todos los demás factores no se modifican, y con ello se determina la curva de demanda. Así, se observa cómo varia la cantidad demandada, cuando existe una variación en el precio del bien en particular</p> <p>En la expresión:</p> <p><i>La cantidad demanda tiene pendiente negativa porque, ceteris paribus, menores precios</i></p>	<p>Ec2</p> <p>Recurro a la situación</p>	

	<p><i>implican mayores cantidades demandadas</i></p> <p>es decir, un cambio en A provoca un cambio conocido en B sólo si todas y absolutamente todas las variables restantes permanecen inalteradas (“ceteris paribus”).</p>		
5 d	<p>As1</p> <p>Con la forma explícita de la demanda y la oferta respectivamente</p> $P = -\frac{1}{4}Q + 3$ <p>y</p> $p = \frac{1}{6}Q + 1$ <p>Vemos con la demanda la pendiente es $-\frac{1}{4}$</p> <p>Lo que indica que por cada unidad demanda aumentada en el precio disminuye $\frac{1}{4}$ o sea, por cada cuatro unidades demandadas aumentadas el precio disminuye una unidad .Con la oferta análogo.</p>	<p>En ambos casos se trataría de leer (interpretar) la gráfica desde el punto de vista de los precios.</p>	
5 d	<p>As2</p> <p>Tomando puntos diferentes en la curva se puede visualizar como decrece y crecen en las curvas de demanda y oferta respectivamente.</p>	<p>Interpretando la grafica</p>	

Interpretación Hermenéutica. Categoría: Practica Subcategoría: Práctica Didáctica

La practica didáctica de los asesores y especialistas de contenido guarda una diferencia propia de sus roles en la modalidad a distancia. El asesor académico en la educación a distancia, según UNA (2007) es el responsable de crear un conjunto de condiciones apropiadas para facilitar el aprendizaje. Ofrece una interacción comunicativa con el estudiante para aclarar y resolver dudas sobre algunos contenidos y dificultades del material didáctico que permitan consolidar el aprendizaje, mientras que el Especialista de contenido tienen la dirección de decidir qué se debe enseñar, cómo se evaluará y administrará el proceso de enseñanza.

La validación de las actividades por parte del asesor, mediante argumentos deducido de las procedimientos, propiedades y conceptos, valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas. Se observa en sus respuesta que interpreta los conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio.

Sin embargo, no presenta una planificación de refuerzos de aprendizaje, asimismo un material de apoyo para la asesoría a distancia: guías de ejercicios, talleres, entornos virtuales, videos entre otros

En cuanto a los Especialistas de contenido, se observa una marcada regulación en su práctica didáctica, de acuerdo a las reglas de la Normativa de evaluación en su art27, fijadas por la Universidad y por sus funciones.

Los asesores y Especialistas de contenido dejan al estudiante la resolución de la situación-problema (o realización de una tarea) sin su intervención directa, característico de la modalidad a Distancia.

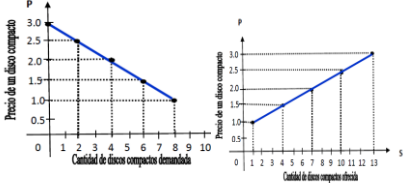
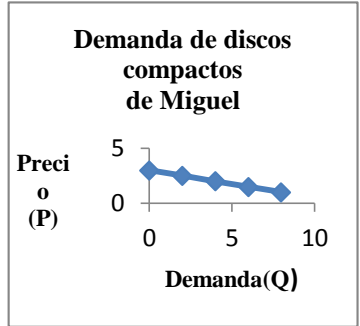
Cuadro 32

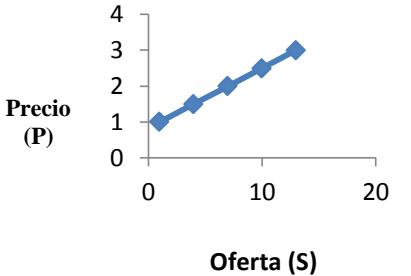
Categoría: Procesos **Subcategoría:** Procesos Matemáticos

Respuesta Ítems	Asesor (As)	Especialista de Contenido (Ec)	Teoría
<p>3 a</p> <p>3b</p>	<p>As1 Es un problema de oferta ya que a mayor precio unitario mayores unidades vendidas.</p> <p>Asumiendo la relación lineal entre oferta y el precio, usando la forma punto pendiente tenemos $Q-2000=12(p-250) \Rightarrow Q=12(p-250)+2000 \Rightarrow Q=12p-1000$ (forma explícita) $Q-12p+1000=0$ (forma implícita)</p>	<p>Ec1 Es un problema de oferta. Los datos del problema son el primer indicio que se trata de un problema de oferta ya que no presenta una relación entre los bienes y servicios, y los diferentes. Precios de este bien en particular</p> <p>Como se trata de un problema de oferta (basado en un modelo lineal) se tiene que la misma viene dada por la ecuación $S=a+bp$, donde S representa la oferta y p el precio. Después de usar los datos suministrados y resolver el sistema de ecuaciones que se genera, se obtiene la ecuación $S=5000+20p$</p>	<p>Según Godino, Batanero y Font (2006) los procesos matemáticos pueden ser interpretados como la “secuencia de prácticas” que intervienen en la realización de la práctica, así como los que emergen de ellas</p> <p>Según Godino, Batanero y Font (2006) los procesos matemáticos como secuencias de prácticas en correspondencia con los tipos de objetos matemáticos primarios (Lenguaje, problemas, definición, proposiciones, procedimiento y argumentación) tiene lugar</p>
<p>3 a</p> <p>3b</p>	<p>As2 Es un problema de Oferta porque se puede observar en el enunciado que trata sobre la cantidad de un bien (linternas de bolsillo) que una compañía coloca en el mercado para su venta en Bs f</p>	<p>Ec2 Es un problema de oferta, ya que se trata de una cantidad ofrecida por los productores de linternas</p> <p>Explícita $S=-5000+20p$ Se obtiene</p>	

	<p>Como la ecuación de la oferta es lineal, de la forma: $S = a + bP$.</p> <p>Si $S=5000$ entonces $P= 500$, luego: $5000 = a + 500b$</p> <p>Si $S= 2000$ entonces $P= 250$, luego: $2000 = a + 250b$</p>	<p>encontrando la ecuación de la recta punto-pendiente</p> <p>Implícita</p> $S + 5000 - 20P = 0$	<p>mediante los respectivos procesos matemáticos primarios de: comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (algoritmización, rutinización, etc.) y argumentación.</p>
5 a	<p>As1</p>	<p>Ec1</p>	<p>Según Godino, Batanero y Font (2006) los procesos matemáticos como secuencias de prácticas en correspondencia con las facetas o dimensiones duales tiene lugar mediante los respectivos procesos cognitivos/epistémicos de: institucionalización-personalización; generalización-particularización; análisis/descomposición-síntesis/reificación;</p>
5 b	<p>Demanda Por cada cuatro unidades demandas el precio baja una unidad</p> <p>Oferta: Por cada 6 unidades ofertadas el precio sube una unidad</p>	<p>En el caso de la curva de Demanda de <i>Miguel</i>, la gráfica muestra que cuando aumenta el precio del bien, disminuye el consumo del mismo.</p> <p>En el caso de la curva de Oferta por <i>Disco Joven</i>, la gráfica muestra que conforme el</p>	

5 c	<p>Demanda:</p> $p - 3 = \frac{2 - 3}{4 - 0} (Q - 0) \Rightarrow p - 3 = \frac{-1}{4} Q \Rightarrow p = -\frac{1}{4} Q + 3 \text{ (explicita)}$ $p + \frac{1}{4} Q - 3 = 0 \text{ Implícita}$	<p>precio del bien va aumentando, se empezará a lanzar más unidades al mercado</p> <p>Demanda de Miguel: La cantidad de demanda de un bien se relaciona de manera inversa con el precio del mismo. Usando los datos de la tabla respectiva, se tiene que la función de oferta es:</p> $Q = 3 - \frac{1}{4} p$	<p>materialización / concreción - idealización/abstracción; expresión / representación - significación.</p> <p>La resolución de problemas y de manera más general, la modelización, debe ser considerada más bien como hiper-procesos matemáticos, al implicar configuraciones complejas de los procesos matemáticos primarios (establecimiento de conexiones entre los objetos y generalización de técnicas, reglas y justificaciones) (Godino, Batanero y Font ,2006)</p>
5 d	<p>Oferta $p - 1 = \frac{2-1}{7-1} (Q - 1) \Rightarrow p = \frac{1}{6} Q + 1 \text{ (explicita)} \Rightarrow p - \frac{1}{6} Q - 1 = 0 \text{ Implícita}$</p> <p>Con la forma explícita de la demanda y la oferta respectivamente</p> $P = -\frac{1}{4} Q + 3$ <p>y</p> $p = \frac{1}{6} Q + 1$	<p>Oferta por Disco Joven: La cantidad ofrecida del bien en un periodo de tiempo concreto depende del precio de ese bien. Usando los datos de la tabla respectiva, se tiene que la función de oferta es:</p> $S = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} p$ <p>En ambos casos se trataría de leer (interpretar) la gráfica desde el punto de vista de los precios.</p>	<p>matemáticos, al implicar configuraciones complejas de los procesos matemáticos primarios (establecimiento de conexiones entre los objetos y generalización de técnicas, reglas y justificaciones) (Godino, Batanero y Font ,2006)</p>
5 e	<p>Vemos con la demanda la pendiente es $-\frac{1}{4}$</p> <p>Lo que indica que por cada unidad demanda aumentada en el precio disminuye $\frac{1}{4}$ o sea,</p>		<p>Función Demanda</p>
5 f	<p>por cada cuatro unidades demandadas aumentadas el precio disminuye una unidad .</p>		<p>UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176</p>

	<p>Con la oferta análogo.</p> <p>Para resolver este problema encontramos el punto de equilibrio</p> <p>No responde</p>	<p>En virtud de la gráfica, la demanda máxima es de 8 discos compactos</p> <p>En virtud de la gráfica, la oferta máxima es 13 y la oferta mínima es de 1 discos compactos</p>	<p>Ecuación de la Demanda del bien B, en el período T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad demandada de dicho bien, Q, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la demanda del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(Q, P) = 0$. (p.p23)</p> <p>Mochón (1998) se refiere a Función de demanda, como una expresión de la forma: $Q_A = D(P_A, Y, P_B, G, N)$. La considera una relación matemática entre la cantidad demandada de un bien, su precio y otras variables, supone que en la expresión anterior, esto es, los valores de todas las variables, salvo la cantidad demandada del bien A y su precio, permanecen constantes.</p>
5 a	<p>As2</p> 	<p>Ec2</p> 	

<p>5 b</p> <p>5 c</p> <p>5 d</p>	<p>En la curva de la función demanda con el segmento de recta se observa que es continua y decreciente en el precio y en la oferta ocurre lo contrario es creciente como observa en los pares ordenados de los diferentes puntos con valores máximos y mínimos en ambas curvas</p> <p>En ambas curva que representas una función lineal, se puede encontrar tomando dos puntos cualesquiera de la recta que pasa por eso puntos. Así para la ecuación de la demanda: $Q = 3 - 0,25P$ y la ecuación de la oferta: $S = 0,83 + 0,17P$</p>	<div data-bbox="1025 228 1447 580"> <p>Oferta de Disco Joven</p>  </div> <p>Las graficas de la demanda de Miguel presenta una pendiente negativa que refleja los aumentos en la cantidad demanda cuando el precio se reduce.</p> <p>Demanda de Miguel Formula explicita $Q = 3 - \frac{1}{4}p$ Formula Implícita $Q - 3 + \frac{1}{4}p = 0$ Disco Joven Formula explicita $S = \frac{5}{6} + \frac{1}{6}p$</p>	<p>Arya, J. (1994), trata el concepto de función demanda como ley de demanda y es una relación que especifique la cantidad de un artículo de terminado que los consumidores están dispuestos a comprar, a varios niveles de precios, se denomina ley de la demanda. La ley más simple es una relación del tipo $p = mx + b$ en donde p es el precio por unidad del artículo y m y b son constantes.</p> <p>UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176 la curva de demanda es un segmento de recta en el primer cuadrante y representa a Q como una Función continua y decreciente de P y de la forma: $P = mQ + b$, donde m es la pendiente y $m < 0$</p>
---	---	---	---

<p>5 e</p> <p>5 f</p>	<p>Tomando puntos diferentes en la curva se puede visualizar como decrece y crecen en las curvas de demanda y oferta respectivamente</p> <p>Como la función decrece con el precio, su valor máximo lo alcanza cuando P toma su valor mínimo en la ecuación $Q = 3 - 0,25P$</p> <p>La oferta máxima ocurre para el valor (13,0) y la mínima para (1, 1) de la ecuación de la oferta $S = 0,83 + 0,17P$</p>	<p>Formula Implícita</p> $S - \frac{5}{6} - \frac{1}{6} p = 0$ <p>Interpretando la grafica</p> <p>De la gráfica La demanda máxima es de 8 discos compactos</p> <p>la oferta máxima es 13 y la oferta mínima es de 1 discos compactos a partir de la gráfica</p>	<p>Oferta</p> <p>Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Oferta del bien B, en el período T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad ofrecida de dicho bien, S, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la oferta del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(S, P) = 0$ (UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176)</p> <p>Mochón (2005), define la función de oferta siguiente:</p> $Q_A = 0(P_A, P_B, r, z, H)$ <p>El autor introduce la condición «ceteris paribus», en el sentido de que en la función de oferta anterior todas las variables</p>
-------------------------------------	---	---	--

			<p>permanecen constantes excepto la cantidad ofrecida del bien A (Q_A) y el precio del mismo bien (P_A)</p> <p>Para Arya, J. (1994), define la función oferta como Una relación que especifique la cantidad de cualquier artículo que los fabricantes (o vendedores) puedan poner en el mercado a varios precios se denomina ley de la oferta</p> <p>Siguiendo los tratados de Economía y Matemática aplicada a la Administración y Economía (Mochon, 2005, UNA, 2009 y Arya, 1994)</p> <p>la curva de oferta es un segmento de recta en el primer cuadrante y representa a Q como una</p>
--	--	--	--

			<p> Función continua y creciente de P y de la forma: $P = m Q + b$, donde m es la pendiente y $m > 0$. </p>
--	--	--	--

Interpretación Hermenéutica Categoría: Procesos Subcategoría: Procesos Matemáticos

Se destaca en las respuestas de los Asesores y especialistas de contenido, que el proceso principal o hiper-proceso, según Godino y Batanero (2006) es de “Modelización” de situaciones reales de la economía, en la cual se interpreta a través de la resolución que realizan los siguientes pasos: 1) Comprender el enunciado del problema; 2) Descripción simplificada de la realidad. 3) Construcción de un modelo. 4) Trabajo matemático con el modelo. 5) Interpretación de resultados en la realidad.

Los asesores y especialistas han comprendido el enunciado del problema. Es decir, ha realizado un primer proceso matemático de “*comunicación*” (Paso 1). (en el sentido de que “entiende enunciados matemáticos de otras personas”) que no entraremos a analizar. Para ello, ha tenido que entender el significado (*proceso de significación*) (paso 2) de la aplicación de la función afín en modelos económicos referido a la relación de la Demanda u oferta con el precio, del enunciado del problema y de los términos que aparecen, sobre todo, comprender el texto globalmente, entendiendo, además, que debe dar una justificación de su respuesta.

Asimismo, activan *procesos de materialización e idealización* cuando se materializa la ecuación lineal de la Demanda y de la Oferta. Asimismo, presentan una justificación a sus respuestas realizando un *proceso de argumentación* (inductiva y deductiva).

Además, los asesores y especialistas de contenido realizan diversas representaciones: verbal, simbólico y gráfico

Cuadro 33

Categoría: Procesos **Subcategoría:** Procesos didácticos

Respuesta Ítems	Asesor (As)	Especialista de Contenido (Ec)	Teoría
2 a	<p>As1</p> <p>1)Primero, no puede escribirse $P=P-250$, la cual es una ecuación sin solución, al igual que $Q=Q+10$ para aplicar la solución Segundo no veo como la sustitución de (1) y (2) en $Q=a+bp$ nos lleva a que $Q=2,5+0,5p$ Si $p=1275$, debería ser 500.Veamos sustituyendo $p=1275$ en $Q=2,5+0,5p$ $Q=2,5+0,5(1275)=640 \neq 500$ la respuesta es falsa</p>	<p>Ec1</p> <p>En las respuestas aquí presentadas los estudiantes no justifican ninguno de sus pasos en su resolución al problema planteado por lo que yo en particular no daría ninguna de las respuestas como correcta, ya que en la UNA es de carácter significativo y sustancial que las respuestas de desarrollo sean debidamente justificadas con detalle.</p>	<p>Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006) señalan respecto a los <i>Procesos Didácticos</i> que es la secuenciación de las acciones que se pongan en juego</p>
2b	<p>2) No hay justificación sin embargo la respuesta es verdadera ya que el precio disminuye 250 unidades monetarias y Q aumenta en 10 unidades vendidas</p>		<p><i>Funciones docente:</i> P1: <i>Planificación:</i> diseño del proceso, selección de los contenidos y significados a estudiar (construcción del significado pretendido y de la trayectoria epistémica prevista).</p>
2d	<p>3) No me gusto que haya escrito $p=p250$ ni $Q=Q+10$ ya que no son ecuaciones viables Sin embargo, hizo un buen análisis llegando a la solución correcta</p>	<p>Ya lo respondí en la pregunta anterior, sin embargo, el asesor en el Centro Local es autónomo en la corrección de los instrumentos de evaluación.</p>	<p>P2: <i>Motivación:</i> creación de un clima de afectividad, respeto y estímulo para el trabajo individual y cooperativo, a fin de que se implique en el proceso de instrucción.</p>
2 e	<p>La respuesta del estudiante 3 ya que aparte de ser correcta, tiene asociado un análisis correcto</p>	<p>En la Universidad Nacional Abierta me desempeño como Especialista en Contenido por lo que mi aporte para</p>	<p>P3: <i>Asignación</i> de tareas:</p>

	<p>Los estudiantes no saben qué hacer con la ecuación</p> <p>Mostrar los conceptos involucrados y un problema tipo sencillo</p>	<p>los estudiantes se circunscribe a ofrecerle un material autoinstruccional de la mejor calidad posible en el que estudiante tenga a su alcance las herramientas para el logro positivo de los objetivos asociados a la asignatura en particular</p> <p>Como Especialista en Contenido, no tengo contacto con los estudiantes por lo que no observo ni registro los obstáculos que los mismos tienen. Los asesores de los Centros Locales deberían hacer un informe semestral detallado en el que se registre cualquier situación que detecten al respecto y hacerlo llegar a Nivel Central para su procesamiento y así tomar los correctivos que se ameriten desde el punto de vista del Material</p>	<p>dirección y control del proceso de estudio, asignación de tiempos, adaptación de tareas, orientación y estímulo de las funciones del estudiante.</p> <p>P4: <i>Regulación</i>: fijación de reglas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptación de la planificación prevista.</p> <p>P5: <i>Evaluación</i>: observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas.</p> <p>P6: <i>Investigación</i>: reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio.</p>
--	---	---	--

<p>2 a</p>	<p>As2 1.- En las respuesta dadas por los estudiantes puede observarse que ellos no están claro en que la relación entre la cantidad demanda y el precio unitario es lineal, por la respuesta emitidas como resultado de la ecuación de la demanda 2.- La primera y 2da respuesta son incorrecta, la correcta es la emitida por el estudiante 3 b)</p>	<p>Ec2 Estud1 Resume la información dada y que desea determinar. Expresa la relación entre los datos y la incógnita a través de una ecuación o fórmula. Pero al llevar a cabo el plan no se observa el procedimiento y obtiene una respuesta incorrecta Falsa Estud2 No justifica como obtiene la ecuación , no es veraz Estud3 Resume la información dada y que desea determinar. Expresa la relación entre los datos y la incógnita a través de una ecuación . lleva a cabo un plan y se observa el procedimiento que no obtiene una respuesta correcta debido al cálculo del valor de b , por lo tanto es Falsa</p>	<p>Los procesos didácticos, según Godino y Batanero (2009) son : institucionalización, evaluación, atribución de autonomía al estudiante y de trabajo cooperativo, gestión del tiempo y de los recursos</p>
<p>2b</p>	<p>La respuesta dada por el estudiante 3 debido a que en ella se observa la veracidad de la relación de la cantidad demanda del producto con su precio unitario en concordación con las condiciones del problema que se verifican con la ecuación de la recta que permite ver el crecimiento del precio y su valor máximo y donde es alcanzado</p>	<p>Ninguna , debido a que los objetivos se logran o no se logran y en esta modalidad corresponde a un 100%</p>	
<p>2d</p>			
<p>2 e</p>	<p>Que los estudiantes no manejan los conceptos de oferta y demanda y tampoco saben graficar</p>		

	<p>y analizar la curva que representan tal ecuación y verificar con los datos si dan una respuesta que tenga sentido con el planteamiento del problema en particular</p> <p>Que siempre grafiquen la curva que representa la demanda y vaya variando los datos del problema para darle sentido al resultado que están dando como respuesta y así se den cuenta que cometieron un error y lo corrijan</p>	<p>No expresan la relación entre los datos y las variables (S,P) o (Q,P)</p> <p>En la modalidad a distancia el estudiante asiste a las asesorías cuando disponga de tiempo , en caso contrario revisa material bibliográfico, discute con su grupo de estudio o consulta a un docente externo Recordemos que el estudio es independiente Pero sin embargo, se puede diseñar entornos de aprendizaje, elaborar un material instruccional complementario</p> <p>Los asesores pueden organizar talleres donde se lleven situaciones y se justifican procedimientos y se dan argumentos para la resolución de problemas de este tipo</p>	
3 d	<p>As1</p> <p>Usando las leyes de oferta y demanda</p>	<p>Ec1</p> <p>En la Universidad Nacional Abierta me desempeño como Especialista en Contenido por lo que mi aporte para los estudiantes se circunscribe a</p>	

<p>3 e</p> <p>3f</p>	<p>Desconocimiento de las formas de la recta</p> <p>Hasta ahora ninguna</p>	<p>ofrecerle un material autoinstruccional de la mejor calidad posible en el que estudiante tenga a su alcance las herramientas para el logro positivo de los objetivos asociados a la asignatura en particular.</p> <p>Como Especialista en Contenido, no tengo contacto con los estudiantes por lo que no observo ni registro los obstáculos que los mismos tienen. Los asesores de los Centros Locales deberían hacer un informe semestral detallado en el que se registre cualquier situación que detecten al respecto y hacerlo llegar a Nivel Central para su procesamiento y así tomar los correctivos que se ameriten desde el punto de vista del Material Instruccional. Por otro lado, los asesores de los Centro Locales son los llamados a detectar los obstáculos y generar estrategias para solucionarlos.</p> <p>No he analizado los textos de</p>
-----------------------------	---	---

		referencia bibliográfica para hablar de disparidades	
3 d	<p>As2</p> <p>Hay que enseñarle primeramente la parte teórica para que establezcan la diferencia entre la cantidad de un determinado bien que se está dispuesto a comprar (demanda) y la cantidad de bien que es colocada en el mercado para su venta (oferta). Ambas relaciones son lineales, pero sus curvas tienen significados diferentes.</p>	<p>Ec2</p> <p>Como especialista de contenido, revisar el contenido del modulo y diseñar un material complementario, el cual puede ser un : modulo o un entorno de aprendizaje en la pág. académico.una.edu.ve</p>	
3 e	<p>1.No se diferencia la ecuación demanda de la ecuación oferta</p> <p>2. Análisis incorrecto de los datos que son dados como condiciones iniciales de un problema en particular</p> <p>3. Debilidad para graficar la curva</p>	<p>No tengo contacto con los estudiantes , por ser Especialista en Contenido</p>	
3f	<p>No he analizado los textos de referencia bibliográfica para hablar de disparidades</p>	<p>No se. Tendría que dedicarme a comparar el enfoque que los otros autores asumen al encarar este tema en particular. Generalmente los autores de los textos de referencia abordan este tema con mas profundidad que nuestro Módulo IV (código176), ya que en</p>	

		nuestro Módulo, la idea es simplemente enfrentar al estudiante a temas relacionados con su perfil de egreso sin profundizar conceptualmente en el tema, es solo darse cuenta que la función Afín y las gráficas de funciones tienen aplicabilidad en su quehacer profesional.	
4b	As1 Mostrar una situación en que algo de peso cambie para que no se cumpla la expresión en cuestión	Ec1 Como ya lo acoté en respuestas anteriores es función del asesor determinar estrategias para aclarar conceptos que le presenten dudas a los estudiantes. Sin embargo, un ejemplo clásico es: La Demanda de televisores depende del Precio de los mismos, del Ingreso de las personas, del precio de otros Bienes, de los gustos, etc., variables que determinan en forma simultánea la Demanda. Para conocer el efecto sobre la Demanda de televisores de un cambio en el Precio, se supone que todas las demás variables permanecen constantes o Ceteris Paribus,	

		consiguiendo de este modo aislar analíticamente la variable precio sobre la cantidad demanda de televisores. Esto no refleja la realidad solo un ejemplo metodológico para ilustrar la condición ceteris Paribus	
4b	<p>As2</p> <p>Propondría situaciones problemas como la siguiente:</p> <p>Si se analiza la variación del precio de un bien (P), entonces consideramos que todos los demás factores no se modifican, y con ello se determina la curva de demanda. Así, se observa cómo varía la cantidad demandada, cuando existe una variación en el precio del bien en particular</p> <p>En la expresión:</p> <p><i>La cantidad demanda tiene pendiente negativa porque, ceteris paribus, menores precios implican mayores cantidades demandadas</i></p> <p>es decir, un cambio en A provoca un cambio conocido en B sólo si todas y absolutamente todas las variables restantes permanecen inalteradas (“ceteris paribus”).</p>	<p>Ec2</p> <p>Recurso a la situación</p>	
5 d	<p>As1</p> <p>Con la forma explícita de la demanda y la oferta respectivamente</p>	En ambos casos se trataría de leer	

	$P = -\frac{1}{4}Q + 3$ <p>y</p> $p = \frac{1}{6}Q + 1$ <p>Vemos con la demanda la pendiente es $-\frac{1}{4}$ Lo que indica que por cada unidad demanda aumentada en el precio disminuye $\frac{1}{4}$ o sea, por cada cuatro unidades demandadas aumentadas el precio disminuye una unidad. Con la oferta análogo.</p>	(interpretar) la gráfica desde el punto de vista de los precios.	
5 d	As2 Tomando puntos diferentes en la curva se puede visualizar como decrece y crecen en las curvas de demanda y oferta respectivamente.	Interpretando la grafica	

Interpretación Hermenéutica Categoría: Procesos Subcategoría: Procesos didácticos

Los asesores a partir de las dificultades observadas en este tipo de problemas extramatematicos en los alumnos, sistematiza los conocimientos con la intención de generar nuevos conocimientos o enriquecer los ya existentes mediante la resolución de problemas con menor complejidad o nuevas situaciones-problemas de la disciplina economía, siguiendo el modelo epistemológico y cognitivo del EOS, se activa un proceso didáctico de *Institucionalización, evaluación*, sin embargo, no propone una estrategia de resolución de las dificultades individuales observadas, solamente ideas de *ejercitación* y otros modelos de *aplicación*.

Por otro lado, el especialista de contenido debido a las funciones de su rol docente en la UNA, se encarga solo de la calidad del material instruccional, que estudiante tenga a su alcance las herramientas para el logro positivo de los objetivos asociados a la asignatura en particular, no hay una reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio.

Una de las características principales de la modalidad a distancia, es el *Sistema Autónomo e Independiente*, *Sistema de autoaprendizaje*, en este aspecto el estudiante, fija sus propios objetivos de logro, de acuerdo a los sugeridos en los programas de formación profesional y en cada módulo instruccional; administra con autonomía su tiempo; estudia siguiendo su propio ritmo; no asiste a clases regulares, se autoevalúa y es sometido a evaluaciones por la Institución con el propósito de ir controlando su ritmo de adquisición de conocimientos, por tal motivo el docente atiende de manera personalizada a los alumnos en el tiempo y el mismo a usar el tiempo para tal atención, es decir el alumno *gestiona su tiempo y recursos*

Cuadro 34

Categoría: faceta Epistémica **Subcategoría:** Conocimiento Matemático

Respuesta Ítems	Asesor (As)	Especialista de Contenido (Ec)	Teoría
1 a	As1 Relación Oferta-Precio, Demanda-Precio, Amortización, valor actual, entre otros	Ec1 La Función Afín no es más que una función lineal, y ella es la manera más simple de relacionar dos variables en cualquier campo de investigación ya sea de la vida cotidiana o no. En particular en el campo de las Ciencias Económicas se usa para la formulación de modelos Económicos simple que modelen alguna situación o problema particular.	La <i>faceta epistémica</i> , incluye y refina al <i>conocimiento del contenido</i> (conocimiento común, especializado y ampliado o en el horizonte matemático) del profesor, a través del cual se espera indagar en los conocimientos matemáticos correspondientes al contexto institucional en el que se lleva a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje. (Godino, 2009)
1 b	Ley de Demanda Mientras más caro es un bien, menor es su demanda	Esta Ley es un modelo económico simple que intenta determinar y/o formar los precios de los bienes en un mercado	Pino-Fan, et. al (2013) consideran las siguientes categorías para el conocimiento matemático : Conocimiento Común del Contenido (CCC): este tipo de conocimiento se analiza a través de la faceta epistémica y se refiere a los
1 c	Esto se logra suponiendo que el precio unitario del bien y la cantidad demanda u ofertada están relacionadas linealmente	Aunque el problema de la oferta y la demanda es un problema multifactorial generalmente se simplifica el problema para poder	

		tomar decisiones desde el punto de vista tanto macro como Microeconómico y usándose para explicar una gran variedad de fenómenos del mercado.	conocimientos matemáticos, no necesariamente orientados a la enseñanza, que el profesor debe poner en juego para resolver situaciones problemáticas en relación a un tema específico de las matemáticas.
1 a	Permite relacionar la demanda y la oferta para analizar el comportamiento de un bien en la economía de un mercado en particular	Modelos lineales de problemas económicos	conocimiento ampliado del contenido (CAC): al igual que el conocimiento común del contenido, este tipo de conocimiento es de tipo matemático y se analiza a través de la faceta epistémica, y se refiere a que el profesor además de saber resolver las situaciones problemáticas sobre un determinado tema, para un cierto nivel en el cual impartirá clases, debe poseer conocimientos más avanzados de este tema en el currículo, siendo capaz de establecer conexiones con temas más avanzados del currículo (con los cuales el alumno se encontrara en los
1 b	La ley de la demanda tiene que ver con la cantidad requerida de un bien en un mercado mientras que la ley de oferta tiene en cuenta el precio de un bien en el mercado	Relación inversa o directa entre el precio y las cantidades demandadas u ofertadas	
1.c	Hay una relación directa entre el precio y la cantidad en las leyes de Demanda y Oferta. En la ley de Oferta, la cantidad que un productor ofrece varia en forma proporcional ascendente según aumenta el precio, es decir, que mientras más elevado sea el precio más está el productor dispuesto a ofrecer.	Como una relación lineal entre la cantidad demanda de un bien con su precio asimismo con la cantidad ofertada y el precio	

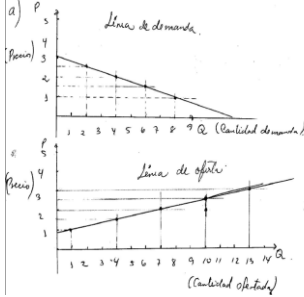
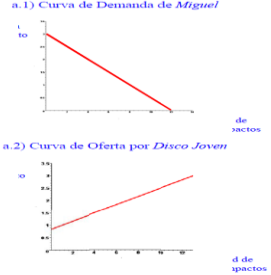
	<p>Esto quiere decir que la pendiente de la gráfica y la ecuación de la función afín de Oferta tendrán una pendiente positiva</p> <p>En ley de la demanda, la cantidad que un consumidor está dispuesto a comprar varía en forma proporcional decreciente según aumenta el precio. En otras palabras, mientras más alto el precio de un bien menos está el consumidor dispuesto a comprar. Esto quiere decir que la pendiente de la gráfica y la ecuación de la función afín de la Demanda tendrán una pendiente negativa</p>		<p>años que vienen de su etapa escolar) en el cual enseña.</p> <p>Para Blomhøj (2004) un modelo matemático <i>es una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado, y por el otro, una situación o fenómeno de naturaleza no matemática.</i> (p.21)</p> <p>Según Mochón (2005) los modelos económicos son siempre simplificaciones de la realidad pero que tienen operatividad en la explicaciones y predicciones que realizan</p>
2 c	<p>As1</p> <p>Ecuación de la demanda, resolver ecuaciones lineales de orden 2x2</p>	<p>Ec1</p> <p>En primer lugar los conceptos básicos de Oferta, Demanda y Consumo.</p>	<p>Mochón (1998) se refiere a Función de demanda, como una expresión de la forma: $Q_A = D(P_A, Y, P_B, G, N)$. La considera una relación matemática entre la cantidad demandada de un bien, su precio y otras variables, supone que en la expresión</p>
2 c	<p>As2</p> <p>1. Definición de ecuación de la demanda</p> <p>2. Ecuación de una recta</p> <p>3. Métodos de resolución de un sistema de ecuación con dos incógnitas (reducción, igualación</p>	<p>Ec2</p> <p>Los conceptos de Oferta y Demanda las propiedades de: la adicción y sustracción , relación entre la demanda y el precio, resolución de un sistema de ecuaciones, sustitución le, Manejar</p>	

	y sustitución)	los procedimientos despejar una variable., métodos de resolución de ecuaciones	anterior, esto es, los valores de todas las variables, salvo la cantidad demandada del bien A y su precio, permanecen constantes.
3 a	As1 Es un problema de oferta ya que a mayor precio unitario mayores unidades vendidas.	Ec1 Es un problema de oferta. Los datos del problema son el primer indicio que se trata de un problema de oferta ya que no presenta una relación entre los bienes y servicios, y los diferentes. Precios de este bien en particular	Arya, J. (1994), trata el concepto de función demanda como ley de demanda y es una relación que especifique la cantidad de un artículo de terminado que los consumidores están dispuestos a comprar, a varios niveles de precios, se denomina ley de la demanda. La ley más simple es una relación del tipo $p = mx + b$ en donde p es el precio por unidad del artículo y m y b son constantes.
3b	Asumiendo la relación lineal entre oferta y el precio, usando la forma punto pendiente tenemos $Q - 2000 = 12(p - 250) \Rightarrow Q = 12(p - 250) + 2000 \Rightarrow$ $Q = 12p - 1000$ (forma explícita) $Q - 12p + 1000 = 0$ (forma implícita)	Como se trata de un problema de oferta (basado en un modelo lineal) se tiene que la misma viene dada por la ecuación $S = a + bp$, donde S representa la oferta y p el precio. Después de usar los datos suministrados y resolver el sistema de ecuaciones que se genera, se Obtiene la ecuación $S = 5000 + 20p$	UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176 la curva de demanda es un segmento de recta en el primer cuadrante y representa a Q como una Función continua y decreciente de P y de la forma: $P = mQ + b$, donde m es la pendiente y m

			<p>< 0</p> <p>Oferta Sea B un bien cualquiera y T un período de referencia, llamamos Ecuación de la Oferta del bien B, en el período T, a la ecuación que nos relaciona a la cantidad ofrecida de dicho bien, S, con su precio unitario, P; en otras palabras, la ecuación de la oferta del bien B, en el período T, es toda ecuación de la forma: $f(S, P) = 0$ (UNA, 2009, Mod. IV, Mat 1, cód. 176)</p> <p>Mochón (2005), define la función de oferta siguiente: $Q_A = 0(P_A, P_B, r, z, H)$ El autor introduce la condición «ceteris paribus», en el sentido de que en la función de oferta anterior todas las variables permanecen constantes excepto la cantidad ofrecida</p>
--	--	--	--

			<p>del bien A (Q_A) y el precio del mismo bien (P_A)</p> <p>Para Arya, J. (1994), define la función oferta como Una relación que especifique la cantidad de cualquier artículo que los fabricantes (o vendedores) puedan poner en el mercado a varios precios se denomina ley de la oferta</p> <p>Siguiendo los tratados de Economía y Matemática aplicada a la Administración y Economía (Mochon, 2005, UNA, 2009 y Arya, 1994) la curva de oferta es un segmento de recta en el primer cuadrante y representa a Q como una Función continua y creciente de P y de la forma: $P = m Q + b$, donde m es la pendiente y $m > 0$.</p> <p>Según UNA(2009) las funciones se pueden definir</p>
--	--	--	---

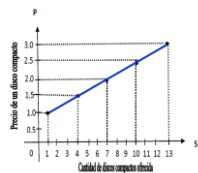
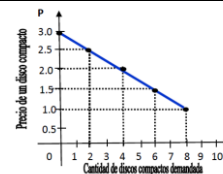
			usando un lenguaje simbólico, es decir mediante formulas explicitas $y = f(x)$ o se da la ecuación $R(x, y) = 0$ en dos variables x , y que define a y implícitamente como función de x
3 a	As2 Es un problema de Oferta porque se puede observar en el enunciado que trata sobre la cantidad de un bien (linternas de bolsillo) que una compañía coloca en el mercado para su venta en Bs f	Ec2 Es un problema de oferta , ya que se trata de una cantidad ofrecida por los productores de linternas	Condición <i>ceteris paribus</i>
3b	Como la ecuación de la oferta es lineal, de la forma: $S = a + bP$. Si $S = 5000$ entonces $P = 500$, luego: $5000 = a + 500b$ Si $S = 2000$ entonces $P = 250$, luego: $2000 = a + 250b$	Explícita $S = -5000 + 20p$ Se obtiene encontrando la ecuación de la recta punto-pendiente Implícita $S + 5000 - 20p = 0$	Según el Mod. IV, Mat 1, cód. 176, de la UNA(2009) Cuando una función depende de varias variables, y queremos examinar el efecto de una de ellas, manteniendo el resto de las otras variables constantes
4. a	As1 Permaneciendo todas las cosas igual, significa que no hay cambios	Ec1 Como bien se acota en el Libro Texto, esta expresión algunos	Según Mochón (2005) la condición <i>ceteris paribus</i>

	drásticos en la economía.	autores la usan para referirse a que se está estudiando una situación en la que se desea explicar el comportamiento de alguna variable en particular y para ello de consideran todas las demás variables envueltas en el problema como constantes.	consiste en suponer que si el precio incide sobre la cantidad demanda u oferta las demás variables que inciden en la cantidad demanda u ofertada excepto el precio permanecen constante
4. a	As2 Significa que todo lo demás se mantiene constante	Ec2 Cuando función depende de varias variables y se quiere examinar el efecto de una de ellas, se mantiene el resto de las variables constantes	
5 a	As1 	Ec1 	
5 b	Demanda Por cada cuatro unidades demandas el precio baja una unidad	En el caso de la curva de Demanda de Miguel, la gráfica muestra que cuando aumenta el precio del bien,	

5 c	<p>Oferta: Por cada 6 unidades ofertadas el precio sube una unidad</p> <p>Demanda:</p> $p - 3 = \frac{2 - 3}{4 - 0} (Q - 0) \Rightarrow p - 3 = \frac{-1}{4} Q \Rightarrow p = -\frac{1}{4} Q + 3 \text{ (explícita)}$ $p + \frac{1}{4} Q - 3 = 0 \text{ Implícita}$ <p>Oferta</p> $p - 1 = \frac{2 - 1}{7 - 1} (Q - 1) \Rightarrow p = \frac{1}{6} Q + 1 \text{ (explícita)}$ $\Rightarrow p - \frac{1}{6} Q - 1 = 0 \text{ Implícita}$	<p>disminuye el consumo del mismo. En el caso de la curva de Oferta por <i>Disco Joven</i>, la gráfica muestra que conforme el precio del bien va aumentando, se empezará a lanzar más unidades al mercado</p> <p>Demanda de Miguel: La cantidad de demanda de un bien se relaciona de manera inversa con el precio del mismo. Usando los datos de la tabla respectiva, se tiene que la función de oferta es:</p> $Q = 3 - \frac{1}{4} p$ <p>Oferta por <i>Disco Joven</i>: La cantidad ofrecida del bien en un periodo de tiempo concreto depende del precio de ese bien. Usando los datos de la tabla respectiva, se tiene que la función de oferta es:</p> $S = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} p$
5 d		

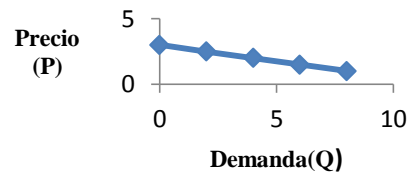
<p>Con la forma explícita de la demanda y la oferta respectivamente</p> $P = -\frac{1}{4}Q + 3$ <p>y</p> $p = \frac{1}{6}Q + 1$ <p>Vemos con la demanda la pendiente es $-\frac{1}{4}$. Lo que indica que por cada unidad demandada aumentada en el precio disminuye $\frac{1}{4}$ o sea, por cada cuatro unidades demandadas aumentadas el precio disminuye una unidad. Con la oferta análogo.</p> <p>Para resolver este problema encontramos el punto de equilibrio</p> <p>No responde</p>	<p>En ambos casos se trataría de leer (interpretar) la gráfica desde el punto de vista de los precios.</p> <p>En virtud de la gráfica, la demanda máxima es de 8 discos compactos.</p> <p>En virtud de la gráfica, la oferta máxima es 13 y la oferta mínima es de 1 discos compactos</p>
<p>As2</p>	<p>Ec2</p>

5 b

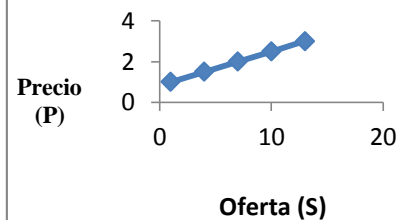


En la curva de la función demanda con el segmento de recta se observa que es continua y decreciente en el precio y en la oferta ocurre lo contrario es creciente como observa en los pares ordenados de los diferentes puntos con valores máximos y mínimos en ambas curvas

Demanda de discos compactos de Miguel



Oferta de Disco Joven



Las graficas de la demanda de Miguel presenta una pendiente negativa que refleja los aumentos en la cantidad demanda cuando el precio se reduce.

5 c	En ambas curva que representas una función lineal, se puede encontrar tomando dos puntos cualesquiera de la recta que pasa por eso puntos. Así para la ecuación de la demanda: $Q = 3 - 0,25P$ y la ecuación de la oferta: $S = 0,83 + 0,17P$	Demanda de Miguel Formula explicita $Q = 3 - \frac{1}{4} p$ Formula Implícita $Q - 3 + \frac{1}{4} p = 0$ Disco Joven Formula explicita $S = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} p$ Formula Implícita $S - \frac{5}{6} - \frac{1}{6} p = 0$
5 d		
5 e	Tomando puntos diferentes en la curva se puede visualizar como decrece y crecen en las curvas de demanda y oferta respectivamente	Interpretando la grafica
5 f	<p>Como la función decrece con el precio, su valor máximo lo alcanza cuando P toma su valor mínimo en la ecuación $Q = 3 - 0,25P$</p> <p>La oferta máxima ocurre para el valor (13,0) y la mínima para (1, 1) de la ecuación de la oferta $S = 0,83 + 0,17P$</p>	<p>De la gráfica La demanda máxima es de 8 discos compactos</p> <p>la oferta máxima es 13 y la oferta mínima es de 1 discos compactos a partir de la gráfica</p>

Interpretación Hermenéutica Categoría: Faceta Epistémica **Subcategoría:** Conocimiento Matemático

La faceta epistémica del conocimiento del profesor, tal como se define en el contexto teórico, incluye los conocimientos matemáticos relativos al contexto institucional en el que se realiza el proceso de estudio, siguiendo a Godino (2009), se diferencian tres componentes: el *conocimiento común del contenido*, que se refiere al conocimiento puesto en juego al resolver problemas matemáticos; el *conocimiento especializado del contenido*, que incluye la capacidad para representar con exactitud ideas matemáticas y proporcionar explicaciones matemáticas de reglas y procedimientos comunes, y el *conocimiento ampliado del contenido*, que requiere poner en relación aspectos elementales del tema con ideas matemáticas más avanzadas.

Los componentes *conocimiento común del contenido* y el *conocimiento ampliado del contenido* refieren a la Dimensión Matemática del CDM

Los asesores y especialistas de contenido resuelven las situaciones presentadas del Modulo IV de Matemática I (176) y los libros de Texto de Referencia bibliográfica, dando respuestas matemáticamente satisfactorias, por lo que se puede decir que los asesores y especialistas de contenido posee un buen dominio del *conocimiento común del contenido*, para resolver problemas con las características de las que se plantearon en este estudio.

Por otro lado, los asesores y especialistas de contenido vinculan la noción matemática: función afín con la noción función lineal y ecuación lineal, asimismo con la noción: relación Demanda – Precio, oferta- Precio y otras nociones propias de la economía: consumo, amortización entre otras. Sin embargo, no establecen relación con otros objetos matemáticos más avanzados presentes en el Plan de curso de Matemática I, Modulo IV de Matemática I (176), textos de referencia bibliográfica obligatoria y en la historia de la Función afín aplicada en la economía.

En este sentido, aunque no podemos ser categóricos en cuanto a los conocimientos de los entrevistados referentes a esta sub-categoría del CDM, ambos presentan un nivel medio de *conocimiento ampliado del contenido*.

Cuadro 35

Categoría. Faceta Epistémica **Subcategoría:** Conocimiento Didáctico

Respuesta Ítems	Asesor (As)	Especialista de Contenido (Ec)	Teoría
2 b	As1 La respuesta del estudiante 3 ya que aparte de ser correcta, tiene asociado un análisis correcto	Ec1 ...el asesor en el Centro Local es autónomo en la corrección de los instrumentos de evaluación.	
2d	Los estudiantes no saben qué hacer con la ecuación	En la Universidad Nacional Abierta me desempeño como Especialista en Contenido por lo que mi aporte para los estudiantes se circunscribe a ofrecerle un material autoinstruccional de la mejor calidad posible en el que estudiante tenga a su alcance las herramientas para el logro positivo de los objetivos asociados a la asignatura en particular	
2e	Mostrar los conceptos involucrados y un	Como Especialista en	

	problema tipo sencillo	<p>Contenido, no tengo contacto con los estudiantes por lo que no observo ni registro los obstáculos que los mismos tienen. Los asesores de los Centros Locales deberían hacer un informe semestral detallado en el que se registre cualquier situación que detecten al respecto y hacerlo llegar a Nivel Central para su procesamiento y así tomar los correctivos que se ameriten desde el punto de vista del Material</p>	<p>Según Pino-Fan et al.(2013) La <i>dimensión didáctica</i> del CDM incluye 1) conocimiento especializado de la dimensión matemática (faceta epistémica); 2) conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (faceta cognitiva); 3) conocimiento sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes (faceta afectiva); 4) conocimiento sobre las interacciones que se suscitan en el aula (faceta interaccional); 5) conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes (faceta mediacional); y 6) conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos., que influyen en la gestión de los aprendizajes de los</p>
--	------------------------	--	---

			<p>estudiantes (faceta ecológica).</p> <p>Entre sus principales funciones Especialistas de contenido (profesionales expertos en el ámbito de las distintas carreras que oferta la UNA) se tiene: producción y actualización de materiales instruccionales (textos UNA, guías instruccionales, selecciones de lectura); elaboración de instrumentos de evaluación (pruebas objetivas, de desarrollo, trabajos prácticos) y banco de ítems, elaboración de prescripciones académicas (planes de curso, planes de evaluación, instructivos para la valoración de trabajos prácticos) (Alfonzo, 2011; López, 2009).</p>
--	--	--	---

Interpretación Hermenéutica Categoría: Faceta Epistémica

Subcategoría: Conocimiento Didáctico

La faceta epistémica del conocimiento del profesor, tal como se define en el contexto teórico, incluye los conocimientos matemáticos relativos al contexto institucional en el que se realiza el proceso de estudio, siguiendo a Godino (2009) y Pino Fans y Godino (2015), el Conocimiento Didáctico del Contenido en la faceta epistémica corresponde al *conocimiento especializado del contenido*, incluye la capacidad para representar con exactitud ideas matemáticas y proporcionar explicaciones matemáticas de reglas y procedimientos comunes,

Con respecto al componente de la Dimensión Didáctica los asesores y especialistas de contenido: Identifican las variables de las situaciones problemas; generaliza /particulariza el enunciado. Resuelven los problemas usando diferentes representaciones: verbales, simbólicas y gráficas, usan algunos procedimientos diferentes: intuitivos; formales. Identifica los conceptos y propiedades puestas en juego en las soluciones de cada situación problema, además explican y justifican las soluciones.

Resulta claro, que el Especialista de Contenido es un ingeniero instruccional y un administrador de contingencias, y deja el Conocimiento Didáctico del contenido al asesor, tal como lo reglamenta los fundamentos pedagógicos de la UNA. Efectivamente, el asesor cumple un rol fundamental en esta modalidad, es la cara visible en esta modalidad y de acuerdo a sus funciones el asesor, debe: facilitar la promoción de participación del estudiante, creación de contexto (cognitivista), Promotor del desarrollo autónomo, facilitar el aprendizaje (constructivista) y un Orientador, que fomenta la cooperación, comprensión, empatía y autenticidad (humanista).

Sin embargo, de la entrevista se infiere que no presentan un repertorio de estrategias instruccionales; solo se limitan a proponer la resolución a problemas sencillos, desconocimiento de las orientaciones metodológicas del plan de curso, textos de referencia, además de no comentar la selección, diseño y uso diversos de materiales de apoyo; entornos de aprendizaje o videos.

CAPITULO V

CONTEXTO REFLEXIVO

En este capítulo presentaremos un resumen de los resultados más relevantes que se han obtenido durante el desarrollo de cada uno de los capítulos que conforman esta investigación.

Dichos resultados son producto de unas preguntas de investigación, planteadas en el Capítulo 1, y de unos objetivos específicos que nos propusimos para la consecución de respuestas a dichas preguntas. De esta manera, a continuación vinculamos los resultados con los objetivos específicos de nuestra investigación para responder en qué medida se han respondido las preguntas de investigación planteadas.

Así mismo, somos conscientes de que, a pesar de que con nuestra investigación hemos tratado de contribuir de manera relevante al extenso campo del conocimiento del profesor de matemáticas, específicamente en la modalidad a distancia, el cual ha tomado creciente interés desde hace aproximadamente 30 años, aún quedan muchas cuestiones por responder y sobre las cuales, desde nuestro punto de vista, las investigaciones centradas en aspectos del conocimiento, podrían continuar en pro de la mejora de la calidad de los procesos de formación del profesorado. En este sentido, presentamos cuestiones abiertas de investigación y con ellas, posibles vías de continuidad de nuestro trabajo.

Un breve resumen de nuestro problema de investigación

Como lo señalamos al inicio en Capítulo 1, desde hace casi ya tres décadas, una de las problemáticas que ha preocupado a la comunidad de investigación e instituciones educativas encargada de la formación de los profesores de matemáticas, es cuál es el conocimiento que requieren dichos profesores para que su enseñanza sea de calidad respecto de los aprendizajes de sus futuros estudiantes. Al respecto diversos intentos se han realizado con la intención de caracterizar el complejo de dichos conocimiento, y como ejemplo, están todos los

modelos del conocimiento del profesor, presentados en el Capítulo I y II, en los que se ha intentado caracterizar los componentes que “integran”, o más bien, deberían integrar dicho conocimiento.

De esta manera, el rol que juega el profesor es un elemento crucial tanto en la adquisición como en el desarrollo de los conocimientos y procesos propuestos en la instrucción de las matemáticas, en su modalidad presencial o a distancia.

Específicamente esta última, es el contexto institucional en el cual se ha desarrollado esta investigación, el cual se ampara en un sistema flexible, abierto y a distancia, donde el alumno afronta solo el estudio de los contenidos curriculares, con el apoyo de un material impreso o módulos de aprendizajes y planes de curso que reflejan los objetivos y contenidos del curso, además de los libros de textos como referente para explicar el contenido matemático, en esta modalidad el material instruccional o “medio maestro” asume la dirección del proceso instruccional, por lo tanto, debe reunir ciertas características que permitan calificarlo como “idóneo” para los fines pretendidos y adaptado a las circunstancias e instrumentos disponibles

Debe señalarse que, el módulo es la referencia inmediata para el estudiante de esta modalidad para su estudio y evaluación de los aprendizajes, es el texto mediante el cual se proponen los contenidos curriculares a enseñar sobre un objeto, atendiendo a significados previos de los estudiantes, el tiempo y los medios disponibles. Específicamente en Matemática, los módulos instruccionales o “medio maestro”, registran la actividad matemática y por tanto al significado pretendido e implementado.

En el contexto planteado, se evidencia roles diferenciados que ejercen los docentes, su acción es “fragmentada” en diferentes procesos: diseño instruccional, evaluación, facilitación y acompañamiento de procesos de aprendizaje, orientación y extensión. Cada uno de estos procesos es ejecutado por docentes que tienen funciones específicas, las cuales responden a las responsabilidades que el profesorado ejerce dentro del sistema, de interés para esta investigación el Especialista de Contenido y el asesor

En cuanto al Especialista de Contenido, es un profesional experto del Área de conocimiento matemático, su acción docente la desarrolla en el Nivel Central

(ubicado en la capital del país), el cual tiene la potestad de decidir qué se debe enseñar, cómo se evaluará y administrará el proceso de enseñanza. Mientras que el asesor es la cara visible de la institución su rol es de fundamental importancia en la educación a distancia, es a través de él como se pretende personalizar la educación mediante el apoyo sistemático y organizado y debido a la interacción con el estudiantado, proporciona insumos de importancia, en cuanto a su contexto, sus dificultades con los materiales y contenidos, lo cual contribuiría en mejorar los materiales instruccionales, así como los mecanismos de evaluación y medios de comunicación

Cabe destacar que, el asesor académico (docente), no imparte clases magistrales, su intervención debe estimular y orientar al alumno, facilitando las situaciones de aprendizaje y ayudar a resolver los distintos tipos de dificultades, particularmente, en el caso del conocimiento del contenido matemático, son profesionales que manejan un amplio conjunto de asignaturas y contenidos dentro de la carrera correspondiente que oferta la UNA, necesitan de un conocimiento profundo de las asignaturas que asesora y un amplio conocimiento Didáctico-Matemático por los que va a transcurrir el aprendizaje de una persona.

Por lo tanto, el quinteto < Modulo, planes de curso, textos de referencia, asesores y especialistas de contenido >, son factores decisivos a la hora de lograr aprendizajes en sus estudiantes en esta modalidad, de ahí que el empleo de esta modalidad para realizar proceso de enseñanza aprendizaje, demanda una necesidad de análisis de una forma diferente a como se realizaban hasta ahora y aproximarse a una enseñanza eficaz.

Debido a lo que, esta investigación se propuso primeramente caracterizar en el quinteto a las <Prácticas, Configuración de objetos y procesos activados en dichas prácticas> mediante un estudio histórico-epistemológico del contenido matemático Aplicación de la Función Afín a la economía, después analizar el significado institucional local del contenido matemático pretendido en el Modulo IV de Matemática I (176), se establecen las comparaciones entre los mismos

Luego, se apela a las categorías de análisis propuesto por Godino (2009) del Conocimiento Didáctico-Matemático de los profesores (en formación y en acción), desde la mirada del Enfoque Ontosemiotico del Conocimiento y la

Instrucción Matemática (EOS) (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007), para analizar y reflexionar sobre el conocimiento didáctico-matemático de los asesores y especialistas de contenido, en referencia a los referentes teóricos de esta investigación, mediante la información obtenida de una entrevista a profundidad realizada a los mismos.

Sobre la base de lo explicado, se evalúa la faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico – Matemático en el Modulo IV de Matemática I (176) sobre la función afín aplicada a la economía, empleando el Modelo CDM con sus respectivas variaciones, debido a que este modelo está diseñado para clases presenciales y profesores en acción

En esta dirección es en la que nos propusimos avanzar. Nuestra pretensión desde el inicio era responder, aunque fuera de manera parcial, a las cuestiones planteadas en el párrafo anterior, tomando como base los desarrollos de Godino (2009) y Pino Fan (2013).

Sobre el logro de los Objetivos Específicos y su Repercusión en las Respuestas a las Preguntas de Investigación

Así, después del estudio profundo de la problemática y la justificación de la pertinencia de nuestro modelo, nos planteamos la siguiente pregunta general de investigación: *¿Cómo evaluar el conocimiento didáctico- matemático mediante la faceta epistémica del contenido matemático pretendido en un Modulo Instruccional?*

Esta pregunta de investigación dio pie al planteamiento del siguiente objetivo general de investigación:

Generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la Función Afín a las ciencias administrativas.

Con la finalidad de lograr este objetivo general y, en consecuencia, la respuesta a la pregunta general de nuestra investigación, planteamos objetivos específicos cuya consecución contribuiría a dicho fin. A continuación se presenta un resumen de las aportaciones finales desprendidas de los objetivos propuestos al

inicio de esta investigación, señalando las conclusiones obtenidas de los diferentes análisis

Como señalamos anteriormente, si nuestra intención era evaluar una de las facetas del conocimiento didáctico-matemático sobre la función Afín aplicada a la economía, que tiene el Modulo IV de Matemática I, es primordial saber como la función afín ayuda a elaborar modelos económicos, cuál es su naturaleza. Al respecto nuestra segunda pregunta de investigación fue:

¿Cuál es el significado global de la Función afín aplicada a la economía?

Para responder a esta pregunta nos planteamos

Caracterizar <Prácticas, Configuración de objetos y procesos activados en dichas prácticas> mediante un estudio histórico epistemológico sobre el contenido matemático Aplicación de la Función Afín a la economía.

Para lograr este objetivo, en el Capítulo II realizamos un estudio histórico-epistemológico del objeto Función Afín aplicada a la economía, recogiendo información sobre las problemáticas relevantes que fueron contribuyendo tanto para el surgimiento de dicho objeto matemático, como para su fundamentación. Dicho estudio se llevó a cabo considerando que la determinación del significado global, u holístico, de un objeto matemático, requiere realizar un estudio histórico-epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto.

Una vez identificadas las prácticas que dieron paso al origen y evolución Función Afín aplicada a la economía, en los conceptos de demanda y oferta mediante la noción de configuración epistémica que nos proporciona el EOS, en el Capítulo III, describimos sistemáticamente dichas prácticas en términos de las configuraciones de objetos matemáticos primarios que se activaron mediante los desarrollos de las mismas. De esta forma para cada práctica nos dimos a la tarea de identificar los elementos lingüísticos utilizados, los conceptos, propiedades y procedimientos a los que refieren dichos elementos lingüísticos, y los argumentos mediante los cuales se vinculan los objetos matemáticos primarios anteriores.

Como respuesta a este primer objetivo específico, se identificaron 4 sistemas de prácticas dieron origen a la función Demanda y función oferta, cada uno de los cuales, siguiendo los supuestos teóricos del enfoque ontosemiótico, cada uno de esos sistemas de prácticas llevan “implícita” la activación de una configuración epistémica de objetos matemáticos primarios. La descripción sistemática, que da cuenta del logro de este primer objetivo, de las 4 configuraciones epistémicas puede encontrarse en el Capítulo III.

Además, de esta manera se reconstruye el significado global del Objeto de estudio, interesa, identificar los cambios que se van generando progresivamente a medida que se amplían los tipos de problemas abordados, su posible reformulación, desarrollándose nuevas prácticas operativas y discursivas, es decir los significados parciales en cada categoría de objetos emergentes que permitirán caracterizar los obstáculos, rupturas y progresos en la evolución de las configuraciones epistémicas.

El cumplimiento de este objetivo era importante para los fines generales de esta investigación y, en general, pensamos que también es un aporte significativo a la comunidad de formación inicial o permanente de profesores sobre la Aplicación de la Función Afín en otra disciplina, toda vez que tanto los significados pretendidos por una institución educativa concreta, como los significados pretendidos por un profesor, como representante de una institución, serán una “parte” de este significado holístico de referencia.

Otro aspecto importante que se hacía necesario estudiar, si nuestra intención era explorar los conocimientos didáctico-matemáticos, referentes a la faceta epistémica, sobre la Función Afín aplicada a la economía en el Modulo IV de Matemática I, era describir los significados del Plan de curso y los libros de Texto de Referencia Obligatoria El resultado del análisis realizado, tanto del Plan de curso como en los 2 libros de texto revelan que en la actualidad el significado de la función afín aplicada en la economía en los conceptos de Demanda y Oferta pretendido presenta una disparidad. En el Plan de Curso es una *aplicación de los conceptos referente a las funciones $y = a x + b$* y son tratados como ecuación de la Demanda y ecuación de la Oferta, mientras que en el Texto I: Mochón F. (2005) Economía, Teoría y Práctica. Es una función lineal, que bajo la condición de

ceteris paribus mantiene constante los valores de las variables: la renta (Y), los precios de otros bienes (P_e), los gustos de los consumidores (G) o el tamaño del mercado (N), menos la cantidad demandada y el precio o la cantidad ofertada y el precio.

En cuanto al Texto II: Arya J. y Iardner R. (1994). Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Es una relación del tipo $p = mx + b$; en donde p es el precio por unidad del artículo x , m y b son constantes, esta relación es considerada una ley de Demanda o Ley de oferta

Este análisis del significado de la función afín aplicada en la economía pretendido en el plan de curso y textos de referencia obligatoria es importante dado que dicho significado, de carácter epistémico-didáctico, en la actualidad, es el “significado de referencia” que está al alcance tanto de los asesores como de los especialistas de contenido. Empero, *¿Cuál es el significado institucional implementado del contenido matemático función afín aplicada en la economía?*, para responder esta pregunta nos planteamos:

Analizar el significado institucional local del contenido matemático pretendido referido a función afín aplicada a la economía en el proceso de estudio.

Para dar respuesta a la pregunta, se emplea un Análisis Semiótico al Módulo IV de Matemática I (176) del contenido matemático pretendido función afín aplicada a la economía referida a la función de la demanda y función de la oferta, cuyo resultado es que:

- El significado institucional local se caracteriza por a) El concepto función de la demanda y función de la oferta es tratado como ecuación de la demanda y ecuación de la oferta b) En los primeros ejemplos se dan varias ecuaciones y se afirman que son de demanda u oferta porque se pueden expresar igualadas a cero. Posteriormente, se pasan a una representación gráfica de cada una de ellas c) Se presentan situaciones contextualizadas y descontextualizadas d) Los objetos personales “Ecuación Demanda”, “Ecuación Oferta” el módulo las define y luego las ilustra con ejemplos, e) En la mayoría de ejercicios y problemas se encuentra la ecuación de demanda (Oferta) lineal, se grafica el segmento de recta en el primer cuadrante, justificado por la propiedad de linealidad y condiciones de no negatividad de las cantidades demandadas (ofrecidas) y el precio. f) No se proponen acciones que sean enunciado-tabla, tablas- gráficas.

- El significado institucional Local maneja en el lenguaje una variedad de términos, expresiones y representaciones gráficas presentes en cada una de las lecciones: Ecuación de la Demanda, Ecuación de la oferta, siendo las representaciones del segmento de recta en el primer cuadrante las más usadas y las expresiones $f(Q, P) = 0$ y $f(S, P) = 0$ así como también $aQ + bP = 0$ y $aS + bP = 0$. Además, se presentan veinte situaciones problemas identificadas a través de las diversas configuraciones epistémicas de carácter argumentativo, lingüístico, actuativo, conceptual y de modelización de cada lección Ecuación de la demanda y curva de la demanda, ecuación oferta, curva de oferta y en situaciones realistas. Se atribuyen las propiedades de linealidad, ceteris paribus, de decrecimiento y crecimiento de una función, condiciones de no negatividad a las variables cantidad demanda (Ofrecida) y precio, desplazamiento de la oferta (Demanda) y su efecto sobre el punto de equilibrio.

En cuanto a los conflictos o disparidades encontrados:

- Un Conflicto se presenta al analizar globalmente la unidad U_2 del Módulo IV, la cual es una explicación confusa, puesto que está (U_2) es el argumento del texto I para definir curva de demanda y función demanda mientras que los autores del módulo lo emplean para definir ecuación de la demanda, por tanto hay una disparidad epistémica entre la institución “Módulo IV” y la institución “Texto I”.

- Se presenta una disparidad, en la definición de la demanda que cumple con “la relación entre la cantidad demanda y el precio” ya que para el módulo es Ecuación de la Demanda, para el Texto I Función demanda y el Texto II Ley de demanda, y para el significado histórico es la función $D=f(P)$ lo cual genera un conflicto semiótico de tipo epistémico e interaccional.

- Vacío de significación por ausencia de algunos términos, expresiones no usados en el Módulo IV entre los cuales se tienen: Oferta global o de mercado, oferta individual, ley de la oferta, función oferta, $Q = O(P_A, P_B, F, Z, H)$, precio de factores productivos, tecnología existente y el numero de empresas oferentes, al eludirse estos términos pueden causar un conflicto semiótico institucional.

- Se genera una confusión en el estudiante en la definición de ecuación de la oferta dada por el módulo el cual la define como una relación funcional,

empleando una notación que se define en el Módulo II de Funciones y representaciones gráficas y que se supone que recuerda, ha internalizado y comprendido tiene un significado de ecuación, función y de la notación de cada uno de dichos términos y por tanto deduce que $f(S, P) = 0$ es una notación funcional que define implícitamente a S como función de P , y explícitamente a la ecuación de la oferta, este conflicto es de gran magnitud al consultar los textos referenciales y el significado histórico, ya que la disparidad de tipo epistémico varía entre cada uno de ellos, excepto entre el Texto I y el significado histórico, para estos últimos es una relación funcional entre la cantidad ofertada y los factores que influyen sobre la cantidad ofrecida o entre la cantidad ofrecida y el precio, manteniendo constante los factores menos el precio.

- Hay disparidad en la ausencia en el módulo de la condición *ceteris paribus* como argumento para justificar porque los factores permanecen constante excepto el precio en relación al texto I y el significado histórico el cual, es un argumento para trazar el segmento de recta que representa a la ecuación de la oferta, ecuación demanda y punto de equilibrio

- En el Módulo IV la presentación de la unidad, su objetivo general y específicos referido al contenido de pretendido por la institución el cual plantea el tipo de situación que el nuevo objeto matemático va a resolver se presenta vacío de significación suponiendo que el estudiante sabe de cuales aplicaciones se trata y de que la función afín es una expresión de la forma $y = ax + b$. Además de las disparidades que presenta con las expresiones y términos empleados en cada unidad de aprendizaje tituladas Ecuación de la Demanda, Ecuación de la oferta.

En cuanto a la Idoneidad Epistémica de los significados institucionales respecto al significado de referencia.

- La comparación de estas prácticas discursivas y operativas efectivamente implementaciones relativas a los objetos matemáticos “Ecuación Demanda” y “Ecuación Oferta” con el significado de referencia de dicho objeto permite identificar diversos desajustes y formular hipótesis sobre la idoneidad del proceso de estudio, en cuanto a su faceta Epistémica.

Las situaciones problemas que se presentan son representativas para el contenido desarrollado en ésta sección del módulo, sin embargo, con el

significado de referencia no guardan armonía. Las configuraciones epistémicas de este sistema de práctica son del tipo conjuntista, analítica y gráfica menos tabular. Se puede considerar de los resultados reflejados en la tabla correspondiente, y de la ausencia de generación de problemas que -este contenido pretendido- Ecuación de la demanda y de la oferta está asociada a una idoneidad baja y el punto de equilibrio a una idoneidad Media

Una vez concluidos los análisis anteriores, dimos inicio a nuestra tercera pregunta

¿Cuál es el conocimiento didáctico-matemático sobre la Función afín aplicada a la economía, que efectivamente tiene el medio maestro o modulo instruccional referente al contexto institucional?

Para dar respuesta a esta pregunta se propuso
Evaluar la Faceta epistémica del conocimiento Didáctico-Matemático de la función afín aplicada a la economía

Para indagar en los conocimientos matemáticos y didácticos, que efectivamente tiene el medio maestro o modulo instruccional, se hace necesario profundizar en los conocimientos didácticos-matemáticos de los *especialistas de contenidos*, encargados de la producción y actualización de materiales instruccionales y de los asesores cuyo *rol* es de fundamental importancia en la educación a distancia y en el caso del conocimiento del contenido matemático, son profesionales que manejan un amplio conjunto de asignaturas y contenidos dentro de las carreras que oferta la UNA, por lo tanto, necesitan de un conocimiento profundo de las asignaturas que asesora y un amplio conocimiento Didáctico-Matemático por los que va a transcurrir el aprendizaje de una persona.

Por lo que a su vez nos hizo preguntarnos ¿Cuáles son los significados que la Función afín aplicada a la economía tienen para el Asesor Académico y Especialista de contenido?, Cuales son las estrategias que utiliza el Asesor Académico para ayudar a los alumnos en la solución de las situación problema presentadas en el Modulo IV de Matemática I? , Cuáles son las disparidades que ha observado en las evaluaciones con regularidad? ¿Cómo es el conocimiento didáctico - matemático sobre la Función afín aplicada a la economía, tienen el Asesor Académico y Especialista de contenido?

Atendiendo a las categorías propuestas para indagar acerca del conocimiento didáctico – matemático de los asesores y especialista de contenido, atendiendo a los niveles prácticas matemáticas y didácticas, configuraciones de objetos y procesos didácticos y matemáticos, se concluye en cuanto a;

Categoría: Practica **Subcategoría:** Práctica Matemática

- Los asesores y especialistas de contenido muestran un acoplamiento con el contenido en cuanto a los objetos primarios presentes en el Modulo IV de Matemática I (176), pero una disparidad con respecto a la notación y definición de los textos de referencia obligatoria del Modulo IV de Matemática I.

Categoría: Practica **Subcategoría:** Práctica Didáctica

- En cuanto a los Especialistas de contenido, se observa una marcada regulación en su práctica didáctica, de acuerdo a las reglas de la Normativa de evaluación en su art27, fijadas por la Universidad y por sus funciones.
- Los asesores y Especialistas de contenido dejan al estudiante la resolución de la situación-problema (o realización de una tarea) sin su intervención directa, característico de la modalidad a Distancia

Categoría: Procesos **Subcategoría:** Procesos Matemáticos

- Los asesores y especialistas han comprendido el enunciado del problema. Es decir, ha realizado un primer proceso matemático de “comunicación” (Paso 1). (en el sentido de que “entiende enunciados matemáticos de otras personas”) que no entraremos a analizar. Para ello, ha tenido que entender el significado (*proceso de significación*) (paso 2) de la aplicación de la función afín en modelos económicos referido a la relación de la Demanda u oferta con el precio, del enunciado del problema y de los términos que aparecen, sobre todo, comprender el texto globalmente, entendiendo, además, que debe dar una justificación de su respuesta.

- Asimismo, activan *procesos de materialización e idealización* cuando se materializa la ecuación lineal de la Demanda y de la Oferta. Asimismo, presentan una justificación a sus respuestas realizando un *proceso de argumentación* (inductiva y deductiva).
- Además, los asesores y especialistas de contenido realizan diversas representaciones: verbal, simbólica y gráfica.

Categoría: Procesos **Subcategoría:** Procesos Didácticos

- Los asesores a partir de las dificultades observadas en este tipo de problemas extramatemáticos en los alumnos, sistematiza los conocimientos con la intención de generar nuevos conocimientos o enriquecer los ya existentes mediante la resolución de problemas con menor complejidad o nuevas situaciones-problemas de la disciplina economía, siguiendo el modelo epistemológico y cognitivo del EOS, se activa un proceso didáctico de *Institucionalización, evaluación*, sin embargo, no propone una estrategia de resolución de las dificultades individuales observadas, solamente ideas de *ejercitación* y otros modelos de *aplicación*.
- El especialista de contenido debido a las funciones de su rol docente en la UNA, se encarga solo de la calidad del material instruccional, que estudiante tenga a su alcance las herramientas para el logro positivo de los objetivos asociados a la asignatura en particular, no hay una reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio.
- Una de las características principales de la modalidad a distancia, es el *Sistema Autónomo e Independiente*, *Sistema de autoaprendizaje*, en este aspecto el estudiante, fija sus propios objetivos de logro, de acuerdo a los sugeridos en los programas de formación profesional y en cada módulo instruccional; administra con autonomía su tiempo; estudia siguiendo su propio ritmo; no asiste a clases regulares, se autoevalúa y es sometido a evaluaciones por la Institución con el propósito de ir controlando su ritmo

de adquisición de conocimientos, por tal motivo el docente atiende de manera personalizada a los alumnos en el tiempo y el mismo a usar el tiempo para tal atención, es decir el alumno *gestiona su tiempo y recursos*.

Categoría: Faceta Epistémica **Subcategoría:** Conocimiento Matemático

- Los asesores y especialistas de contenido resuelven las situaciones presentadas del Modulo IV de Matemática I (176) y los libros de Texto de Referencia bibliográfica, dando respuestas matemáticamente satisfactorias, por lo que se puede decir que los asesores y especialistas de contenido posee un buen dominio del *conocimiento común del contenido*, para resolver problemas con las características de las que se plantearon en este estudio.
- Los asesores y especialistas de contenido vinculan la noción matemática: función afín con la noción función lineal y ecuación lineal, asimismo con la noción: relación Demanda – Precio, oferta- Precio y otras nociones propias de la economía: consumo, amortización entre otras. Sin embargo, no establecen relación con otros objetos matemáticos más avanzados presentes en el Plan de curso de Matemática I, Modulo IV de Matemática I (176), textos de referencia bibliográfica obligatoria y en la historia de la Función afín aplicada en la economía. En este sentido, ambos presentan un nivel medio de *conocimiento ampliado del contenido*.

Categoría: Faceta Epistémica **Subcategoría:** Conocimiento Didáctico

- Con respecto al componente de la Dimensión Didáctica los asesores y especialistas de contenido: Identifican las variables de las situaciones problemas; generaliza /particulariza el enunciado. Resuelven los problemas usando diferentes representaciones: verbales, simbólicas y graficas, usan algunos procedimientos diferentes: intuitivos; formales. Identifica los conceptos y propiedades puestas en juego en las soluciones de cada situación problema, además explican y justifican las soluciones.

- Sin embargo, no presentan un repertorio de estrategias instruccionales; solo se limitan a proponer la resolución a problemas sencillos, además de no comentar la selección, diseño y uso diversos de materiales de apoyo; entornos de aprendizaje o videos.

El modelo CDM descrito por Godino (2009) y su perspectiva ampliada por Pino Fan y Godino (2015), sigue avanzando en la caracterización de los conocimientos de los profesores de matemáticas mediante el planteamiento teórico de pautas y “algunos nuevos criterios” para medir el conocimiento didáctico-matemático del profesorado en la modalidad presencial, hasta la actualidad, dicho modelo no cuenta con criterios para evaluar y desarrollar cada uno de los componentes en un *Modulo Instruccional* de contenidos matemáticos, encargado del proceso instruccional de una persona, elemento fundamental de la modalidad de Educación Abierta y a Distancia. Tampoco, en los asesores quienes son los que tiene a su cargo la interacción en esta modalidad, menos aun en los diseñadores y productores del material instruccional Especialistas de Contenido.

Por ser el propósito fundamental de esta investigación evaluar la faceta epistémica del CDM del Modulo IV de Matemática I de la Función Afín aplicada a la economía y con base a la investigación de la literatura de investigación que tratan de propuestas de modelos para caracterizar los componentes del conocimiento que los profesores requieren para la enseñanza de las matemáticas y aunado a los aspectos empíricos que arrojaron nuestro análisis semiótico y epistémicos del Modulo IV de Matemática I (176) y las disparidades encontradas en el mismo con respecto al significado de Referencia en el Contexto anterior

En el siguiente Capítulo VI llamado *Capítulo Generativo* se presenta una *Aproximación a un modelo de evaluación de los conocimientos didácticos matemáticos del Modulo IV de Matemática I mediante el análisis de la faceta epistémica de la Función Afín en la economía*

Recomendaciones

1. Profundizar en las facetas del conocimiento Didáctico Matemático de los asesores sobre diversos objetos matemáticos.
2. Evaluar la faceta epistémica del conocimiento Didáctico Matemático en los futuros profesores de las carreras Educación Matemática y Licenciatura en Matemática de la UNA
3. Evaluar la faceta epistémica del conocimiento Didáctico Matemático en los módulos de contenido matemático.

CAPITULO VI

CONTEXTO GENERATIVO

El aporte teórico o práctico de toda investigación en la ciencia en la que se desarrolla, tiene por característica generar conocimientos que pueden ser utilizados por otros investigadores o académicos que incursionen en estudios similares, permitiendo interpretar, entender e imprimiendo rapidez al crecimiento de ese conocimiento.

Abordar el estudio sobre cómo se vincula con los procesos de producción de conocimiento el material instruccional impreso, módulos o “medio maestro” en la UNA, en particular del conocimiento matemático, cobra singular importancia, especialmente, cuando se trata de un proceso complejo de modalidad de estudio y de conceptos matemáticos que incide en la construcción de conceptos claves de la Matemática en otras disciplinas.

Sin querer implicar que la investigación ha terminado mostramos en este capítulo un Análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la función Afín aplicada en la economía del Modulo IV Matemática I. A partir de las categorías de análisis del conocimiento Didactico Matemático de Godino (2009), Pino Fan (2013), Pino Fan y Godino (2015) se realizan ajustes para aproximarnos al modelo de evaluación del Conocimiento Didáctico- Matemático del Modulo IV de Matemática I sobre la función Afín aplicada en la economía.

.

Análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la Función Afín a la economía del Modulo IV de Matemática I.

La *faceta epistémica* del conocimiento del profesor es considerada una de las facetas claves, Godino (2009), destaca que son *Conocimientos matemáticos relativos al contexto institucional en que se realiza el proceso de estudio y la distribución en el tiempo de los diversos componentes del contenido (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos)*.

En congruencia con el modelo de Ball, señala Pino Fan(2013), incluye tres componentes: el *conocimiento común del contenido*, que se refiere al conocimiento puesto en juego al resolver problemas matemáticos; el *conocimiento especializado del contenido*, que incluye la capacidad para representar con exactitud ideas matemáticas y proporcionar explicaciones matemáticas de reglas y procedimientos comunes, y el *conocimiento ampliado del contenido*, que requiere poner en relación aspectos elementales del tema con ideas matemáticas más avanzadas.

Por lo expuesto, emplear este modelo teórico como referencia implica realizar una serie de acotaciones y ajustes para ser adaptado al análisis de espacios de educación a distancia, dada las características por una parte del material impreso o módulos de aprendizajes, los cuales son generadores de un sistema de prácticas operativas y discursivas, pero solamente escrito y por otro lado, debido a que este modelo está pensado en las profesores de clases presenciales y focalizado en la interacción docente alumno.

Por lo tanto, fijamos como criterio elegir las situaciones – problemas presentadas en el modulo IV de Matemática I (176), debido a que proporciona información sobre el grado de ajuste del significado del Modulo IV respecto del significado global u holístico del objeto de interés de la investigación.

El análisis del contenido evaluado por cada una de las tareas o situaciones problemas, se realiza en dos niveles del objeto:

El primer nivel refiere al *contenido “ontosemiótico-epistémico”*, el cual se obtiene mediante un análisis epistémico exhaustivo en el cual se hace uso de las herramientas teóricas que proporciona el Enfoque Ontosemiótico, presentadas en el Capítulo II, concretamente, los tipos de objetos primarios (lingüísticos, conceptos/definiciones, proposiciones/propiedades, procedimientos y argumentos), sus significados y los procesos involucrados en las prácticas matemáticas.

Para lo fines de nuestro argumento en el Capítulo IV Contexto Analítico en la sección Análisis de las Configuraciones Epistémicas, Prácticas y Procesos del contenido Ecuación Demanda y Análisis de las Configuraciones Epistémicas,

Prácticas y Procesos del contenido Ecuación de la oferta, se realiza el primer nivel del análisis de contenido.

El segundo nivel refiere al “*contenido curricular*”, aquellos conocimientos contemplados en un currículo de matemáticas donde se incluya Función demanda, ecuación demanda, función oferta y ecuación de la oferta. Así podría decirse que este contenido es más “superficial” o “menos profundo” respecto del contenido ontosemiótico-epistémico. De lo anterior, en el Capítulo IV Contexto Analítico se Confrontan los elementos del significado institucional (local) del contenido matemático pretendido Ecuación Demanda y Ecuación de la oferta con el significado de referencia correspondiente y la Idoneidad Epistémica nos permite valorar el nivel de profundidad del conocimiento.

Aproximación al modelo de evaluación del Conocimiento Didáctico-Matemático del Modulo IV de Matemática I sobre la función Afín aplicada en la economía

Varios artículos presentan experiencias de aplicación de EOS para analizar los conocimientos matemáticos (institucionales o personales) y sus alcances didácticos, en temas diversos: nociones de: Derivada, Grupo; tareas sobre razonamiento algebraico, actividad sobre patrones, visualización de objetos tridimensionales razonamiento espacial; resolución de problemas con ecuaciones. Sin embargo, aún no se ha abordado el análisis de sus implicaciones sobre el problema didáctico en la educación a distancia, es decir, enfocado al estudio de procesos organizados de producción de conocimiento por medio del material instruccional impreso, módulos o “medio maestro con los procesos

Por lo expuesto, emplear este modelo didáctico-matemático del conocimiento del profesor, que describe Godino (2009) y se refina, matiza y amplía en Pino Fan, Godino y Font (2015), basado en el “enfoque ontosemiótico” (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007) y tiene en cuenta diferentes facetas implicadas en la enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos, empleados específicamente en profesores en clases presenciales.

De allí, que tener en cuenta estos modelos como referencia, implica realizar una serie de variaciones y ajustes para ser adaptado al análisis del modulo instruccional o “medio maestro”, cuya producción y actualización de este materiales, elaboración de prescripciones académicas (planes de curso, planes de evaluación, instructivos para la valoración de trabajos prácticos), entre otras, está a cargo del *Especialista de Contenido*, además de los asesores académicos, encargados de la interacción con el estudiantado, sus dificultades ante los materiales para mejorar el “medio maestro” y los mecanismos de evaluación.

Por lo tanto, los *asesores académicos* requieren de: conocimiento de métodos y técnicas de enseñanza, experiencia docente, dominio de literatura especializada en su área de conocimiento, experiencia en su campo profesional, además los *asesores académicos* y los *Especialista de Contenido* de un conocimiento profundo de las asignaturas.

Sobre la base de las ideas expuestas, se genera una aproximación de un modelo de evaluación del conocimiento didáctico – matemático del Medio Maestro que incluya a los *asesores académicos* y *Especialista de Contenido*, de esta manera consideramos la “guía” para la elaboración de enunciados de consignas sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor, para ser aplicadas a la evaluación del modulo instruccional y la restructuración presentada por Pino Fan y Godino, (2015), decidimos evaluar aspectos específicos del conocimiento del contenido (común, especializado y ampliado) en relación con la enseñanza del modulo Instruccional.

El *Conocimiento del Contenido* se refiere a la faceta epistémica del conocimiento del profesor, el cual incluye los conocimientos matemáticos relativos al contexto institucional en el que se realiza el proceso de estudio, se diferencian tres componentes:

- *Conocimiento Común del Contenido*: Este componente interpreta y caracteriza la *Dimensión Matemática* de los conocimientos del profesor y se refiere, siguiendo a Pino Fan y Godino, (2015) para la evaluación del Modulo IV, es aquel conocimiento, sobre un objeto matemático concreto, que se considera suficiente para resolver los problemas o tareas propuestas en el currículo de

matemáticas (o planes de curso) y en los libros de texto, de un nivel educativo determinado.

- *Conocimiento Especializado del Contenido*, Este componente interpreta y caracteriza la *Dimensión Didáctica* de los conocimientos del profesor, se refiere al conocimiento especializado de la dimensión matemática, el cual incluye la capacidad para representar con exactitud ideas matemáticas y proporcionar explicaciones matemáticas de reglas y procedimientos comunes.

Este componente se evalúa en el Modulo IV, siguiendo las consignas del conocimiento especializado del contenido en Godino (2009) cuya instrucción es: Elabora la configuración de objetos y procesos puesta en juego en las soluciones plausibles de la tarea y otras relacionadas:

- Tipos de Problemas: Identifica las variables de la tarea; generaliza (particulariza) el enunciado.
- Lenguajes (representaciones): Resuelve las tareas usando diferentes representaciones.
- Procedimientos: Resuelve las tareas usando diferentes procedimientos (intuitivos; formales).
- Conceptos / propiedades : Identifica los conceptos y propiedades puestas en juego en las soluciones }
- Argumentos: Explica y justifica las soluciones.

- *Conocimiento Ampliado del Contenido*: Corresponde a la Dimensión Matemática y se refiere al conocimiento que debe el Especialista de contenido, asesor y Modulo instruccional sobre las nociones matemáticas que, tomando como referencia la noción matemática que se está estudiando en un momento puntual, están más adelante en el currículo del nivel educativo en cuestión, o en un nivel siguiente

El conocimiento ampliado del contenido es el que provee al profesor las bases matemáticas necesarias para plantear nuevos retos matemáticos en el aula, vincular el objeto matemático que se está estudiando con otras nociones matemáticas y encaminar a los alumnos al estudio de las nociones matemáticas subsecuentes a la noción que es centro de estudio.

Los criterios de evaluación, se siguieren:

1. Revisión y análisis histórico epistemológico de los problemas que originaron el objeto matemático de interés.

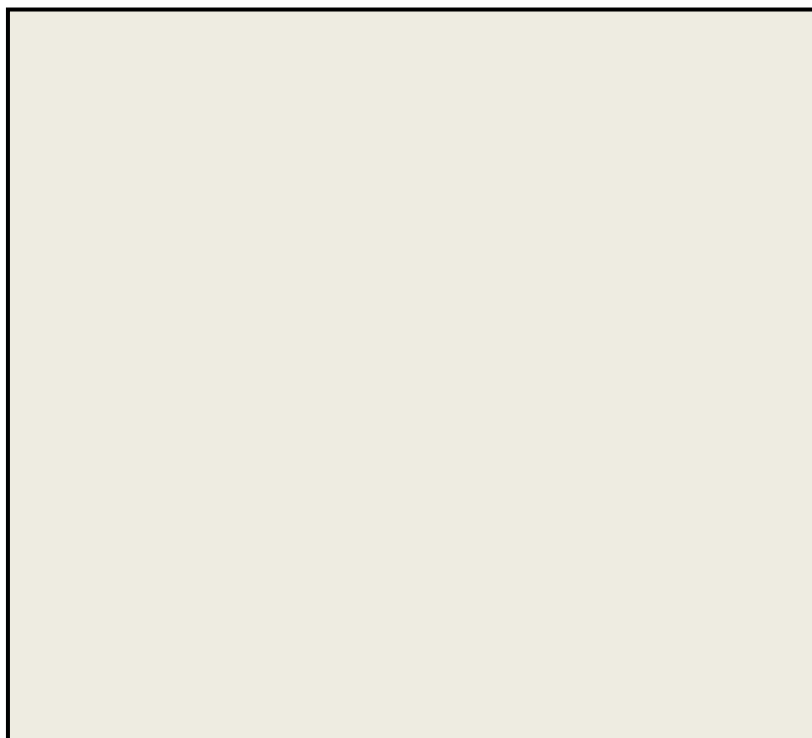
2. Revisión y análisis planes de curso y libros de texto de referencia obligatoria.

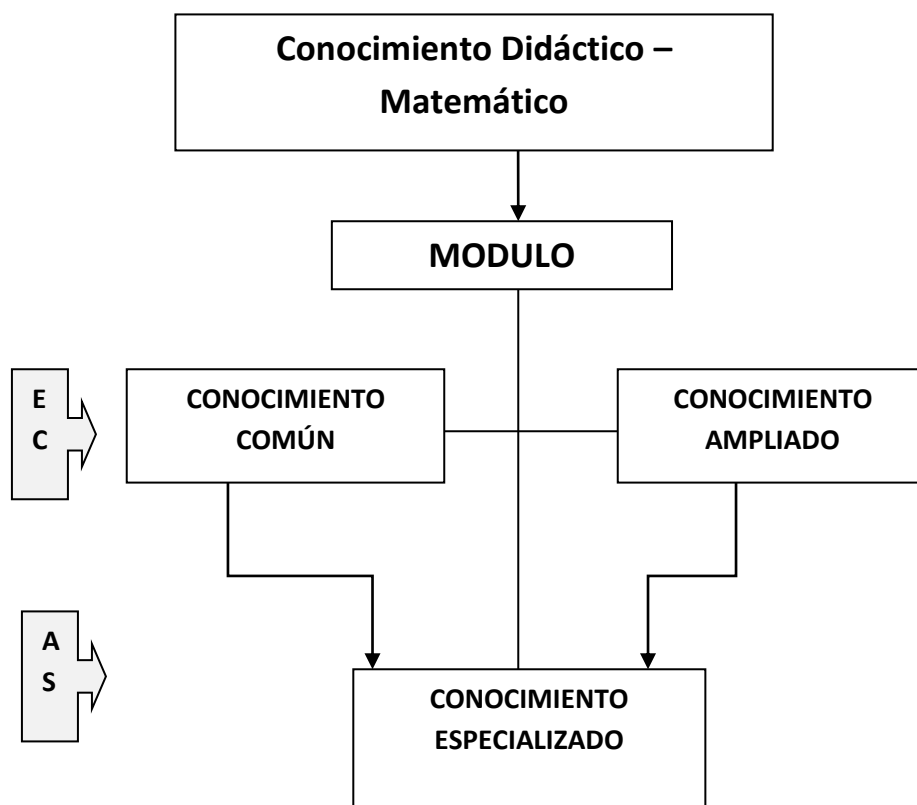
3. Elegir las situaciones – problemas presentados en el modulo y realizar el análisis de contenido, considerando los niveles indicados anteriormente y el tipo de conocimiento: Conocimiento común, especializado y ampliado, que se evalúa, siguiendo las Categorías de Análisis de los Conocimientos del Profesor de Matemáticas descritas por Godino (2009).

4. Diseñar un banco de ítems con situaciones problemas presentadas en los puntos anteriores y realizar una entrevista estructurada que evalúe el Conocimiento común y ampliado (Dimensión Matemática), a los especialistas de contenido.

5. Diseñar un banco de ítems con situaciones problemas presentadas en los puntos anteriores y con problemas didácticos realizar una entrevista estructurada que evalúe el Conocimiento común y ampliado (Dimensión Matemática) y especializado (Dimensión Didáctica).

Así, nuestro modelo de evaluación del conocimiento didáctico – matemático del modulo instruccional sobre contenido matemático pretendido, denominado MODECAS se indica en el siguiente grafico:





SIGNIFICADO HOLISTICO

Grafico 14. Modelo de Evaluación del Conocimiento Didáctico-Matemático del Modulo o Medio Maestro.

Este modelo MODECAS de evaluación del Conocimiento Didáctico – Matemático, es factible a ser aplicado ya que cuenta con la disponibilidad y disposición humana (Operativa) y técnica en cuanto a herramientas tecnológicas, conocimientos de Especialistas de contenido del Nivel Central y asesores de los centros locales del Área de Matemática, habilidades, experiencia de los asesores que conocen de las dificultades y obstáculos que presentan los alumnos, debido a su interacción cara a cara, entre otras, las cuales son necesarios para efectuar las actividades o procesos que requiere el proyecto.

REFERENCIAS

- Agnelli, Konic, Peparelli, Zón y Flores (2009). La función lineal obstáculo didáctico para la enseñanza de la regresión lineal *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (17), 52 – 61
- Alastre (2012). *Análisis Ontosemiótico de una lección de integral definida* (Tesis de Maestría). Universidad Experimental Libertador Barquisimeto.
- Alfonzo P, A., Arellano de R., E. y Ojeda, N. (2006). Producción de Materiales Instruccionales. Caracas: Universidad Nacional Abierta.
- Alfonzo, A. (2009). La Supervisión Académica en la Universidad Nacional Abierta. En
UNA, *Educación a Distancia en la Universidad Nacional Abierta de Venezuela*.
Tomo I (pp. 301-312). Caracas: Ediciones del Rectorado.
- Alfonzo, A. (2011). *Caracterización de algunas dimensiones de la interacción didáctica en la modalidad de educación a distancia. Caso: Universidad nacional Abierta de Venezuela* (Tesis Doctoral inédita). Universidad Nacional de Educación a Distancia,
Madrid.
- Alvarado M., H. (2007). *Significados institucionales y personales del teorema central del límite en la enseñanza de la estadística en ingeniería*. Tesis Doctoral. Editorial Universidad de Granada. Granada. 2007.
- Arya J y Iardner, R. (1994) *Matemáticas aplicada a la Administración y a la Economía*. (3a. ed.). México: Ed. Prentice Hall Hispanoamericana.
- Ausubel, D., Novak, J. & H. Hanesian. (1976). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Barrios G., A. y Carrillo F., M. (2005). *Análisis de Funciones en economía y empresas: un enfoque interdisciplinario*. Ediciones Díaz de Santos. España.
- Blomhøj, M.(2004).. *Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica*. Recuperado el 20 de Marzo de 2013, de Universidad Nacional de Córdoba. Disponible http://www2.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_23/23_2_Modelizacion1.pdf
.[Consultado, Octubre 2015].
- Capace (2008) *La integral en una variable real en la formación técnica universitaria: dimensiones presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje*.

- Maracay 2008.(Tesis doctoral) .Programa Doctorado en Educación Superior. Universidad Pedagógica Experimental.
- Castro P., M (1985) **Diseño de Instrucción**, Atai, Caracas
- Castro P., M. (2012). Modelo de Control y Ajuste Permanente del Currículo. En: *Curriculum*. Caracas: Universidad Nacional Abierta.
- Catsigeras, Curione y Míguez (s.f.). *El Aprendizaje Significativo del Cálculo en la Universidad*. [Documento en línea]. Disponible: <http://www.fing.edu.uy/> [Consulta: 2007, diciembre 07].
- Cisterna, F. (s.f.). Métodos De Investigación Cualitativa En Educación. Universidad del Bío - Bío.
- Contreras, A., Font, V., Luque, L. y Ordóñez, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 25(2), 151 – 186.
- Corredor (2015) *Estándares de competencia para la asesoría académica a distancia mediada por las tecnologías de la información y comunicación*. (Tesis Doctoral inédita). Universidad de Córdoba, España.
- Cournot, A. (1838). *Researches into the Mathematical Principles of the theory of wealth*. New York. The Macmillan Company. 1897.
- Cruz C. (2015). *La enseñanza de la modelación matemática en ingeniería*. Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V., Vol. 25, N° 3, pp. 39–46,
- Delgado., González, Pérez, y Domínguez (2012) *La función lineal y sus aplicaciones económicas*. CD de Monografías 2012 (c) 2012, Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”
- Escontrela M, R.(2003) Bases para Reconstruir el Diseño Instruccional en los Sistemas de Educación a Distancia. Docencia Universitaria, Vol. 1, N° IV, SADPRO – UCV Universidad Central de Venezuela.
- Eyssautier de la Mora, M.(2002). Metodología de la Investigación: Desarrollo de la Inteligencia(4ta edición). Australia. Thomson Learning.
- Font, V., J. D. Godino y J. Gallardo (2013), “The emergence of objects from mathematical practices”, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 82, pp. 97-124.
- García y Molina. (1994). *La economía matemática y la controversia sobre la utilización de las matemáticas en la economía*. Cuadernos 26, 1994, pp25-46.
- Gascón, J. (2008) Historia de las Matemáticas Selección de lecturas, UNA. Caracas 2008.
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 22(2/3), 237 – 284.
- Godino, J. (2003). Teorías de las Funciones Semióticas: Un Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición e Instrucción Matemática. *Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada*.

- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (20), 13-31.
- Godino, J. (2010). Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica. Departamento de didáctica de la Matemática. Universidad de Granada
- Godino, J y Batanero, C. (1994). Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathematiques*. 14(3), 325-355.
- Godino, J y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education.
- Godino, J., Batanero, C. y Roa, R. (2005). An onto-semiotic analysis of combinatorial problems and the solving processes by university students. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 3-36.
- Godino, Contreras y Font. (2006). Análisis de los Procesos de la Instrucción Basado en el Enfoque Ontológico-Semiótico de la Cognición Matemática. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J., Batanero, C. y Font. (2009). Un Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la Instrucción Matemática. Disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf [Consulta: 2016, Marzo 01].
- Godino, Font, Bencomo y Wilhelmi. (2005). Criterios de Idoneidad de Instrucción Matemática (aplicación a una experiencia de enseñanza de la noción de función). *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4(2), 1-26.
- Godino, Font, Bencomo y Wilhelmi. (2006). Análisis y valoración de Idoneidad didáctica de procesos de estudio de las Matemáticas. *Paradigma*: Vol. XXVII, Nº 2, pp.221-252.
- Godino, Font, Bencomo y Wilhelmi. (2007). Pautas de Análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica de procesos de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática. *Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada*.
- Godino, Font y Wilhelmi. (2006). Análisis Ontosemiótico de una Lección sobre la Suma y la Resta. *RELIME*, 9 (especial), 133-156.
- Gómez Camacho, F. (2000). Un caso de "Economía Matemática" en los siglos XVI y XVII. Cuaderno de CC. EE y EE., Nº 37, pp. 129-137.
- González C. y Gil M. (2000). *La Economía matemática en la Italia ilustrada*. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales Universidad San Pablo-CEU.
- Haeussler, E. , Richard s. P.. Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida. Octava Edición. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

- Hernández de Dolara, A (2004) *Propuesta De Diseño Instruccional Para El Módulo I, Del Curso Sociología De La Educación Y Desarrollo Comunitario*, perteneciente al Área de Componente Docente de la Carrera Educación en todas sus menciones, de la Universidad Nacional Abierta. Trabajo de Ascenso. UNA. Caracas Venezuela
- Hernández A, Fernández, C y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. (4a. ed.). México: Mc Graw Hill Interamericana Editores.
- Hurtado, J., (2000). Metodología de la investigación holística. IUTP. Sytal. Caracas
- Larson,. E. & Hostetler, P, (1986). B. Cálculo y Geometría Analítica. México D.F.: McGraw Hill.
- Leal O, N. (2007). Teoría de la adaptación del estudiante, al sistema a distancia de la Universidad Nacional Abierta. Primer Congreso Regional de Educación a Distancia. Centro Local Carabobo. Valencia: UNA.
- Leal O, N.(2010) Pensamiento, Cultura y Cosmovisión en la Universidad Nacional Abierta de Venezuela. UNA INVESTIG@CIÓN, Vol. II UNA. Caracas Venezuela
- Leithold, L. (1998). El Cálculo. México D.F.: Oxford University Press México..
- López, E. (2009). El docente dentro del proceso de enseñanza en la UNA: Una vivencia personal. En UNA, *Educación a Distancia en la Universidad Nacional Abierta de Venezuela*. Tomo I (pp. 535-547). Caracas: Ediciones del Rectorado.
- Kilpatrick, J. (1992). A History of Research in Mathematics Education. En Grouws, D. A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 3-38). New York: Macmillan.
- Marshall, A. (1920). Principles of Economics.. Library of Economics and Liberty. [Documento en línea] <http://www.econlib.org/library/Marshall/marP.html> [Consulta Octubre 2015].
- Martínez (2012) *La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica* (Tesis Doctoral Inédita) Centro IQS School of Management. Universidad Ramon Lull. Barcelona España.
- Marqués G, P. (2004). Los medios didácticos. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona
- Matos, M.(2009) Producción de materiales impresos a partir de propiedades textuales e instruccionales UNA INVESTIG@CIÓN, Vol. I, N° 2. UNA. Caracas Venezuela
- Mena, M. (2004). **La Evolución de la Educación a Distancia**. Disponible en: <http://weblog.educ.ar/educacion-tics/cuerpoentrevista.php?idEntrev=50> [Consulta:

2015, Noviembre, 13].

- Mochón. (2005). *Economía, Teoría y Práctica* (3a. ed.). España: Ed. Mc Graw Hill.
- Orellana (2009). Pensamiento Matemático y Modelando en Matemática. Matemática I (177). Modulo IV. UNA.
- Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal*. (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Manizales, Manizales.
- Parra (2015) *Significados pretendidos por el currículo de Matemáticas chileno sobre la noción de función*, (Tesis de Maestría). Universidad de los Lagos. Santiago de Chile.
- Parra, Cano, Elichiribehety y Otero. (2005). *Análisis de las praxeologías matemáticas en el nivel Universitario en torno a la noción de función*. Acta latinoamericana de Matemática Educativa. Vol 19. Editor Gustavo Martínez Sierra Editorial Comité latinoamericano de Matemática Educativa A.C. Año 2005.
- Pino-fan, Godino y Font (2011) *Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada* Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.13, n.1, pp.141-178
- Pino fan, L. (2013) Evaluación de la Faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico Matemático de Futuros Profesores de Bachillerato Sobre la Derivada. *Programa de Didáctica de la Matemática*. Universidad de Granada. España.
- Pino-fan, Godino y Font (2014) *El conocimiento didáctico-matemático de los profesores: Pautas y criterios para su evaluación y desarrollo*
- Ramos de Pacía, Ana B. (2005). Objetos Personales Matemáticos y Didácticos del Profesorado y Cambios Institucionales. *Programa de Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Matemática*. Universidad de Barcelona. España.
- Roldán (2013) El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica. Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Bogotá, Colombia
- Rodríguez, E. (2009) *Análisis Ontosemiótico sobre una lección de la Función afín y la ecuación lineal en la economía*, (Tesis de Maestría). Universidad Experimental Libertador Barquisimeto
- Rodríguez, M. (2004). *La Teoría del aprendizaje Significativo*. Centro de Educación a Distancia (C.E.S.D.). Santa Cruz de Tenerife.
- Rubio G, N(2012) *Competencia del Profesorado en el Análisis Didáctico de Prácticas, Objetos y procesos matemáticos*, (Tesis Doctoral). Universidad de Barcelona.
- Ruiz Higuera, L. (1998). *La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico*. Universidad de Jaén. Servicios de publicaciones. (Colección Juan Pérez de Moya). ISBN 84-89869-21-9.

- Sánchez, J. (1984). *La contribución de Daniel Bernoulli y Gabriel Cramer a la teoría de la utilidad*. [Cuadernos de Ciencias Económicas y Empresariales](http://externos.uma.es/cuadernos/pdfs/pdf287.pdf), ISSN 0211-4356, N° 13, 1984, p. 9-27. [Documento en línea] Disponible en: <http://externos.uma.es/cuadernos/pdfs/pdf287.pdf> [consulta: 2009, marzo].
- Sánchez F, C., & Valdés C., C. (2007). *Las Funciones un paseo por su historia*. Tres Cantos, Madrid, España: Nivola libros y ediciones.
- Sastre, P., Rey, G., & Boubée, C. (2008). El Concepto de Función a través de la Historia. *Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (16), 141-155.
- Scheifler, X. (1995). *Historia del Pensamiento Económico*. (5° edición). México. Trillar.
- Schoenfeld, A. (2000) Purposes and Methods of Research in Mathematics Education. *Notices of the AMS*, Volume 47, Number 6; June/July
- Schoenfeld, A. H. y Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh & T. Wood (eds.), *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (pp. 321-354). Rotterdam: Sense Publishers.
- Sierpinska, A. (1990). Some remarks on understanding in mathematics. *For the learning of Mathematics*, 10(3), 24-36.
- Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. London: The Falmer Press.
- Soto, A. (2009a). La gestión de la Universidad Nacional Abierta desde el enfoque de las TIC: Una propuesta. *Revista Informe de Investigaciones Educativas*. XIII (1), 67-86.
- Soto, A. (2009b). La asesoría académica, la cara del servicio en la Universidad Nacional Abierta. En UNA, *Educación a distancia en la Universidad Nacional Abierta*. Tomo I (pp. 715-730). Caracas: Ediciones del Rectorado.
- Taylor y Bogdan (2000). *Introducción a los métodos cualitativos*. Tercera Edición. Ediciones Paidós
- UNA (1977). *Proyecto UNA*. Caracas.
- UNA (1978). *Reglamento UNA*.
- UNA (1996). *Reglamento*. Gaceta Oficial de la República de Venezuela. N° 5098. Extraordinaria. Caracas: 18-09-1996.
- UNA (2008). *Actualización del plan estratégico de la universidad nacional abierta: presente y futuro desde un punto de vista colectivo y formulación del*

plan táctico institucional (2009-2013). Caracas: Oficina de Planificación y Evaluación Institucional.

Recuperado de
<http://opei.una.edu.ve/UserFiles/File/Plan%20EstrategicoFinal.pdf>

UNA (2008). *Manual de funciones del personal docente según rol en la Universidad Nacional Abierta*. Caracas: Rectorado. Dirección del Centro de Programación.

UNA (2009). *Políticas Institucionales 2008-2013 desde la participación de todos en todos los espacios de la UNA y hacia la construcción de la Universidad que queremos*. Caracas: Ediciones del Rectorado.

UNA (2005). *Reglamento Interno de la Universidad Nacional Abierta*. Última Versión

UNA (2009). Aplicaciones de las Funciones a las ciencias Administrativas. Matemática I (176). Modulo IV. Última Versión

UNA (2013) Diseño Instruccional en Educación a Distancia *Experiencias en la Universidad Nacional Abierta de Venezuela* [compilado por] María Martín Hernández... [et al.]. -- Caracas: Ediciones del Vicerrectorado Académico.

UPEL (2014). *Manual para la Elaboración de Trabajos de Grado*. Caracas

Vanegas (2010) *El conflicto semiótico: elemento crucial en el Sistema de prácticas discursivas y operativas en las que interviene el infinito matemático*. (tesis doctoral) Universidad de Carabobo. Valencia. Venezuela

Vázquez, A. (2002). *Kart Heinrich Rau y el Diagrama Marshalliano de la Oferta y la Demanda*. Departamento de Economía Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid. Revista de Historia Económica Año XX, Invierno, N° 1.

Vásquez, C. (2014) *Evaluación de los conocimientos didáctico - matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo*, (Tesis Doctoral Inédita). Programa de Doctorado en Educación. Universidad de Girona

Vinner. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics En D Tall (ed.) *Advanced Mathematics Thinking Kluwer academic*. Dordrecht/Boston/London pp.65-79.

Villa-Ochoa, J. (2014) *Situaciones de modelación matemática. Algunas reflexiones para el aula de clase*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2014. Año 9. Número 12. pp 281-290. Costa Rica

Youschkevitch, A.P.(1976). "The concept of function up to the middle of the 19th century", Arch. Hist. Exact. Sci. No. 16. pp. 37-85. Traducción: Dra. Rosa María Farfán 1996

UNESCO (2002). Aprendizaje Abierto y a distancia. Recuperado de:
<http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002134/213475e.pdf>

ANEXO A

Plan de Curso Matemática I (176)



UNIVERSIDAD NACIONAL ABIERTA
VICERRECTORADO ACADEMICO
SUBPROGRAMA DE DISEÑO ACADÉMICO
AREA DE MATEMÁTICA

PLAN DE CURSO

I. Identificación

Nombre: MATEMÁTICA I

Código: 175-176-177

U.C: 5

Carrera: (*)

- 126 Licenciatura en Matemática
- 236 Ingeniería de Sistemas
- 280 Ingeniería Industrial
- 508 Educación, mención Matemática
- 521 Educación, Dificultades del Aprendizaje
- 542 Educación, Preescolar
- 610 Contaduría
- 612 Administración de Empresas
- 613 Administración, Riesgos y Seguros
- 281 TSU. Higiene y Seguridad Industrial.
- 237 TSU. Mantenimiento de Sistemas Informáticos

Códigos: 106, 120, 236, 280, 508, 521, 542, 610, 611, 612, 613

Semestre: I

Prelaciones: NINGUNA

Requisito: CURSO INTRODUCTORIO

Autor: Prof . Richard Alexis Rico M. (Especialista de Contenido)

Diseñador Académico: Med. Nancy Ojeda

Revisión: Wendy Guzmán

Nivel Central
Caracas, Mayo 2012

MATEMÁTICA I (176)

El curso **MATEMÁTICA I (176)**, se encuentra ubicado en el primer semestre, formando parte del ciclo de **ESTUDIOS GENERALES** de la Universidad Nacional Abierta (UNA), es básico y obligatorio para el estudiante UNA de las carreras de **Administración Pública (611)**, **Administración de Empresas (612)** y **Administración, Riesgos y Seguros (613)** y **Contaduría (610)**. Este curso inicial, que no sólo contribuirá con su desarrollo intelectual en el campo de la **Administración y Contaduría**, proporcionará al estudiante una herramienta fundamental para posteriores asignaturas dentro de estas carreras, tanto en el ciclo de Estudios Generales como en el de Estudios Profesionales.

El contenido del curso es de carácter **teórico -práctico**, con el predominio del aspecto práctico, y en este sentido, las estrategias instruccionales y de evaluación del curso, estarán orientadas hacia la resolución de ejercicios y problemas como una forma de brindar al estudiante la oportunidad de aplicar la teoría, y de esta manera promover la integración entre la teoría y la práctica. La importancia teórica y práctica de la asignatura **MATEMÁTICA I (176)**, radica en la conveniencia de ofrecerle al estudiante, de lograr los conocimientos matemáticos necesarios para enfrentarse a la resolución de problemas de la **Administración y Contaduría**, y de poner en práctica, las herramientas de investigación de fenómenos complejos en el campo de las ciencias de la **Administración y Contaduría**, y de las ciencias de la **Economía**, donde se precisa de un alto dominio de las técnicas matemáticas. Los contenidos de la asignatura proporcionan los conocimientos básicos requeridos para cursos que continúan al curso de **MATEMÁTICA I (176)**.

El curso **MATEMÁTICA I (176)** proporciona al estudiante los conocimientos necesarios para que pueda aumentar su capacidad de análisis lógico deductivo y analítico, y comprenda la modelización como el camino más viable para la solución de un problema. Facilita las destrezas iniciales en la teoría de conjuntos numéricos: orden de prioridad en las operaciones, patrones, cantidades, estimación y cálculo mental; las desigualdades, ecuaciones e inecuaciones; las funciones y representaciones gráficas; distancia entre dos puntos en la recta y el plano; las regiones de un plano, ecuaciones e inecuaciones con dos variables; las relaciones de proporcionalidad y porcentajes; las rectas y semiplanos de un plano; las funciones elementales y sus características; las formas de dar una función; las sucesiones; las nociones elementales de límites de sucesiones, límites de funciones y

continuidad de funciones; algunas aplicaciones de la ecuación lineal (función afín) vinculada a los siguientes tópicos: curva de la demanda, curva de la oferta, punto de equilibrio, las funciones de consumo, costo, ingreso y beneficio, el problema de la depreciación y la descomposición de la renta nacional; y en ciertas aplicaciones de las funciones a trozos, cuadráticas, logarítmicas y exponenciales sobre temas relacionados con la oferta y la demanda, la depreciación, la distribución del ingreso, el ciclo de vida de un producto y el uso de los factores de producción. El curso siguiente es **Matemática II (178)**, común para la carrera de **Administración y Contaduría**.

El Material instruccional obligatorio es el Texto UNA: Escobar B., Lamed A., Orellana C., (2000) "Matemática I". El cual consta de cuatro Módulos de Instrucción: Los tres primeros son comunes para todas las carreras y el cuarto es diferenciado por carrera. Hay un folleto por cada módulo los cuales se han diferenciados usando distintos colores y distintos códigos, como se detalla a continuación:

MATEMÁTICA I			
Carreras: Administración y Contaduría – código (176)			
Módulo	Título	Código (s)	Color
I	Conjuntos Numéricos	175-176-177	Naranja
II	Funciones y Representaciones Gráficas	175-176-177	Naranja
III	Sucesiones, Nociones Elementales de Límites y Continuidad de Funciones de \mathbf{R} en \mathbf{R}	175-176-177	Naranja
IV	Aplicaciones de las Funciones a las Ciencias Administrativas	176	Vino Tinto

III. Diseño de Instrucción

Objetivo del curso: Aplicar de manera lógica y analítica los conceptos relacionados con conjuntos, funciones, representaciones gráficas, sucesiones, límites de sucesiones y de funciones y continuidad en la resolución de problemas, usando el razonamiento matemático.

Matemática 176 (Objetivos diferenciados)

Objetivos (176)	Contenido
1. Efectuar problemas donde estén involucrados o en los que se apliquen conceptos referentes a las funciones $y = a x + b$.	Unidad I Aplicaciones de la función $y = a x + b$. 1.1 Ecuaciones de la demanda y la oferta. Análisis del punto de equilibrio. Función de consumo. Funciones de costo y producción. Depreciación. Modelo de ingreso nacional.

OBJETIVO	ESTRATEGIAS INSTRUCCIONALES	ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN
1	<p>Las actividades que se describen a continuación te permitirán comprender de forma efectiva el objetivo de la unidad, ten presente la intencionalidad del mismo. Recuerda siempre que lo primero a realizar antes de iniciar el estudio de cada Unidad es leer el objetivo de aprendizaje y la presentación de la Unidad, lo cual te suministrará información acerca de lo que se pretende alcanzar y permitirá conocer lo que se espera de ti, cuando finalices el estudio de dicha Unidad.</p> <p>Eventos (Actividades o Asignaciones):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Realiza el estudio de las secciones 1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.8, 1.9, 1.11 y 1.12 de la Unidad 1 Módulo IV (176) del Texto 	<p>Evaluación Formativa</p> <p>La evaluación será teórica - práctica y las pruebas estarán organizadas con preguntas combinadas dentro de las siguientes modalidades: Teóricas (definiciones, conceptos o propiedades). Selección simple o múltiple. Completación. Verdadero y falso. Desarrollo. Comprobación. Pareo.</p> <p>Se presentarán situaciones: casos o problemas, a partir de las cuales, el estudiante deberá responder preguntas objetivas (selección simple, selección múltiple, completación, verdadero y falso, pareo, respuesta breve o comprobación, etc.), de desarrollo y mixtas.</p> <p>Posiblemente en algunas pruebas aparezcan todas las modalidades combinadas, o simplemente algunas de las combinaciones descritas.</p>

	<p>UNA: "Ecuación de la Demanda", "Ecuación de la Oferta", "Análisis del Punto de Equilibrio", "La Función de Consumo", "Funciones de Costo, Ingreso y Beneficio", "Función de Producción", "La Depreciación" y "El Modelo de la Renta Nacional". Los conceptos económicos y administrativos que se muestran a lo largo de la Unidad 1 están dados en una forma muy general sólo con la finalidad de que se capte mejor la aplicación matemática específica. Con base al estudio del material instruccional impreso referido a las secciones 1.2, 1.3, 1.4, 1.6, 1.8, 1.9, 1.11 y 1.12 de la Unidad 1 Módulo IV (176), realiza las siguientes actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reflexiona y realiza un cuadro resumen donde describas los aspectos más importantes en cuanto a los conceptos, las operaciones que se efectúan con esas nociones, sus propiedades y la importancia que estas tienen, y las aplicaciones sobre los siguientes tópicos: Economía de Mercado. Ecuación Lineal. Función Afín. Consumidor. 	<p>Evaluación Sumativa</p> <p>La evaluación de este objetivo se realizará a través de tres (3) pruebas integrales.</p>
--	---	---

ANEXO B
UNIDADES DE ANÁLISIS DEL TEXTO I

Texto I: Mochon M, Francisco (1994) Economía, Teoría y Práctica Ed. Mc Graw Hill. España. Tercera Edición.

Capítulo 2

LA OFERTA, LA DEMANDA Y EL MERCADO: APLICACIONES

INTRODUCCIÓN

Durante los meses de verano, el precio de los apartamentos que se encuentran en la costa se eleva. Cuando llegan las fiestas de Navidad, algunos alimentos suben el precio de manera rápida; sin embargo, a mediados del verano el precio del melón suele alcanzar sus niveles más bajos.

Estos hechos y otros parecidos que podríamos citar tienen en común una serie de factores que actúan a través de la oferta y la demanda y que se hacen patentes en el funcionamiento de los mercados. El juego de compradores y vendedores en los mercados determina las cantidades y los precios de los distintos bienes y servicios. Este juego de las fuerzas que actúan en los mercados recibe la atención de los economistas, y constituye la teoría de la oferta y la demanda que estudiamos en este capítulo. La manera de relacionarse la oferta y demanda determinan la cantidad y precio de los bienes y servicios, creando las «señales» para la asignación de los recursos escasos de la Economía.

2.1 El funcionamiento de los mercados

Oferta y demanda son dos palabras que los economistas utilizan muy a menudo, y lo hacen con razón, pues son las fuerzas que hacen que las economías de mercado o capitalistas funcionen. La oferta y la demanda determinan la cantidad que se produce de cada bien y servicio y el precio al que debe venderse. Y esto lo hacen al interactuar en los mercados.

Un *mercado* es toda institución social en la que los bienes y servicios, así

quienes desean adquirir factores y quienes desean vender o alquilar los recursos de la producción que poseen. Así, si cuando deseamos adquirir un coche nos informamos sobre los modelos y ofertas que existen en el mercado, actuamos como un comprador típico. Por otro lado, si buscamos trabajo debemos mirar las demandas de empleo que publican los periódicos y actuaremos como un oferente o vendedor de servicios de trabajo.

El mercado de un producto está formado por todos los compradores y vendedores de este producto.

Acudimos al mercado para buscar solución a muchas de nuestras necesidades y movidos por nuestro propio interés, tanto si ofrecemos alguna cosa, por ejemplo, un piso, como si lo demandamos porque deseamos adquirir una vivienda. En el mercado, que como veremos más adelante puede presentar distintos tipos y formas, tendremos que llegar a acuerdos; el acuerdo más importante y final es fijar el precio.

El precio de mercado

Los compradores y vendedores se ponen de acuerdo sobre el precio de un bien o un servicio de forma que se producirá el intercambio de cantidades determinadas de ese bien o servicio por una cantidad de dinero también determinada.

El precio absoluto de un bien es su relación de cambio por dinero, esto es, el número de unidades monetarias que se necesitan para obtener a cambio una unidad del bien. El precio de un bien en

<p>como los factores productivos, se intercambian. Tal como señalamos en el capítulo anterior, debido a la existencia del dinero el intercambio es indirecto: un bien se cambia por dinero y éste, posteriormente, por otros bienes. Cuando en el intercambio se utiliza el dinero existen dos tipos de agentes bien diferenciados: <i>los compradores</i> y <i>los vendedores</i>. En los mercados de productos es típico distinguir entre consumidores o compradores y productores. En los mercados de factores existen</p>	<p>unidades de otro bien es el precio relativo.</p> <p>Los precios coordinan las decisiones de los productores y los consumidores en el mercado. Precios bajos estimulan el consumo y desaniman la producción, mientras que precios altos tienden a reducir el consumo y estimulan la producción.</p> <p><i>Los precios actúan como el mecanismo equilibrador del mercado</i></p> <p>P.21</p>
--	--

<p>22</p> <p>Fijando precios para todos los bienes, el mercado permite la coordinación de compradores y vendedores y, por tanto, asegura la viabilidad de un sistema de economía de mercado. Ha habido, sin embargo, ejemplos históricos en los que el mercado y el sistema de precios no han sido capaces de funcionar, causando una reducción de la producción y del consumo considerable. Cuando se prohíbe el intercambio privado, generalmente porque se intenta mantener el precio de un bien por debajo de su precio de equilibrio en el mercado o porque el bien objeto de transacción se considera perjudicial, como sería el caso de la droga, se crea una escasez del producto en cuestión al precio oficial y aparecen los mercados «negros».</p> <p>En nuestro entorno económico la mayoría de los precios son conocidos y se presentan de forma clara. Así, cuando tomamos un tren sabemos de antemano la tarifa del viaje o cuando vamos a una tienda de música nos indica los euros que vale cada CD. Pero en muchas partes los precios surgen de la negociación entre el comprador y el vendedor. Por ejemplo, en el Gran</p>	<p>cuando, debido a la existencia de información incompleta entre los agentes, hay más de una situación de equilibrio. Asimismo se puede distinguir entre mercados libres, sometidos al libre juego de las fuerzas de oferta y demanda, y mercados intervenidos, cuando agentes externos al mercado, como por ejemplo las autoridades económicas, fijan los precios.</p> <p>Si en un mercado existen muchos vendedores y muchos compradores es muy probable que nadie, por sus propios medios, sea capaz de imponer y manipular el precio. En este caso diremos que es un mercado competitivo (véase Capítulo 6). Si sucede lo contrario y hay muy pocos vendedores o incluso uno solo, existirán grandes posibilidades de que éstos o este pongan un precio a su conveniencia. En estos casos estaremos ante mercados de competencia imperfecta (véanse Capítulos 8 y 9).</p> <p>Un mercado competitivo es aquel en el que hay muchos compradores y muchos vendedores, de forma que cada uno de ellos ejerce una influencia insignificante en el precio de mercado.</p>
--	--

<p>Bazar de Estambul, si deseamos comprar una alfombra, el vendedor empezará la negociación de la venta con una cantidad que puede ser el doble o el triple del precio final que acordemos.</p> <p>También es frecuente que algunos precios sean indicativos y admitan la negociación entre el comprador y el vendedor. Así, el precio de compra de un piso suele suponer una rebaja respecto al precio que inicialmente pedía el vendedor.</p> <p>En algunos casos, llegar a fijar acuerdos sobre el precio puede ser muy complicado y costoso en términos de tiempo. A estos costes asociados a la fijación del precio se les denomina costes de transacción (véase Epígrafe 10.3), y cuando son muy elevados pueden ser un claro síntoma de mal funcionamiento del mercado.</p> <p>Tipos de mercado</p> <p>En algunos mercados los compradores y vendedores se encuentran frente a frente. Pero la proximidad física no es un requisito imprescindible para conformar un mercado. Algunos mercados son muy simples y la transacción es directa, mientras que en otros casos los intercambios son complejos. Pero en cualquier circunstancia el precio es el instrumento que permite que las transacciones se realicen con orden, pues cumple dos funciones básicas: la de suministrar información y la de proveer incentivos.</p> <p>Al analizar los mercados es frecuente establecer la siguiente tipología: mercados transparentes, cuando hay un solo punto de equilibrio, y mercados opacos,</p>	<p>El análisis que seguidamente vamos a presentar, referido a la oferta, se refiere a mercados competitivos, esto es, mercados en los que ningún agente por sí mismo puede alterar el precio.</p> <p>2.2 La demanda</p> <p>Las cantidades demandadas de un bien que los consumidores deseen y puedan comprar las denominamos demanda de dicho bien.</p> <p>Demandar significa estar dispuesto a comprar, mientras que comprar es efectuar realmente la adquisición.</p> <p>La demanda refleja una intención, mientras que la compra constituye una acción. En cualquier caso un agente demanda algo cuando lo desea y además posee los recursos necesarios para tener acceso a él.</p> <p><i>La cantidad demandada es la cantidad de un bien que los compradores quieren y pueden comprar.</i></p> <p>2.2.1 La tabla y la curva de demanda</p> <p>Hay una serie de factores determinantes de las cantidades que los consumidores desean adquirir de cada bien por unidad de tiempo, tales como las preferencias, la renta o ingreso en ese periodo, los precios de los demás bienes y, sobre todo, el precio del propio bien en cuestión. Si consideramos constantes todos los factores salvo el precio del bien, esto es, si aplicamos la condición «ceteris paribus» (véase Epígrafe 1.3), podemos hablar,</p>
---	---

<p>23</p> <p>por ejemplo, de la tabla de demanda de discos compactos por un consumidor determinado cuando consideramos la relación que existe entre la cantidad demandada y el precio de los discos compactos.</p> <p>Bajo la condición «ceteris paribus» y para un precio determinado de los discos compactos, la suma de las demandas individuales nos dará la demanda global o demanda de mercado de discos compactos.</p> <p>La demanda del mercado es la suma de las demandas individuales que lo integran.</p>	<p>En la Nota Complementaria 2.1 se recogen las tablas de demanda de discos compactos de dos individuos concretos (Miguel y Víctor) y la tabla de demanda del mercado de discos compactos, para el caso en que el mercado sólo lo formen estos dos individuos.</p> <p>La cantidad demandada por el mercado será la suma de las cantidades demandadas por los dos demandantes que lo integran. Asimismo, se recogen las curvas de demanda de Miguel y Víctor y la curva de demanda del mercado, todo ello suponiendo que la única variable que incide en la demanda es el precio. La curva de demanda tiene pendiente negativa, pues si se reduce el precio de los discos compactos aumenta la cantidad demandada.</p>
---	---

Nota Complementaria 2.1 - La demanda individual y la demanda del mercado

<p>La demanda de mercado es la suma de todas las demandas individuales de un determinado bien o servicio. Suponiendo que el mercado de discos compactos está integrado únicamente por dos individuos: Miguel y Víctor, la tabla adjunta muestra las tablas de demanda de discos compactos de Miguel y Víctor. Las tablas de demanda de Miguel y Víctor indican cuántos discos estarían dispuestos a comprar cada año a los distintos precios.</p>	<p>La demanda del mercado es la suma de las dos demandas individuales. Las Figuras a), b) y e) muestran las curvas de demanda que corresponden a estas tablas de demanda. La curva de demanda del mercado se obtiene sumando horizontalmente las curvas de demanda individuales, esto es, para hallar la cantidad total demandada a un precio cualquiera, sumamos las cantidades individuales que aparecen en el eje de abscisas de las curvas de demanda individuales</p>
---	--

Precio de un disco compacto (en euros)	Cantidad de discos compactos demandada por Miguel	Cantidad de discos compactos demandada por Víctor	Demanda del mercado
1,0	8	5	13
1,5	6	4	10
2,0	4	3	= 7
2,5	2	2	4
3,0	0	1	1

Figura a)

Demanda de Miguel de

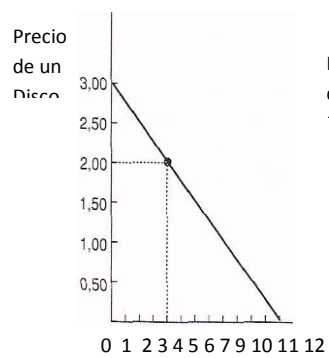


Figura b)

Demanda de Víctor

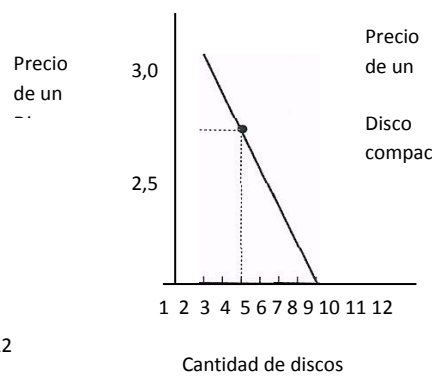
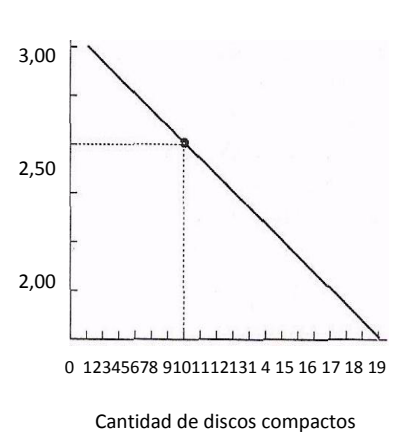


Figura c)

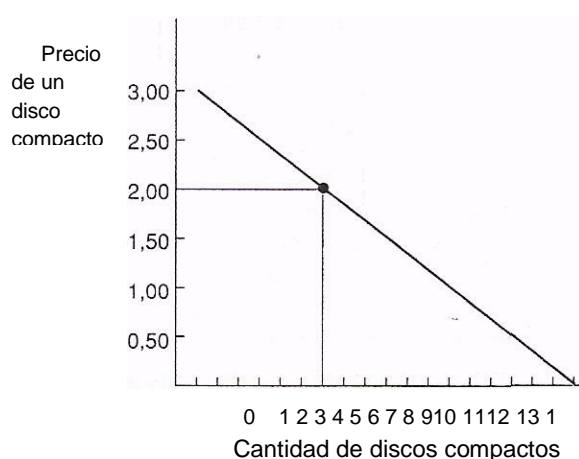
Demanda de mercado



Cuadro 2.1 Tabla de demanda

Precios y cantidades demandadas de discos compactos

Precio de un Disco compacto (en euros)	Cantidad Demandada de discos compacto (unidades)
1,0	13
1,5	10
2,0	7
2,5	4
3,0	1



La ley de la demanda se refiere a la relación inversa existente entre el precio de un bien y la cantidad demandada, en el sentido de que al aumentar el precio disminuye la cantidad demandada, y lo contrario ocurre cuando se reduce el precio.

La razón por la que cuando el precio de un bien aumenta la cantidad demandada por todos los consumidores disminuye es doble. Por un lado, cuando aumenta el precio de un bien algunos consumidores que previamente lo adquirirían dejarán de hacerlo o lo comprarán en menor cuantía y buscarán otros bienes que lo sustituirán. Por ejemplo, si aumenta el precio de los hoteles los turistas procurarán sustituir éstos por hostales, casas rurales o apartamentos. Esto se conoce como efecto sustitución, en el sentido de que el bien o servicio que se encarece relativamente tiende a ser sustituido por otros que ahora resultan más baratos en términos relativos, de manera que los demandantes puedan mantener su consumo turístico ajustado a una nueva realidad del mercado, obteniendo el mismo nivel de satisfacción personal.

El efecto sustitución recoge la incidencia de un cambio en los precios relativos y nos dice que cuando aumenta el precio de un bien o servicio, como los hoteles, la cantidad demandada de este bien se reduce, pues su consumo se sustituye por otros

Este gráfico muestra cómo se pueden convertir los precios y las cantidades demandadas especificadas en el Cuadro 2.1 en una curva de demanda de discos compactos. La curva de demanda presenta una pendiente negativa que refleja los aumentos en la cantidad demandada cuando el precio se reduce.

La tabla de demanda

La tabla de demanda (Cuadro 2.1), dado un conjunto de circunstancias del mercado para cada precio, ofrece información sobre la cantidad que el mercado absorbería a cada uno de los precios. Esta tabla de demanda muestra que cuanto mayor es el precio de un artículo, menor cantidad de ese bien estaría dispuesto a comprar los consumidores, y «*ceteris paribus*» cuanto más bajo es el precio más unidades del mismo se demandarán. Así pues, la **tabla de demanda** muestra *la relación entre el precio de un bien y la cantidad demandada*.

A la relación inversa existente entre el precio de un bien y la cantidad demandada, en el sentido de que al aumentar el precio disminuye la cantidad demandada, y lo contrario ocurre cuando se reduce el precio, se le suele denominar en Economía la ley de la demanda.

bienes.

Por otro lado, los consumidores cuando un bien se encarece demandarán menos unidades del mismo porque la elevación del precio ha reducido la capacidad adquisitiva de la renta, y esto hará que se pueda comprar menos de todos los bienes y, en particular, del que estamos considerando. Este hecho se conoce como el **efecto renta**, e indica que un incremento en los precios de digamos los discos compactos disminuye la capacidad adquisitiva de los consumidores para un nivel de renta dado. Ante esta circunstancia los consumidores se verán motivados a reducir la compra de todos los bienes o servicios.

■ *El efecto renta recoge la incidencia de un cambio en la renta real de los consumidores de forma que al aumentar, por ejemplo, el precio de los discos compactos, la renta real se reduce y el consumidor podrá comprar una menor cantidad de todos los bienes, incluido el bien cuyo precio se ha incrementado.*

El hecho de que la curva de la demanda sea creciente, esto es, que exista una relación inversa entre el precio del bien y la cantidad demandada se puede explicar por dos motivos; por el **efecto sustitución** y por el **efecto renta**

La curva de demanda

Podemos representar gráficamente la tabla de demanda mediante una curva decreciente que relaciona la cantidad demandada de un bien con el precio de dicho bien. Al reducirse el precio aumenta la cantidad demandada. A cada precio, P , le corresponde una cantidad, Q , que los demandantes están dispuestos a adquirir. La Figura 2.1 recoge cada par (P, Q) de números de la tabla de demanda (Cuadro 2.1). Uniendo los respectivos puntos obtenemos la curva de demanda (Figura 2.1).

La **curva de demanda** de un bien, como expresión gráfica de la demanda, muestra las cantidades del bien en cuestión que serían demandadas durante un período de tiempo determinado por una población específica a cada uno de los posibles precios.

La **curva de demanda** es la representación gráfica de la relación entre el precio de un bien y la cantidad demandada. Al trazar la curva de demanda suponemos que se mantienen constantes los demás factores, excepto el precio, que puedan afectar a la cantidad demandada.

Al observar la Figura 2.1 y el Cuadro 2.1 se comprueba que, a medida que el precio de los discos compactos es mayor, la cantidad de discos compactos que se desean demandar se reduce y, al contrario, los individuos estarán más dispuestos a demandar discos compactos cuando el precio sea más bajo. En otras palabras, si se redujera el precio de los discos compactos y los demás factores que inciden en la demanda de discos compactos no se alteraran, los individuos estarían dispuestos a demandar más discos compactos durante el período considerado.

Es frecuente pensar en la cantidad

nuevo producto a! mercado se puede preguntar, ¿cuántas unidades podré vender?, ¿cuál es el potencial del mercado respecto al producto en cuestión? A estas preguntas el economista debe contestar diciendo que no hay una «única» respuesta, ya que ningún número describe la información requerida, pues ¡la cantidad demandada depende de diversos factores, uno de los cuales es el precio que se cargue por unidad. La relación existente entre la cantidad demandada de un bien, su precio y las demás variables explicativas se recoge en la **función de demanda**.

Cuando, por ejemplo, decimos que la cantidad demandada de un bien (Q_A) se ve influida por (o que es una función de) el precio de ese bien (P_A) la renta (Y), los precios de otros bienes (P_B), los gustos de los consumidores (G) o el tamaño del mercado (N) **estamos refiriéndonos a la función de demanda**, que podemos expresar de la siguiente forma:

$$Q_A = D(P_A, Y, P_B, G, N)$$

■ La **función de demanda** es una relación matemática que recoge la relación entre la cantidad demandada de un bien, su precio y otras variables.

Para representar la curva de la Figura 2.1 lo que hemos hecho ha sido suponer que en la expresión anterior, esto es, en la función de demanda, los valores de todas las variables, salvo la cantidad demandada del bien A y su precio, permanecen constantes. Es decir, hemos aplicado la condición «ceteris paribus».

En este sentido una pregunta que

<p>demandada como en una cantidad fija. Así, un empresario que va a lanzar un</p>	<p>cabe formular es ¿qué sucederá cuando, aun permaneciendo invariable el precio del bien, se altera alguno de los factores, tales como la renta o los precios de los demás bienes, que bajo la condición «ceteris paribus» hemos considerado constantes?</p>
---	---

Nota Complementaria 2.2 - La relación causa y efecto en la economía: la curva de demanda

<p>Los economistas suelen emplear gráficos para explicar el modo de funcionamiento de la economía e indicar cómo una serie de acontecimientos causa otra. En un gráfico como la curva de la demanda (Figura 2.1) no cabe duda de cuál es la causa y cuál el efecto. Cuando por ejemplo se altera el precio de los discos compactos y, se mantienen constantes todas las demás variables, entonces que el precio de los discos compactos es la causa de las variaciones de la cantidad demandada. Recuérdese que la curva de la demanda de la Figura 2.1 procede de un ejemplo hipotético. Cuando representamos gráficamente datos del mundo real, suele ser más difícil analizar cómo afecta una variable a otra, Por un lado es difícil mantener todo lo demás constante cuando</p>	<p>se mide el efecto que produce una variable en otra. Si no es posible mantener constantes todas las demás variables, podríamos pensar que "una de las que aparecen en el gráfico es la causa de las variaciones de la otra cuando, en realidad, esas variaciones son causadas por una tercera <i>variable omitida</i> que no se representa en el gráfico. Por otro lado podemos encontrarnos con otro problema: la <i>causalidad inversa</i>- En otras palabras, podríamos extraer la conclusión de que <i>P</i> es la causa de <i>Q</i> cuando, en realidad, <i>Q</i> es la causa de <i>P</i>. Los problemas de la variable omitida y de la causalidad inversa nos obligan a proceder con cautela cuando utilizamos gráficos para extraer conclusiones sobre las causas y efecto</p>
--	---

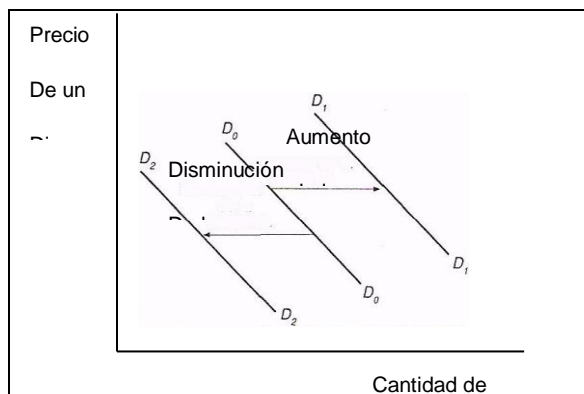


Figura 2.2. desplazamiento de la demanda

Todo cambio que aumente la cantidad que desean adquirir los compradores a un precio dado desplaza la curva de demanda hacia la derecha. Cualquier cambio que reduzca la cantidad que desean adquirir los compradores a un precio dado desplaza la curva de demanda hacia la izquierda.

2.2.2 Desplazamientos de la curva de demanda

Como se ha señalado, la construcción de la curva de demanda se realiza bajo la cláusula «ceteris paribus», es decir, suponiendo que todas las variables permanecen constantes, excepto el precio. Alteraciones de estos factores distintos al precio originan desplazamientos de la curva de demanda. Más concretamente puede afirmarse que cuando la curva de demanda se aleja en su desplazamiento del origen de ordenadas, decimos que se ha producido un incremento en la demanda. Cuando se desplaza hacia el origen de ordenadas decimos que se ha producido una disminución de la demanda (Figura 2.2).

■ La **curva de demanda se desplaza** cuando se altera cualquiera de los factores que inciden en la demanda distinta del precio del bien en cuestión.

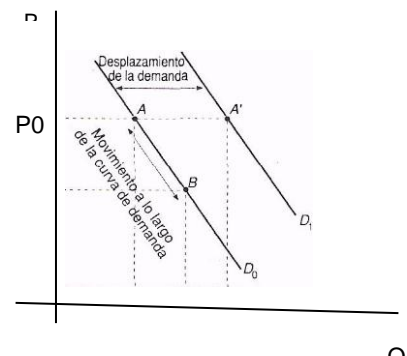


Figura 2.5 movimientos a la largo de la curva de demanda. La curva de demanda ante alteraciones en los factores tales como la renta se desplaza desde D_0 hasta D_1 . Un tipo diferente de movimiento no «de», sino «a lo largo de» la curva, es el causado por alteraciones en el precio del bien que estamos considerando.

En la Figura 2.3 se distingue lo que es un movimiento a lo largo de la curva de demanda, por ejemplo, desde A hasta B que tiene lugar cuando se reduce el precio, de un desplazamiento de la curva de demanda que tiene lugar cuando se altera una variable distinta al precio, tal como seguidamente se analiza.

La renta de los consumidores

Cuando tienen lugar aumentos en la renta media de los consumidores, éstos pueden consumir más de todos los bienes, cualquiera que sea el precio, por lo que la curva de demanda se desplazará hacia la derecha (Figura 2.2). Por el contrario, cuando la renta se reduce cabe esperar que los individuos deseen demandar una cantidad menor, para cada precio,

<p>Es importante no confundir los movimientos de la curva de demanda, esto es, desplazamientos que obedecen a las alteraciones en los factores que inciden sobre la demanda distintos del precio del bien, con movimientos en la curva de demanda, que se deben a modificaciones en el precio del bien. En el primer caso se desplaza toda la curva de demanda; en el segundo caso (Figura 2.3), la curva de demanda permanece igual y lo que tiene lugar es un movimiento desde un punto de la curva a otro. De los factores distintos del precio que desplazan la curva de demanda, los más importantes, tal como vimos en el epígrafe anterior, son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La renta o ingreso de los consumidores. • Los precios de los bienes relacionados. • Los gustos o preferencias de los consumidores. • El tamaño del mercado o número de consumidores. 	<p>con lo que la curva se desplazará hacia la izquierda.</p> <p>El análisis de los cambios en la demanda cuando se altera la renta no sólo ilustra los desplazamientos en la curva de demanda, sino que permite clasificar los bienes en normales e inferiores. Ejemplos de los bienes normales pueden ser los automóviles, los teléfonos portátiles o los discos compactos.</p> <p>■ Bien normal: cuando al aumentar la renta la cantidad demandada a cada uno de los precios se incrementa.</p> <p>Un ejemplo de un bien inferior son los alimentos de baja calidad. Si nuestros ingresos descienden, quizás tengamos que reducir el consumo de carne de primera y aumentar el de carne de menor calidad.</p> <p>■ Bien inferior: cuando al aumentar la renta de los consumidores a cada uno de los precios la cantidad demandada disminuye.</p>
---	--

Notas Complementarias 2.3 Dos formas de incrementar la Demanda en las líneas RDSL

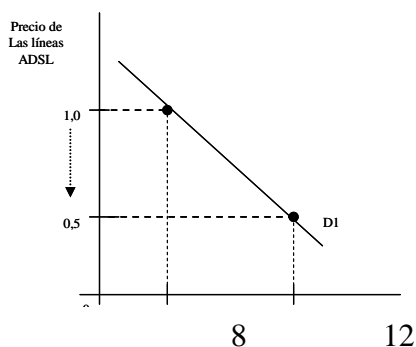
Las compañías telefónicas están muy interesadas en que se incremente la demanda de las líneas ADSL, pues creen que de esta forma se incrementará el consumo de servicios de telecomunicaciones que sus clientes llevarán a cabo y de esta forma aumentarán los ingresos de las operadoras.

Para tratar de conseguir este objetivo las operadoras de telecomunicaciones han seguido fundamentalmente dos estrategias. Por un lado han puesto en práctica políticas agresivas de reducción de precios del uso de las líneas ADSL, procurando con ello que se incremente el consumo que los clientes hacen de ese tipo de líneas de telecomunicaciones, esto es, que aumente la cantidad demandada. Por otro lado, las operadoras han diseñado estrategias tendentes a procurar que se incremente el número de

clientes que constituyen este mercado aumentando los contenidos y los servicios a los que se puede acceder cuando se tiene una línea ADSL.

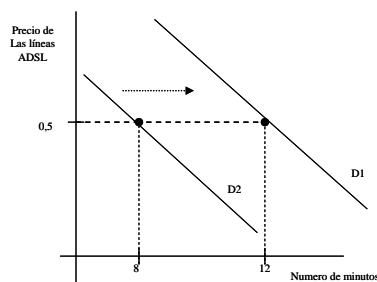
En términos de la figura a), con la primera de las estrategias seguidas lo que se pretende lograr es que, al reducirse el precio de las líneas ADSL desde 1,0 euros hasta 0,5 euros tenga lugar un movimiento a lo largo de la curva de demanda y que de esa forma se incremente el tráfico desde 8.000 minutos de tráfico diario a 12.000 minutos de media diaria. Mediante la segunda estrategia, al incrementar el número de usuarios de líneas ADSL lo que se pretende es que la curva de demanda se desplace hacia la derecha y de esta forma se logre incrementar el tráfico a través de este tipo de líneas de telecomunicaciones.

a) un movimiento a lo largo de la curva de demanda



cantidad de minutos

b) Un desplazamiento a lo largo de la curva de la demanda



Los precios de los bienes relacionados

Las alteraciones en el precio de un bien no sólo incidirán en la cantidad demandada de este bien, sino que pueden ocasionar además desplazamientos en la curva de demanda de otros bienes. Pensemos en que, por ejemplo, aumenta el precio del petróleo. Como consecuencia de este aumento la gente tendrá menos interés en comprar aquellos bienes que se utilizan conjuntamente con productos derivados del petróleo, como -por ejemplo, automóviles- y, por tanto, la curva de demanda de éstos tenderá a desplazarse hacia la izquierda. El aumento del precio del petróleo tendrá, sin embargo, un efecto contrario sobre las cantidades demandadas de otros productos que se utilizan de forma alternativa, tales como el carbón o la energía eólica.

De nuevo el sentido del cambio permite introducir una nueva clasificación de los bienes: **bienes complementarios, bienes sustitutivos y bienes independientes.**

■Bienes complementarios: cuando al aumentar el precio de uno de ellos se reduce la cantidad demandada del otro, cualquiera que sea el precio.

Bienes sustitutivos: cuando al aumentar el precio de uno de ellos la cantidad demandada del otro se incrementa, cualquiera que sea el precio.

Los **bienes independientes** son los que no guardan ninguna relación entre sí, de forma que la variación del precio de uno de ellos no afecta a la cantidad demandada del otro.

Los gustos o preferencias de los consumidores

Los gustos o preferencias probablemente sean el determinante más evidente de la demanda, pues por lo general demandamos aquello que nos gusta.

Los gustos también experimentan alteraciones que ocasionarán desplazamientos en la curva de demanda. Las preferencias de los consumidores se pueden alterar simplemente porque los gustos se modifiquen con el transcurso del tiempo, o bien por campañas publicitarias dirigidas a alterar los patrones de consumo. Si los gustos se alteran en el sentido de desear demandar una mayor

<p>p28</p> <p>cantidad de un determinado producto desplazarán la curva de demanda hacia la derecha, mientras que si la modificación de las preferencias es en sentido contrario la curva de demanda se desplazará hacia la izquierda.</p> <p>Sobre la influencia de los gustos en la demanda se basa buena parte de las técnicas publicitarias. Si con anuncios en los medios de comunicación hacemos que los gustos o preferencias de los consumidores se vuelvan más favorables al bien o servicio que anunciamos, la demanda se verá incrementada. La publicidad también puede influir para desanimar el consumo de un bien. La campaña «Drogas, no» trata de disminuir la demanda de estupefacientes prohibidos y nocivos mediante un cambio en las preferencias de los posibles consumidores.</p> <p>El tamaño del mercado y otros factores</p> <p>Junto a los factores citados también hay otros elementos que inciden sobre la demanda tales como el <i>tamaño del mercado</i> (la demanda de un determinado bien en un país que tiene el doble de población que en otro será significativamente mayor) o las <i>expectativas</i> sobre lo que puede ocurrir en el futuro (si esperamos que en unas semanas el precio de determinada marca de motocicletas va a experimentar una brusca subida es de esperar que la demanda se incremente para anticiparse a la subida), o cuando esperamos que suba la gasolina, todos tratamos de llenar nuestro depósito.</p>	<p>I La cantidad ofrecida de un bien es lo que los vendedores quieren y pueden vender.</p> <p>La tabla de oferta individual recoge las distintas cantidades que un productor desea ofrecer para cada precio, por unidad de tiempo, permaneciendo los demás factores constantes.</p> <p>I La tabla de oferta recoge las distintas cantidades que los productores desean ofrecer para cada precio</p> <p>En la Nota Complementaria 2.4 aparecen las tablas de oferta individuales de las dos empresas que integran nuestro súper simplificado mercado de discos compactos, así como la tabla de oferta del mercado. En términos generales la oferta global o de mercado se obtiene a partir de las ofertas individuales sumando para cada precio las cantidades que todos los productores de ese mercado desean ofrecer (véase Nota Complementaria 2.3 y Cuadro 2.3).</p> <p>Una tabla de oferta del mercado representa, para unos precios determinados, las cantidades que los productores estarían dispuestos a ofrecer. A precios muy bajos los costes de producción no se cubren y los productores no producirán nada; conforme los precios van aumentando se empezarán a lanzar unidades al mercado y, a precios más altos, la producción será mayor, pues se obtendrán beneficios. Con precios elevados, nuevas empresas podrían considerar interesante producir el bien, lo que también contribuiría a una mayor oferta en el mercado.</p> <p>El argumento inverso también se puede utilizar. Así, la existencia de una relación entre el precio y la cantidad ofrecida se puede establecer diciendo que si, por ejemplo, se desea una mayor producción de algún bien, habrá que ir añadiendo mayores cantidades de mano de obra y, apelando a la <i>ley de los rendimientos decrecientes</i> (véase Nota Complementaria 1.1), resultará que el coste necesario para elevar la producción en una unidad más será cada vez mayor.</p> <p>La ley de la oferta</p> <p>En base a lo señalado y como se deduce de la tabla de oferta (Cuadro 2,3), cuanto mayor es el precio de los bienes y servicios</p>
--	--

Cuadro 2.2 - Efectos sobre la curva de la demanda de variaciones de las variables que inciden en la demanda

Un cambio en...	Origina un...
Precio del bien	Movimiento a lo largo de la curva de demanda

2.3 La oferta

El lado de la oferta tiene que ver con los términos en los que las empresas desean producir y vender sus productos. Al igual que hicimos en el caso de la demanda, al distinguir entre demandar y comprar ahora debemos precisar la diferencia entre **ofrecer y vender**. Ofrecer es tener la intención o estar dispuesto a vender, mientras que vender es hacerlo realmente. La oferta recoge las intenciones de venta de los productores. La información sobre la **cantidad ofrecida** de un bien y el precio aparece recogida en la tabla de oferta.

mayores son los deseos de venta de éstos. Esta relación directa entre precio y cantidad ofrecida se fundamenta en el supuesto de que los bienes y servicios son producidos por empresas con el objetivo fundamental de obtener beneficios. Y el precio relativo de un producto con respecto a los demás bienes es un determinante de los beneficios. Cuanto mayor sea el precio de un bien o servicio más beneficiosa puede ser su producción y mayor será su oferta. Este principio se conoce como la **ley de la oferta**.

La **ley de la oferta** expresa la relación directa que existe entre el precio y la cantidad ofrecida: al aumentar el precio se incrementa la cantidad ofrecida.

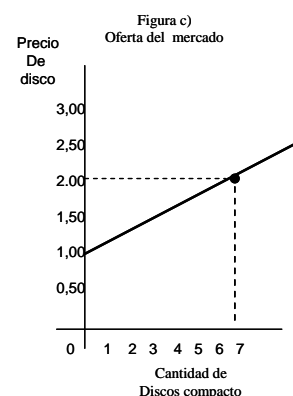
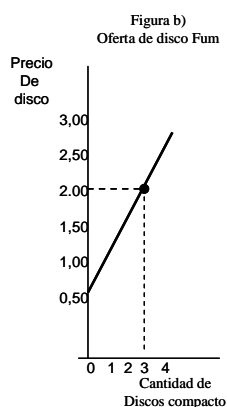
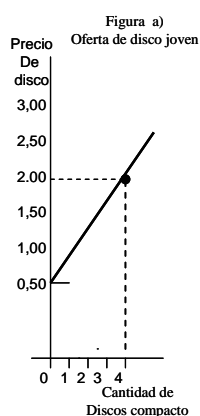
p29

Notas Complementarias 2.4 la oferta individual y la oferta de mercado

Las tablas de oferta de los vendedores Disco Joven y Disco Fun nos indican cuántos discos compactos ofrece cada uno. La **oferta del mercado**, que en nuestro caso sólo está integrado por las dos empresas, Disco Joven y Disco Fun, es la suma de Las dos ofertas de los vendedores

La curva de oferta del mercado se halla sumando horizontalmente las curvas de oferta individuales, en nuestro caso de los vendedores Disco Joven y Disco Fun.

Precio de un Disco De Compacto	Cantidad de discos compactos ofrecida por Disco Joven +	Cantidad por discos compactos ofrecida por discos Fum	Oferta de mercado
1,0	8	5	13
1,5	6	4	10
2,0	4	3	7
2,5	2	2	4
3,0	0	1	1



Cuadro 2.3 - Tabla de oferta de discos compactos
Precios y cantidades ofrecidas de discos compactos

Precio de un disco compacto (en euros)	Cantidad de discos compactos ofrecidos (unidades)
1,0	
1,5	4
2,0	7
2,5	10
3,0	13

2.3.1 La curva de oferta

Tal como señalamos al hablar de la demanda, la oferta no puede considerarse como una cantidad fija, sino como una relación entre la cantidad ofrecida y el precio al cual dicha cantidad se ofrece en el mercado.

gráfica de la tabla de oferta respectiva, y muestra las cantidades del bien que se ofrecerán a la venta durante un período de tiempo específico a diversos precios de mercado, permaneciendo constantes los demás factores distintos al precio que inciden en la oferta del bien, tales como los precios de otros bienes, los precios de los factores productivos o la tecnología. Así, la curva de oferta de discos compactos muestra la

<p>En este sentido la curva de oferta de la empresa o del mercado es la representación</p>	<p>relación ente el precio y cantidad ofrecida de discos compactos. A cada precio le corresponde una cantidad ofrecida, y uniendo los distintos puntos obtenemos la curva de oferta (Figura 2.4).</p> <p>La curva de oferta es la representación gráfica de la relación entre el precio de un bien y la cantidad ofrecida. Al trazar la curva de oferta suponemos que se mantienen constantes todas las demás variables distintas del precio de un bien que pueden afectar a la cantidad ofrecida, tales como los precios de los factores productivos.</p>
--	---

<p>p30</p> <p>La oferta depende de una serie de factores como son el precio del producto que se desea ofrecer, la tecnología, los precios de los factores productivos y el número de empresas que integran el mercado. Para trazar la curva de oferta introducimos la cláusula «<i>ceteris paribus</i>» y nos centramos en la cantidad y el precio del producto ofrecido, suponiendo que las demás variables explicativas permanecen constantes. En términos matemáticos la</p>	<p>2.3.2 Desplazamientos de la curva de oferta</p> <p>Para analizar las alteraciones en la oferta, dado que la curva de oferta muestra exclusivamente los efectos de variaciones en los precios sobre la cantidad ofrecida, debemos centrarnos en las variaciones de las otras variables distintas al precio, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El precio de los factores productivos. • La tecnología existente. • El número de empresas oferentes. <p>La curva de oferta de un bien se desplaza cuando se altera cualquiera de los factores que inciden en la oferta distinta del precio del bien.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Precio de los factores productivos <p>Si, por ejemplo, tiene lugar una reducción en el precio de los fertilizantes, los agricultores se sentirán dispuestos a producir más cereales que al precio anterior a la disminución. En términos</p>
---	---

relación entre la cantidad ofrecida de un bien, su precio y demás variables explicativas se conoce como función de oferta.

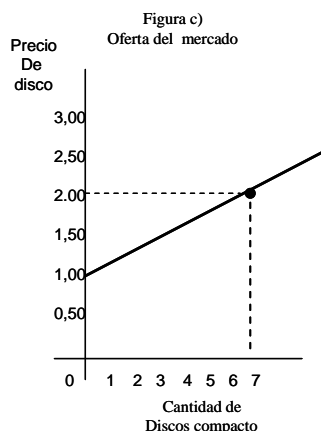


Figura 2.4 Curva de oferta
Los datos del Cuadro 2.3 reflejan la cantidad ofrecida por los vendedores a cada precio. La curva de oferta presenta una pendiente positiva. Denota los aumentos producidos en la cantidad ofrecida cuando aumenta el precio.

La función de oferta establece que la cantidad ofrecida del bien en un periodo de tiempo concreto (QA) depende del precio de ese bien (PA), de los precios de otros bienes (PB), de los precios de los factores

gráficos, este deseo de producir más, para cualquier nivel de precios, implica un desplazamiento de la curva de oferta hacia la derecha (Figura 2.5).

• Tecnología existente

Asimismo, una mejora en la tecnología puede, por ejemplo, contribuir a reducir los costes de producción y a incrementar los rendimientos, lo que hará que los empresarios ofrezcan más productos a cualquier precio y, en consecuencia, tendrá lugar un desplazamiento hacia la derecha de la curva de oferta.

El número de empresas oferentes

Un aumento del número de empresas, que se puede producir por lo atractivo del precio o por otras razones como las facilidades que encuentran para establecerse en una zona o país, también se traduce en un aumento de la oferta y un desplazamiento hacia la derecha de la curva

Cuadro 2.4 - Efectos sobre la curva de la oferta de variaciones en la oferta de variaciones de las variables que inciden en la oferta

Un cambio en...	Origina un...
Precio del bien	Movimiento a lo largo de la curva de la oferta
Precio de los factores La tecnología Número de empresas	Desplazamiento de la curva de la oferta

productivos (r), de la tecnología (z) y del número de empresas que actúan en este mercado (H). De esta forma podemos escribir la función de oferta siguiente:

$$Q_A = O(P_A, P_B, r, z, H)$$

La función de oferta recoge «*ceteris paribus*» la relación matemática existente entre la cantidad ofrecida de un bien, su precio y las demás variables que influyen en las decisiones de producción.

La introducción de la condición «*ceteris paribus*», en el sentido de que en la función de oferta anterior todas las variables permanecen constantes excepto la cantidad ofrecida del bien A y el precio del mismo bien, permite obtener la curva *de oferta*, que no es sino la expresión gráfica de la función de oferta.

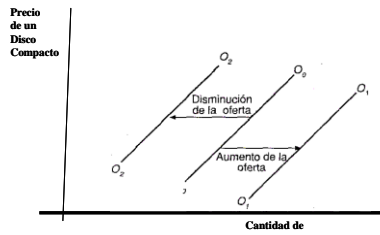


FIGURA 2.5- DESPLAZAMIENTO DE LA OFERTA

Toda alteración que eleve la cantidad que los vendedores desean producirá un precio dado desplaza la curva de oferta hacia la derecha. Las alteraciones que reducen la cantidad que los vendedores desean producir a un precio dado desplaza la curva de oferta hacia la izquierda.

Como parece lógico, las alteraciones de signo contrario a las analizadas harán que la curva de oferta en vez de desplazarse hacia la derecha lo haga hacia la izquierda. Lo relevante es que ante alteraciones en determinados factores distintos del precio que influyen en la oferta se producirán desplazamientos en la curva de oferta de forma que, en estos casos, son las condiciones de oferta las que determinan la conducta de los consumidores.

ANEXO C

Unidades de Análisis del Texto II

Texto II Arya, Jylardner R. (1994) Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Ed. Prentice Hall Hispanoamericana.México. 3era Edición.

4-5 OFERTA Y DEMANDA

Las leyes de la oferta y la demanda son dos de las relaciones fundamentales en cualquier análisis económico. La cantidad x de cualquier artículo que será adquirida por los consumidores depende del precio en que artículo esté disponible. Una relación que especifique la cantidad de un artículo de terminado que los consumidores están dispuestos a comprar, a varios niveles de precios, se denomina **ley de la demanda**. La ley más simple es una relación del tipo

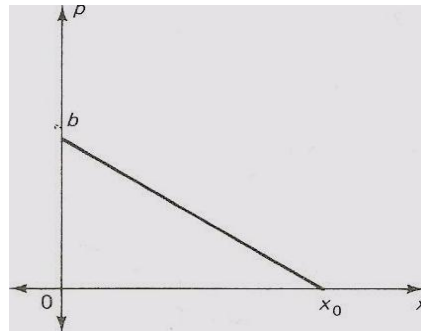
$$p = mx + b$$

en donde p es el precio por unidad del artículo y m y b son constantes. La gráfica de una ley de demanda se llama la **curva de demanda**. Obsérvese que p se ha expresado en términos de x . Estos nos permite calcular el nivel de precio en que cierta cantidad x puede venderse.

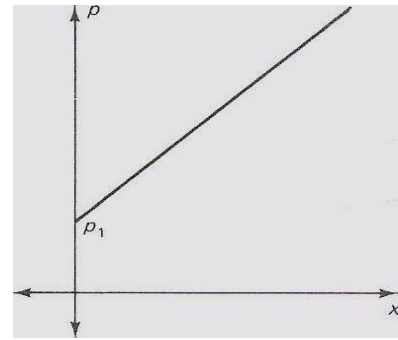
Es un hecho perfectamente conocido que si el precio por unidad de un artículo aumenta, la demanda por el artículo disminuye, porque menos consumidores podrán adquirirlo, mientras que si el precio por unidad disminuye (es decir, el artículo se abarata) la demanda se incrementará. En otras palabras, la pendiente en de la relación de demanda de la ecuación (I) es negativa. De modo que la gráfica de la ecuación tiene una inclinación que baja hacia la derecha, como se aprecia en la parte (a) de la figura 25. Puesto que el precio p por unidad y la cantidad x : demandada no son números negativos, la gráfica de la ecuación (1) sólo debe dibujarse en el primer cuadrante.

La cantidad de un artículo determinado que sus proveedores están dispuestos a ofrecer depende del precio al cual puedan venderlo. Una relación que especifique la cantidad de cualquier artículo que los fabricantes (o vendedores) puedan poner en el mercado a varios precios se denomina **ley de la oferta**.

La gráfica de una ecuación de la oferta (o ley de la oferta) se conoce como **curva de la oferta**. En general, los proveedores inundarán el mercado con una gran cantidad de artículos, si pueden ponerle un precio alto, y con una cantidad más pequeña



Curva de demande lineal (a)



Curva de oferta lineal (b)

de artículos si el precio obtenido es más bajo. En otras palabras, la oferta aumenta al subir el precio. Una curva de demanda lineal típica aparece en la parte (b) de la figura 25. El precio p , corresponde a un precio bajo del cual los proveedores no ofrecerán el artículo.

Ejemplo 1 (Demanda}

Un comerciante puede vender 20 rasuradoras eléctricas al día al precio de \$25 cada una, pero puede vender 30 si les fija un precio de \$20 a cada rasuradora eléctrica.

Determine la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal.

Solución

Considerando la cantidad x demandada como la abscisa (o coordenada x) y el precio p por unidad como la ordenada (o coordenada y) los dos puntos sobre la curva de demanda tienen coordenadas

$$x = 20, p = 25 \quad \text{y} \quad x = 30, p = 20.$$

De modo que los puntos son $(20, 25)$ y $(30, 20)$. Dado que la ecuación de demanda es lineal, está dada por la ecuación de una línea recta que pasa por los puntos $(20, 25)$ y $(30, 20)$. La pendiente de la línea que une estos puntos es

$$m = \frac{20-25}{30-20} = \frac{-5}{10} = -0,5$$

Por la fórmula punto-pendiente, la ecuación de la línea que pasa por $(20, 25)$ con pendiente $m = -0.5$ es $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Dado que $y = p$, tenemos que $p - 25 = -0,5(x - 20)$ $p = -0.5x + 35$ que es la ecuación de demanda requerida. (Véase la Fig. 26.)

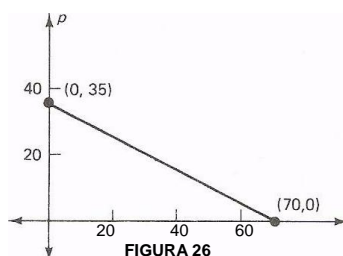


FIGURA 26

Punto de equilibrio del mercado

Si el precio de cierto artículo es demasiado alto, los consumidores no lo adquirirá: mientras que si es demasiado bajo, los proveedores no lo venderán. En un mercado competitivo, cuando el precio por unidad depende sólo de la cantidad demandada y de la oferta, siempre existe una tendencia de! precio a ajustarse por si mismo, de modo que la cantidad demandada por los consumidores iguale la cantidad que los consumidores están dispuestos a ofrecer. Se dice que el **punto de equilibrio del mercado** ocurre en un precio cuando la cantidad demandada es igual a la cantidad ofrecida. Esto corresponde al punto de intersección de las curvas de la oferta y la demand; (Véase la Fig. 27.)

Algebraicamente, el precio de equilibrio del mercado p_0 y la cantidad de equilibrio x_0 se determina resolviendo las ecuaciones de la oferta y la demanda simultáneamente para p y x . Nótese que el precio y la cantidad de equilibrio sólo tienen sentido cuando no son negativas.

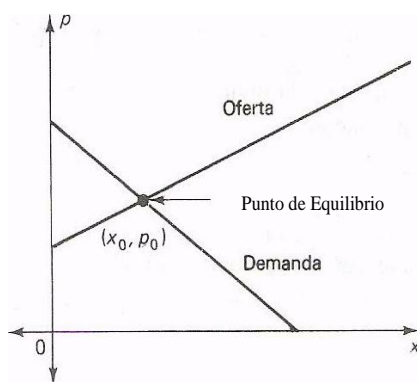


Figura 27

Ejemplo 2 Determine el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio de las leyes de la oferta y la demanda siguientes.

$$D: p = 25 - 2x \quad (2)$$

$$S: p = 3x + 5 \quad (3)$$

Solución: Igualando los dos valores de p en las ecuaciones (2) y (3), tenemos que

$$3x + 5 = 25 - 2x.$$

Fácilmente se ve que la solución es $x = 4$. Sustituyendo $x = 4$ en la ecuación (2), resulta $p = 25 - 8 = 17$. En consecuencia, el precio de equilibrio es 17 y la cantidad de equilibrio es de 4 unidades. Las gráficas de las curvas de la oferta y la demanda aparecen en la figura 28.

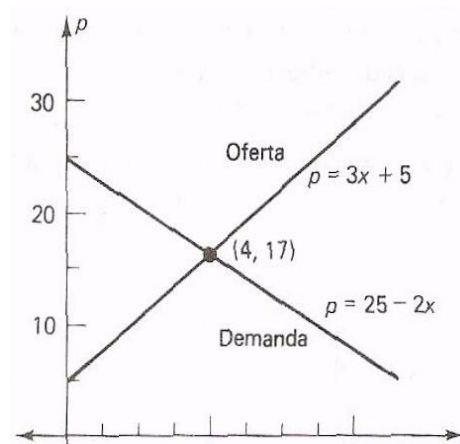


FIGURA 28

EJEMPLO 3 Si las ecuaciones de la demanda y la oferta son, respectivamente,

$$D: 3p + 5x = 22 \quad (4)$$

$$S: 2p - 3x = 2 \quad (5)$$

Determine los valores de x y p en el punto de equilibrio del mercado.

Solución

Las ecuaciones (4) y (5) forman un sistema de ecuaciones lineales en las variables x y p . Resolvamos este sistema por el método de eliminación. Multiplicando ambos lados de la ecuación (4) por 3 y los dos miembros de la ecuación (5) por 5, obtenemos

$$\begin{aligned} 9p + 15x &= 66 \\ 10p - 15x &= 10 \end{aligned}$$

Enseguida sumamos estas dos ecuaciones y simplificamos.

$$9p + 15x + 10p - 15x = 66 + 10$$

$$19p = 16$$

Así que, $p = 4$. Sustituyendo este valor de p en la ecuación (4), obtenemos

$$3(4) + 5x = 22.$$

Por lo tanto, $x = 2$. El punto de equilibrio del mercado ocurre cuando $p = 4$ y $x = 2$

Como la mayoría de las relaciones lineales en economía, las ecuaciones lineales de demanda y oferta dan una representación aproximada de las relaciones exactas; entre precio y cantidad, y surgen casos en que tales aproximaciones lineales no son adecuadas.

La determinación del punto de equilibrio del mercado cuando, la ecuación de demanda o la ecuación de la oferta (o ambas) no son lineales, pueden requerir cálculos muy complicados.

Ejemplo 4

(*Punto de equilibrio del mercado*) La demanda para los bienes producidos por una industria están dados por la ecuación $p^2 + x^2 = 169$, en donde p es el precio y x la cantidad demandada. La oferta está dada por $p = x + 7$. ¿Cuáles son el precio y cantidad del punto de equilibrio?

Solución El precio y la cantidad del punto de equilibrio son los valores positivos de p y x que satisfacen a la vez las ecuaciones de la oferta y la demanda.

$$p^2 + x^2 = 169 \quad (6)$$

$$p = x + 7 \quad (7)$$

Sustituyendo el valor de p de la ecuación (7) en la ecuación (6) y simplificando, resulta

$$(x + 7)^2 + x^2 = 169$$

$$2x^2 + 14x + 49 = 169$$

$$x^2 + 7x - 60 = 0$$

Factorizando, encontramos que

$$(x + 12)(x - 5) = 0$$

lo cual da $x = -12$ ó 5 . El valor negativo de x es inadmisibles, de modo que $x = 5$. Sustituyendo $x = 5$ en la ecuación (7), obtenemos

$$p = 5 + 7 = 12.$$

En consecuencia, el precio de equilibrio es 12 y la cantidad de equilibrio es 5.

ANEXO D

Interrogantes Centrales. Categorías y Subcategorías

Interrogantes Centrales	Objetivo General	Objetivos específicos	Categorías	Subcategorías “con respecto a la pregunta	Instrumento de recolección de información
Cómo es el conocimiento didáctico- matemático referente al contexto institucional para la enseñanza idónea sobre la función afín aplicada a la economía?	Generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la Función Afín a la economía.	Caracterizar los pares <Prácticas, Configuración de objetos y procesos activados en dichas prácticas> del contexto institucional sobre el contenido matemático Aplicación de la Función Afín a la economía.	Prácticas Configuración de objetos Procesos	Practicas Matemáticas Practicas Didácticas Configuraciones epistémicas Procesos Matemáticos Procesos Didácticos	entrevista Análisis Ontosemiotico entrevista
¿Cuál es el significado global de la función afín aplicada a la economía?		Analizar el significado global del contenido matemático referido a Aplicación de la Función Afín a la economía en el	Significado institucional	Significado de Referencia Significado Pretendido	Análisis Semiótico

<p>Cuál es el conocimiento didáctico – matemático sobre la función afín aplicada a la economía, referente al contexto institucional, que efectivamente tiene el medio maestro o modulo instruccional</p>		proceso de estudio.		Significado Implementado	
		<p>Evaluar la faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico – Matemático sobre la función afín aplicada a la economía.</p>	Faceta Epistémica	<p>Conocimiento Didáctico</p> <p>Conocimiento Matemático</p>	Entrevista

ANEXO E

**Instrumento dirigido a los Asesores y Especialistas de Contenido de la
UNA**

DATOS DEL ENTREVISTADO

Sexo: **Profesión:**

Área de Matemática Nivel Central: _____ **Centro Local:** _____

Cargo que ocupa en la UNA:

Título de Pregrado Obtenido:

Título de Posgrado:

Propósitos de la Investigación

Objetivo General

Generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la Función Afín a la economía

Objetivos Específicos

1. Caracterizar los pares Prácticas y procesos activados en dichas prácticas sobre el contenido matemático Aplicación de la Función Afín a la economía

3. Evaluar la faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico – Matemático sobre la función afín aplicada a la economía.

Guion de la Entrevista

Item 1.

- a) ¿Cuáles son los significados que tiene para ti la Función afín aplicada a la economía?
- b) ¿Cuál es el significado que tiene para ti la Ley de Demanda y Ley de Oferta?
- c) ¿Cómo relaciona estos significados de la función Afín con la ley de Demanda y Oferta?

Ítem 2.

En una prueba de desarrollo se plantea la siguiente pregunta

Una compañía ha analizado sus ventas y ha encontrado que sus clientes compran 10 artículos más de sus productos por cada bsf 250 de reducción en el precio unitario. Cuando el precio es bsf 1275 la compañía vende 500 unidades. Obtenga la ecuación de la demanda

Algunos alumnos dieron las siguientes

Estudiante 1: (1) Si $P = 1275$ entonces $Q = 500$ y (2) $P = P - 250$ cuando $Q = Q + 10$. Si asumimos que $Q = a + bP$ sustituyendo (1) y (2) nos queda que la ecuación de la demanda es $Q = 2,5 + 0,5p$

Estudiante 2: $Q = 551 - 0,04p$

Estudiante 3: $P = P - 250$ cuando $Q = Q + 10$ y (1) Si $P = 1275$ entonces $Q = 500$. Luego para (2) $Q = 510$ $P = 1050$. Si asumimos que $Q = a + bP$; sustituyendo (1) y (2) en la expresión anterior nos queda: (1) $500 = a + b \cdot 1275$ y (2) $510 = a + b \cdot 1050$ resolviendo el sistema por reducción se tiene $b = 0,5$ sustituyendo en (1) $500 = a + (0,5) \cdot 1275$ resolviendo $500 = a + 637,5$ despejando $a = 500 - 637,5 = -137,5$. Por lo tanto $a = -135,5$ y $b = 0,5$. La ecuación de la demanda es $Q = -135,5 + 0,5P$

Responda:

- a) Comenta las respuestas de los alumnos y justifique la veracidad o falsedad
- b) ¿Qué respuesta debería aceptar el asesor como correcta? Porque?
- c) ¿Qué conceptos o propiedades debe usar el alumno para dar una solución correcta a este problema?
- d) Que dificultades, ha observado en este tipo de problemas con regularidad?
- e) Ante esta situación ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar aquellos alumnos que dan una respuesta errónea para que se den cuenta del error y lo superen?

Ítem 3

Una compañía va a entregar mensualmente 5000 linternas de bolsillo a un precio bsf 500 la unidad; si el precio unitario es de bsf 250 ofrece solo 2000 unidades.

Responde:

- a) Este es un problema de Demanda u Oferta? Porque?
- b) Encuentre una formula explicita e implícita de la expresión Demanda u Oferta, identificada en el sub ítem anterior
- c) ¿Qué conocimientos se ponen en juego al resolver este problema?
- d) ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar a los alumnos a distinguir entre un problema de Demanda u Oferta?
- e) ¿Qué obstáculos ha observado en este tipo de situaciones con regularidad?
- f) Que disparidades ha encontrado entre el modulo IV codigo176 y los textos de referencia bibliográfica respecto a la formula explicita e implícita de la Demanda y Oferta?

Ítem 4

En la expresión *La cantidad demanda tiene pendiente negativa porque, ceteris paribus, menores precios implican mayores cantidades demandadas*

- a) Explica que significa ceteris paribus en esa expresión?
- b) ¿Qué estrategias utilizarías en una asesoría para aplicar la condición “ceteris paribus” en una situación problema?

Ítem 5

Las tablas adjuntas muestra la tabla de demanda de discos compactos de Miguel y la tabla de oferta de Disco Joven.

Precio de un disco compacto (en euros)	Cantidad de discos compactos demandada por <i>Miguel</i>
1,0	8
1,5	6
2,0	4
2,5	2
3,0	0

De acuerdo con las tablas:

Precio de un Disco De Compacto	Cantidad de discos compactos ofrecida por <i>Disco Joven</i>
1,0	1
1,5	4
2,0	7
2,5	10
3,0	13

- a) Obtén la representación grafica de cada tabla de valores de la función Demanda y Oferta
- b) Explica, mediante la representación grafica como varían los valores de cada función.
- c) Encuentre una formula explicita e implícita de cada función.
- d) ¿Puedes encontrar una segunda forma de explicar cómo varían los valores de cada función? Justifica tu respuesta
- e) ¿Cuál será el valor de la demanda Máxima de discos compactos por *Miguel*?
- f) ¿Cuál sería la oferta máxima y mínima de discos compactos de *Disco Joven*?
- g) ¿Qué conocimientos se ponen en juego al resolver este problema?

GRACIAS POR TU COLABORACION

ANEXO F
Validación de la Entrevista

**VICERECTORADO DE INVESTIGACION Y POSTGRADO
DOCTORADO EN EDUCACION MATEMATICA**

Carta al Investigador

Estimado Investigador, en estas breves líneas queremos agradecer de antemano el apoyo que pueda brindarnos para llevar a cabo una de las etapas más importantes en el desarrollo de nuestro trabajo de tesis doctoral titulado “*Faceta Epistémica del conocimiento didáctico - matemático de la función afín aplicada a la economía*”: **la evaluación mediante el juicio de expertos**, que sustenta la fiabilidad y validez del instrumento que estamos construyendo para evaluar el conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) sobre la Aplicación de la Función Afín a la Economía

En el proceso de diseño del instrumento, se consideran tres criterios para la selección de las preguntas que lo conforman. El primer criterio considera que las preguntas deben proporcionar información sobre el grado de ajuste del significado personal de los asesores, respecto del significado global u holístico de Aplicación de la Función Afín a la Economía. El segundo criterio es que los ítems seleccionados respondan a las prácticas y procesos activados en dichas prácticas sobre el contenido Aplicación de la Función Afín a la Economía.

En este sentido, los ítems incluidos ponen en juego los diferentes tipos de representaciones que intervienen en estas prácticas y procesos: descripción verbal, gráfica, fórmula y tabular; tanto para la función como para su Aplicación

El tercer criterio, que se refiere al conocimiento didáctico-matemático de los asesores, considera la inclusión de tres tipos de tareas: (1) aquellas que piden poner en juego el conocimiento común del contenido (resolver la tarea matemática propia de las matemáticas); (2) aquellas que requieren del conocimiento especializado (usar distintas representaciones, distintos significados parciales de un objeto matemático, resolver el problema mediante diversos procedimientos, dar diversas argumentaciones válidas, identificar los conocimientos puestos en juego durante la resolución de una tarea matemática, etc.); y (3) aquellas que requieren del conocimiento ampliado (generalizar tareas sobre conocimiento común o especializado y/o realizar conexiones con objetos matemáticos más avanzados en el currículo).

Agradezco emitir juicio para la validación del instrumento en el aspecto de contenido. Para ello se anexan: objetivos de la investigación, instrumento; igualmente el formato de validación sobre los aspectos, claridad, coherencia, pertinencia y profundidad para cada uno de los reactivos. Sus observaciones y recomendaciones en esta validación, serán de gran ayuda para la elaboración de la versión final del instrumento, por lo tanto se agradece altamente su colaboración.

Atentamente

Msc. Enedina L. Rodriguez C.

C.I: 4.722.880

VALIDACIÓN AL INSTRUMENTO

Datos de Identificación del Experto

Nombre y Apellido: _____

C.I.Nº: _____ Profesión: _____

Título Pregrado: _____ Universidad donde lo obtuvo: _____

Título de Postgrado: _____

Universidad donde lo obtuvo: _____

Título de Doctor: _____

Universidad donde lo obtuvo: _____

Experiencia en la Temática: _____

Firma: _____

Ítems		Pertinencia		Relevancia		Claridad		Profundidad	
		Si	No	Si	No	Si	No	Si	No
1	a								
	b								
	c								
2	a								
	b								
	c								
	d								
	e								
3	a								
	b								
	c								
	d								
	e								
	f								
4	a								
	b								
5	a								
	b								
	c								
	d								
	e								
	f								

Observación, en cuanto a la redacción y comprensión de los enunciados de los ítems

Objetivos de la Investigación

Objetivo General

Generar un modelo de evaluación del conocimiento didáctico-matemático del Módulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA) mediante el análisis de la faceta epistémica de la Aplicación de la Función Afín a las ciencias administrativas.

Objetivos Específicos

1. Caracterizar los pares <Prácticas, Configuración de objetos y procesos activados en dichas prácticas> mediante un estudio histórico epistemológico sobre el contenido matemático Aplicación de la Función Afín a las ciencias administrativas.

2. Analizar el significado institucional local del contenido matemático referido a Aplicación de la Función Afín a las ciencias administrativas en el proceso de estudio.

3. Evaluar la faceta Epistémica del Conocimiento Didáctico – Matemático sobre la función afín aplicada a la economía.

4. Diseñar un instrumento que sea representativo de la complejidad del significado Global de la Aplicación de la Función Afín a las ciencias administrativas que permita caracterizar la faceta epistémica del CDM, sobre dicha noción, del Modulo IV de Matemática I de la Universidad Nacional Abierta (UNA).

Guion de la Entrevista

Ítem 1.

- d) ¿Cuáles son los significados que tiene para ti la Función afín aplicada a la economía?
- e) ¿Cuál es el significado que tiene para ti la Ley de Demanda y Ley de Oferta?
- f) ¿Cómo relaciona estos significados de la función Afín con la ley de Demanda y Oferta?

Observaciones al Ítem1: Sugerencias o inconvenientes

Ítem 2.

En una prueba de desarrollo se plantea la siguiente pregunta

Una compañía ha analizado sus ventas y ha encontrado que sus clientes compran 10 artículos más de sus productos por cada bsf 250 de reducción en el precio unitario. Cuando el precio es bsf 1275 la compañía vende 500 unidades. Obtenga la ecuación de la demanda

Algunos alumnos dieron las siguientes

Estudiante 1: (1) Si $P = 1275$ entonces $Q = 500$ y (2) $P = P - 250$ cuando $Q = Q + 10$. Si asumimos que $Q = a + bP$ sustituyendo (1) y (2) nos queda que la ecuación de la demanda es $Q = 2,5 + 0,5p$

Estudiante 2: $Q = 551 - 0,04p$

Estudiante 3: $P = P - 250$ cuando $Q = Q + 10$ y (1) Si $P = 1275$ entonces $Q = 500$. Luego para (2) $Q = 510$ $P = 1050$. Si asumimos que $Q = a + bP$; sustituyendo (1) y (2) en la expresión anterior nos queda: (1) $500 = a + b \cdot 1275$ y (2) $510 = a + b \cdot 1050$ resolviendo el sistema por reducción se tiene $b = 0,5$ sustituyendo en (1) $500 = a + (0,5) \cdot 1275$ resolviendo $500 = a + 637,5$ despejando $a = 500 - 637,5 = -137,5$. Por lo tanto $a = -135,5$ y $b = 0,5$. La ecuación de la demanda es $Q = -135,5 + 0,5 P$

Responda:

- f) Comenta las respuestas de los alumnos y justifique la veracidad o falsedad
- g) ¿Qué respuesta debería aceptar el asesor como correcta? Porque?
- h) ¿Qué conceptos o propiedades debe usar el alumno para dar una solución correcta a este problema?

- i) Que dificultades, ha observado en este tipo de problemas con regularidad?
- j) Ante esta situación ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar aquellos alumnos que dan una respuesta errónea para que se den cuenta del error y lo superen?

Observaciones al Ítem 2 : Sugerencias o inconvenientes

Ítem 3

Una compañía va a entregar mensualmente 5000 linternas de bolsillo a un precio bsf 500 la unidad; si el precio unitario es de bsf 250 ofrece solo 2000 unidades.

Responde:

- g) Este es un problema de Demanda u Oferta? Justifique su respuesta
- h) Encuentre una formula explicita e implícita de la expresión.
- i) ¿Qué conocimientos se ponen en juego al resolver este problema?
- j) ¿Qué estrategias utilizarías para ayudar a los alumnos a distinguir entre un problema de Demanda u Oferta?
- k) ¿Qué obstáculos ha observado en este tipo de situaciones con regularidad?
- l) Que disparidades ha encontrado entre el modulo IV codigo176 y los textos de referencia bibliográfica respecto a la formula explicita e implícita de la Demanda y Oferta?

Observaciones al Ítem 3: Sugerencias o inconvenientes

Ítem 4

En la expresión *La cantidad demanda tiene pendiente negativa porque, ceteris paribus, menores precios implican mayores cantidades demandadas*

- c) Explica que significa ceteris paribus en esa expresión?

- d) ¿Qué estrategias utilizarías en una asesoría para aplicar la condición “ceteris paribus” en una situación problema?

Observaciones al Ítem 4 : Sugerencias o inconvenientes

--

Ítem 5

Precio de un disco compacto (en euros)	Cantidad de discos compactos demandada por <i>Miguel</i>
1,0	8
1,5	6
2,0	4
2,5	2
3,0	0

Joven.

Las tablas adjuntas muestra la tabla de demanda de discos compactos de Miguel y la tabla de oferta de Disco

Precio de un Disco De Compacto	Cantidad de discos compactos ofrecida por <i>Disco Joven</i>
1,0	1
1,5	4
2,0	7
2,5	10
3,0	13

De acuerdo con las tablas:

- h) Obtén la representación grafica de cada tabla de valores de la función Demanda y Oferta
- i) Explica, mediante la representación grafica como varían los valores de cada función.
- j) Encuentre una formula explicita e implícita de cada función.
- k) ¿Puedes encontrar una segunda forma de explicar cómo varían los valores de cada función? Justifica tu respuesta
- l) ¿Cuál será el valor de la demanda Máxima de discos compactos por *Miguel*?
- m) ¿Cuál sería la oferta máxima y mínima de discos compactos de *Disco Joven*?
- n) ¿Qué conocimientos se ponen en juego al resolver este problema?

Observaciones al Ítems 5: Sugerencias o inconvenientes

--

GRACIAS POR TU COLABORACION