REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA EXPERMENTAL LIBERTADOR
INSTITUTO PEDAGÓGICO CARACAS
DOCTORADO EN EDUCACIÓN
Línea de Investigación: “Capacidad Innovadora en Educación”

LA EXPERIENCIA VIVIDA DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO: MODELO TEÓRICO EDUCATIVO BASADO EN EL MÉTODO POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL DEPARTAMENTO DEL MAGDALENA.

Tesis presentada como requisito parcial para optar al Grado de
Doctor en Educación

Autor: Julián Campo Parodis
Tutora: Dra. Marta De Sousa

Caracas julio, de 2026

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
RECTORADO

Nº 20260534-57-552

A C T A

*Nosotros, el Jurado Examinador abajo firmante, reunidos en modalidad virtual el día 06 de julio de 2026, debidamente autorizados por la Coordinación de Estudios de Postgrado del Instituto Pedagógico de Caracas, con el propósito de evaluar la TESIS titulada LA EXPERIENCIA VIVIDA DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO: MODELO TEÓRICO EDUCATIVO BASADO EN EL MÉTODO POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL DEPARTAMENTO DEL MAGDALENA***,*** presentada por el (la) ciudadano: ***Julián Campo Parodis*****,** titular del pasaporte Nº **BD240689**, ***CC:12634865,*** *del* ***Doctorado en Educación****, para optar al título de Doctor en Educación, emitimos el siguiente veredicto:* **APROBADO**

OBSERVACIONES:

Por lo relevante del método polya y su aplicación en la enseñanza y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de instituciones educativas del departamento de la Magdalena. Promover la experiencia vivida del pensamiento geométrico mediante el modelo teórico educativo basado en el método polya para la resolución de problemas matemáticos dentro de su contexto de acción de los docentes.

Dra. Marta De Sousa
C.I. N.- V.-12911573
(Tutora)

Dra. Eleonora Nieves-Croes
C.I. N-. V.-5521544

Dr. Jarles Durán
C.I. N.-V.-15.695.743

Dra. Yildret Rodríguez Ávila
C.I. N° 2000012719

Dr. Félix Quintana
C.I. N.- V.-6369277

La presente acta se encuentra registrada en la Coordinación de Estudios de Postgrado del Instituto Pedagógico de Caracas, bajo el N° de Control:

2 026053 457552

REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR
RECTORADO

Nº 20260534-57-552

LA EXPERIENCIA VIVIDA DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO: MODELO TEÓRICO EDUCATIVO BASADO EN EL MÉTODO POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL DEPARTAMENTO DEL MAGDALENA.

POR: JULIÁN CAMPO PARODIS
Pas. NºBD240689
CC:12634865

Tesis del ***Doctorado en Educación****, aprobada en nombre de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador por el siguiente Jurado, a los 06 días del mes de julio de 2026.*

Dra. Marta De Sousa
C.I. N.- V.-12911573
(Tutora)

Dra. Eleonora Nieves-Croes
C.I. N-. V.-5521544

Dra. Yildret Rodríguez Ávila
C.I. N° 2000012719

Dr. Jarles Durán
C.I. N.-V.-15.695.743

Dr. Félix Quintana
C.I. N.- V.-6369277

La presente acta se encuentra registrada en la Coordinación de Estudios de Postgrado del Instituto Pedagógico de Caracas, bajo el N° de Control:

2 026053 457552

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN **9**

INTRODUCCIÓN **1**

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA **3**

PROPÓSITOS DE LA INVESTIGACIÓN 13

Propósito Principal *13*

Propósitos Específicos *13*

RELEVANCIA DE LA INVESTIGACIÓN 13

MOMENTO II **16**

SENDERO TEÓRICO REFERENCIAL **16**

INVESTIGACIONES PREVIAS 16

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA 26

Método Polya *26*

Desarrollo del Pensamiento Geométrico en la Resolución de Problemas Matemáticos *32*

ASPECTOS LEGALES 36

MOMENTO III **40**

EL SENDERO METODOLÓGICO **40**

PARADIGMA DE INVESTIGACIÓN 40

PLANOS DEL CONOCIMIENTO 44

Plano Ontológico *44*

Plano Epistemológico *47*

Plano Axiológico *50*

Plano Teleológico *54*

PROCESO METODOLÓGICO 58

INFORMANTES CLAVE 66

PROCEDIMIENTO PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN 69

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN RECABA 70

CREDIBILIDAD DE LOS RESULTADOS 71

SUSTENTO BIOÉTICO 73

MOMENTO IV **75**

HALLAZGOS DE LA INVESTIGACIÓN **75**

ANÁLISIS DE LOS INSTRUMENTOS APLICADOS A LOS INFORMANTES CLAVE 77

MATRIZ CATEGORIAL 85

CATEGORÍAS EMERGENTES 100

ANÁLISIS HERMENÉUTICO INTERPRETATIVO 100

Transformación del rol docente: de transmisor a facilitador heurístico *100*
Construcción social del conocimiento geométrico: del aprendizaje individual al colaborativo *102*
Metacognición y autorregulación: del hacer mecánico al razonamiento consciente *104*
Resiliencia pedagógica en contextos de vulnerabilidad: educación matemática como resistencia social *106*
SOCIALIZACIÓN 108
MOMENTO V **111**
LA EXPERIENCIA VIVIDA DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO: MODELO TEÓRICO EDUCATIVO BASADO EN EL MÉTODO POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL DEPARTAMENTO DEL MAGDALENA **111**
JUSTIFICACIÓN DEL MODELO TEÓRICO EDUCATIVO 113
ESTRUCTURA DEL MODELO TEÓRICO 116
Componente 1: Fundamentos epistemológicos del modelo *116*
Componente 2: Principios pedagógicos orientadores *122*
Componente 3: Sistematización metodológica del método Polya para el pensamiento geométrico *128*
Componente 4: Trayectorias de desarrollo del pensamiento geométrico *138*
Componente 5: Dimensión afectiva, social y contextual *142*
ARTICULACIÓN SISTÉMICA DEL MODELO 147
MOMENTO VI **149**
HALLAZGOS DE LA INVESTIGACIÓN **149**
REFERENCIAS **158**
ANEXOS **163**
ANEXO A. FORMATO GUION DE ENTREVISTAS PARA INFORMANTES CLAVES 163
ANEXO B. TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTAS DE INFORMANTES CLAVES 165
ANEXO C. CONSOLIDADO APORTES DE LA SOCIALIZACIÓN 175
ANEXO D. RESUMEN CURRICULAR INVESTIGADOR 177

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Aportes de los antecedentes a la investigación 25
Tabla 2. Partes del libro 29
Tabla 3. Fases del Método de Polya 30
Tabla 4. Caracterización de los informantes clave docentes (IC) 69
Tabla 5. Guion de la entrevista 77
Tabla 6. Entrevista IC-1 78
Tabla 7. Matriz categorial IC-1 47
Tabla 8. Entrevista IC-2 52
Tabla 9. Matriz categorial IC-2 57
Tabla 10. Entrevista IC-3 62
Tabla 11. Matriz categorial IC-3 69
Tabla 12. Entrevista IC-4 74
Tabla 13. Matriz categorial IC-4 80
Tabla 14. Entrevista IC-5 85
Tabla 15. Matriz categorial IC-5 92
Tabla 16. Matriz Categorial de Categorías Emergentes 100

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Codificación UH1-IC1 80
Figura 2. Codificación UH2-IC1 81
Figura 3. Codificación UH3-IC1 82
Figura 4. Codificación UH4-IC1 83
Figura 5. Codificación UH5-IC1 84
Figura 6. Codificación UH1-IC2 53
Figura 7. Codificación UH2-IC2 54
Figura 8. Codificación UH3-IC2 55
Figura 9. Codificación UH4-IC2 56
Figura 10. Codificación UH4-IC2 57
Figura 11. Codificación UH1-IC3 63
Figura 12. Codificación UH2-IC3 64
Figura 13. Codificación UH3-IC3 65
Figura 14. Codificación UH4-IC3 66
Figura 15. Codificación UH5-IC3 67
Figura 16. Codificación UH1-IC4 75
Figura 17. Codificación UH2-IC4 77
Figura 18. Codificación UH3-IC4 78
Figura 19. Codificación UH4-IC4 79
Figura 20. Codificación UH1-IC5 86
Figura 21. Codificación UH2-IC5 88
Figura 22. Codificación UH3-IC5 89
Figura 23. Codificación UH4-IC5 90
Figura 24. Codificación UH5-IC5 91
Figura 25. Estructuración del modelo teórico 121
Figura 26. Principios pedagógicos orientadores del modelo teórico 128
Figura 27. Sistematización metodológica del método Polya aplicada al modelo propuesto 130
Figura 28. Fase uno del modelo- Comprensión del problema geométrico 132
Figura 29. Fase dos del modelo-Concepción del plan de resolución 134
Figura 30. Fase tres del modelo-Ejecución del plan con el monitoreo continuo 136

Figura 31. Fase cuatro del modelo-Examen de la solución.....138

Figura 32. Componente cuatro-Pilares del pensamiento geométrico del modelo propuesto.....142

Figura 33. Dimensión afectiva, social y contextual del modelo.....147

Resumen curricular del autor 148
Resumen curricular del tutor 148

REPUBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA EXPERIMENTAL LIBERTADOR

MODELO TEÓRICO EDUCATIVO BASADO EN EL MÉTODO POLYA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LOS ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA

Autor: Julián Campo Parodis
Tutora: Dra. Marta De Sousa
Fecha: Mayo, 2024

RESUMEN

La presente investigación tuvo como propósito principal generar un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de instituciones educativas del departamento del Magdalena. El sustento teórico se fundamenta en el método Polya, propuesto por el matemático George Polya (1945), y se complementa con los aportes de Contreras (2022), González (2023), Guzmán y Moreira (2014) y May-Cen (2015). El estudio se desarrolló en cuatro instituciones educativas de la Zona Bananera, Magdalena, Colombia, con sede principal en la Institución Educativa Departamental Etnoeducativa de Tucurinca. La metodología se orientó bajo el paradigma fenomenológico-hermenéutico de Van Manen (2003), con un enfoque cualitativo. Como informantes clave, participaron dos estudiantes, dos docentes del área de matemáticas seleccionados intencionalmente y el rector de la institución. Para la recolección de información se emplearon técnicas cualitativas como la entrevista semiestructurada, la observación participante, el diario de campo y evidencia fotográfica. Se siguieron los protocolos de transcripción y codificación de los datos mediante el software ATLAS.ti 9, extrayendo expresiones significativas y reduciendo la información para obtener categorías teóricas emergentes. Finalmente, se realizó la triangulación de fuentes para otorgar fiabilidad y confiabilidad a los resultados, expuestos en la matriz categorial por cada informante. Con los aportes obtenidos se cumplió el propósito principal. Entre los hallazgos más importantes se evidenció que el método es efectivo, fue valorado positivamente por la institución y existe viabilidad para su incorporación como contenido programático en el plan de estudios.

Descriptores: educación matemática, método Polya, Modelo teórico educativo, pensamiento geométrico, resolución de problemas.

INTRODUCCIÓN

Las organizaciones educativas, tanto de educación básica como de educación universitaria, enfrentan actualmente cambios constantes que exigen elevar los niveles de exigencia en la administración académica, tal como lo plantea el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2017) al señalar la necesidad de transformaciones pedagógicas sustantivas frente a los bajos resultados en pruebas estandarizadas. En este contexto, la presente investigación propone la generación de un Modelo Teórico Educativo (MTE) basado en el método Polya, orientado al desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria. El estudio se focaliza particularmente en las instituciones educativas ubicadas en el municipio de la Zona Bananera, departamento del Magdalena, con el propósito de impactar positivamente tanto en el rendimiento académico de los educandos como en las prácticas pedagógicas de los docentes.

Al respecto, existe un interés manifiesto por parte de los actores involucrados en el contexto educativo de impulsar transformaciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esto responde a que dichas prácticas se han basado tradicionalmente en rutinas descontextualizadas y desactualizadas, entendidas como la enseñanza centrada en la transmisión de definiciones y fórmulas que los estudiantes memorizan mecánicamente, sin vínculo con situaciones propias del entorno rural en el que se desenvuelven, las cuales no solo generan desmotivación y desinterés en los estudiantes, sino que también posicionan al educador en un rol repetitivo, carente de creatividad y con poca participación estudiantil.

Asimismo, es pertinente destacar la motivación surgida al analizar los resultados del informe de observación inicial, así como las estadísticas conclusivas obtenidas de las pruebas Saber 11 aplicadas a los estudiantes de grado once. Estos indicadores impulsaron la iniciativa de realizar la presente investigación, bajo la premisa de que, de persistir estas rutinas descontextualizadas y desactualizadas, se continuarían reflejando bajos índices de desempeño, deteriorando progresivamente la calidad educativa en el sector.

Por estas razones, desde el rol de docente investigador y miembro de la planta de la Institución Educativa Departamental (IED) Etnoeducativa de Tucurinca, en el área de matemáticas, se estructuró la Tesis Doctoral, previa autorización del personal directivo. La

investigación se conforma por seis momentos, cada uno con un propósito y un contenido particular dentro del recorrido investigativo.

El primero de ellos aborda la situación problemática que da origen al estudio, junto con los propósitos que orientan la indagación y la relevancia que esta reviste desde los planos ontológico, epistemológico, axiológico y teleológico. A partir de allí, el sendero teórico referencial reúne las investigaciones previas, tanto internacionales como nacionales, que anteceden a esta tesis, para luego desarrollar la fundamentación conceptual del método Polya y del pensamiento geométrico, cerrando con los aspectos legales que sustentan la investigación en el contexto colombiano.

Una vez establecidos estos referentes, el sendero metodológico explica el paradigma de investigación asumido, los planos del conocimiento que lo sustentan, el proceso seguido para la selección de los informantes clave y la recolección de la información, así como los criterios de credibilidad y el sustento bioético que garantizan el rigor del estudio. Con esta base metodológica, se procede al procesamiento de la información, momento en el cual se analizan los instrumentos aplicados a los informantes, se construye la matriz categorial y emergen las categorías que, mediante un análisis hermenéutico interpretativo, revelan transformaciones en el rol docente, en la construcción social del conocimiento geométrico, en los procesos de metacognición y autorregulación de los estudiantes, y en la resiliencia pedagógica propia de los contextos de vulnerabilidad rural.

De la interpretación de estos hallazgos surge la teorización, instancia en la que se configura el Modelo Teórico Educativo propuesto, estructurado en cinco componentes que articulan sus fundamentos epistemológicos, sus principios pedagógicos, la sistematización metodológica del método Polya, las trayectorias de desarrollo del pensamiento geométrico y la dimensión afectiva, social y contextual que atraviesa toda la propuesta. Finalmente, el sexto momento recoge los hallazgos generales de la investigación, sintetizando los aportes del estudio y las proyecciones que de él se derivan para la enseñanza de las matemáticas en contextos educativos rurales similares al abordado en esta tesis.

MOMENTO I

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

En el contexto global, el estudio de las matemáticas ha provocado históricamente cierta resistencia en el estudiantado, configurando una problemática educativa de alcance internacional que trasciende fronteras geográficas y contextos culturales. Sin embargo, el aprendizaje en esta área contribuye a formar individuos capaces de resolver problemas mediante el desarrollo de capacidades y destrezas en la práctica de resolución de problemas matemáticos contextualizados. Al respecto, los resultados de las Pruebas para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) administradas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) revelan consistentemente que estudiantes de múltiples países evidencian dificultades sustantivas en competencias matemáticas contextualizadas, particularmente en los componentes de razonamiento espacial y resolución de problemas geométricos.

Según datos de las pruebas PISA 2022, aproximadamente el 30 % de los estudiantes a nivel global no alcanzan el nivel básico de competencia matemática, proporción que se incrementa dramáticamente en países latinoamericanos, donde supera el 50 % en varios casos. Esto evidencia brechas significativas entre regiones desarrolladas y en desarrollo, reflejando inequidades educativas estructurales.

En el plano internacional, diversas investigaciones han documentado las dificultades específicas que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de la geometría. Battista (2007) identificó que estudiantes de educación secundaria en Estados Unidos evidencian comprensiones fragmentadas de conceptos geométricos fundamentales, manifestando incapacidades para coordinar representaciones visuales con razonamientos deductivos, lo que limita sus posibilidades de resolver problemas que demandan pensamiento geométrico integrado. Asimismo, Duval (2005) documentó en contextos franceses que la dificultad central en el aprendizaje geométrico radica en las demandas cognitivas de coordinación entre múltiples registros de representación semiótica, competencia que raramente se

cultiva sistemáticamente en pedagogías tradicionales que privilegian la memorización de fórmulas sobre el desarrollo del pensamiento espacial.

Por su parte, estudios desarrollados en contextos similares por Vargas (2018) revelaron que, incluso en sistemas educativos con altos desempeños en evaluaciones internacionales, los estudiantes evidencian dificultades para transferir conocimientos geométricos a situaciones problemáticas novedosas que no replican exactamente los prototipos trabajados en clase. Esto sugiere que los éxitos en pruebas estandarizadas frecuentemente reflejan entrenamientos específicos más que el desarrollo genuino de pensamiento matemático flexible.

En el otro extremo del proceso educativo se sitúa el docente de matemáticas, cuyas prácticas pedagógicas median significativamente las posibilidades de aprendizaje estudiantil. Al respecto, Meneses y Peñaloza (2019) defienden que "una de las causas por las cuales los estudiantes presentan estas dificultades es la dinámica escolar que hace que el docente centre su atención en cumplir con una serie de contenidos obligatorios establecidos por el Ministerio de Educación Nacional" (p. 1). Esta situación se replica en múltiples sistemas educativos latinoamericanos caracterizados por currículos sobrecargados que demandan coberturas extensivas de contenidos en tiempos limitados. En consecuencia, el docente generalmente enfoca sus propósitos al cumplimiento de contenidos en un tiempo determinado, sin verificar si el estudiante ha asimilado el tema en cuestión; es decir, se otorga mayor importancia al cumplimiento de las metas docentes que al aprendizaje o progreso académico del educando, manteniendo un modelo tradicional.

Esta problemática pedagógica ha sido documentada extensivamente en la literatura especializada. Godino (2002) señaló que en contextos españoles e iberoamericanos predominan enfoques de enseñanza de geometría centrados en la transmisión de definiciones y fórmulas que los estudiantes memorizan mecánicamente sin desarrollar comprensiones conceptuales profundas de propiedades geométricas y relaciones espaciales. Similarmente, Castro y Ramírez (2013) identificaron en Colombia que "son escasos los esfuerzos para lograr que el estudio de la geometría contribuya al desarrollo integral del estudiante" (p. 145), evidenciando carencias metodológicas que limitan oportunidades para que los estudiantes desarrollen pensamiento geométrico mediante experiencias significativas de exploración, conjetura y argumentación. Adicionalmente, Gamboa y Ballestero (2010) documentaron en Costa Rica que los docentes de matemáticas

frecuentemente carecen de formación especializada en didáctica de la geometría, resultando en prácticas peda

En Colombia, ha quedado comprobado mediante las evaluaciones del Ministerio de Educación Nacional (MEN) que el área de matemáticas en los niveles de básica secundaria, en la mayoría de los casos, apenas ha alcanzado el nivel mínimo según la distribución porcentual de desempeño por estudiante en tres evaluaciones consecutivas, de acuerdo con los resultados obtenidos en las pruebas estandarizadas Saber 11. Los datos del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) correspondientes al período 2019-2022 revelan que aproximadamente el 42 % de los estudiantes colombianos de educación media obtienen desempeños clasificados en niveles insuficiente o mínimo en el componente de razonamiento y argumentación matemática. Esta proporción se incrementa hasta el 58 % en instituciones educativas públicas rurales del país, evidenciando brechas dramáticas entre contextos urbanos privilegiados y rurales vulnerables.

Específicamente en el componente geométrico-métrico de las pruebas Saber, los resultados históricos muestran que constituye el área de mayor dificultad para los estudiantes colombianos, con porcentajes de respuestas incorrectas que superan consistentemente el 60 % en problemas que demandan visualización espacial, razonamiento sobre propiedades geométricas o aplicación de conceptos a situaciones novedosas. Complementariamente, el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), realizado por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) en 2013, posicionó a Colombia en el lugar 9 entre 15 países latinoamericanos evaluados en matemáticas, con desempeños significativamente inferiores a países como Chile, Costa Rica y México, y apenas superiores a naciones con condiciones socioeconómicas sustantivamente más adversas, aunque este contraste responde también a diferencias en las políticas educativas y no únicamente a factores socioeconómicos.

Estos resultados revelan que las dificultades en educación matemática colombiana no se explican exclusivamente por factores socioeconómicos, sino que involucran también limitaciones pedagógicas y curriculares que demandan atención urgente. Adicionalmente, análisis desagregados de resultados de las pruebas Saber evidencian que las brechas de desempeño se amplían dramáticamente cuando se consideran variables de ubicación geográfica (urbano versus rural), nivel socioeconómico familiar y tipo de institución (privada versus pública), configurando un panorama de profunda inequidad educativa donde las

oportunidades de aprender matemáticas de calidad se distribuyen inequitativamente según circunstancias de nacimiento más que según potencialidades cognitivas inherentes de los estudiantes.

En este punto, es conveniente mencionar lo que el Plan Decenal de Educación (2016-2026) adelanta al respecto: "[...] es una mirada prospectiva del sector, que busca identificar los principales desafíos del sistema educativo y propiciar el empoderamiento de los colombianos para la transformación de la realidad del país" (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017, p. 21). En este contexto, resulta necesario revisar y exponer los principales avances y retos de la educación a partir de cinco categorías fundamentales: (a) acceso y cobertura, (b) permanencia, (c) calidad, (d) pertinencia y (e) financiación. Específicamente en la dimensión de calidad educativa, el Plan Decenal reconoce que "persisten desafíos relacionados con los bajos resultados en pruebas estandarizadas, particularmente en áreas de matemáticas y ciencias, que requieren transformaciones pedagógicas sustantivas más que ajustes curriculares superficiales" (MEN, 2017, p. 45).

Sin embargo, pese a estos reconocimientos programáticos, las inversiones en formación docente continua y desarrollo de recursos didácticos especializados para la enseñanza de matemáticas han resultado insuficientes para generar las transformaciones requeridas, evidenciando brechas entre las retóricas políticas y las materializaciones concretas en las condiciones institucionales que enfrentan cotidianamente docentes y estudiantes.

En el caso específico de las instituciones educativas del departamento del Magdalena, objeto de este estudio, ubicadas en el municipio de la Zona Bananera —considerado el único municipio rural de Colombia—, estas se encuentran distribuidas en los corregimientos de Tucurinca, Río Frío, Guamachito y Varela, los cuales presentan un nivel socioeconómico bajo con escaso apoyo de los estamentos gubernamentales para el mejoramiento y seguridad de su entorno. Según datos del DANE (2018), el municipio de Zona Bananera presenta un índice de Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI) del 48,3 %, más del doble del promedio nacional que se ubica en 21,9 %, evidenciando condiciones de pobreza estructural que afectan dramáticamente las posibilidades educativas de las poblaciones residentes. Adicionalmente, el Índice de Pobreza Multidimensional (IPM) del municipio alcanza el 52,7 %, indicando que más de la mitad de la población experimenta privaciones simultáneas en dimensiones de salud, educación, trabajo, vivienda.

Los jóvenes que pertenecen a las comunidades educativas, al egresar de estas, no tienen expectativas realistas de ingresar a instituciones de formación superior, y los padres en general carecen de recursos económicos para subsidiar el ingreso a los centros de estudios de nivel universitario o técnico. Datos de la Secretaría de Educación Departamental del Magdalena (2021) revelan que solamente el 8,3 % de los egresados de instituciones educativas públicas rurales del departamento accede a educación superior, frente al 42,7 % de quienes egresan de instituciones urbanas privadas, lo que equivale a una brecha de 34,4 puntos porcentuales entre ambos contextos. Esta diferencia evidencia brechas estructurales en oportunidades vitales que se vinculan directamente con la calidad de la educación recibida en los niveles de básica y media.

Por otro lado, estos mismos jóvenes egresados de las instituciones educativas públicas rurales tampoco cuentan con un nivel de preparación académica adecuado para ingresar competitivamente a la educación superior, particularmente en el área de matemáticas, dado que es allí donde se evidencia su mayor debilidad según los resultados históricos en las pruebas Saber 11. Análisis de resultados de las cuatro instituciones focalizadas en esta investigación revelan que, en el período 2018-2022, el puntaje promedio en matemáticas se ubicó en 42,3 sobre 100, significativamente inferior al promedio departamental de 48,7 y al promedio nacional de 51,2. Lo anterior evidencia rezagos sustantivos que limitan dramáticamente las posibilidades de que estos estudiantes accedan a programas universitarios competitivos que demandan desempeños superiores en áreas de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM, por sus siglas en inglés). Esta situación configura un círculo vicioso donde los bajos desempeños académicos limitan el acceso a educación.

Razón por la cual se ha propuesto emprender el presente proyecto de investigación basado en el método Polya (1945). Este método fue seleccionado por la estructura paso a paso que emplea en la práctica de resolución de problemas, proporcionando un andamiaje heurístico que organiza procesos de razonamiento sin mecanizarlos, cultivando pensamiento matemático flexible más que reproducción algorítmica. May-Cen (2015) señala que "el objetivo de Polya fue que los estudiantes adquirieran mediante el trabajo personal la más amplia experiencia posible en la actividad heurística" (p. 134). Esta orientación resulta particularmente pertinente para contextos educativos rurales, donde se requieren enfoques que desarrollen la autonomía intelectual y la capacidad de aprender a aprender,

sin depender de recursos tecnológicos sofisticados que, con frecuencia, resultan inaccesibles en dichos contextos.

Igualmente, en lo que respecta al pensamiento geométrico, se tomó como punto de inflexión el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele (1986), toda vez que el estudio se proyecta hacia un cambio tanto en la forma de enseñar como en la forma de aprender, mediante un Modelo Teórico Educativo (MTE) para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos. Vargas y Gamboa (2013) han identificado que:

> En estudiantes que perciben clases bajo modelos tradicionales centrados en memorización de fórmulas sin comprensión conceptual, la problemática del pensamiento geométrico se incrementa sustantivamente, manifestándose en incapacidades para visualizar configuraciones espaciales, establecer relaciones entre propiedades geométricas y transferir aprendizajes a situaciones novedosas. (Vargas y Gamboa, 2013, p. 78).

Esta situación caracteriza mayoritariamente las prácticas pedagógicas en instituciones rurales colombianas según documentan múltiples investigaciones nacionales. Complementariamente, Battista (2007) documentó que el desarrollo del razonamiento geométrico no ocurre espontáneamente mediante maduración, sino que demanda experiencias instruccionales específicamente diseñadas que cultiven progresivamente capacidades de visualización, análisis, abstracción y deducción mediante secuencias didácticas apropiadamente graduadas.

De esto surge la gran importancia que tiene la geometría en la enseñanza de la matemática, por lo que se debería devolverle el lugar preponderante que le corresponde en esta área, reconociendo que históricamente la geometría constituyó el núcleo central de la educación matemática, pero fue progresivamente marginalizada en currículos contemporáneos que privilegian el álgebra y el cálculo. Esto brindaría a las nuevas generaciones de estudiantes las vivencias que no han tenido otros antes, incluso los mismos profesores. Tal como lo expresan Vargas y Gamboa (2013), "esto se traduciría en una mejor experiencia de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, que provoque un desarrollo a nivel social y cultural de la geometría como 'tema importante' en el área de la educación matemática" (p. 80).

Esta revaloración resulta particularmente urgente considerando que el pensamiento espacial y geométrico constituye fundamento para múltiples disciplinas STEM (ciencia, tecnología, ingeniería, matemáticas) que demandan crecientemente las economías

contemporáneas basadas en conocimiento, sugiriendo que la marginación de la geometría en currículos escolares limita la preparación estudiantil para trayectorias profesionales futuras. De este modo, se corresponde con el desenvolvimiento de actitudes y competencias tridimensionales bien conceptualizadas, estrechamente comprometidas entre sí, tal como lo exponen Proenza y Leyva (2008): "La vista espacial, representación e imaginación espaciales... se basa en el conocimiento de un modelo del espacio físico tridimensional" (p. 3). Estas capacidades trascienden aplicaciones matemáticas para involucrar competencias valiosas en arquitectura, ingeniería, diseño, medicina y múltiples campos profesionales contemporáneos.

Adicionalmente, investigaciones neurocientíficas contemporáneas han revelado que el desarrollo del pensamiento espacial correlaciona significativamente con desempeños en múltiples dominios cognitivos, incluyendo razonamiento abstracto, creatividad y resolución de problemas complejos, sugiriendo que el cultivo de competencias geométricas genera beneficios cognitivos que trascienden aprendizajes matemáticos específicos para contribuir al desarrollo intelectual general.

Desde estas perspectivas, las causas que podrían estar generando esta situación probablemente están relacionadas con las señaladas por Castro y Ramírez (2013), al afirmar que son escasos los esfuerzos que se realizan para lograr el desarrollo de competencias procedimentales en los estudiantes, siendo la principal razón el mantener un modelo tradicional memorístico para la enseñanza de la matemática que privilegia la reproducción algorítmica sobre el pensamiento matemático genuino. Complementariamente, Schoenfeld (1985) documentó que las prácticas pedagógicas tradicionales cultivan concepciones distorsionadas sobre la naturaleza de las matemáticas, donde los estudiantes desarrollan creencias de que las matemáticas consisten en la aplicación mecánica de procedimientos memorizados más que en una actividad de razonamiento, exploración y descubrimiento. Estas creencias inhiben el desarrollo de disposiciones hacia la persistencia ante problemas desafiantes y la flexibilidad en la exploración de aproximaciones alte

Las sedes principales donde se encuentra ubicado el bachillerato y donde están distribuidos los grados de sexto a undécimo, en las cuales se desarrollarán las actividades investigativas que servirán como insumo para el proyecto, son: IED Etnoeducativa de Tucurinca (ubicada en Tucurinca), Rodrigo Vives de Andreís (ubicada en Orihueca), Telma Rosa Arévalo (ubicada en el corregimiento de Varela) y José Benito Vives (ubicada en Río

Frío). Estas cuatro instituciones atienden conjuntamente aproximadamente 1.247 estudiantes en niveles de básica secundaria y media, según datos de matrícula oficial 2023, constituyendo las principales instituciones educativas públicas del municipio que proporcionan educación secundaria a poblaciones rurales del sector.

El análisis de indicadores educativos de estas instituciones revela tasas de deserción que oscilan entre 8,2 % y 12,7 %, significativamente superiores al promedio nacional de 3,8 %, evidenciando dificultades para retener estudiantes hasta la culminación de educación media. Adicionalmente, las tasas de reprobación en el área de matemáticas alcanzan el 23,4 % promedio en estas instituciones, más del doble del promedio departamental de 11,2 %, configurando un panorama de crisis educativa en matemáticas que demanda intervenciones urgentes fundamentadas.

Adicionalmente, debido a la experiencia como docente del área de matemáticas en básica secundaria acumulada durante 20 años de ejercicio profesional en instituciones del sector, se ha podido observar que los estudiantes carecen de herramientas metodológicas que les permitan comprender e interpretar los problemas matemáticos que se les presentan. Su atención está centrada en la solución de los algoritmos o en la búsqueda del resultado final, sin implementar una estrategia sistemática que les permita desarrollar una competencia crítica e interpretativa, aspecto que ha quedado evidenciado reiteradamente al momento de aplicar las pruebas evaluativas.

Esta observación coincide con hallazgos de Islas-Arias et al. (2024), quienes documentaron que "estudiantes de educación secundaria en México evidencian dificultades sistemáticas para comprender enunciados de problemas geométricos, manifestando incapacidades para identificar datos relevantes, traducir descripciones verbales a representaciones gráficas y establecer relaciones entre condiciones del problema e incógnitas a determinar" (p. 342). Estas dificultades reflejan carencias en el desarrollo de competencias de lectura matemática y razonamiento que trascienden conocimientos declarativos de fórmulas o teoremas específicos.

Es por las razones expuestas que se hace necesario atender con urgencia esta problemática por parte de todos los actores involucrados en el aprendizaje en el área de matemáticas, con el fin de implementar, adaptar o diseñar estrategias de aprendizaje fundamentadas empíricamente, ya que el pensamiento geométrico es uno de los componentes de las matemáticas que más se ve afectado en su enseñanza y aprendizaje

según evidencian consistentemente resultados de evaluaciones estandarizadas nacionales e internacionales. En este orden de ideas, se presenta el cuestionamiento esgrimido por Vargas y Gamboa (2013): ¿Por qué es importante estudiar geometría?

La respuesta a esta pregunta lleva a reflexionar sobre el nacimiento de la geometría y en cómo el ser humano, a través de la percepción de las formas, del espacio que lo rodea y la necesidad de crear y transformar el mundo en el que vive, ha buscado una manera de explicar aquello que percibe a través de los sentidos. La geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo, así como transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad (Vargas y Gamboa, 2013, p. 75).

Igualmente, el pensamiento geométrico basa su importancia en la adquisición de las competencias esenciales como parte del mejoramiento en el aspecto cognitivo de visualización, análisis y abstracción que requieren los estudiantes de básica secundaria, lo que le aportará valor agregado significativo a la resolución de problemas matemáticos y a competencias intelectuales generales valiosas para múltiples trayectorias vitales y profesionales. Duval (2005) enfatiza que "el razonamiento geométrico demanda coordinación entre múltiples registros de representación semiótica, competencia cognitiva sofisticada que trasciende geometría para constituir capacidad intelectual general aplicable en múltiples dominios que requieren pensamiento flexible y multimodal" (p. 13). Esto sugiere que el desarrollo de pensamiento geométrico genera beneficios que exceden ampliamente aprendizajes matemáticos específicos para contribuir a la formación integral de individuos capaces de razonar sistemáticamente, resolver problemas creativa

De continuar estas situaciones sin intervenciones pedagógicas fundamentadas, los estudiantes de básica secundaria del departamento del Magdalena no desarrollarán competencias matemáticas adecuadas, permaneciendo atrapados en clases tradicionales sin herramientas metodológicas ni estrategias didácticas apropiadas. En este sentido, Rivas (2005) sostiene que las prácticas de enseñanza matemática centradas en la memorización y en el aprendizaje mecánico constituyen uno de los factores que originan el retraso académico, la deserción escolar y la exclusión social del estudiante. Esta relación permite comprender por qué el bajo desempeño matemático perpetúa círculos de frustración, desmotivación y abandono escolar que privan a las juventudes rurales de oportunidades educativas esenciales para la movilidad social.

Las consecuencias trascienden lo académico, pues los jóvenes sin competencias matemáticas enfrentan limitaciones dramáticas en el acceso a la educación superior, a empleos calificados y a la participación plena en economías contemporáneas basadas en el conocimiento, lo que configura un panorama de exclusión que reproduce intergeneracionalmente desigualdades estructurales características de sociedades profundamente inequitativas.

En virtud de esto, como autor responsable de la presente investigación, al generar un Modelo Teórico Educativo (MTE) basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se propicia la ocasión en su pretensión de aportar herramientas de aprendizaje fundamentadas para las estudiante e igualmente estrategias pedagógicas sistematizadas para el docente. Estas son coadyuvantes para que el alumno incremente sustantivamente su rendimiento en el área mientras desarrolla competencias de razonamiento, visualización espacial, metacognición y disposiciones afectivas positivas hacia las matemáticas que trascienden logros académicos inmediatos para constituir competencias valiosas a lo largo de trayectorias vitales. La construcción de este modelo representa un compromiso con la justicia educativa que reconoce que los estudiantes rurales merecen acceso a educación matemática de calidad equivalente a la que reciben población

Con base en la descripción realizada de la situación problemática, es preciso cuestionarse acerca de las posibilidades de solución mediante las siguientes interrogantes:

¿Cómo se configura la esencia pedagógica de un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya, a partir de la experiencia vivida del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria?

¿Cuál es el significado pedagógico del método Polya en la vivencia del pensamiento geométrico de los estudiantes de básica secundaria?

¿Cómo se experimentan las etapas heurísticas del método Polya en la cotidianidad del aula de matemáticas?

¿Qué significados construyen los docentes sobre su tacto pedagógico al mediare el método Polya en la resolución de problemas geométricos?

¿Qué transformaciones en la comprensión del espacio geométrico emergen de la experiencia de aplicar el método Polya en el contexto rural del Magdalena?

Para dar respuesta a las interrogantes planteadas, de acuerdo con las cuales se presentan a continuación los objetivos que guiarán la sistematización de la investigación, fundamentando teóricamente el desarrollo de cada uno de ellos mediante los aportes argumentativos de reconocidos autores que han investigado acerca de las categorías de estudio.

Propósitos de la Investigación

Propósito Principal

Generar un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya, desde la experiencia vivida del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de instituciones educativas del departamento del Magdalena.

Propósitos Específicos

Develar el significado pedagógico del método Polya en la vivencia del pensamiento geométrico de los estudiantes de básica secundaria.

Interpretar la experiencia vivida de las etapas heurísticas del método Polya en la cotidianidad del aula de matemáticas.

Comprender los significados que construyen los docentes sobre su tacto pedagógico al mediar el método Polya en la resolución de problemas geométricos.

Relevancia de la Investigación

La investigación planteada es relevante por cuanto mediante ella se pretende comprender e interpretar cómo los procesos de enseñanza y aprendizaje en la actualidad, y específicamente en Colombia, continúan atados a esquemas tradicionales que limitan a los docentes en un trabajo pedagógico sumergido en prácticas desactualizadas, desfasadas del uso de metodologías activas en el aula. Esta situación mantiene tanto a docentes como estudiantes alejados de un rendimiento óptimo en la escuela del siglo XXI.

En otro orden de ideas, la importancia de esta investigación de nivel doctoral se encuentra en la relevancia que ofrece el teorizar acerca de un tema específico, como es el caso de generar un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria. Este método representa una poderosa herramienta por la estrategia implementada por el autor, representada en cuatro pasos para la resolución de problemas.

Desde una perspectiva ontológica, la relevancia de la investigación se expresa en la interacción de los distintos actores sociales intervinientes en el proceso investigativo; es decir, la del estudiante con los problemas matemáticos, donde es relevante interceder pedagógicamente de forma efectiva por parte del docente para hacer de este aprendizaje un encuentro productivo, momento donde el investigador observador recoge los detalles del acto educativo para analizarlos. En tal sentido, las acciones desplegadas por cada uno de los componentes intervinientes en el proceso de enseñanza y aprendizaje (docentes, discentes, currículo) constituyen el tejido pedagógico didáctico en una dinámica generadora de curiosidad, iniciativas, creatividad y del conocimiento necesario para consolidar el aprendizaje esperado en los destinatarios de la enseñanza.

Desde una perspectiva epistemológica, como profesor del área de matemáticas conozco a profundidad la problemática existente. En este momento histórico se hace necesario empoderar a los adolescentes en el conocimiento del mundo de las matemáticas, su lenguaje y esencia, para desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas de esta disciplina, pero también la criticidad, así como capacidad de análisis, coadyuvantes para su crecimiento personal. En cuanto al tema epistemológico en relación con la temática de investigación, cabe destacar lo que al respecto Márquez (2009) hace referencia:

> A partir de estos señalamientos, se aspira que esta acción profunda coadyuve al desarrollo del pensamiento crítico. En el currículo de la Formación en Investigación Educativa este propósito se ha visto desvirtuado por el excesivo énfasis que han recibido los aspectos prácticos en los Programas y Objetivos Curriculares (Márquez, 2009, p. 5).

Desde la perspectiva axiológica, la investigación es relevante puesto que el aprendizaje de las matemáticas contribuye a formar ciudadanos capaces de resolver situaciones problemáticas en sus diferentes entornos vitales, haciendo prevalecer los valores de respeto, solidaridad, tolerancia y comunicación efectiva, por cuanto han

desarrollado la capacidad de análisis, discernimiento y comprensión del pensamiento geométrico.

Desde la perspectiva teleológica, el fin último de la investigación se basa en su pretensión de aportar una herramienta como estrategia pedagógica, didáctica y metodológicamente activa para el desarrollo del pensamiento geométrico que permitirá solucionar problemas de matemática a los alumnos de básica secundaria de las instituciones educativas del departamento del Magdalena, con el propósito de incrementar su rendimiento escolar y encaminarlos hacia el éxito profesional, ya que de esta forma tendrán mayor posibilidad de acceso a la educación superior.

En referencia a la herramienta mencionada, consiste en el Método Heurístico de Polya, el cual fue creado por el matemático húngaro George Polya en el año 1945, publicado en su libro Cómo plantear y resolver problemas, cuya definición y descripción se desarrollará en el Momento II, correspondiente al Sendero Teórico Referencial, el cual se empleará como estrategia pedagógica para la enseñanza de las matemáticas a través de la solución de problemas. Este método será detallado de forma explícita en la presentación de la propuesta que se desarrollará en el Momento V de la investigación.

Asimismo, la presente investigación se encuentra adscrita a la línea de investigación Capacidad Innovadora en Educación de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, con la línea potencial Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico.

MOMENTO II

SENDERO TEÓRICO REFERENCIAL

Investigaciones Previas

Las investigaciones previas conforman un cuerpo referencial acerca de estudios realizados por investigadores en torno a las categorías relacionadas con el método Polya y el desarrollo del pensamiento geométrico para la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria. A partir de lo cual se realiza una exhaustiva revisión a través de métodos de investigación en línea a fin de recabar información en internet, tanto en el ámbito internacional como en el nacional. Tal como lo refiere Arias (2012), quien define esta fase como "[…] investigaciones realizadas anteriormente y que guardan alguna vinculación con nuestro proyecto, por lo que no deben confundirse con la historia del objeto en cuestión" (p. 106). Es decir, los estudios previos indican que otros investigadores estuvieron interesados en el tema y facilitan a la comunidad información relevante, la cual permite hacer contrastación con el estudio propio.

Antecedentes internacionales

La tesis doctoral de Contreras (2022), titulada *Constructos Teóricos sobre el Razonamiento y Argumentación en la Resolución de Problemas Trigonométricos en Educación Media*, fue presentada en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, en su Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio". El propósito principal se centró en generar constructos teóricos desde el campo de la matemática que promuevan el desarrollo del razonamiento y la argumentación en los estudiantes frente a la resolución de problemas trigonométricos. Se asumió una postura desde el paradigma interpretativo, enfoque cualitativo bajo métodos hermenéuticos de interaccionismo simbólico y fenomenología. Asimismo, se realizó un acercamiento, como fuente de información, a seis estudiantes de grado décimo y cuatro maestros mediante la técnica de entrevista en profundidad.

El estudio evidenció que la resolución de problemas trigonométricos es fundamental en la enseñanza de la matemática para promover el razonamiento y la argumentación, donde emergen aspectos relacionados con el lenguaje matemático y la contextualización,

que orientan al desarrollo de competencias matemáticas. En cuanto al aporte que proporciona el estudio, aun cuando no menciona las categorías de la tesis de interés, el procedimiento llevado a cabo desde la perspectiva metodológica tiene relevancia, por cuanto sugiere un camino para el desarrollo del pensamiento matemático, el cual daría apertura al desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria de las instituciones educativas del departamento del Magdalena.

La autoría de la siguiente investigación pertenece a González (2023), con la tesis doctoral titulada *El Proceso de Visualización en el Planteo y Resolución de Problemas para la Enseñanza de la Matemática*, presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación ante la Universidad de Holguín, Cuba. Su objetivo principal fue diseñar un procedimiento didáctico cuyo sustento teórico se basa en un modelo de la visualización como método heurístico, donde los componentes y relaciones esenciales dinamizan el planteo y la resolución de problemas, y analizar los resultados de la aplicación de este procedimiento en la formación inicial del licenciado en Educación Matemática.

Desde el punto de vista teórico, los métodos de análisis-síntesis e inducción-deducción se utilizaron en la interpretación de la información, la profundización en el objeto y el campo de acción, sus relaciones esenciales y la determinación de los fundamentos teóricos y metodológicos del proceso de enseñanza-aprendizaje del planteo y resolución de problemas, así como de la visualización como método heurístico. El aporte práctico del estudio consiste en la elaboración de un procedimiento didáctico sustentado en el modelo de Polya, dirigido a dinamizar el proceso de planteo y resolución de problemas en el marco del desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de las instituciones educativas del departamento del Magdalena, de manera que los docentes sean capaces de percibir la ciencia objeto de enseñanza de una manera más flexible y transformadora, donde los problemas y sus soluciones emergen en unidad dialéctica.

Inicialmente se presenta la tesis doctoral realizada por Colón (2023), titulada *Propuesta de un Modelo de Enseñanza en las Matemáticas Enfocado en la Solución de Problemas en el Nivel Secundario en Puerto Rico*, una disertación aplicada sometida al Abraham S. Fischler College of Education and School of Criminal Justice en Nova Southeastern University, en cumplimiento de los requisitos parciales para optar al grado de

Doctor en Educación. El propósito principal del estudio fue proponer un modelo educativo enfocado en la solución de problemas matemáticos en el nivel secundario, y se realizó la revisión sistemática para evaluarlo. El marco teórico incluyó teorías heurísticas y modelos educativos de diferentes autores. La metodología aplicada se desarrolló en seis fases, incluyendo la formulación de preguntas investigativas, búsqueda de literatura, selección de investigaciones, levantamiento de información, análisis y resumen de resultados, y exposición y discusión de estos.

Los hallazgos obtenidos en la revisión sistemática fueron que el modelo propuesto en esta investigación debe contener características del modelo de George Polya y del aprendizaje basado en problemas. Por lo que la propuesta del modelo de solución de problemas aplicado al perfil del estudiantado del nivel secundario de Puerto Rico debe contener los siguientes pasos: a) enfocarse en el problema, b) planificar la solución al problema, c) resolver el problema, d) validar la solución del problema, y, por último, e) presentar la solución o soluciones. Indefectiblemente, la investigación realizada por Colón (2023), en su totalidad, es un aporte de gran significancia para el estudio de interés, ya que contiene información teórica, metodológica y sistemática de relevancia que contribuye en las orientaciones pertinentes para conducir el recorrido investigativo.

La autoría de la siguiente investigación pertenece a Ziliman (2023), con una tesis doctoral titulada *Aplicación del Método de Polya en la Resolución de Problemas Matemáticos en Estudiantes de una Institución Educativa Estatal de Lima, 2023*, cuyo objetivo principal consistió en establecer la influencia de la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de cuarto año de secundaria de una institución educativa estatal de Lima. El diseño empleado fue el cuasiexperimental, con una muestra de 44 participantes divididos en dos grupos equitativos, a quienes se les aplicó un instrumento con 25 reactivos, el cual fue validado por juicio de expertos. También se aplicó la prueba piloto que arrojó una validez interna de 0,700 de confiabilidad mediante alfa de Cronbach. Se diseñó un plan de 12 sesiones, basado en los pasos del método Polya, las cuales fueron implementadas en el grupo experimental.

Con el estadístico U de Mann-Whitney se contrastaron las hipótesis planteadas, donde la hipótesis nula (H0) sostenía que la aplicación del método Polya no influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes, y la hipótesis alterna (H1) sostenía que sí influye significativamente en dicha resolución; los

resultados permitieron rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis de investigación, con una significancia estadística de $p = 0,01 < 0,05$. Se arribó a la conclusión de que la aplicación del método Polya influye significativamente en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes participantes. A diferencia de la investigación anterior, el procedimiento metodológico de Ziliman (2023) se sustentó en el paradigma positivista-cuantitativo, lo cual permitió contrastar dicho paradigma con el paradigma interpretativo-cualitativo predominante en los demás antecedentes revisados, evidenciando que, a pesar de tratarse de la misma temática, el estudio acerca de la aplicación de estrategias para la enseñanza de la matemática puede ser abordado tanto desde el paradigma cuantitativo como desde el cualitativo, lo que constituye un punto de reflexión para el estudio propio.

Antecedentes nacionales

Inicialmente se presenta el trabajo de Sáenz et al., (2017), titulado *Desarrollo de las Competencias Matemáticas en el Pensamiento Geométrico, a través del Método Heurístico de Polya*. El propósito del estudio fue evaluar la eficacia del método heurístico de Polya en el desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento espacial y geométrico. La investigación se desarrolló desde el enfoque cuantitativo con diseño cuasiexperimental, empleando un test para identificar los desempeños en las competencias de razonamiento, resolución de problemas y comunicación en el pensamiento geométrico en dos grupos de quinto grado de la Institución Educativa Villa Cielo del municipio de Montería, Córdoba, antes y después de la intervención. Se aplicó una estrategia didáctica sobre sólidos geométricos articulando los pasos del modelo de Polya con el trabajo cooperativo.

Los resultados, analizados mediante la prueba estadística T de Student, evidenciaron que el grupo experimental incrementó su puntuación promedio total de 10,44 a 16,82 puntos después de la intervención, con una diferencia estadísticamente significativa ($t = 13,058$; $p < 0,001$), mientras que el grupo control solo alcanzó un promedio de 8,94 puntos en el postest, confirmando que los estudiantes del grupo experimental mejoraron significativamente en los desempeños de las competencias y corroborando la eficacia de la estrategia. Este estudio representa el antecedente de mayor proximidad temática para la investigación propia, al articular directamente las dos categorías centrales del trabajo en el contexto colombiano: el método Polya y el pensamiento geométrico.

La autoría de la siguiente investigación pertenece a Carvajalino (2021), con la tesis doctoral titulada *La Didáctica de la Matemática del Docente de Educación Básica Primaria: Aproximación Teórica desde la Metacognición*, presentada en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador para optar al grado de Doctor en Educación. El objetivo general consistió en generar constructos teóricos sobre la didáctica de la matemática del docente de educación básica primaria desde la metacognición, en la institución educativa Fundación, ubicada en el departamento del Cesar, Colombia. El diseño se enmarcó en el enfoque cualitativo, bajo el paradigma introspectivo vivencial y el método de la teoría fundamentada, con tres docentes de educación básica primaria y tres docentes de matemática como informantes clave, empleando la entrevista como técnica de recolección de datos.

Los resultados permitieron concluir que la resolución de problemas debe contemplarse como una práctica habitual e integrada en todas las facetas del proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que los aspectos metacognitivos develados posibilitan la autonomía en el aprendizaje del estudiante. El aporte que ofrece esta investigación al estudio propio radica en la evidencia de que los procesos metacognitivos constituyen un factor determinante en la resolución de problemas matemáticos en básica primaria, dimensión que enriquece la perspectiva heurística del método Polya asumida en la presente investigación.

Por su parte, Suárez (2021) presentó la tesis doctoral titulada *La Resolución de Problemas como Competencia Matemática en la Educación Básica*, en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador. El propósito del estudio fue generar elementos teóricos que promuevan el desarrollo de la habilidad para la resolución de problemas en el área de matemáticas en la educación básica. La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo con método hermenéutico, con cinco docentes del área de matemáticas de la Institución Educativa Misael Pastrana Borrero de la ciudad de Cúcuta, Norte de Santander, como informantes clave, a quienes se les aplicó una entrevista, la cual arrojó tres categorías fundamentales: las competencias matemáticas como habilidades para el trabajo con la matemática en la vida cotidiana, la resolución de problemas en atención a las demandas del contexto y la enseñanza y el aprendizaje como dos procesos primordiales para la resolución de problemas en la educación secundaria. Estos insumos permitieron la constitución de elementos teóricos que promueven el desarrollo de la habilidad para la resolución de

problemas, lo cual representa un aporte de pertinencia para la investigación propia en cuanto orienta la fundamentación conceptual desde el contexto colombiano.

De igual forma, Villamizar (2023), en el contexto nacional, presentó la tesis doctoral *Fundamentos Teóricos para un Aprendizaje Significativo de las Matemáticas desde la Resolución de Problemas en la Educación Básica Colombiana*, en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, en su Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio". Este enfoque se sustentó en fundamentos teóricos sólidos que buscan promover una comprensión profunda de los conceptos matemáticos y su aplicación en situaciones de la vida real. En el contexto de la resolución de problemas, esto implica que los estudiantes deben conectar los nuevos conceptos con lo que ya saben y aplicarlos de manera concreta. En este sentido, el presente estudio se enfocó en tres aspectos fundamentales dentro del contexto educativo de la Institución Educativa Alonso Carvajal en el departamento de Norte de Santander, Colombia. En primer lugar, se exploraron las concepciones que los docentes de esta institución tenían acerca de la resolución de problemas como método de enseñanza.

En segundo lugar, se llevó a cabo una caracterización detallada de la praxis pedagógica que estos docentes desarrollaron en su labor educativa. Por último, se buscó generar sólidos fundamentos teóricos que respalden un enfoque de aprendizaje significativo de las matemáticas dirigido a estudiantes de primaria y secundaria, priorizando la resolución de problemas como estrategia educativa. Metodológicamente, fue un estudio interpretativo amparado en los postulados del enfoque cualitativo y la fenomenología con seis docentes conformando la muestra. El presente estudio representa un aporte interesante desde la perspectiva de la organización para la construcción activa del conocimiento y la transferencia de conceptos matemáticos a situaciones del mundo real, como complemento de la aplicación del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de secundaria en las instituciones educativas objeto de estudio en la investigación propia.

La siguiente tesis en el ámbito nacional tiene como autor a Buitrago (2023), con la temática *Enseñanza de la Matemática y Procesos Cognitivos: Realidades, Significados y Experiencias, con Impacto en el Aprendizaje*. El estudio enfocó su objetivo en generar un modelo pedagógico para la enseñanza de la matemática desde la mediación de procesos cognitivos, con énfasis en el aprendizaje contextualizado y de impacto social, en la realidad educativa del Colegio Pablo Neruda, Cúcuta, Norte de Santander, Colombia.

Metodológicamente, se trató de un estudio orientado por el paradigma interpretativo, con un enfoque de investigación cualitativo, bajo el método fenomenológico, donde se buscó la comprensión del fenómeno en atención a la cultura, formas de vida y estructura social de los sujetos implicados en el contexto donde se desarrolló la investigación. Se abordó un diseño de campo, en donde, a través de la técnica de la entrevista, se recolectó la información de los actores de la investigación, de los cuales se entrevistó a nueve sujetos seleccionados de manera intencional.

Producto del análisis e interpretación de la información, surgieron los hallazgos emergentes que derivaron en un modelo de base pedagógica constituido por cuatro ejes: consideraciones pedagógicas y profesionales del docente de matemática, cognición y aprendizaje de la matemática, aprendiz: contexto y realidad educativa, y la ética, un compromiso de los agentes educativos. El aporte que ofrece el estudio realizado por Buitrago (2023) se basa en reconocer la aplicación del método de Polya considerándolo como un proceso cognitivo con la posibilidad de generar realidades, significados y experiencias en torno al desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de secundaria en las instituciones educativas del departamento del Magdalena.

La investigación de Silva (2024), titulada *La Resolución de Problemas en el Área de Matemáticas mediado por la Comprensión del Método Pólya*, tesis doctoral presentada en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, tuvo como objetivo general generar un aporte teórico para la resolución de problemas en el área de matemática mediado por la comprensión del método Pólya en el docente de educación básica secundaria del Colegio Integrado Divino Niño del municipio de Capitanejo, Santander. La metodología estuvo guiada por el paradigma interpretativo apoyado en el método hermenéutico, empleando entrevistas en profundidad con estudiantes y profesores del instituto como instrumentos de recolección de información.

Los resultados permitieron construir cuatro derivaciones teóricas denominadas: Didáctica de la comprensión-Consciencia lectora matemática y contexto; Didáctica de la concepción-Pensamiento matemático y estrategias innovadoras; Didáctica de la ejecución-El ser docente y persona del estudiante; y Didáctica resiliente y retrospectiva-Actitud resiliente. Estas derivaciones permiten hacer un acercamiento a la realidad de vida de los sujetos y contexto de estudio, complementando y profundizando una epistemología que, guiada por el método Pólya, coadyuve a una mejor comprensión de la resolución de

problemas. Este estudio resulta un referente de significativa pertinencia para la investigación propia, por cuanto aborda desde el enfoque hermenéutico las mismas categorías centrales del estudio en el contexto colombiano.

Asimismo, la investigación de Gómez Meneses (2025), titulada *La Resolución de Problemas para el Desarrollo del Pensamiento Matemático. Un Enfoque Didáctico*, tesis doctoral presentada en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, tuvo como objetivo general generar una aproximación teórica con base en el proceso de la resolución de problemas en educación básica secundaria para el desarrollo del pensamiento matemático en el Instituto Técnico Nacional de Comercio de la ciudad de San José de Cúcuta, Norte de Santander, Colombia. La investigación se amparó en el paradigma interpretativo con enfoque cualitativo y método etnográfico, con cinco docentes del área de matemática seleccionados intencionalmente, a quienes se les aplicaron entrevistas en profundidad, con el empleo de la categorización como medio para el análisis de la información, dando tratamiento a los resultados con el software ATLAS.ti.

El resultado de la investigación reporta que el desarrollo del pensamiento matemático se vincula al buen manejo del lenguaje como potenciador de las capacidades de los estudiantes durante el proceso de resolución de los problemas. El aporte que ofrece este estudio se concreta en la aproximación teórica que conecta la resolución de problemas con el pensamiento matemático desde un enfoque didáctico activo, lo que resulta complementario a la perspectiva heurística que sustenta el Modelo Teórico Educativo propuesto en la investigación propia.

De igual manera, la tesis doctoral de Ferreira (2025), titulada *Desarrollo del Pensamiento Crítico mediante la Resolución de Problemas Matemáticos en la Enseñanza Media*, presentada en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, tuvo como propósito generar un constructo en función del desarrollo del pensamiento crítico mediante la resolución de problemas matemáticos a nivel de enseñanza media. El estudio se enmarcó en un enfoque cualitativo con paradigma interpretativo y utilizó el método de la fenomenología para la construcción teórica a partir de los datos, los cuales fueron recolectados mediante entrevistas semiestructuradas aplicadas a ocho estudiantes de educación media seleccionados como informantes clave.

El análisis e interpretación de los testimonios estudiantiles permitió que emergieran tres categorías fundamentales: desarrollo del pensamiento crítico mediante planteamientos

didácticos de las matemáticas; aportes al desarrollo del pensamiento crítico por medio de la resolución de problemas; y concepciones socioculturales del pensamiento crítico asociadas a la resolución de problemas. Estos hallazgos evidenciaron que el desarrollo del pensamiento crítico mediante la enseñanza de las matemáticas exige un enfoque integrador que reconozca la dimensión pedagógica, experiencial y sociocultural del aprendizaje. La investigación es un aporte relevante para el estudio propio, ya que el Modelo Teórico Educativo propuesto desde el método Polya también busca transformar las prácticas educativas hacia una lógica que sitúe al estudiante como sujeto activo y reflexivo más allá de la reproducción algorítmica.

Para cerrar el ciclo de los estudios previos, se presenta la tesis doctoral de Rodríguez (2026), titulada *Desarrollo del Pensamiento Geométrico desde la Gamificación del Aprendizaje: un Modelo de Enseñanza en Educación Básica Primaria*, presentada en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador para optar al grado de Doctor en Educación. El propósito consistió en generar un modelo de enseñanza para desarrollar el pensamiento geométrico a través de la gamificación del aprendizaje en la Institución Educativa Distrital Boston de Barranquilla, Atlántico, Colombia. La metodología se sustentó en el paradigma sociocrítico, con enfoque cualitativo, bajo la Investigación Acción Participante siguiendo el modelo de Lewin, con tres docentes, un directivo y un miembro del Programa Todos a Aprender como informantes, empleando la observación participante, la entrevista semiestructurada y el grupo focal como técnicas de recolección de información.

Los resultados evidenciaron que la implementación del plan de perfeccionamiento denominado GeomGamifica permitió mostrar metodologías innovadoras para la enseñanza de la geometría mediante la representación y manipulación de figuras geométricas, logrando una participación espontánea, trabajo en equipo y una actitud positiva de los docentes frente al cambio metodológico. El aporte que ofrece este estudio a la investigación propia se fundamenta en la evidencia de que las estrategias didácticas activas generan impacto positivo en el fortalecimiento del pensamiento geométrico en básica primaria colombiana, en consonancia con los propósitos del Modelo Teórico Educativo que se propone.

Tabla 1.

Aportes de los antecedentes a la investigación

Autor(es) y año	Título	Aporte a la investigación
Sáenz Mass et al. (2017)	Desarrollo de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico, a través del método heurístico de Polya	Evidencia empírica directa de la articulación entre el método Polya y el pensamiento geométrico en el contexto colombiano, sustentando la viabilidad de la categoría central del MTE propuesto
Córdoba (2018)	Regulación metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos con esquema aditivo	Fundamenta la dimensión metacognitiva como factor determinante en la resolución de problemas en básica secundaria, enriqueciendo la perspectiva heurística del método Polya
Suárez (2021)	La resolución de problemas como competencia matemática en la educación básica	Aporta elementos teóricos hermenéuticos sobre la resolución de problemas como competencia en contextos colombianos, orientando la fundamentación conceptual de la investigación
Contreras (2022)	Constructos teóricos sobre el razonamiento y argumentación en la resolución de problemas trigonométricos	Ofrece un modelo metodológico fenomenológico-hermenéutico aplicado a la generación de constructos teóricos en matemáticas, coherente con el enfoque del presente estudio
Castaño et al. (2023)	GeoGebra como estrategia lúdico-didáctica para el fortalecimiento del pensamiento geométrico-espacial	Documenta el impacto positivo de estrategias didácticas activas en el pensamiento geométrico en básica secundaria colombiana, respaldando la pertinencia del MTE propuesto
González (2023)	El proceso de visualización en el planteo y resolución de problemas para la enseñanza de la matemática	Sustenta el componente de visualización geométrica del método Polya y aporta el procedimiento didáctico heurístico para dinamizar la resolución de problemas matemáticos
Villamizar (2023)	Fundamentos teóricos para un aprendizaje significativo de las matemáticas desde la resolución de problemas	Fortalece la base teórica del aprendizaje significativo como marco complementario al método Polya para la construcción activa del conocimiento geométrico
Buitrago (2023)	Enseñanza de la matemática y procesos cognitivos: realidades, significados y experiencias	Reconoce el método Polya como proceso cognitivo generador de realidades y experiencias, aportando el modelo pedagógico de cuatro ejes que orienta la estructura del MTE propuesto
Colón (2023)	Propuesta de un modelo de enseñanza en las matemáticas enfocado en la solución de problemas	Provee un referente estructural de modelo educativo basado en Polya validado mediante revisión sistemática, orientando la construcción y organización del MTE propuesto
Ziliman (2023)	Aplicación del método de Polya en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de Lima	Demuestra cuantitativamente la influencia significativa del método Polya en la resolución de problemas, complementando desde el paradigma cuantitativo la justificación empírica del estudio
Silva (2024)	La resolución de problemas en el área de matemáticas mediado por la comprensión del método Pólya	Aporta derivaciones teóricas sobre el método Pólya desde el enfoque hermenéutico en contexto colombiano, orientando directamente el recorrido metodológico e interpretativo de la tesis
Gómez (2025)	La resolución de problemas para el desarrollo del pensamiento matemático. Un enfoque didáctico	Conecta la resolución de problemas con el desarrollo del pensamiento matemático desde un enfoque didáctico activo, complementando la perspectiva heurística del MTE propuesto
Ferreira (2025)	Desarrollo del pensamiento crítico mediante la resolución de problemas matemáticos en la enseñanza media	Sustenta el vínculo entre resolución de problemas y pensamiento de orden superior, fundamentando la dimensión transformadora del MTE propuesto más allá

Nota. Elaboración propia.

Fundamentación Teórica

En el presente apartado, junto con los estudios previos, se exponen los enunciados teóricos los cuales sustentan el estudio acerca de las variables apriorísticas, entendidas como aquellas categorías de análisis que el investigador define de manera anticipada, a partir del marco teórico y de los propósitos de la investigación, antes del proceso de recolección de datos en campo, y que orientan la búsqueda sin agotar las categorías emergentes que puedan surgir posteriormente del análisis. En este caso, dichas variables se relacionan con el Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos. En este sentido, destaca lo referido por Martínez-Miguélez (2004) al señalar que: "Debe referir las principales investigaciones acerca del área o áreas cercanas: autores, enfoques y métodos empleados, conclusiones e interpretaciones teóricas a que llegaron y otros elementos de importancia" (p. 77)

Método Polya

Para desarrollar teóricamente esta primera categoría, se define en primer lugar lo concerniente al Modelo Teórico Educativo, para luego hacer lo propio con lo referente al método Polya, a fin de conjeturar lo propuesto en el enunciado; es decir, hacer un acercamiento a la definición del Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya, el cual se pretende generar para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de instituciones educativas del departamento del Magdalena.

Desde la etimología de cada palabra que compone el término, un Modelo Teórico Educativo (MTE) puede entenderse como un compendio de normas estructuradas sistémicamente y fundamentadas en postulados que orientan la práctica pedagógica hacia un propósito determinado. Esta orientación no se limita a la enunciación de principios abstractos, sino que se traduce en lineamientos concretos capaces de guiar la acción docente en un contexto específico. En el caso de la presente investigación, el MTE que se

pretende generar encuentra su orientación pedagógica en la enseñanza de las matemáticas, particularmente en el desarrollo del pensamiento geométrico, de manera que los postulados que lo sustentan respondan directamente a las necesidades del contexto educativo del departamento del Magdalena.

En este orden de ideas y en concordancia con los propósitos de la investigación, Islas-Arias, Espinosa-Ramírez y Reyes-Rodríguez (2024) promueven que “la perspectiva de modelos y modelación (en lo subsecuente PMM) es una aproximación didáctica que promueve el aprendizaje de matemáticas a través de tareas que incluyen contextos cercanos a la realidad e intereses de los estudiantes”. (p. 2)

Por su parte, Arce-Sánchez, Conejo-Garrote y Muñoz-Escolano (2019), con respecto al aspecto teórico, defienden que: "Cada teoría tiene diferentes formas de concebir qué son las matemáticas, qué es el conocimiento, qué es el aprendizaje y cuáles son los medios o mecanismos más adecuados para promover el aprendizaje" (p. 330). Asimismo, Lester (2005) menciona que “una teoría o modelo teórico tiene la finalidad de permitirnos trascender el sentido común. Los constructos teóricos son herramientas que nos permiten ver aspectos del proceso educativo que no serían posibles sin el uso de la teoría. (p. 68).

Desde estas perspectivas teóricas puede inferirse que un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya sería posible en la medida en que este MTE se encuentre sistematizado contextualmente, sustentado suficientemente y orientado pedagógicamente al desarrollo del pensamiento geométrico para la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de instituciones educativas del departamento del Magdalena.

En lo referente al método Polya, es relevante mencionar que el creador de este método fue George Polya en 1945, permitiendo su difusión mediante la publicación de la primera edición de su libro titulado Cómo plantear y resolver problemas, ¿cuyo título original es How to Solve It?, en el cual expone axiomas coadyuvantes en el razonamiento para resolver problemas, cuyo propósito principal fue prestarle apoyo al estudiante. Al respecto, Polya (1945) defiende que:

> El estudiante debe adquirir en su trabajo personal la más amplia experiencia posible. Pero si se le deja solo frente a su problema, sin ayuda alguna o casi sin ninguna, puede que no progrese. Por otra parte, si el maestro le ayuda demasiado, nada se le deja al alumno. El maestro debe ayudarle, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir una parte razonable del trabajo (p.25).

Al respecto, May-Cen (2015) prosigue en relación con la obra de Polya y enfatiza que "Su objetivo principal fue que, tanto profesores como estudiantes, tuvieran, a través de su obra, una metodología heurística que contribuyera no sólo a la solución de problemas matemáticos sino a problemas de la vida cotidiana". (p. 419)

Siguiendo al autor, se infiere que Polya, a través de su obra, emplea estrategias de animación para posesionar al lector en la confianza que le pueden aportar sus propuestas, a fin de encontrarle solución a problemas por resolver.

Continuando con May-Cen en la descripción del método de Polya, se hace alusión a las partes (etapas) del libro: (a) "En el salón de clases", (b) "Cómo resolver problemas", (c) "Un breve diccionario de heurística", y (d) "Problemas, sugerencias, soluciones" (p. 419). Aspecto importante para entender el sentido motivacional del texto, como una invitación hecha al lector para adentrarse en la dinámica que ofrece el método, para facilitar la comprensión del proceso de resolución de problemas, donde sugiere cuatro fases mediante determinadas preguntas a partir de una propuesta inicial.

Para facilitar la comprensión al lector, se adaptó el diseño de dos cuadros explicativos: el primero para las partes del libro, el segundo con cada una de estas propuestas iniciales y la explicación respectiva de cada fase, de manera que se visualice el trayecto que sigue el método para conducir paso a paso, ya sea al estudiante, al docente o a todo aquel que pretende resolver un problema, a través del proceso sin presión, de forma práctica, con un lenguaje sencillo y una didáctica comprensible, inspirando en el lector el ánimo y el despertar del ingenio para lograr la solución (ver cuadros 1 y 2).

Tabla 2.

Partes del libro

Partes	Descripción
1. En el salón de clases"	Se trata de motivar al lector para comprender los porqués de la lista de preguntas establecidas en las cuatro fases. Esta es producida a partir de la construcción de soluciones a problemas geométricos.
2. Cómo resolver problemas	Polya trata de ejemplificar, simulando una conversación, la metodología a seguir en las cuatro etapas: y lo hace estableciendo un diálogo natural como en el salón de clases, entre profesor y estudiante. En este ámbito, se asume que el estudiante se encuentra interesado en el problema, situación idealizada puesto que, actualmente, es muy difícil de lograr en la gran mayoría de alumnos.
3. Un breve diccionario de heurística	Se expone un rostro filosófico del método heurístico. Se establecen definiciones de términos como: "analogía", "condición", "brillante idea", e incluso se resumen breves biografías de Bernardo Bolzano (1781-1848), René Descartes (1596-1650), e incluye párrafos que motivan al lector.
4. Problemas, sugerencias, Soluciones	Se ofrece la oportunidad de practicar lo expuesto anteriormente con ejercicios reales. Estos problemas no requieren más conocimientos técnicos que los proporcionados en nivel medio superior, y sin embargo, retan al ingenio del lector a tratar de resolverlos siguiendo las cuatro fases expuestas y a comparar al final las soluciones proporcionadas por el autor.

Nota. Adaptado de May-Cen (2015), según Polya (1945)

De acuerdo con lo planteado por Polya (1945), su metodología consiste básicamente en un acompañamiento y seguimiento estructurado del estudiante, donde el docente juega un papel preponderante como instructor, pero también como animador o guía. Esto implica conducir, asesorar y motivar al alumno a través del proceso de forma amigable, sin presionarlo, propiciando que se perciba como protagonista del aprendizaje. Se trata de fomentar su creatividad, induciéndolo a pensar y a analizar el problema planteado, así como a reconocer los recursos con que cuenta dentro y fuera de su capacidad cognitiva mediante preguntas generadoras.

Este enfoque busca provocar respuestas que, desde una perspectiva heurística, permitan visualizar otras formas de solución del problema. De este modo, el ingenio del estudiante, una vez despertado, alcanza su máxima expresión desde el impulso motivacional recibido. Finalmente, el proceso culmina con el reconocimiento por el éxito alcanzado y la propia satisfacción intrínseca de haber logrado la resolución, consolidando así una experiencia de aprendizaje significativa (May-Cen, 2015).

Tabla 3.

Fases del Método de Polya

Etapa y propuesta	Explicación
1. Comprender el problema.	Mediante preguntas como: "¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición?" (p. 19), el estudiante debe contextualizar el problema. Generalmente esta etapa es de las más complicadas por superar, puesto que muchas veces un joven inexperto busca expresar procedimientos antes de verificar si esos procedimientos pueden llevarse a cabo en la naturaleza que enmarca el problema.
2. Concebir un plan.	En esta fase, Polya sugiere encontrar algún problema similar al que se confronta. En este momento, se está en los preámbulos de emplear alguna metodología. Esta es la forma en que se construye el conocimiento según Polya: sobre lo que alguien más ha realizado.
3. Ejecución del plan.	Toda vez que se tiene en claro un plan de ataque, este debe ejecutarse y observar los resultados. Desde luego que el tiempo para resolver un problema es relativo, en muchas ocasiones, es necesario un ir y venir entre la concepción y la ejecución del plan para obtener resultados favorables. En este sentido, han existido múltiples problemas matemáticos abiertos durante muchos años, por ejemplo, el último teorema de Fermat conjeturado en el siglo XVII que no fue demostrado sino hasta 1995.
4. Examinar la solución obtenida.	Es en esta etapa en donde la resolución de un problema da pie a un gran descubrimiento. El autor señala que en esta fase se procura extender la solución de un problema a tal vez algo más trascendente: "¿Puede emplear este resultado o el método en otro problema?" (p. 19).

Nota. Adaptado de May-Cen (2015), según Polya (1945)

Lo planteado por Polya podría resultar un tanto controversial, sobre todo en lo que respecta a la tercera fase, ejecutar el plan, en la medida en que su formulación como secuencia de pasos discretos podría inducir a una lectura mecanicista del proceso de resolución, donde el estudiante ejecuta un procedimiento previamente decidido sin necesariamente activar los procesos de control y regulación que, según Schoenfeld (1985), determinan el éxito o el fracaso en la resolución de problemas matemáticos, independientemente del dominio que se tenga de las heurísticas particulares. Esta observación no invalida el aporte de Polya, sino que advierte sobre el riesgo de reducir su propuesta a un algoritmo de cuatro etapas, cuando su valor reside precisamente en el carácter flexible y no lineal con que dichas etapas deben transitarse, tal como lo sugiere la posibilidad de retornar a fases anteriores expresada en la cuarta etapa, examinar la solución obtenida.

Esta tensión resulta pertinente para la presente investigación, en la medida en que uno de sus propósitos consiste precisamente en superar la reproducción algorítmica como única vía de aprendizaje, sin que ello implique desconocer la utilidad de contar con una

secuencia ordenada de pasos que oriente al estudiante durante el proceso de resolución. Sin embargo, en la primera fase, entender el problema, queda clara la necesidad de contextualizar la situación a resolver, aspecto que sí resulta coherente con el propósito de esta investigación, orientada pedagógicamente a la enseñanza de la matemática, enfocada al desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos y contextualizada en los estudiantes de básica secundaria de las instituciones educativas del departamento del Magdalena, Colombia.

En esta misma línea, Peñaloza (2019) expone que: "El método o pasos de Polya son estrategias didácticas útiles en la resolución de problemas matemáticos, debido a que fortalece la competencia matemática favoreciendo las operaciones básicas" (p. 169). De igual forma González (2023), concuerda con los autores precedentes, en relación con la capacitación que el docente debe tener para liderar el proceso de enseñanza de la matemática, al manifestar que:

> […] en la investigación, dinamizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del planteo y resolución de problemas comprende tres rasgos fundamentales en el marco de la formación del licenciado en Educación Matemática: 1. Estimular el aprendizaje desarrollador, dotando el conocimiento de significado y sentido, con orientación hacia la formación integral del futuro profesor de Matemática. 2. Formar modos de actuación que permitan accionar sobre la zona de desarrollo próximo, como expresión del razonamiento heurístico al plantear y resolver problemas. 3. Promover una concepción crítica del conocimiento matemático y didáctico, bajo estrecha unidad dialéctica entre planteo y resolución de problemas. (González, 2023, p. 23)

Lo planteado por González (2023), me permite inferir que:

> […] si bien el alumno es quien tiene el protagonismo del proceso, es el docente quien lleva las riendas durante el mismo, para lo cual debe estar suficientemente preparado para aplicar las herramientas didácticas adecuadas que le permitan al discente ejercer ese protagonismo, de manera que sin menoscabo de su autoridad el aprendiz tenga la libertad de desarrollar y expresar sus ideas con la convicción de ser escuchado, momento en el cual el docente podría complementar la idea sin restarle méritos a su pupilo, reconociendo su intención al logro. (González, 2023, p. 26)

Lo planteado anteriormente permite reconocer que el método Polya no opera en el vacío, sino que requiere un objeto de conocimiento sobre el cual desplegar su potencial heurístico. En el caso de la presente investigación, ese objeto es el pensamiento geométrico, categoría que encuentra en el método Polya un andamiaje particularmente pertinente, dado que la resolución de problemas geométricos demanda precisamente las cuatro fases que Polya sistematiza: la comprensión de la configuración espacial del problema, la

concepción de un plan que articule propiedades y relaciones geométricas, la ejecución del plan mediante razonamientos visuales y deductivos, y el examen de la solución desde una mirada que permita transferir el hallazgo a nuevas situaciones. En este sentido, la articulación entre el método Polya y el pensamiento geométrico no es arbitraria, sino que responde a una coherencia epistemológica: ambos comparten el principio de que el conocimiento matemático se construye progresivamente, a través de procesos de exploración, conjetura y verificación.

Esta progresividad en el desarrollo del razonamiento geométrico fue precisamente lo que fundamentó el Modelo de Razonamiento Geométrico propuesto por Van Hiele (1986), cuyos niveles jerárquicos de pensamiento constituyen el referente teórico central para comprender cómo los estudiantes de básica secundaria avanzan desde el reconocimiento intuitivo de las figuras hacia formas más elaboradas de abstracción, deducción y generalización geométrica, aspecto que se desarrolla en el siguiente apartado.

Desarrollo del Pensamiento Geométrico en la Resolución de Problemas Matemáticos

En este orden de ideas, como ya se ha enunciado, se ha proyectado generar un Modelo Teórico Educativo basado en el método de Polya. Habiendo desarrollado la fundamentación teórica de la primera categoría, en el presente apartado se sustenta la segunda categoría referida al desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos, cuyo contexto se ubica en los estudiantes de básica secundaria de las instituciones educativas del departamento del Magdalena.

Con base en la problemática planteada, es oportuno recordar que el hecho de mantener la aplicación de métodos de enseñanza-aprendizaje tradicionales, memorísticos y descontextualizados, caracterizados por la transmisión de fórmulas y definiciones desprovistas de sentido para el estudiante, por la repetición de ejercicios estandarizados sin variación en su estructura y por la desvinculación entre el objeto matemático y las situaciones cotidianas del entorno rural en que se desenvuelven los estudiantes, ha traído como consecuencia que los educandos no hayan desarrollado un pensamiento matemático y, por consiguiente, el pensamiento en la resolución de problemas matemáticos:

> En la Matemática escolar que se imparte en cada una de las enseñanzas, dentro de sus contenidos se encuentran los referentes a igualdad y semejanza de figuras. Para ello es necesario que los estudiantes realicen operaciones mentales tales como, analizar y sintetizar, comparar, clasificar, generalizar, concretar, abstraer y particularizar. Estas operaciones están presentes tanto en el trabajo con la nueva materia, como en la resolución de ejercicios y problemas. Lo anterior expresa la necesidad de buscar alternativas para el desarrollo de habilidades en los estudiantes para enfrentar estos tipos de problemas. ((González, 2023, p. 2)

Interpretando a los autores, sus aportes son congruentes con lo que se pretende lograr con la presente investigación, aun cuando la Geometría es un área de la matemática, es estudiada en todos los ámbitos educativos a nivel mundial, pues su objeto de estudio es indispensable para desarrollar el sentido espacial del aprendiz, además es un apoyo para aprender otras disciplinas como el Algebra, el Análisis Matemático, la Estadística entre otras, igualmente según Guzmán y Moreira (2014) “esta disciplina contribuye al desarrollo del pensamiento, en particular del pensamiento lógico, del pensamiento geométrico-espacial y del pensamiento heurístico” (p. 2).

En este contexto referencial en torno a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, es necesario mencionar los resultados que se han venido obteniendo en las pruebas nacionales e internacionales aplicadas en relación con esta área, donde los índices de rendimiento han arrojado una realidad preocupante, pues, tal como se documentó previamente, aproximadamente el 42 % de los estudiantes colombianos de educación media obtiene desempeños insuficientes o mínimos en razonamiento y argumentación matemática según los resultados de las pruebas Saber, proporción que se incrementa hasta el 58 % en instituciones educativas públicas rurales del país, por lo que se han hecho estudios que han concluido en orientar la enseñanza de la matemática desde el trabajo en el aula de clases, tal como lo señala Contreras (2022):

> […] desde las exigencias de formación en el mundo actual se requiere enfoques diferentes a la educación tradicional, y reconociendo la importancia de la naturaleza de la matemática por su aplicación de conocimientos en diferentes contextos, resulta fundamental emplear la resolución de problemas en situaciones concretas, buscando promover el desarrollo del razonamiento y argumentación en la enseñanza de la matemática. (Contreras, 2022, p. 25).

En este contexto referencial en torno a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es necesario mencionar los resultados que se han venido obteniendo en las pruebas nacionales e internacionales aplicadas en relación con esta área, donde los índices de rendimiento han arrojado una realidad preocupante. Por lo que se han hecho estudios

que han concluido en orientar la enseñanza de las matemáticas desde el trabajo en el aula de clases, tal como lo señala Contreras (2022):

> Desde las exigencias de formación en el mundo actual se requiere enfoques diferentes a la educación tradicional, y reconociendo la importancia de la naturaleza de la matemática por su aplicación de conocimientos en diferentes contextos, resulta fundamental emplear la resolución de problemas en situaciones concretas, buscando promover el desarrollo del razonamiento y argumentación en la enseñanza de la matemática. (Contreras, 2022, p. 25)

De esto se infiere la inminente necesidad de generar cambios en la forma de enseñar las matemáticas, lo que en consecuencia debería suscitar un cambio en la forma de aprender. Se trata de dejar atrás esquemas pedagógicos obsoletos, donde el docente explica un problema de forma incomprensible, que generalmente está fuera del contexto de interés para el estudiante, por lo que este se ve prácticamente obligado a memorizar el proceso a fin de dar solución al problema planteado, restándole importancia a la reflexión, el razonamiento, la creatividad argumentativa y el pensamiento heurístico del alumno.

Por otro lado, Ruiz et al., (2018) le otorgan a la argumentación relevancia por cuanto propicia la aportación de ideas, en intercambios dialógicos enriquecedores en la generación del conocimiento matemático, donde la disertación permite aclarar puntos, despejar dudas e incluso cambiar de forma de pensar con respecto a determinado tema cuando este ha sido sustentado apropiadamente.

En el marco de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y específicamente en el caso del desarrollo del pensamiento geométrico para la resolución de problemas, segunda categoría apriorística de la presente investigación, la competencia argumentativa es indispensable tanto en el docente como en el estudiante, debido al volumen de ideas que pueden surgir en el intercambio dialógico durante el proceso de búsqueda para solucionar un problema, ya que al no estar bien sustentadas, estas ideas no aportarán elementos para la construcción de una solución.

Por su parte, Van Hiele (1957, como se citó en Vargas y Gamboa, 2013) se refiere al pensamiento geométrico como:

> Un proceso mental en el cual se adquieren habilidades, capacidades y destrezas para comprender el pensamiento tridimensional. Se adquiere de forma progresiva a medida que avanza el desarrollo psicoevolutivo del niño. El pensamiento geométrico comprende las siguientes habilidades: 1. Reconocer visualmente la forma de los objetos. 2. Explorar conscientemente el espacio. 3. Comparar elementos observados. 4. Establecer relaciones entre objetos y verbalizarlo. 5. Descubrir propiedades

> de las figuras y transformaciones. 6. Construir modelos. 7. Resolver problemas geométricos. (Vargas y Gamboa, 2013, p. 56)

Asimismo, Van Hiele (1957, como se citó en Vargas y Gamboa, 2013) señala que en su modelo de pensamiento matemático, el cuerpo teórico está integrado por dos componentes principales: (a) descripción de las diferentes formas de razonamiento o pensamiento que llevan a cabo los estudiantes desde el razonamiento intuitivo hasta el razonamiento formal y abstracto; y (b) descripción de las características de cada fase o etapa del proceso de instrucción que puede ayudar a los estudiantes a alcanzar un nivel de pensamiento o razonamiento superior al que poseen en un momento dado.

De acuerdo con el autor, las fases que debe seguir el docente para enseñar o desarrollar el pensamiento geométrico en los alumnos son:

- Fase de información: Donde se presenta el tema de estudio.
- Fase de orientación dirigida: Se presenta el material o problema.
- Fase de explicitación: El alumno intenta verbalizar los resultados.
- Fase de orientación libre: Se entregan materiales o propuestas que generan nuevos planteamientos.

Fase de integración: Se adquiere una visión global de lo aprendido.

Igualmente, según la teoría de Pierre y Dina Van Hiele, los estudiantes avanzan en el desarrollo del pensamiento geométrico mediante la superación de diferentes niveles de conocimiento. Estos niveles y sus ejemplos son:

Nivel 0 – Visualización y reconocimiento: Los objetos se perciben como una unidad, luego se diferencian mediante descripciones visuales relacionándolos con otros elementos del entorno. No existe lenguaje geométrico y no se reconocen sus propiedades. Ejemplo: los alumnos identifican un rectángulo porque "parece una puerta" o la "tapa de una caja". Es decir, identifican las figuras geométricas comparándolas con objetos cotidianos.

Nivel 1 – Análisis: Adquieren la percepción de los componentes y propiedades de las figuras y objetos mediante observación y experimentación. No relacionan unas propiedades y figuras con otras. No hacen clasificaciones. Ejemplo: el niño identifica que un cuadrado

tiene lados y ángulos iguales, pero no es capaz de verbalizarlo, o explicar por qué es diferente de un rectángulo.

Nivel 2 – Orientación y clasificación: Describen las figuras de modo formal y realizan clasificaciones lógicas, estableciendo relaciones entre sus propiedades. En otras palabras, los estudiantes interrelacionan lógicamente propiedades de los conceptos, construyendo o siguiendo argumentos informales, son capaces de formular definiciones abstractas, reconocer cómo unas propiedades de los objetos geométricos se derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones. Ejemplo: identifican los lados y ángulos de los paralelogramos y los clasifican según distintos criterios.

Nivel 3 – Deducción formal: Se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales. El estudiante es capaz de demostrar un resultado de diferentes formas. Ejemplo: el alumno es capaz de demostrar de forma sintética o analítica que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.

Nivel 4 – Rigor: Se puede trabajar la geometría de forma abstracta. Es difícil de alcanzar.

Aspectos Legales

En la revisión realizada por la Corte Constitucional de Colombia (2015) a la Constitución Política de Colombia (1991), en su artículo 67, se manifiesta lo siguiente:

> …La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura. La educación formará al colombiano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico, tecnológico y para la protección del ambiente. El Estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los cinco y los quince años y que comprenderá como mínimo, un año de preescolar y nueve de educación básica. La educación será gratuita en las instituciones del Estado, sin perjuicio del cobro de derechos académicos a quienes puedan sufragarlos. Corresponde al Estado regular y ejercer la suprema inspección y vigilancia de la educación con el fin de velar por su calidad, por el cumplimiento de sus fines y por la mejor formación moral, intelectual y física de los educandos; garantizar el adecuado cubrimiento del servicio y asegurar a los menores las condiciones necesarias para su acceso y permanencia en el sistema educativo. La Nación y las entidades territoriales participarán en la dirección, financiación y administración de los servicios educativos estatales, en los términos que señalen la Constitución y la ley. (p. 24).

Partiendo de estos principios constitucionales, y de acuerdo con lo publicado en el sitio web del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2024) en el mes de febrero de 2024, la educación se define como:

> Un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes. El Ministerio de Educación Nacional trabaja para que la educación sea la principal herramienta de transformación social, cumpliendo estándares de calidad y así lograr que Colombia sea el país más educado de América Latina en el año 2025. (MEN, 2024, párr. 1)

En el marco del mismo comunicado en la página oficial, el MEN (2024) anuncia los cinco desafíos que orientan las políticas actuales en materia de educación, mismas que son definidas desde la perspectiva educativa como "un medio fundamental para superar la desigualdad y hacer de nuestro país una sociedad del conocimiento y los saberes propios" (párr. 3). Asimismo, el Estado se propone garantizar mediante "estrategias de acceso y permanencia, el derecho a la educación y desarrollo integral de las niñas, niños, adolescentes y adultos, desde la educación inicial hasta la posmedia" (MEN, 2024, párr. 4).

Igualmente, el MEN (2024) apunta hacia una educación de calidad centrada en la transformación pedagógica y curricular a través de la formación integral, la formación y desarrollo de la profesión docente, así como la construcción y mejoramiento de ambientes de aprendizaje pertinentes al territorio. La apuesta es por una educación humanista, incluyente, antirracista e intercultural que cuente, además, con un enfoque poblacional de género, regional, territorial y étnico, atendiendo especialmente a la ruralidad. Estos cinco desafíos son:

Reducir las desigualdades: Garantizar el derecho a la buena formación en el ser y el saber a poblaciones históricamente segregadas: pueblos étnicos, ruralidad dispersa, población víctima de conflictos y la violencia, jóvenes que no estudian ni trabajan, personas con necesidades especiales, víctimas de los impactos de la pandemia y territorios afectados por el cambio climático.

Reconocer a maestras y maestros: Distinguirles como líderes de la transformación social e intelectual de sus comunidades, motor de la movilidad social y constructores de paz, especialmente a las mujeres maestras resilientes.

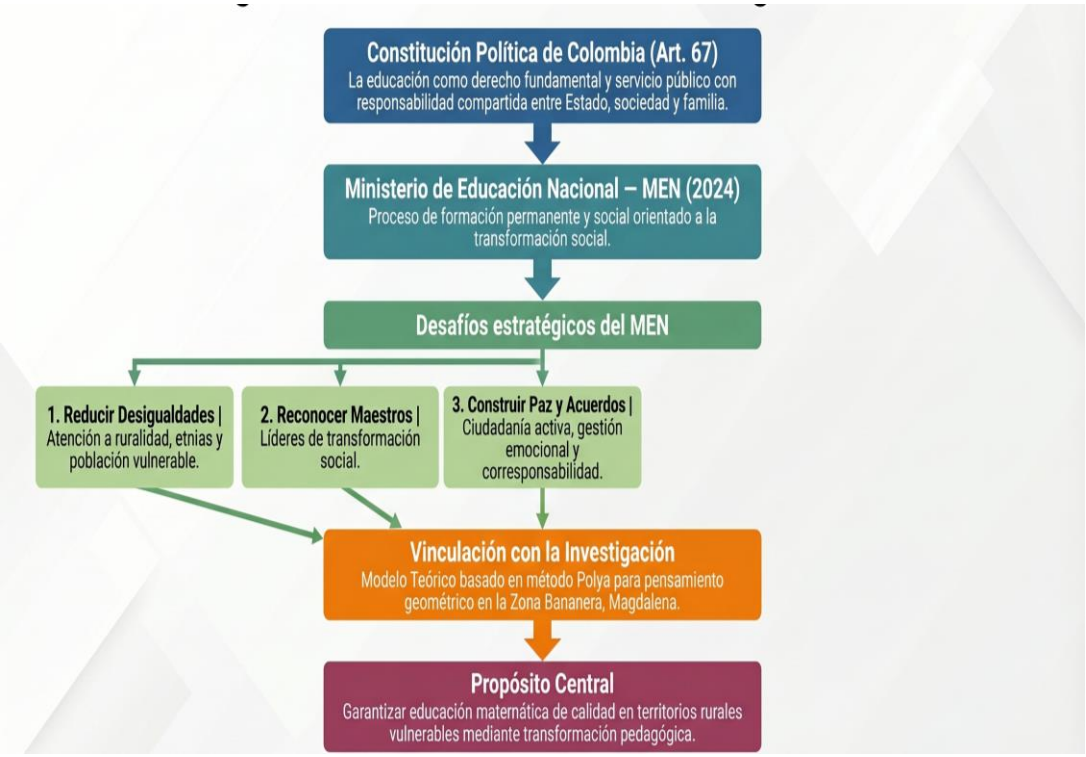
Construir la paz desde la educación: Desaprender el racismo, clasismo, machismo, centralismo y toda forma de discriminación, aparte de reconocer y valorar la diferencia. Aprender a ser ciudadanos en medio de una sociedad atravesada por el conflicto armado y la violencia; entender su historia e impacto y fundar un compromiso de reconciliación. Adquirir competencias para la gestión emocional, el sentido de vida y la humanidad, la empatía con las demás personas y la naturaleza, así como el decidir sobre su propio cuerpo con responsabilidad y autonomía.

Construir acuerdos ambiciosos: Tejer familia, sociedad y Estado, para ser corresponsables de la educación, como lo define el artículo 67 de la Constitución Nacional (Constitución Política de Colombia, 1991).

Aumentar la financiación: Para cumplir con lo propuesto en el Proyecto de Ley Estatutaria que Reglamenta el Derecho Fundamental a la Educación y, según la disponibilidad fiscal que se pueda comprometer, fijar metas en varios escenarios y converger desde distintas fuentes de financiación con prioridades claras que giren en torno a la corrección de desigualdades.

En atención a lo expuesto por el MEN (2024), se puede señalar que algunos aspectos han mejorado en la Zona Bananera del departamento del Magdalena; sin embargo, falta mucho por hacer, sobre todo en el aspecto educativo, de seguridad e infraestructura, tanto de las instituciones educativas como de las vías públicas y viviendas, las cuales se encuentran bastante deterioradas. En este contexto, niños y adultos mayores padecen el abandono e indiferencia de la sociedad y las autoridades, situación que refuerza la pertinencia de la presente investigación para contribuir a la transformación pedagógica en estos territorios.

Ilustración 1.
Bases legales



Nota. Elaboración propia.

MOMENTO III

EL SENDERO METODOLÓGICO

Paradigma de Investigación

Este sendero constituye el momento en el cual, como investigador, es indispensable organizar, sistematizar y desarrollar las actividades necesarias para llevar a término el trabajo investigativo, mediante la secuencia de los pasos a seguir, entre ellos: (a) determinar el paradigma, el enfoque, el proceso metodológico, los informantes clave, las técnicas e instrumentos, los métodos de interpretación de la información; (b) definir el abordaje epistemológico desde los cuatro planos del conocimiento; y (c) convenir el método seleccionado para llegar a la teorización como fin de la investigación.

Así pues, el paradigma es el interpretativo o hermenéutico; el enfoque de la presente investigación será el cualitativo. Desde la perspectiva de Sandín (2003), "un paradigma supone una determinada manera de concebir e interpretar la realidad. Constituye una visión del mundo compartida por un grupo de personas, y por tanto posee un carácter socializado" (pp. 28-29).

Esta concepción paradigmática resultó coherente con la naturaleza del fenómeno investigado y los propósitos perseguidos. Comprender cómo se desarrolla el pensamiento geométrico en estudiantes de básica secundaria, identificar las dificultades experimentadas al resolver problemas matemáticos, analizar las prácticas pedagógicas empleadas por los docentes y explorar las potencialidades del método Polya, son cuestiones que requieren adentrarse en las múltiples realidades construidas por los actores sociales, en sus experiencias vividas, en los significados atribuidos a sus prácticas y en las interpretaciones elaboradas sobre sus procesos de enseñanza y aprendizaje.

La elección del paradigma interpretativo se fundamentó en el reconocimiento epistemológico de que las realidades educativas vinculadas al desarrollo del pensamiento geométrico no existen como objetos independientes esperando ser descubiertos

objetivamente. Estas realidades se construyen socialmente, se significan culturalmente, se experimentan subjetivamente y se transforman continuamente mediante las interacciones cotidianas producidas en los espacios áulicos. Los procesos cognitivos mediante los cuales los estudiantes construyen gradualmente su comprensión de conceptos geométricos, las estrategias didácticas que los docentes diseñan para facilitar estos desarrollos y las dificultades experimentadas por ambos actores, constituyen fenómenos eminentemente sociales, culturalmente mediados, históricamente situados y subjetivamente experimentados.

González (2013) señala desde la perspectiva hermenéutica que este paradigma aborda la realidad como proceso cultural desde una mirada subjetiva, buscando comprender e interpretar las acciones humanas, las vivencias y experiencias, el sentir, con la finalidad de crear nuevas formas de ser (p. 91). Consecuentemente, el investigador debe desprenderse de pretensiones de objetividad positivista, evitando hacer juicios de valor sobre hechos o circunstancias percibidas en el contexto estudiado.

Esta orientación paradigmática implicó profundas consecuencias metodológicas. Significó adoptar una actitud hacia las experiencias compartidas por los informantes clave, suspendiendo temporalmente creencias y prejuicios sobre cómo debería funcionar el aprendizaje geométrico o cuáles serían las estrategias didácticas más apropiadas. Implicó reconocer que la posición como docente de la institución, aunque facilitaba el acceso privilegiado al contexto, también traía el riesgo de naturalizar prácticas que requerían ser problematizadas y comprendidas desde perspectivas renovadas.

Método Fenomenológico Hermenéutico de Van Manen (2003)

El paradigma hermenéutico de Van Manen (2003) orientó el trabajo hacia la búsqueda de comprensiones profundas antes que explicaciones causales superficiales. No se trataba simplemente de identificar factores causantes de dificultades en el pensamiento geométrico para proponer soluciones técnicas, sino de comprender la estructura de sentido subyacente a estas dificultades, los significados que docentes y estudiantes atribuyen a sus experiencias, las tradiciones pedagógicas configuradoras de las prácticas observadas y los horizontes de posibilidad que se abren cuando estas prácticas se transforman mediante la incorporación fundamentada del método Polya.

Van Manen (2003) plantea que la finalidad de la investigación en ciencias humanas para educadores consiste en alcanzar una competencia pedagógica esencial: "saber actuar con acierto y cautela en situaciones pedagógicas, partiendo de un carácter reflexivo cuidadosamente desarrollado" (p. 26). Este planteamiento conecta directamente con el propósito teleológico del estudio y su intencionalidad transformadora. El modelo teórico educativo que se busca generar no constituye solamente un ejercicio académico abstracto, sino una construcción teórica rigurosamente fundamentada que aspira a aportar orientaciones prácticas, contextualmente pertinentes, culturalmente situadas y pedagógicamente significativas para mejorar sustancialmente las prácticas de enseñanza de la geometría en las instituciones educativas del departamento del Magdalena.

Se trata de contribuir al desarrollo de esa competencia pedagógica esencial: saber cómo actuar apropiadamente en las situaciones concretas del aula, comprendiendo la singularidad de cada momento pedagógico, respondiendo sensiblemente a las necesidades específicas de cada estudiante y tomando decisiones didácticas fundamentadas en comprensiones profundas sobre cómo se desarrolla el pensamiento geométrico.

Actividades de Investigación Fenomenológica según Van Manen (2003)

De acuerdo con Van Manen (2003), la investigación fenomenológica en educación se desarrolla a través de seis actividades de investigación que se entrelazan dinámicamente:

Girar hacia la naturaleza de la experiencia vivida: El investigador se orienta hacia el fenómeno tal como se experimenta, antes de ser categorizado o teorizado. En este estudio, esto implicó preguntar: ¿Qué significa para los estudiantes vivir la experiencia de resolver problemas geométricos mediante el método Polya?

Investigar la experiencia tal como se vive: En lugar de conceptualizar el fenómeno, se busca capturar la experiencia vivida antes de la reflexión. Esto se logró mediante la observación participante, el diario de campo y las entrevistas en profundidad que permitieron acceder a las vivencias inmediatas de los informantes clave.

Reflexionar sobre los temas esenciales que caracterizan el fenómeno: Se identificaron los temas fenomenológicos que emergen de la experiencia vivida. En esta investigación, surgieron temas como: la confianza heurística, el tacto pedagógico en la

mediación geométrica, la vivencia del error como oportunidad y la construcción colaborativa del significado espacial.

Describir el fenómeno mediante el arte de escribir y reescribir: La escritura fenomenológica no es un informe final, sino un proceso continuo de aproximación al fenómeno. Los hallazgos se construyeron mediante ciclos iterativos de escritura, reflexión y reescritura que profundizaron gradualmente la comprensión del fenómeno.

Mantener una relación fuerte y orientada hacia el fenómeno: El investigador mantuvo un compromiso constante con la pregunta fenomenológica central, evitando desviarse hacia explicaciones causales o soluciones técnicas que no emergieran de la experiencia vivida misma.

Equilibrar el contexto de investigación considerando las partes y el todo: Se aplicó el círculo hermenéutico, comprendiendo que cada parte (cada entrevista, cada observación) solo cobra sentido en relación con el todo (la experiencia completa del aprendizaje geométrico), y viceversa.

Martínez (2004) define la investigación cualitativa como “aquella orientada a identificar la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que proporciona razón plena de su comportamiento y manifestaciones observables” (p. 45) Esta definición captura la esencia de lo perseguido en este estudio. El propósito no consistió en describir superficialmente las dificultades observables que presentan los estudiantes al enfrentar problemas geométricos, ni en enumerar las estrategias didácticas empleadas.

El propósito fundamental fue penetrar en la naturaleza profunda del fenómeno: comprender qué estructuras de pensamiento subyacen a las dificultades manifestadas, qué concepciones epistemológicas sobre el conocimiento matemático configuran las prácticas pedagógicas, qué dinámicas relacionales entre docente-estudiante facilitan u obstaculizan el desarrollo del pensamiento geométrico, qué factores contextuales propios del ambiente etnoeducativo rural median estos procesos y cómo el método Polya podría articularse significativamente con estas dinámicas existentes.

Planos del Conocimiento

Los cuatro planos del conocimiento constituyeron los ejes filosóficos y epistemológicos fundamentales que articularon la comprensión integral del fenómeno estudiado. Estos planos garantizaron la coherencia interna entre las concepciones ontológicas sobre la naturaleza de la realidad educativa, las posiciones epistemológicas sobre cómo se construye conocimiento válido, los fundamentos axiológicos que orientaron éticamente el proceso y los propósitos teleológicos que direccionaron el trabajo hacia metas claramente definidas. Desde la perspectiva de Van Manen (2003), estos planos no se comprenden como categorías separadas, sino como dimensiones entrelazadas de la experiencia vivida que se revelan mediante la reflexión hermenéutica.

Plano Ontológico

Actualmente, la vida de las personas se torna cada vez más compleja en todas sus dimensiones, tanto en lo personal como en lo social e institucional. En esta dinámica cargada de complicaciones y contradicciones, se han tornado más dificultosos los diferentes procesos metodológicos que permitan estudiar a profundidad al ser humano en su esencia, conocimiento que desde el punto de vista ontológico es indispensable para el progreso de la sociedad en que se vive.

Esta complejidad se manifiesta particularmente en los contextos educativos contemporáneos, donde confluyen múltiples factores configuradores de las experiencias de enseñanza y aprendizaje: presiones institucionales por cumplir estándares y alcanzar desempeños medibles, diversidad de estudiantes con ritmos y estilos de aprendizaje heterogéneos, limitaciones materiales que restringen las posibilidades didácticas, tensiones entre saberes académicos formales y conocimientos culturales locales, expectativas familiares y comunitarias sobre la educación, entre muchos otros elementos que interactúan de maneras complejas y frecuentemente contradictorias.

A partir de esta situación, ha venido proliferando una diversidad de métodos, herramientas, procedimientos, técnicas e instrumentos investigativos, con mayor énfasis en las Ciencias Humanas, para abordar y confrontar esta compleja realidad de manera comprehensiva, matizada y contextualmente sensible. Las aproximaciones metodológicas

han evolucionado desde modelos positivistas que pretendían estudiar los fenómenos educativos con los mismos métodos de las ciencias naturales, hacia enfoques interpretativos que reconocen la especificidad de lo humano y la necesidad de métodos apropiados para capturar la riqueza de la experiencia vivida.

Partiendo del principio ontológico de la metafísica que trata del ser en general y de sus propiedades trascendentales, se recupera la concepción que plantea Martínez (2004) sobre la persona humana. El autor argumenta que:

> Las ciencias humanas contemporáneas consideran a la persona como una superestructura de enorme complejidad, cuya riqueza vivencial excede ampliamente los alcances de una sola disciplina académica. El ser humano constituye una totalidad integrada que abarca dimensiones físicas, químicas, biológicas, psicológicas, sociales, culturales, éticas, morales y espirituales, cada una compuesta por múltiples subestructuras dinámicas que, relacionadas jerárquicamente, conforman la complejidad de la persona humana. (Martínez, 2004, p. 243)

Este reconocimiento de la complejidad constitutiva del ser humano resulta particularmente relevante para la presente investigación. Los estudiantes y docentes que participaron como informantes clave no son simplemente sujetos cognitivos abstractos que procesan información geométrica mecánicamente o aplican procedimientos matemáticos algorítmicos de forma desencarnada.

Son personas integrales cuyas capacidades para desarrollar pensamiento geométrico están mediadas por múltiples factores interrelacionados: factores biológicos como sus procesos de maduración cognitiva y desarrollo neurológico; factores psicológicos, incluyendo sus creencias epistemológicas sobre la naturaleza de las matemáticas, su autoeficacia académica, sus emociones frente a la resolución de problemas y su motivación hacia el aprendizaje; factores sociales como las interacciones con pares y docentes que configuran zonas de desarrollo próximo; factores culturales, incluyendo las formas de razonamiento espacial propias de sus comunidades afrodescendientes, los usos prácticos de la geometría en actividades cotidianas y las narrativas culturales sobre quién puede ser bueno en matemáticas; factores éticos como la valoración del esfuerzo sostenido, la honestidad académica y el respeto por el pensamiento ajeno; y factores espirituales relacionados con el sentido existencial atribuido a su formación educativa y p

Con base en estos argumentos, esta investigación, enfocada en los propósitos establecidos y en su pretensión de generar un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de instituciones educativas del departamento del Magdalena, mediante un recorrido sistémico, heurístico y dialógico, se sustentó en la información aportada por los propios actuantes de interés, desde sus propias vivencias, subjetividades e interacciones con el contexto vital, para develar las unidades de análisis como insumo generador de teorías emergentes como posible respuesta a las interrogantes planteadas y cumplimiento de los propósitos enunciados.

Esta fundamentación ontológica implicó reconocer que acceder a la comprensión del fenómeno requería atender a las voces auténticas de quienes lo viven directamente. No se trataba de imponer categorías teóricas preconcebidas desde marcos académicos externos, sino de permitir que emergieran inductivamente del análisis cuidadoso de las experiencias compartidas. Los estudiantes que experimentan cotidianamente las dificultades para visualizar relaciones espaciales, para traducir representaciones bidimensionales a concepciones tridimensionales y para aplicar teoremas geométricos en la resolución de problemas contextualizados, poseen un conocimiento vivencial invaluable. Similarmente, los docentes que día a día diseñan estrategias didácticas y se observan respuestas de sus estudiantes, ajustan sus intervenciones pedagógicas y reflexionan sobre la efectividad de sus prácticas, han construido saberes experienciales que ninguna teoría abstracta puede reemplazar.

La postura ontológica reconoció además que la realidad del desarrollo del pensamiento geométrico en la Institución Educativa Departamental Etnoeducativa de Tucurinca no existe como objeto externo, fijo e independiente esperando ser descubierto objetivamente. Esta realidad se constituye intersubjetivamente, se construye socialmente, se significa culturalmente a través de las interacciones cotidianas en los espacios áulicos, los significados compartidos sobre qué es la geometría y para qué sirve, las expectativas mutuas entre docentes y estudiantes, las tradiciones pedagógicas institucionalizadas históricamente y las comprensiones culturalmente situadas sobre el conocimiento matemático que circulan en la comunidad.

Desde la perspectiva fenomenológica de Van Manen (2003), la ontología de esta investigación se fundamenta en el concepto de experiencia vivida (lived experience). La realidad educativa no se comprende como un objeto externo medible, sino como un fenómeno que se revela en la vivencia cotidiana de estudiantes y docentes. El ser-en-el-mundo (being-in-the-world) heideggeriano, que influye profundamente en Van Manen, implica que el conocimiento geométrico no existe separado de quien lo experimenta, sino que se constituye en la relación significativa entre el estudiante, el problema geométrico y el contexto cultural que los rodea.

Plano Epistemológico

Partiendo de la acepción de epistemología como teoría de la ciencia, se deduce entonces que toda ciencia está asociada a un paradigma epistemológico, ya que para conocerla precisa de una matriz epistémica. Martínez (2011) plantea que esta matriz constituye el trasfondo existencial y vivencial, el mundo de vida y la fuente que origina y rige el modo general de conocer, propio de un período histórico-cultural y ubicado dentro de una geografía específica, consistiendo esencialmente en el "modo particular mediante el cual un grupo humano asigna significados a las cosas y hechos, es decir, en su capacidad y forma de simbolizar su realidad. (p. 64)

Interpretando al autor, este proceso epistemológico determina la manera como cada grupo social, civilización o cultura, en su devenir histórico-social mediante interacción dialéctica, ha generado la habilidad para estructurar la conformación de su matriz epistémica, la construcción de su historia, su cultura, sus creencias, valores y, en general, su existencia a partir de la forma de conocerlo.

Esta comprensión epistemológica resulta fundamental para el presente estudio, pues reconoce que las formas de conocer no son universales ni ahistóricas, sino que emergen de contextos específicos y están mediadas por tradiciones culturales particulares. En el caso específico de la Institución Educativa Departamental Etnoeducativa de Tucurinca, tomada como referente por ser la sede principal donde se concentra el mayor número de informantes de la investigación, existe una matriz epistémica propia que articula conocimientos ancestrales de las comunidades afrodescendientes con saberes académicos formales, condición que, dadas las similitudes socioculturales y económicas del territorio, se

extiende también a las otras tres instituciones educativas de la Zona Bananera que participan en el estudio. Las formas de razonamiento espacial, las concepciones sobre la medida y la proporción, las prácticas de resolución de problemas cotidianos que emplean los estudiantes y sus familias constituyen formas legítimas de conocimiento que interactúan de maneras complejas con el conocimiento geométrico formal enseñado en las aulas.

Comprender el desarrollo del pensamiento geométrico en este contexto requería atender a esta articulación entre diferentes matrices epistémicas, evitando imponer unilateralmente una visión académica occidental como única forma válida de conocimiento matemático. El método Polya, aunque desarrollado en contextos académicos diferentes, debía dialogar con estas formas locales de conocimiento y resolución de problemas para resultar verdaderamente significativo y apropiable por la comunidad educativa.

Con base en los planteamientos precedentes, al generar un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de instituciones educativas del departamento del Magdalena, desde una visión epistemológica donde el conocimiento sea entendido como la articulación de toda una estructura, en cuyo contexto interactúan en dinámica dialógica cada uno de los actores sociales involucrados, sean alumnos, profesores, familias, comunidad, currículo o investigador, tendiendo los puentes de la reconstrucción social mediante un proceso de investigación enfocado en el paradigma naturalista o cualitativo.

Esta visión epistemológica reconoce que el conocimiento sobre el pensamiento geométrico no reside aisladamente en ninguno de estos actores, sino que emerge de sus interacciones, diálogos, negociaciones de significado y construcciones compartidas. El docente aporta su conocimiento disciplinar de la geometría y su saber pedagógico sobre cómo enseñarla; el estudiante aporta sus conocimientos previos, sus formas particulares de razonar y sus estrategias intuitivas de resolución; las familias aportan usos prácticos de conceptos geométricos en actividades cotidianas; la comunidad aporta tradiciones culturales de orientación espacial y medición; el currículo aporta la estructuración formal de contenidos y la secuenciación didáctica; y el investigador aporta herramientas teóricas y metodológicas para sistematizar y teorizar sobre estos procesos.

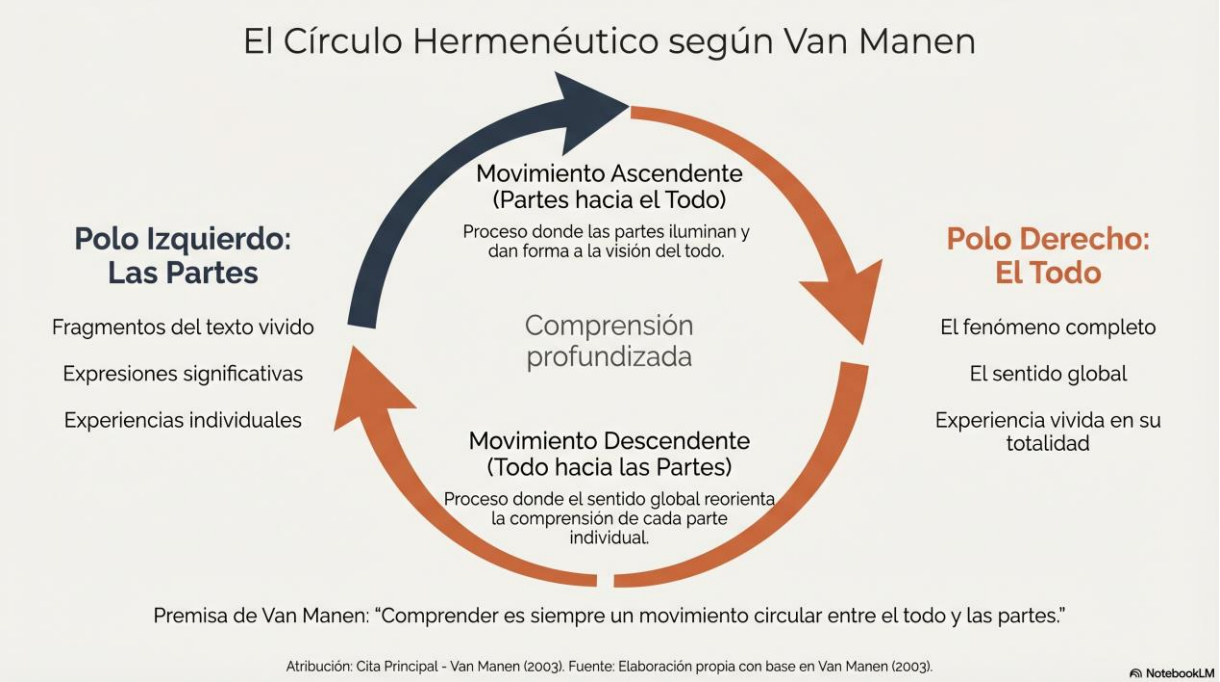
El proceso de construcción de conocimiento en esta investigación implicó tender puentes entre estas diferentes fuentes de conocimiento, buscando comprensiones que integraran rigurosidad académica con pertinencia contextual. No se trataba de imponer desde afuera un modelo teórico descontextualizado, sino de construir colaborativamente un modelo que emergiera de las realidades vividas por la comunidad educativa, nutrido tanto por teorías formales sobre pensamiento geométrico y resolución de problemas como por saberes experienciales de docentes y estudiantes de Tucurinca.

Desde la perspectiva fenomenológico-hermenéutica de Van Manen (2003), la epistemología de esta investigación se fundamenta en la reflexión hermenéutica sobre la experiencia vivida. El conocimiento válido no se obtiene mediante verificación empírica o generalización estadística, sino a través de la comprensión profunda de los significados que los actores atribuyen a sus experiencias. El investigador no es un observador neutral y distante, sino un intérprete comprometido que participa en el círculo hermenéutico, comprendiendo que cada parte (cada entrevista, cada observación) solo cobra sentido en relación con el todo (la experiencia completa del aprendizaje geométrico), y viceversa.

La validez del conocimiento en esta investigación fenomenológica no se mide por criterios positivistas de objetividad, confiabilidad y generalización, sino por: (a) la profundidad de la comprensión alcanzada; (b) la resonancia de las descripciones con las experiencias vividas por los participantes; (c) la capacidad del texto fenomenológico para iluminar aspectos del fenómeno que permanecían ocultos; y (d) la utilidad pedagógica del conocimiento generado para mejorar la práctica educativa. En este sentido, el Modelo Teórico Educativo que emerge de esta investigación constituye una teorización sustantiva fundamentada en la experiencia vivida, no una teoría formal abstracta desvinculada de la realidad contextual.

Ilustración 2.

Círculo hermeneútico según Van Manen (2003)



Nota. Elaboración propia a partir de Van Manen (2003)

Plano Axiológico

En el complejo mundo de la globalización, aceleradamente cambiante y tecnológicamente sobresaturada de información, surge el imperativo de formar líderes centrados en valores, capaces de fomentar una acción administrativa enfocada en relaciones de cooperación y centradas en la ética, la credibilidad, orientando políticas públicas a la satisfacción de los intereses comunes, necesidades y expectativas de ese ciudadano como valor emergente que garantice la construcción de consensos entre los actores involucrados.

En el ámbito educativo específicamente, esta formación en valores adquiere particular relevancia cuando se reconoce que los procesos de enseñanza y aprendizaje no son neutros axiológicamente, sino que están atravesados por valores, creencias y principios éticos que configuran las interacciones pedagógicas. La forma como los docentes organizan sus aulas, las oportunidades de participación que ofrecen a diferentes estudiantes, las expectativas que comunican sobre quiénes pueden ser exitosos en matemáticas y los

criterios que emplean para evaluar, todas estas prácticas están impregnadas de valores implícitos o explícitos.

En el contexto socioeducativo donde se desarrolló el proyecto de investigación sobre un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria, destacan las tesis del subjetivismo axiológico. Muñoz (1998) plantea que "estas perspectivas parten de una interpretación psicológica, en la medida que presuponen que el valor depende y se fundamenta en el sujeto que valora, identificándose el valor con algún hecho o estado psicológico" (p. 85)

Esta perspectiva reconoce que los valores no existen como entidades objetivas independientes, sino que emergen de las valoraciones que los sujetos realizan en sus contextos específicos. En el contexto de Tucurinca, por ejemplo, valores como la solidaridad comunitaria, el respeto por los mayores, la valoración de los saberes ancestrales y la importancia de la tierra y el territorio constituyen elementos axiológicos fundamentales que median las interacciones educativas y que deben ser reconocidos y respetados en cualquier intervención pedagógica.

Esta visión subjetivista admite además que todo valor depende de la aceptación de un grupo social, de forma que algo se define como bueno o malo, en función de la valoración que le otorga el grupo social mayoritario. Esto no implica un relativismo absoluto donde todo vale por igual, sino el reconocimiento de que las valoraciones se construyen social e históricamente y varían entre diferentes culturas. Lo que una comunidad urbana valora como comportamiento apropiado en el aula puede diferir significativamente de lo que valora una comunidad rural afrodescendiente, sin que necesariamente una valoración sea superior a la otra.

Reyero (2001) cuestiona y matiza la teoría psicologista señalando que "el valor no solamente se relaciona con sentimientos de agrado o desagrado ante un estímulo, sino que surge y se fundamenta en el deseo y apetito por los objetos" (p. 56). Según esta percepción, las cosas son valiosas porque las deseamos o apetecemos, y en este sentido, el valor se relaciona tanto a lo existente como al objeto ausente o inexistente. Igualmente, se puede

decir que en esto prevalece la controversia de estas apetencias, deseos o gustos, ya que los gustos difieren de persona a persona.

Es importante destacar que, en contraposición al subjetivismo axiológico, surge el objetivismo axiológico, entre cuyos partidarios se presentan dos perspectivas distintas a la hora de concebir la naturaleza de los valores; la escuela fenomenológica defenderá el valor como ideal y la otra como real o perspectiva realista. Seijo (2009) plantea que "según esta perspectiva, los valores poseen valor por sí mismos al margen de cualquier realidad física o psíquica, siendo el ser humano quien los capta a través de su experiencia sensible. (p. 155)

Esta perspectiva sugiere que existen valores universales que trascienden las particularidades culturales, aunque su aprehensión y expresión concreta puedan variar entre diferentes contextos. Valores como la búsqueda de la verdad, el respeto por la dignidad humana, la justicia y el bien común, podrían considerarse universales, aunque se manifiesten de formas culturalmente específicas.

En este marco axiológico-conceptual adquiere significancia el propósito principal de la investigación, pues el Modelo Teórico Educativo posibilitaría tanto el desarrollo del pensamiento matemático-geométrico, complementando el bagaje cognitivo de formación integral del educando, en un entorno de aprendizaje amigable, alegre, divertido, creativo, con libertad para expresarse, reconociendo a sus pares con respeto, en pocas palabras, adquiriendo los valores necesarios que se afianzarán durante su crecimiento hasta convertirse en ese líder mencionado al inicio de este apartado.

El método Polya, más allá de ser simplemente un conjunto de pasos procedimentales para resolver problemas matemáticos, implica y promueve valores fundamentales como la perseverancia ante las dificultades (no abandonar ante el primer obstáculo), la creatividad y flexibilidad mental (buscar múltiples caminos de solución, no conformarse con la primera estrategia intentada), la reflexión crítica y metacognitiva (evaluar la razonabilidad de las soluciones obtenidas, preguntarse si el resultado tiene sentido), la honestidad intelectual (reconocer errores, aprender de ellos en lugar de ocultarlos) y el trabajo colaborativo (compartir estrategias con los pares, aprender de los enfoques ajenos, construir conocimiento colectivamente).

Estos valores se alinean coherentemente con los objetivos de formación integral que persigue el sistema educativo colombiano y con las necesidades específicas del contexto etnoeducativo de Tucurinca. Formar estudiantes que sepan perseverar ante las dificultades resulta particularmente importante en contextos rurales donde frecuentemente se enfrentan adversidades y limitaciones materiales. Promover la creatividad y el pensamiento flexible es fundamental en comunidades que requieren constantemente resolver problemas prácticos con recursos limitados. Cultivar la reflexión crítica contribuye a formar ciudadanos capaces de analizar su realidad y participar activamente en la transformación de sus comunidades.

Desde la perspectiva fenomenológico-hermenéutica de Van Manen (2003), el plano axiológico de esta investigación se fundamenta en el concepto de tacto pedagógico. El tacto pedagógico no es una técnica enseñable, sino una sensibilidad ética desarrollada que permite al docente actuar apropiadamente en situaciones pedagógicas singulares. Van Manen (2003) describe el tacto pedagógico como "una forma de saber práctico que se manifiesta en la manera como el docente se relaciona con los estudiantes, mostrando sensibilidad hacia sus necesidades, respetando su dignidad, y actuando con cautela y acierto en momentos pedagógicos críticos. (p. 126)

Los valores que orientaron éticamente esta investigación fenomenológica incluyen:

Respeto por la experiencia vivida: Reconocer que las vivencias de estudiantes y docentes constituyen conocimiento válido y merecen ser escuchadas auténticamente, sin juicio ni imposición de categorías externas.

Confidencialidad y anonimato: Proteger la identidad de los informantes clave, especialmente en un contexto rural pequeño donde las relaciones comunitarias son cercanas y el reconocimiento podría generar incomodidad.

Consentimiento informado: Asegurar que todos los participantes comprendieran los propósitos de la investigación, sus derechos como informantes y su libertad para retirarse en cualquier momento sin consecuencia alguna.

Reciprocidad y devolución: Comprometerse a devolver los hallazgos a la comunidad educativa de manera accesible y útil, no simplemente extraer información para beneficio académico del investigador.

Sensibilidad cultural etnoeducativa: Reconocer y respetar los valores, saberes y prácticas de las comunidades afrodescendientes de la Zona Bananera, evitando imposiciones de visiones académicas occidentales como únicas formas válidas de conocimiento.

Compromiso con la transformación pedagógica: La investigación no se limita a describir la realidad, sino que aspira a contribuir a su mejora mediante el Modelo Teórico Educativo generado, que debe ser pertinente, aplicable y beneficioso para la comunidad educativa.

La relación ética investigador-participante en esta investigación fenomenológica se entendió como un encuentro dialógico horizontal, no como una extracción unidireccional de información. El investigador, siendo docente de la institución, asumió la responsabilidad ética de no aprovechar su posición de autoridad para coercer la participación, sino de invitar genuinamente a la colaboración basada en confianza mutua y beneficio compartido.

Plano Teleológico

En este aspecto es interesante resaltar la percepción de Huerga (2009), en cuanto a un generalizado desconcierto en los teóricos de la educación ante la dificultad de aclarar o dilucidar la existencia y/o el significado de fin o teleología en educación, haciendo énfasis en que lo más encontrado en los últimos años son acercamientos, no tanto a su concepto, como a su contenido.

Esta dificultad conceptual refleja la complejidad inherente a determinar los fines últimos de la educación en sociedades plurales y cambiantes, donde coexisten múltiples concepciones sobre qué significa educar y para qué se educa. Diferentes actores sociales (Estado, familias, docentes, estudiantes, empleadores, instituciones religiosas, movimientos sociales) poseen concepciones frecuentemente divergentes sobre los propósitos de la educación, generando tensiones que dificultan establecer consensos sobre su teleología.

Aunque resultara interesante el tema, no es el propósito del presente estudio investigar sobre el significado de fin o teleología en educación. Sin embargo, es preciso definir la perspectiva teleológica o fin del estudio en cuestión, el cual está reflejado, tácito, implícito en los propósitos planteados en la primera fase del informe y cuya finalidad es aportar un recurso de valor agregado a partir de las debilidades encontradas en las prácticas pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas en las instituciones educativas del departamento del Magdalena.

Las debilidades identificadas que motivaron el estudio incluyen la persistencia de metodologías tradicionales centradas en la memorización mecánica de fórmulas sin comprensión conceptual profunda, la escasez de estrategias sistemáticas y fundamentadas para la resolución de problemas geométricos, la dificultad que experimentan los estudiantes para visualizar relaciones espaciales y para transitar entre diferentes registros de representación (verbal, gráfico, simbólico), la limitada capacidad para aplicar conceptos geométricos en contextos cotidianos y situaciones prácticas, y la escasa disponibilidad de recursos didácticos apropiados para la enseñanza de la geometría en contextos rurales con limitaciones materiales.

Frente a estas debilidades identificadas mediante la experiencia docente directa y mediante observaciones sistemáticas del contexto, el modelo teórico propuesto constituiría un aporte significativo que ofrecería orientaciones teóricamente fundamentadas, pedagógicamente viables y contextualmente pertinentes para transformar estas prácticas limitantes en prácticas más potentes que efectivamente faciliten el desarrollo del pensamiento geométrico.

En este sentido, debido a que toda acción educativa se enmarca teleológicamente, ya sea de forma explícita o implícita, Monarca (2009) señala que:

> Se examina el trasfondo ético inseparable del teleológico, al que se concede carácter dinámico, planteando que no vale cualquier decisión, cualquier tipo de conocimiento, cualquier sentido vital, sino que la acción educativa hace referencia a un deber ser que ha de ser explicitado y compartido por la comunidad. (Monarca, 2009, p. 379)

De esto se desprende que en el presente proyecto se examine de manera reflexiva el propósito de generar un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el

desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria de instituciones educativas del departamento del Magdalena.

Este propósito teleológico no constituye simplemente un objetivo académico personal del investigador, sino que responde a un deber ser compartido por la comunidad educativa: todos los estudiantes, independientemente de su ubicación geográfica, condición socioeconómica, origen étnico o contexto cultural, tienen derecho fundamental a desarrollar plenamente su pensamiento matemático y a acceder a una educación de calidad que les habilite para comprender el mundo, resolver problemas y participar activamente en la sociedad.

El fin último del estudio trasciende la mera descripción académica del fenómeno para orientarse hacia la transformación efectiva de las prácticas pedagógicas. Se busca que el modelo teórico generado sea apropiado por los docentes del departamento del Magdalena, adaptado creativamente a sus contextos específicos considerando las particularidades de cada institución, y aplicado de manera que efectivamente contribuya a mejorar los aprendizajes de los estudiantes, no solamente en términos de rendimiento académico medible sino fundamentalmente en términos de desarrollo de capacidades de razonamiento, resolución de problemas y pensamiento crítico.

Este carácter transformador del propósito teleológico conecta el trabajo investigativo con las realidades concretas del aula, evitando que se convierta en un ejercicio puramente especulativo desvinculado de las necesidades reales de las comunidades educativas. La teorización perseguida no busca generar abstracciones alejadas de la práctica, sino comprensiones profundas que iluminen y orienten transformaciones concretas en el quehacer pedagógico cotidiano.

Desde la perspectiva fenomenológico-hermenéutica de Van Manen (2003), el plano teleológico de esta investigación se fundamenta en el concepto de competencia pedagógica. Van Manen plantea que la finalidad última de la investigación educativa no es producir teoría abstracta, sino desarrollar en los educadores la capacidad de “saber actuar con acierto y cautela en situaciones pedagógicas, partiendo de un carácter reflexivo cuidadosamente desarrollado. (p. 26)

Los propósitos teleológicos de esta investigación fenomenológica se orientan hacia:

Desarrollar competencia pedagógica situada: Que los docentes de la Zona Bananera del departamento del Magdalena puedan actuar con tacto pedagógico en situaciones específicas de enseñanza de la geometría, comprendiendo la singularidad de cada momento pedagógico y respondiendo sensiblemente a las necesidades de cada estudiante.

Transformar la experiencia vivida del aprendizaje: Que los estudiantes experimenten la resolución de problemas geométricos no como una imposición mecánica, sino como una vivencia significativa de descubrimiento, creatividad y construcción colaborativa del conocimiento.

Generar comprensión hermenéutica profunda: Que la comunidad educativa comprenda los significados subyacentes a las dificultades en el pensamiento geométrico, no como déficits individuales, sino como fenómenos mediados por factores culturales, pedagógicos y contextuales.

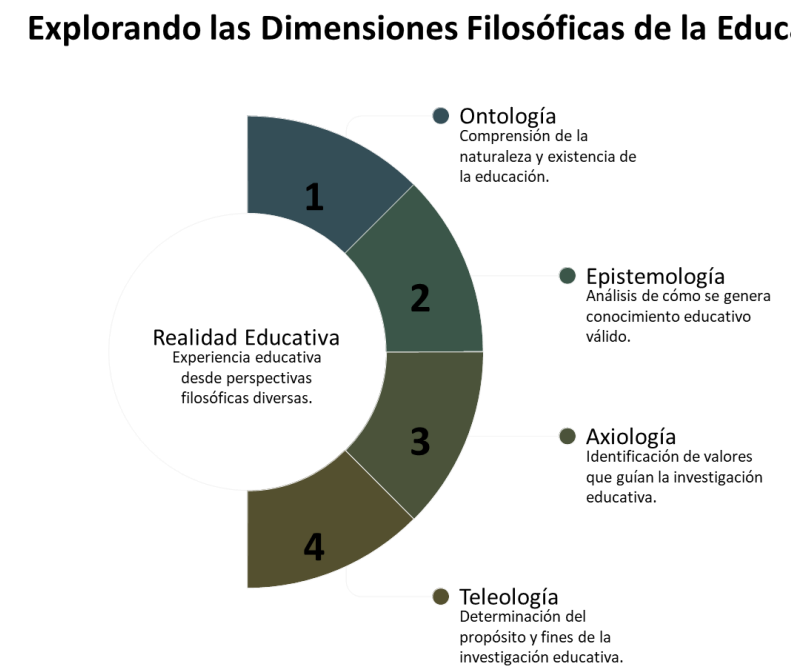
Contribuir a la justicia educativa: Que el Modelo Teórico Educativo generado contribuya a reducir las brechas educativas entre contextos urbanos privilegiados y rurales vulnerables, reconociendo que los estudiantes afrodescendientes de la Zona Bananera merecen acceso a educación matemática de calidad equivalente.

Fomentar la reflexividad pedagógica: Que los docentes desarrollen la capacidad de reflexionar críticamente sobre sus propias prácticas, cuestionando supuestos naturalizados y abriéndose a posibilidades transformadoras fundamentadas en la comprensión fenomenológica del aprendizaje geométrico.

El Modelo Teórico Educativo que emerge de esta investigación no es un fin en sí mismo, sino un medio para alcanzar la competencia pedagógica que Van Manen (2003) describe como el propósito último de la investigación educativa para educadores. Este modelo aspira a ser una herramienta viva, susceptible de adaptación creativa por los docentes, que oriente su acción pedagógica hacia el desarrollo genuino del pensamiento geométrico en estudiantes de contextos rurales colombianos.

Ilustración 3.

Planos del conocimiento de la investigación



Nota. Elaboración propia.

Proceso Metodológico

De acuerdo con la visión naturalista de la investigación cualitativa, así como las intenciones que se persiguen, para el desarrollo se adoptó el método fenomenológico-hermenéutico con base en los postulados de la investigación educativa y la experiencia de vida según Van Manen (2003), quien señala que este método puede verse como una interacción dinámica entre seis actividades investigadoras:

Centrarse en un fenómeno que interesa verdaderamente y compromete con el mundo: En esta investigación, el fenómeno central es la experiencia vivida del desarrollo del pensamiento geométrico mediante el método Polya en estudiantes de básica secundaria.

Investigar la experiencia del modo en que se vive, y no tal como se conceptualiza: Se buscó acceder a las vivencias inmediatas de estudiantes y docentes antes de ser categorizadas teóricamente, mediante observación participante y entrevistas en profundidad.

Reflexionar sobre los aspectos esenciales que caracterizan el fenómeno: Se identificaron los temas fenomenológicos emergentes que revelan la estructura de sentido del aprendizaje geométrico en el contexto etnoeducativo de Tucurinca.

Describir el fenómeno mediante el arte de escribir y reescribir: Los hallazgos se construyeron mediante ciclos iterativos de escritura fenomenológica que profundizaron gradualmente la comprensión del fenómeno.

Mantener una relación pedagógica firme con el fenómeno y orientada hacia él: El investigador mantuvo un compromiso constante con la pregunta fenomenológica central, evitando desviarse hacia explicaciones causales o soluciones técnicas no emergidas de la experiencia vivida.

Equilibrar el contexto de la investigación siempre considerando las partes y el todo: Se aplicó el círculo hermenéutico, comprendiendo que cada parte (cada entrevista, cada observación) solo cobra sentido en relación con el todo (la experiencia completa del aprendizaje geométrico), y viceversa.

Taylor y Bogdan (1992) sostienen que, en la investigación cualitativa, el proceso metodológico se caracteriza por ser progresivo, donde la recolección y el análisis de datos van de la mano, permitiendo ajustes continuos conforme emergen nuevas comprensiones. En este aspecto, es preciso destacar también que, en concordancia con Van Manen (2003), adoptar el método de investigación fenomenológico-hermenéutico permitió adentrarse en las experiencias de los actores sociales que viven la situación fenoménica en el contexto socioeducativo donde se presenta, la forma como la perciben, también como les afecta e incide en su cotidianidad educativa y personal. Igualmente, interpretar el significado que tiene para ellos el Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de básica secundaria, por el impacto en el cambio que esta novedad pueda tener en su quehacer áulico.

Las seis actividades de Van Manen (2003) se operacionalizaron en esta investigación de la siguiente manera:

Primera actividad: Centrarnos en el fenómeno

En relación con la primera actividad, el fenómeno en el cual se enfoca la investigación es de supremo interés tanto para la institución educativa, como para los estudiantes de educación básica secundaria e indiscutiblemente, para el investigador responsable del estudio y comprometido con la profesión docente que se ejerce en el mismo contexto investigativo, la IED Etnoeducativa de Tucurinca. Este interés no surgió de manera fortuita, sino de la observación sistemática de las dificultades recurrentes que enfrentan los estudiantes al resolver problemas geométricos, generando un genuino compromiso con comprender las causas profundas y buscar alternativas pedagógicas fundamentadas. Martínez (2004) plantea que "identificar la naturaleza profunda de las realidades constituye el propósito esencial de la investigación cualitativa, permitiendo dar razón plena de su comportamiento y manifestaciones observables. (p. 77)

Van Manen (2003) expresa que la investigación fenomenológica es el hecho de entregarse a una búsqueda, a una tarea verdadera, al cuestionamiento profundo de algo que restaura el sentido original de lo que significa ser un pensador, un investigador, un teórico (p. 49). Esta entrega implicó mantener viva la pregunta sobre cómo facilitar genuinamente el desarrollo del pensamiento geométrico, resistiendo conformarse con respuestas superficiales o soluciones rápidas que no abordan la complejidad del fenómeno. El compromiso con el mundo que menciona el autor se manifestó en reconocer que mejorar la enseñanza de la geometría tiene implicaciones profundas para la formación integral de los estudiantes, sus oportunidades futuras y la construcción de una sociedad más equitativa.

Sandín (2003) sostiene que el paradigma constituye una determinada manera de concebir e interpretar la realidad, siendo una visión del mundo compartida que posee carácter socializado. En contextos de inequidad educativa como el rural magdalenense, mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas contribuye a la justicia social, ampliando oportunidades de desarrollo académico y profesional para estudiantes históricamente en desventaja frente a contextos urbanos con mayores recursos.

En esta investigación, el fenómeno central se delimitó de la siguiente manera:

- Dimensión del Fenómeno
- Delimitación en este Estudio

- Fenómeno principal
- Experiencia vivida del desarrollo del pensamiento geométrico
- Mediación pedagógica
- Método Polya como estrategia heurística
- Contexto específico
- Instituciones educativas rurales del departamento del Magdalena
- Población focal
- Estudiantes de básica secundaria y docentes de matemáticas
- Propósito fenomenológico
- Comprender la esencia de la experiencia de resolver problemas geométricos

Segunda actividad: Investigar la experiencia vivida

Con respecto a la segunda actividad, investigar la experiencia del modo en que la vivimos es crucial para encontrar la respuesta del porqué de la situación fenoménica que afecta a toda la comunidad escolar, en especial a los alumnos quienes merecen una educación acorde también a sus intereses, necesidades y alcance cognitivo, puesto que esperan aprender para la vida, para forjarse un futuro prometedor. Esta actividad implicó un giro metodológico fundamental: privilegiar el acceso directo a las experiencias vividas tal como son experimentadas cotidianamente por estudiantes y docentes en su contexto específico, en lugar de partir de teorías abstractas sobre cómo debería ser el aprendizaje de la geometría. González (2013) argumenta que "el paradigma hermenéutico de Van Manen aborda la realidad como proceso cultural desde una perspectiva subjetiva, buscando comprender e interpretar las acciones humanas, las vivencias y experiencias. (p. 91)

Investigar la experiencia vivida significó prestar atención no solamente a lo explícitamente dicho por los participantes, sino también a dimensiones más sutiles: los silencios significativos, las dudas expresadas con vacilación, las expresiones corporales que acompañan sus narrativas sobre geometría. Gurdián-Fernández (2007) señala que "el sujeto en el paradigma cualitativo es acción y conciencia porque al ser constructor y productor del

mundo que elabora y reelabora, desecha cada día construcciones subjetivas de ese mundo en el cual vive y actúa. (p. 45)

Esta atención requirió desarrollar una actitud fenomenológica caracterizada por la suspensión temporal de creencias y prejuicios sobre cómo funciona el aprendizaje geométrico.

Van Manen (2003) enfatiza que la experiencia vivida no se refiere a reconstrucciones retrospectivas abstractas sino a la inmediatez de la experiencia tal como es vivida en el momento presente. Cuando un estudiante enfrenta un problema geométrico y experimenta esa sensación de no saber por dónde comenzar, esa búsqueda tentativa de estrategias, y eventualmente ese momento de participación cuando la solución se vuelve evidente, todas estas dimensiones experienciales constituyen el material fundamental para la comprensión fenomenológica del desarrollo del pensamiento geométrico en el contexto específico de Tucurinca. En esta investigación, la segunda actividad se operacionalizó mediante las siguientes técnicas de recolección de datos:

Entrevista en profundidad:

Acceder a las vivencias narradas de estudiantes y docentes sobre la experiencia de resolver problemas geométricos. 2 estudiantes, 2 docentes, 1 rector

Sendero Metodológico (Fase de recolección)

Observación participante:

Capturar la experiencia tal como se vive en el momento presente en el aula de estudiantes de básica secundaria

Diario de campo:

Registrar impresiones inmediatas, reflexiones y descripciones densas de las experiencias observadas

Evidencia fotográfica:

Documentar contextos espaciales y expresiones corporales que acompañan la experiencia

Tercera actividad: Reflexionar sobre los aspectos esenciales

En cuanto a la reflexión de la tercera actividad, Van Manen (2003) señala que "una verdadera reflexión sobre la experiencia vivida es, más bien, un conocimiento meditado y reflexivo sobre qué es lo que hace que tal o cual experiencia particular tenga su significación especial. (p. 49)

En atención a lo señalado por el autor, lo procedente al caso de la deficiencia en el área de matemáticas de los alumnos de básica secundaria en la IED Etnoeducativa de Tucurinca, consistió precisamente en conocer, mediante el proceso investigativo, lo que impedía que estos estudiantes consolidaran el pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos. Esta reflexión no se limitó a identificar factores causales superficiales, sino que buscó penetrar en las estructuras esenciales de la experiencia. Frente a ello, Martínez (2011) plantea que los estudios cualitativos se fundamentan en conocer las realidades en profundidad, constituyendo esta la razón plena de su comportamiento y revelaciones. (p. 64)

La reflexión sobre aspectos esenciales requirió distinguir cuidadosamente entre elementos accidentales o contingentes del fenómeno y aquellos que constituyen su núcleo invariante, su esencia. Por ejemplo, que un docente utilice el pizarrón tradicional o una presentación digital constituye un elemento accidental, mientras que la necesidad de que los estudiantes visualicen mentalmente las relaciones espaciales para comprender conceptos geométricos representa un aspecto esencial que permanece independientemente de los medios tecnológicos empleados.

Sandoval (2002) sostiene que la investigación cualitativa permite abordar los fenómenos estudiados desde sus aspectos particulares con una óptica interna que privilegia las perspectivas de los actores sobre sus propias realidades. Esta distinción entre lo esencial y lo accidental orientó el análisis hacia la identificación de aquellos elementos que verdaderamente configuran la experiencia de desarrollar pensamiento geométrico, independientemente de las variaciones superficiales entre diferentes contextos institucionales, diferentes docentes o diferentes estudiantes con trayectorias particulares.

Cuarta actividad: Describir mediante la escritura

La cuarta actividad metodológica, describir el fenómeno mediante el arte de escribir y rescribir, constituyó un componente fundamental del método fenomenológico-hermenéutico que frecuentemente se subestima en su importancia. Van Manen (2003) enfatiza que la escritura no es simplemente un medio neutral para reportar hallazgos previamente establecidos, sino que constituye un método de investigación en sí mismo, una forma de pensar, de indagar y de comprender profundamente el fenómeno. A través del proceso iterativo de escribir y reescribir, las comprensiones iniciales se profundizan significativamente, se clarifican progresivamente, se matizan cuidadosa y frecuentemente se transforman sustancialmente durante el proceso mismo de plasmación textual.

Martínez (2004) argumenta que la investigación cualitativa trata de identificar la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento. Este proceso de escritura fenomenológica buscó evocar en el lector la experiencia vivida que se está describiendo, más allá de simplemente informar sobre ella de manera abstracta y distanciada. Implicó encontrar el lenguaje apropiado para capturar la riqueza experiencial del fenómeno sin reducirlo a categorías técnicas desencarnadas que pierden la textura vivencial de las experiencias concretas.

González (2013) plantea que la tarea del investigador consiste en interpretar y penetrar en la malla de sentidos y significados que son atribuidos por los protagonistas del fenómeno estudiado. La escritura y reescritura constante permitió refinar progresivamente las descripciones, eliminando elementos superfluos, entendidos como aquellas expresiones redundantes, digresiones ajenas a la experiencia narrada o detalles anecdóticos sin valor fenomenológico que desviaban la atención del lector de la esencia del fenómeno, añadiendo matices importantes que habían pasado desapercibidos en versiones anteriores, y ajustando el lenguaje hasta lograr capturar con mayor fidelidad la esencia de la experiencia vivida en el contexto de Tucurinca.

Quinta actividad: Mantener la relación pedagógica

La quinta actividad, mantener una relación pedagógica firme con el fenómeno y orientada hacia él, recordó constantemente durante todo el proceso investigativo que el propósito último de la investigación fenomenológica en educación no es la mera producción de conocimiento académico abstracto destinado exclusivamente a la comunidad científica. Van Manen (2003) señala que “el fin de la investigación en ciencias humanas para

educadores es alcanzar una competencia pedagógica esencial: saber actuar con acierto y cautela en situaciones pedagógicas, partiendo de un carácter reflexivo cuidadosamente desarrollado. (p. 26)

Esta orientación implicó preguntarse continuamente: ¿Cómo pueden estas comprensiones emergentes informar y transformar las prácticas de enseñanza de la geometría?

Por su parte, Martínez (2004) sostiene que "la teorización implica diversas habilidades de procesamiento de la información, tales como percibir, comparar, contrastar, integrar, unificar y establecer nexos entre categorías emergentes. (p. 89)

Mantener esta relación pedagógica significó resistir la tentación de perderse en abstracciones teóricas desconectadas de las realidades concretas del aula, de producir un discurso académico sofisticado pero inaccesible e inutilizable para los docentes practicantes. Cada categoría emergente del análisis, cada interpretación desarrollada mediante el proceso hermenéutico de Van Manen (2003), cada comprensión alcanzada sobre el fenómeno fue evaluada en términos de su relevancia pedagógica.

Hurtado (2010) plantea que el diseño de campo permite acceder directamente a los fenómenos en sus escenarios naturales de ocurrencia, facilitando la comprensión situada. La relación pedagógica con el fenómeno se manifestó también en el compromiso sostenido con las comunidades educativas participantes, asegurando que el proceso investigativo no las instrumentalizara como meras fuentes de datos, sino que contribuyera efectivamente a mejorar sus condiciones educativas en la IED Etnoeducativa de Tucurinca.

Sexta actividad: Equilibrar partes y todo

La sexta actividad, equilibrar el contexto de la investigación siempre considerando las partes y el todo, reconoció que la comprensión fenomenológica auténtica requiere un movimiento hermenéutico (Van Manen, 2003) constante entre los detalles particulares y la visión global del fenómeno. Cada experiencia particular narrada por un participante individual fue comprendida en relación con el contexto más amplio del desarrollo del pensamiento geométrico, y simultáneamente, la comprensión global del fenómeno se enriqueció y matizó a partir de cada experiencia particular analizada. Taylor y Bogdan (1998) señalan que "en la investigación cualitativa, lo verdaderamente importante es el potencial de cada caso para ayudar al investigador en el desarrollo de comprensiones teóricas sobre el área estudiada. (p. 78)

Martínez (2004) plantea que “la matriz epistémica constituye el trasfondo existencial y vivencial que origina y rige el modo general de conocer, propio de un período histórico-cultural. (p. 64)

Este equilibrio implicó atender tanto a los árboles como al bosque, evitando dos riesgos opuestos: perderse en detalles minuciosos que oscurecen la visión global del fenómeno, o mantenerse en generalidades abstractas que ignoran la riqueza de las experiencias particulares. El método fenomenológico-hermenéutico de Van Manen (2003) requiere navegar constantemente entre estos dos polos, usando cada uno para iluminar y enriquecer al otro.

Van Manen (2003) enfatiza que el investigador fenomenológico debe mantener siempre presente tanto las experiencias particulares como su significación en el contexto más amplio del fenómeno estudiado. El equilibrio entre partes y todo se manifestó también en la necesidad de situar el fenómeno estudiado en sus múltiples contextos concéntricos: el contexto inmediato del aula de geometría, el contexto institucional de Tucurinca, el contexto regional del departamento del Magdalena, el contexto nacional del sistema educativo colombiano y el contexto global de las investigaciones sobre pensamiento geométrico.

Informantes Clave

En este punto se define la población o grupo de sujetos actuantes que conformaron las unidades observables y que aportaron la información necesaria para el desarrollo de la investigación. En tal sentido, desde una perspectiva dinámica, dialógica y holística, Gurdián-Fernández (2007) señala que:

El sujeto en el paradigma cualitativo es acción y conciencia porque al ser constructor y productor del mundo que elabora y reelabora, desecha cada día construcciones subjetivas de ese mundo en el cual vive y actúa. (p. 108)

Desde este escenario epistemológico, la observación científica no es pura ni objetiva, sino que lo observado se inserta inevitablemente dentro de una matriz o marco referencial, constituido por los intereses investigativos, valores éticos, actitudes metodológicas y creencias epistemológicas de la persona que investiga, lo cual le otorga un sentido subjetivo e interpretativo a lo observado.

Martínez (2004) plantea que, en la investigación de corte cualitativo, se espera que las unidades de observación se den con base en criterios de intencionalidad, reconociendo que la selección de participantes no busca representatividad estadística sino riqueza informativa y profundidad experiencial. Esta comprensión orientó la selección de los informantes clave, reconociendo que no se trataba de obtener una muestra estadísticamente representativa que permitiera generalización cuantitativa, sino de identificar participantes cuyas experiencias vividas pudieran aportar comprensiones ricas, profundas y significativas sobre el fenómeno estudiado en el contexto específico del departamento del Magdalena.

Sandoval (2002) sostiene que la investigación cualitativa permite abordar los fenómenos estudiados desde sus aspectos particulares con una óptica interna que privilegia las perspectivas de los actores sobre sus propias realidades. Todo esto se traduce en enfocar la investigación en las personas, en su historia biográfica, sus significaciones construidas, sentimientos experimentados y experiencias de vida acumuladas, asociaciones establecidas, vínculos desarrollados, grupos de pertenencia, redes sociales y sistemas de comunicación. Es así como fue posible develar las formas cómo los actores sociales involucrados en el estudio construyen conocimiento sobre la realidad social y educativa que viven cotidianamente en la Institución Educativa Departamental Etnoeducativa de Tucurinca.

En este contexto investigativo, los sujetos actuantes que conformaron la población de estudio fueron los jóvenes estudiantes y profesores de Educación Básica Secundaria de las instituciones educativas del departamento del Magdalena, tomando como muestra intencional los pertenecientes a la Institución Educativa Departamental Etnoeducativa de Tucurinca, y como informantes clave dos docentes, dos estudiantes y un rector, en consecución de la información necesaria para sistematizarla, analizarla y codificarla convenientemente para obtener las categorías teóricas emergentes durante el proceso para la teorización en concordancia con los propósitos de la investigación.

Taylor y Bogdan (1998) enfatizan que el número de casos a estudiar carece relativamente de importancia, siendo lo verdaderamente importante el potencial de cada caso para ayudar al investigador en el desarrollo de comprensiones teóricas sobre el área estudiada de la vida social. Para el caso concreto del estudio, se seleccionaron cinco informantes clave cuya configuración permitió capturar una diversidad de perspectivas sobre el fenómeno estudiado desde diferentes contextos y experiencias. Una vez que se

tuvo esta información, se procedió a seleccionar a los informantes considerando criterios específicos que garantizaron la pertinencia de los participantes y la riqueza informativa necesaria para comprender profundamente el desarrollo del pensamiento geométrico mediante el método Polya.

Van Manen (2003) sostiene que los informantes en la investigación fenomenológica deben poseer experiencias ricas del fenómeno estudiado y capacidad para articular reflexivamente dichas experiencias. Los dos docentes informantes fueron seleccionados considerando los siguientes criterios: en primer lugar, que desempeñaran su labor en el nivel de educación básica secundaria; en segundo lugar, que tuvieran experiencia mínima de cinco años en la enseñanza de las matemáticas, garantizando conocimiento experiencial consolidado; en tercer lugar, que poseyeran formación profesional como licenciados en matemáticas o áreas afines; en cuarto lugar, que conocieran profundamente el contexto etnoeducativo rural de Tucurinca; y en quinto lugar, que manifestaran disposición voluntaria y genuina para participar en la investigación compartiendo reflexivamente sus experiencias pedagógicas, sus dudas, fracasos y éxitos.

Martínez (2004) plantea que la selección intencional de informantes debe basarse en criterios que garanticen la riqueza comprensiva del estudio y el acceso a experiencias significativas del fenómeno. Los dos estudiantes informantes fueron seleccionados considerando criterios complementarios: estar cursando grados de básica secundaria donde se consolidan conceptos geométricos fundamentales; haber demostrado interés genuino por las matemáticas independientemente de su rendimiento académico; poseer capacidad de articular reflexivamente sus experiencias de aprendizaje; y manifestar disposición voluntaria para participar compartiendo sus vivencias sobre el desarrollo del pensamiento geométrico y la resolución de problemas matemáticos en el contexto específico de Tucurinca.

El rector fue seleccionado como informante clave por su visión institucional del fenómeno, su conocimiento del contexto educativo rural y su capacidad para contextualizar las prácticas pedagógicas dentro de la cultura institucional de la IED Etnoeducativa de Tucurinca.

La configuración final de estos cinco informantes clave permitió capturar la diversidad necesaria de experiencias sobre el fenómeno estudiado: docentes con diferentes trayectorias profesionales y niveles de formación académica, estudiantes con diferentes

perfiles de rendimiento académico y motivación hacia las matemáticas, y la visión institucional del rector que contextualiza las prácticas pedagógicas. Gurdián-Fernández (2007) sostiene que esta diversidad enriquece la comprensión del fenómeno al permitir identificar tanto patrones comunes que atraviesan diferentes contextos como particularidades significativas que matizan la comprensión global del desarrollo del pensamiento geométrico mediante el método Polya en las instituciones educativas del departamento del Magdalena.

Tabla 4.

Caracterización de los informantes clave docentes (IC)

Código	Función	Descripción
IC1	Docente de matemáticas	Docente con más de 18 años de experiencia en la enseñanza de las matemáticas en las instituciones públicas del Departamento del Magdalena con especialización en Pedagogía de las Matemáticas
IC2	Docente de matemáticas	Docente licenciada en Matemáticas que se desempeñó en los grados sexto y séptimo donde se establecen las bases del pensamiento geométrico formal
IC3	Docente de matemáticas	Docente licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas con más de 12 años de experiencia. Estudiante de maestría en Educación Matemática

Nota. Los códigos IC1, IC2 e IC3 se refieren a los maestros participantes. Se utilizaron estos códigos con la finalidad de respetar la confidencialidad de los actores. Fuente: Elaboración propia.

Código	Edad	Grado	Rendimiento académico en matemáticas
Estudiante 1-IC4	15 años	9°	Desempeño básico
Estudiante 2- IC5	14 años	9°	Desempeño superior

Nota. Elaboración propia

Procedimiento para la recolección de la información

Para este proceso, se aplicaron técnicas e instrumentos utilizados en las investigaciones cualitativas, así como se hizo uso de la información que los participantes seleccionados intencionalmente aportaron al estar involucrados en el fenómeno de estudio para el desarrollo de este. Mediante la técnica de la observación participante y el registro en el diario de campo, así como evidencias fotográficas, se procuró captar aspectos de la realidad en la que se desenvuelven tanto los docentes como los estudiantes, tomando en cuenta expresiones, gestos y posturas como elementos simbólicos que subyacen en los mismos. También se empleó la entrevista semiestructurada, la cual se fundamentó en

preguntas abiertas que se formularon con el fin de lograr el propósito esencial de esta investigación.

En concordancia con el método de investigación, destaca lo mencionado por Van Manen (2003), cuando señala que:

> Debemos distinguir entre "método" y "metodología" de investigación, y entre "método", "técnica" y "procedimiento" de investigación. Por un lado, la palabra "metodología" se refiere al marco filosófico, las suposiciones y características fundamentales de una perspectiva basada en las ciencias humanas. (p. 45)

Asimismo, la palabra "técnica" se refiere “a la variedad prácticamente inagotable de procedimientos teóricos y prácticos que se pueden inventar o adoptar para desarrollar un determinado método de investigación” (p. 46) y de igual forma “el término "procedimiento" se refiere a varias reglas y rutinas asociadas con la práctica de la investigación. (p. 46)

Las técnicas de recolección de información se alinean con la Actividad 2 de Van Manen (Investigar la Experiencia Vivida):

Entrevista semiestructurada: Acceder a las vivencias narradas sobre la experiencia de desarrollar pensamiento geométrico mediante el método Polya.

Observación participante: Capturar la experiencia tal como se vive en el momento presente en el aula durante la resolución de problemas geométricos.

Diario de campo: Registrar impresiones inmediatas, reflexiones y descripciones densas de las experiencias observadas.

Evidencia fotográfica: Documentar contextos espaciales y expresiones corporales que acompañan la experiencia de aprendizaje geométrico

Análisis e interpretación de la información recaba

El análisis de la información es un aspecto importante y clave en el proceso de investigaciones cualitativas; se inicia desde el momento en que se comienza la investigación. Según Taylor y Bogdan (1992) “siendo un proceso progresivo en la investigación cualitativa, ambos aspectos, recolección y análisis de los datos, van de la mano” (p. 133)

A lo largo de la observación, las entrevistas y otras técnicas cualitativas, los investigadores siguen la pista de los temas emergentes, se leen las notas de campo o transcripciones, se desarrollan conceptos y proposiciones otorgándole sentido a las aportaciones. Asimismo, “a medida que su estudio avanza, comienzan a enfocar los

intereses de su investigación, formular las preguntas directivas, controlar las historias de los informantes y a seguir los guiones e intuiciones" (p. 158)

En este punto es necesario mencionar que el proceso para el análisis de los datos cualitativos se realizó mediante el uso del software ATLAS.ti 9, cuya aplicación permitió generar los códigos surgidos a partir de la transcripción y selección de las expresiones significativas aportadas por los informantes clave durante las entrevistas, los cuales se constituyeron en las redes semánticas analíticas que dieron origen a la reducción de los datos para su interpretación y posterior teorización.

En esta investigación fenomenológico-hermenéutica, el análisis de la información se alineó con las actividades 3, 4 y 6 de Van Manen (2003):

Actividad 3: Reflexionar sobre temas esenciales, identificar esencias que revelan la estructura de sentido del fenómeno.

Actividad 4: Escribir y reescribir, profundizar la comprensión mediante ciclos iterativos de descripción.

Actividad 6: Equilibrar partes y todo, aplicar el círculo hermenéutico para validar comprensiones.

La interpretación de la información se fundamentó en la reflexión hermenéutica de Van Manen (2003), quien plantea que:

La interpretación fenomenológica no busca explicar causalmente el fenómeno, sino comprender su significado esencial tal como es vivido por quienes lo experimentan. (p. 89)

En este sentido, la interpretación no consistió en buscar relaciones causales entre variables, sino en penetrar en la estructura de sentido subyacente a la experiencia de desarrollar pensamiento geométrico mediante el método Polya. Cada tema fenomenológico emergente fue interpretado considerando: (a) su resonancia con las narrativas de los informantes; (b) su coherencia con el contexto etnoeducativo rural del departamento del Magdalena; (c) su potencial para orientar la práctica pedagógica; y (d) su contribución a la comprensión integral del fenómeno estudiado.

Credibilidad de los resultados

De acuerdo con lo explicitado por Gurdián-Fernández (2007), este apartado es de gran relevancia, pues toda investigación debe demostrar el grado de credibilidad que

requiere un estudio científico, más aún cuando se trata de las experiencias de vida que atañen a las personas en un contexto determinado. Al respecto, la autora hace énfasis en que:

> La calidad de un estudio está determinada, en gran medida, por el rigor metodológico con que se realizó la investigación. Los criterios de calidad para los estudios cualitativos son: la credibilidad, la confirmabilidad y la transferibilidad o aplicabilidad. (Gurdián-Fernández, 2007, p. 221)

Continuando con la autora:

> La credibilidad se logra cuando los hallazgos del estudio son reconocidos como «reales» o «verdaderos» por las personas que participaron en el estudio y por aquellas que han experimentado o estado en contacto con el fenómeno investigado. La confirmabilidad se refiere a la neutralidad de la interpretación o análisis de la información, es decir, la certeza de la existencia de datos para cada interpretación. La transferibilidad consiste en la posibilidad de transferir los resultados a otros contextos o grupos. (Gurdián-Fernández, 2007, p. 223)

Por otro lado, la técnica de la triangulación, la cual se puede expresar desde la comparación entre los aportes teóricos, la información recabada de los participantes e informantes clave y lo generado del análisis por parte del investigador. Esta triangulación también puede ofrecer una saturación de la información que igualmente puede otorgar confirmabilidad debido a la consecuente repetición de esta.

Con base en Cadenas (2007, como se citó en Pérez, 2023) “la credibilidad implica que las personas estudiadas reconozcan los hallazgos y resultados de la investigación de acuerdo con lo que ellos piensan. (párr. 5). Es decir, consiste en adecuar las elaboraciones teóricas-empíricas del investigador al sentido que los actores sociales participantes le otorgan a sus acciones y discursos. De acuerdo con Pérez (2023):

> Para lograr la credibilidad de la investigación, algunos criterios son: la permanencia prolongada en el campo, la triangulación de observadores, el devenir miembro del grupo y participar de debates con académicos especializados en el área en el contexto de jornadas y congresos con el fin de establecer comparaciones en los resultados con otros investigadores. (párr. 8)

En atención a lo planteado por los autores y como autor responsable de la presente investigación, se reconoce que se forma parte de la nómina de docentes contratados en la IED Etnoeducativa de Tucurinca, donde se ejerce como profesor en el área de matemáticas en el grado once de educación media, por lo que se conoce la situación que motivó el estudio. Además, se cuenta con la colaboración de otros dos colegas de la misma

institución, quienes también participan en el programa de Doctorado en Educación impartido por la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL).

Esta posición del investigador se enmarca en la reflexividad fenomenológica de Van Manen (2003), quien señala que “el investigador en ciencias humanas no es un observador distante, sino un intérprete comprometido que debe desarrollar un carácter reflexivo cuidadosamente para actuar con acierto y cautela en situaciones de investigación. (p. 26)

En este sentido, la condición de docente-investigador no se consideró una limitación, sino una oportunidad para acceder genuinamente a la experiencia vivida del fenómeno, siempre que se mantuviera la rigurosidad de la epoché fenomenológica y la validación hermenéutica de los hallazgos mediante los criterios de credibilidad establecidos.

Sustento Bioético

En primer lugar, es preciso definir el término bioético. Según Reich (1993), lo define como “el estudio sistemático de la conducta humana en el área de las ciencias de la vida y de la salud, examinadas a la luz de los valores y de los principios morales. (p. 24). Desde esta perspectiva, por tratarse de un estudio relacionado con las ciencias sociales donde se pretende explorar, develar, interpretar y evaluar actitudes, percepciones, supuestos y sentimientos de un grupo determinado de personas frente a un fenómeno que los afecta, todo lo cual se constituye en cuestiones epistemológicas relacionadas con modelos explicativos sobre la conducta humana.

En este orden de ideas, donde se asocia la ética que formula la dimensión moral de la vida humana con sus principios y valores de respeto, responsabilidad y honestidad de cara a las prácticas que se ejercen en la investigación, se debe contemplar el reconocimiento de la creación ajena, que, en contrapartida, el desconocimiento es penado por la ley de acuerdo con lo establecido en el artículo 19 de la Ley sobre Derecho de Autor “en caso de que una determinada obra sea publicada o divulgada por persona distinta a su autor, éste tiene el derecho de ser reconocido como tal, determinando que la obra lleve las indicaciones correspondientes. (Ley 23 de 1982, art. 19)

Esto significa que toda obra que se publique total o parcialmente debe hacerse el respectivo reconocimiento a su autor. Es decir, tal como lo señala el Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales (Universidad Pedagógica Experimental Libertador [UPEL], 2016) “Las citas de contenido textual, así como también las citas en forma de paráfrasis y resúmenes elaboradas a partir de ideas tomadas de otros trabajos, siempre deben ir acompañadas de los datos que permitan localizar las fuentes. (p. 41)

Ilustración 4.
Síntesis del sustento bioético



Nota. Elaboración propia.

MOMENTO IV

HALLAZGOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este apartado se definen los resultados de la investigación. Mediante la organización coherente de los procedimientos protocolares y atendiendo a los aspectos metodológicos seleccionados para la investigación, se desarrolló la sistematización de estos por cada uno de los entrevistados, en la siguiente secuencia:

Presentación del instrumento o guion de la entrevista con las unidades hermenéuticas (UH) a responder. Las UH constituyen los núcleos temáticos que agrupan las preguntas orientadoras correspondientes a cada propósito específico de la investigación, codificadas numéricamente (UH1, UH2, UH3, UH4, UH5) para facilitar la sistematización del análisis.

Aplicación de la entrevista a los informantes clave (IC). Las entrevistas fueron realizadas mediante la plataforma de mensajería WhatsApp, considerando las condiciones de accesibilidad tecnológica del contexto rural y la familiaridad de los participantes con este medio, capturando las experiencias vividas mediante mensajes de voz grabados.

Transcripción textual de la entrevista (datos). Las grabaciones fueron transcritas de manera literal, preservando las expresiones propias de los informantes clave, generando el corpus de análisis primario.

Señalamiento de las expresiones significativas. Una vez transcritas las entrevistas, se procedió a identificar dentro del corpus textual aquellas expresiones que, por su carga de sentido, revelaban con mayor claridad la experiencia vivida de los informantes clave frente al método Polya y su incidencia en el desarrollo del pensamiento geométrico. Este señalamiento no se limitó a un ejercicio de subrayado mecánico, sino que exigió una lectura reflexiva y reiterada del texto completo, en la que el investigador se detuvo en aquellos

enunciados, metáforas, silencios y repeticiones que, de acuerdo con Van Manen (2003), constituyen las unidades de significado a partir de las cuales emergen los temas fenomenológicos. Cada expresión señalada fue extraída conservando su contexto discursivo original, evitando así descontextualizarla del relato completo del informante, y fue posteriormente vinculada a la unidad hermenéutica y al propósito específico que orientaba su indagación, sentando la base para la codificación semántica desarrollada en el paso siguiente.

Codificación de los datos cualitativos mediante las redes semánticas analíticas con la aplicación del software ATLAS.ti 9, para cada una de las respuestas emitidas por los IC.

Diseño y elaboración de la matriz categorial donde se encuentra: (a) la descripción de la UH; (b) las expresiones significativas del informante clave; (c) el sustento teórico que contrasta con los datos; (d) la interpretación por parte del investigador; y (e) los temas fenomenológicos emergentes y las subcategorías complementarias.

De acuerdo con Van Manen (2003), en cuanto a los datos por excelencia de la investigación fenomenológica hermenéutica en ciencias humanas, son las mismas experiencias de las personas. El autor señala que “por lo tanto, parece natural que, si deseamos investigar sobre la naturaleza de una determinada experiencia o de un determinado fenómeno, el camino más directo sea pedir a individuos escogidos que relaten por escrito sus experiencias. (p. 81)

En el caso de la presente investigación, esta experiencia fue grabada mediante WhatsApp, transcrita y posteriormente presentada al entrevistado, quien corroboró su contenido.

Previo a la entrevista, se deben contemplar una serie de circunstancias que propicien en ese momento un diálogo elocuente, detallado y claro, que le facilite al entrevistado profundizar libremente en los pormenores y puntos clave para la investigación. De esta forma, proporcionará la información significativa como insumo de análisis útil para la obtención de los temas fenomenológicos y subcategorías que puedan dar origen a la teorización. También se debe hacer entrega de la información relacionada con la investigación, así como el propósito de esta con algunas orientaciones sobre las

interrogantes a responder en plena libertad, desde su experiencia y percepción acerca del fenómeno de estudio.

A continuación, se presenta el formato de guion de entrevista aplicado:

Tabla 5.
Guion de la entrevista

Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos. Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.	
Unidades Hermenéuticas	
Unidades Hermenéuticas UH	**Preguntas**
UH1	En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?
UH2	Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?
UH3	Desde su posición como Rector ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?
UH4	Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?
UH5	Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?

Nota. Elaboración propia.

Análisis de los instrumentos aplicados a los informantes clave

A continuación, se presentan los resultados del análisis de las entrevistas aplicadas a los cinco informantes clave, quienes participaron en la implementación piloto del Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico. Cada informante respondió a las cinco Unidades Hermenéuticas diseñadas para explorar sus experiencias vividas, percepciones y significados construidos en relación con el

fenómeno estudiado. El procesamiento de la información se realizó mediante ATLAS.ti 9, siguiendo un proceso organizado en seis fases.

Se inició con la importación de las transcripciones como documentos primarios, la lectura holística del corpus completo, la codificación abierta para identificar expresiones significativas, la agrupación temática mediante familias de códigos fenomenológicos, la construcción de redes semánticas para visualizar relaciones conceptuales emergentes y, finalmente, la exportación de informes que permitieron generar las matrices para la interpretación hermenéutica. La presentación del análisis se organiza de manera sistemática exhibiendo, para cada informante clave, la transcripción textual de sus respuestas, la codificación generada que identifica las expresiones significativas y las redes semánticas resultantes, material que constituye la base empírica sobre la cual se desarrollan las matrices categoriales y la interpretación fenomenológica-hermenéutica presentada en las secciones subsiguientes del presente momento.

Tabla 6.

Entrevista IC-1

<table>
<tr><td colspan="3">Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos.
Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Datos del Entrevistado</td></tr>
<tr><td colspan="2">Género: masculino</td><td>Lugar de la entrevista: sala de profesores</td></tr>
<tr><td colspan="2">Edad: 52 años</td><td>Fecha de la Entrevista: 10/09/25</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tiempo de servicio en la institución: 10 años</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compromiso con la profesión docente: profesional, responsable, dedicado.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Vinculación con la investigación: Rector de la institución</td></tr>
<tr><td colspan="3">Unidades Hermenéuticas</td></tr>
<tr><td>UH1</td><td colspan="2">En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?</td></tr>
<tr><td>R-1</td><td colspan="2">Pues mire, de acuerdo a la información que me entregó, el impacto que tenga generar este modelo teórico, va a depender del conocimiento que tengamos de la novedad metodológica, a pesar de habernos realizado el taller para su presentación, está de nuestra parte profundizar en ese conocimiento. Es preciso encontrar la forma de dominarlo, porque solo así nos preparamos para aplicarlo correctamente, sobre todo que nuestros muchachos lo aprovechen al máximo. Esto lo digo en relación a las teorías que lo sustentan, y por otro lado el aspecto educativo del PG, elemento determinante para el cambio que buscamos (énfasis en el tono), además del enfoque pragmático, que para mí, en pocas palabras, no es más que tomar en cuenta todo los elementos y circunstancias que nos rodean… para indagar, descubrir y utilizar lo que sea de utilidad para innovar, crear,</td></tr>
</table>

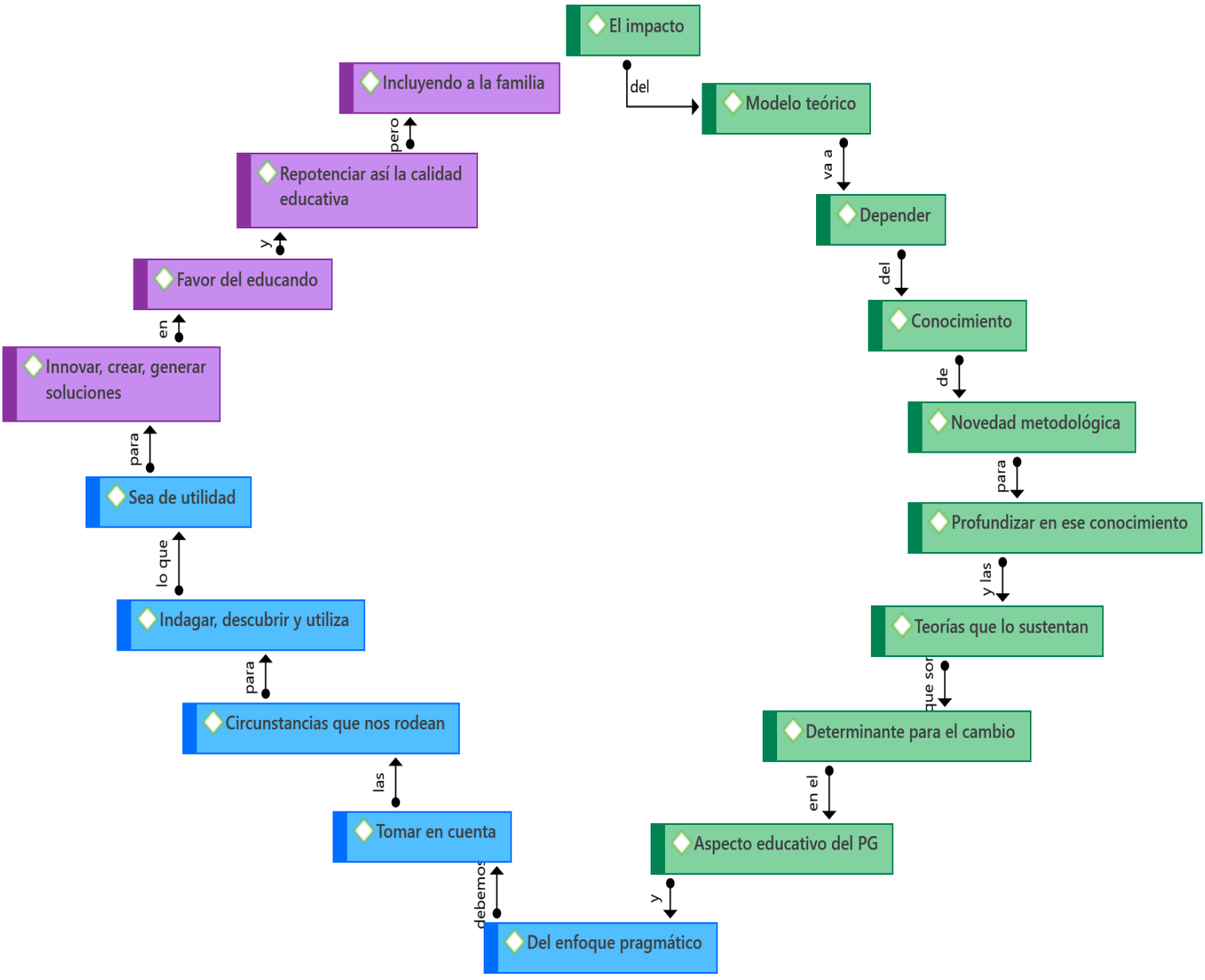
	generar soluciones en favor del educando, repotenciar así la calidad educativa en la institución, donde necesariamente estaríamos incluyendo a la familia.
UH2	***Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Bien profesor, como ya le dije, estuve revisando la información que me hizo llegar, que por cierto está muy interesante… tanto que también investigué algo, pues me movió a la curiosidad y le encontré mucho sentido a la propuesta que usted nos presenta, ya que además de útil yo diría que es fundamental en estos momentos para todos, en lo personal, lo familiar y lo institucional, porque entre lo académico, lo social y lo familiar transcurre, tanto la vida del estudiante como la nuestra y no se le puede restar importancia a ninguno de ellos, pues individualmente aprender hace bien, familiarmente nos apoyamos unos a otros y en cuanto a la institución, es determinante conocer muy bien los intereses y necesidades de aprendizaje del estudiante para responderles consecuentemente mediante este modelo basado en el Método Polya para el Pensamiento Geométrico. En cuanto a las experiencias vividas con los estudiantes durante este año escolar, las puedo interpretar como un aprendizaje, porque a esto me refería en la respuesta anterior, todo lo sucedido dentro y fuera del establecimiento escolar, no es sino producto del escaso ingreso económico que hay en los hogares del sector, por lo que se ven en la necesidad de buscar otras alternativas de ingreso, situación que es capitalizada por personas inescrupulosas captando a jóvenes, niños, niñas y padres desesperados para "hacer dinero fácil" por rutas equivocadas. En vista de esto, es preciso seguir trabajando con empeño, dedicación y auténtico compromiso hasta que se convenzan que la mejor manera de salir de esta pobreza es estudiando, prepararse para ejercer un trabajo digno, honesto y seguro, pues ya han comprobado que esas rutas equivocadas solo conducen a desenlaces fatales, ya lo han experimentado muy de cerca.
UH3	***Desde su posición como Rector ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?***
R-3	Debo decirle Julián, que en estos momentos de tantas dificultades después de haber pasado por el problema pandemia, el aislamiento social, el luto por la pérdida de familiares y amigos y la suspensión de actividades escolares el momento es oportuno para retomar el ritmo de trabajo y los alumnos su ritmo académico, porque ya hemos detectado la apatía y adormecimiento que tienen, es más, algunos no regresaron a la escuela (†) y no solo por enfermedad, ya sabe a qué me refiero... Pienso que este modelo lo podemos emplear como herramienta dinamizadora, y me parecen muy apropiadas las que sugiere en su trabajo de investigación, en cuanto al aspecto educativo, enfocar las dinámicas de trabajo en equipo para ejercer la práctica de la matemática, es de suprema importancia privilegiar el contenido de los valores para la resolución de problemas en la convivencia humana y ecológica-ambiental.
UH4	***Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?***
R-4	Pues mire… mi percepción es que el Estado Colombiano necesita mejorar por mucho la propuesta educativa del momento, especialmente hacer una restructuración contextualizada en las zonas donde la pobreza amenaza con su guadaña gran parte de la población, particularmente la infantil, la de mayor edad y a los jóvenes y adolescentes en términos de violencia, adicción y delincuencia. Como una forma de continuar o reforzar la respuesta anterior, y dadas las circunstancias que se presentan actualmente, desde mi experiencia puedo decirle que fomentar una formación enfocada en la pedagogía, el MP y el PG, pasa por pararse de frente a la situación, hacer un análisis, que por cierto, no hace falta ser una gran analista para entender lo que sucede, pero en fin…es bueno hacer por lo menos un análisis para establecer los pro y los contra, determinar los recursos, siendo a mi entender el más importante el recurso humano con la voluntad, el ánimo, la disposición al trabajo, mucho optimismo, compromiso y confianza en lo que se haga, para emprender una movilización inteligente, educativa, inclusiva e integral, que permita abrir espacios edu-creativos, es decir, formar en función de la realidad de vida, haciendo una evaluación previa de la misma a fin de conocer sus propias inquietudes para diseñar un plan de acción, donde se involucre también la familia con el propósito de que ellos mismos puedan darle continuidad a ese aprendizaje en sus hogares y para que ellos también aprendan, bajo el asesoramiento y guía del componente docente como agentes calificados y conocedores del tema, a fin de adquirir competencias y destrezas creativas inteligentes.
UH5	***Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los***

	docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?
R-5	Lo primero que debo decirle es que hace falta conocer más acerca del tema, profundizar en él ya que lo que he percibido son cosas muy básicas, con poco alcance, incluso yo mismo desconocía muchas cosas al respecto, y que gracias a la información que me facilitó pude indagar en aspectos muy interesantes, como por ejemplo el hecho de poner en primer plano la participación activa y consciente del alumno en su aprendizaje, porque la mayoría de las veces nos enfocamos en cumplir con los objetivos pautados desde el punto de vista de nuestro trabajo y no de los logros del estudiante. Con el modelo que usted presenta creo que podemos mejorar por mucho las prácticas docentes, y por lo que he percibido en el personal, aunque algunos los he sentido algo renuentes, pero la mayoría están animados a practicarlo, por la asociación que hace del MT y el MP para el desarrollo del PG con los cuales ya hemos trabajado.

Nota. Elaboración propia.

Figura 1.
Codificación UH1-IC1

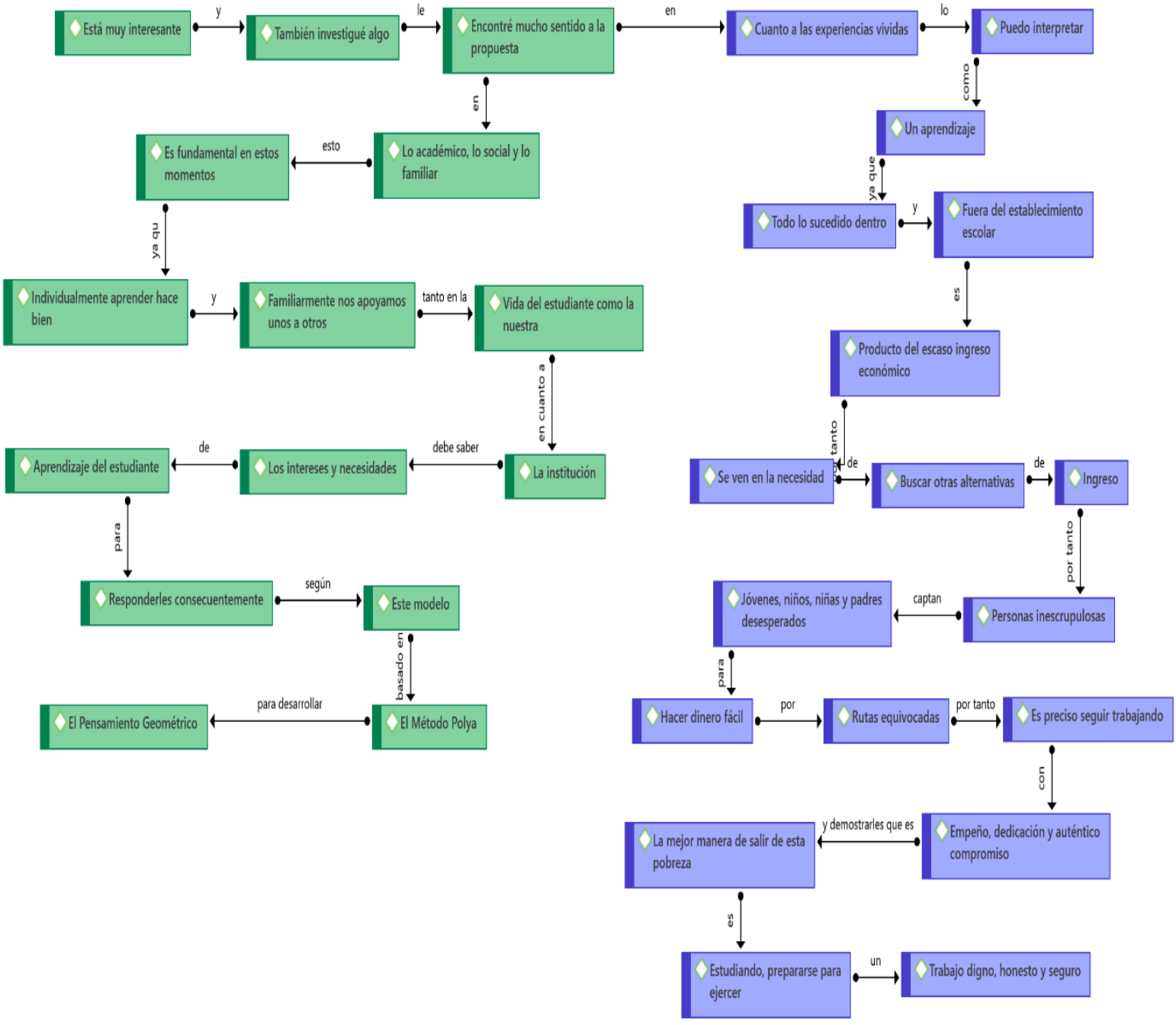
UH1-IC1*:* En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 2.
Codificación UH2-IC1

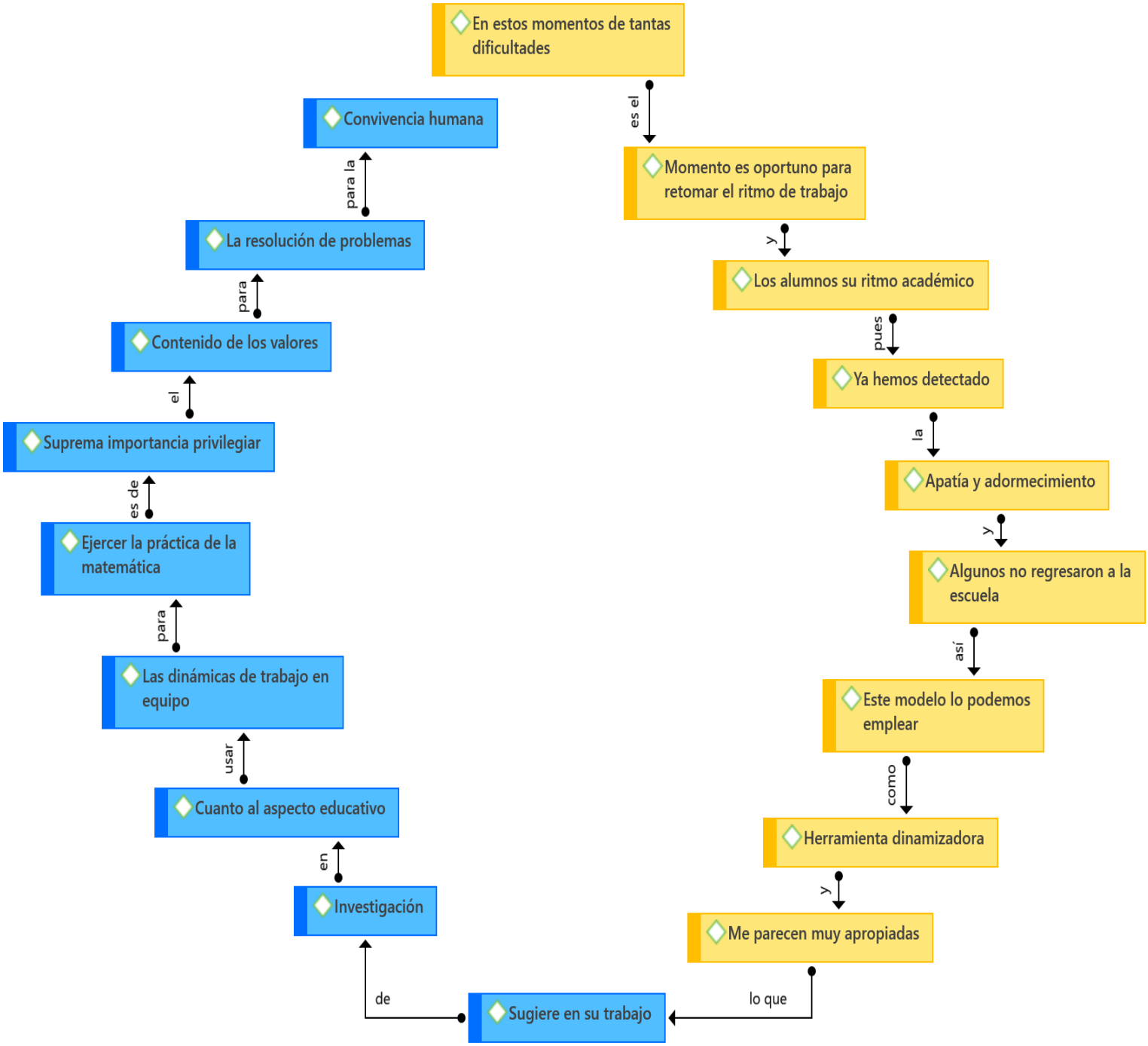
UH2-IC1: Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 3.
Codificación UH3-IC1

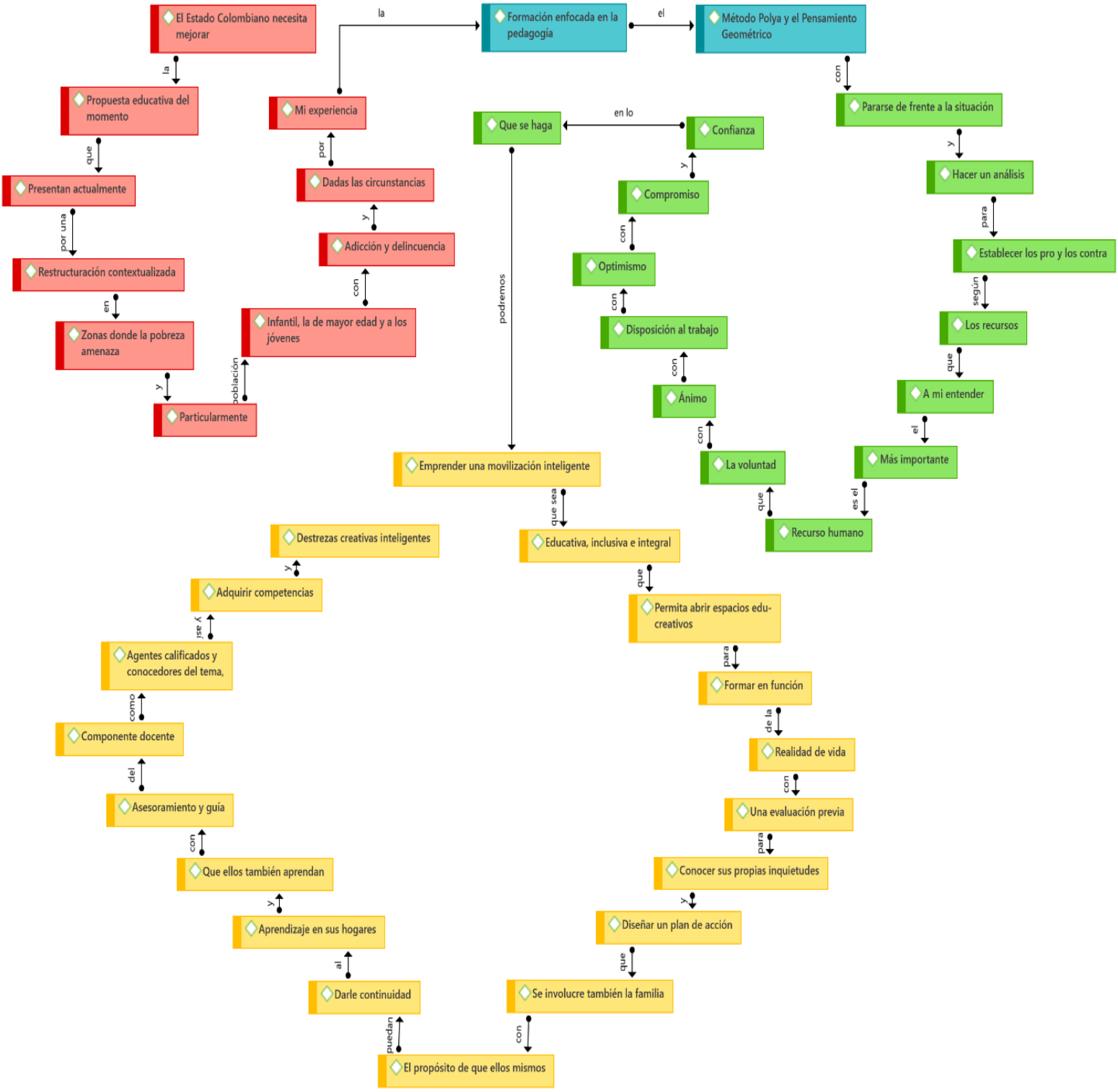
UH3-IC1: Desde su posición como Rector ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Figura 4.
Codificación UH4-IC1

UH4-IC1: Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?

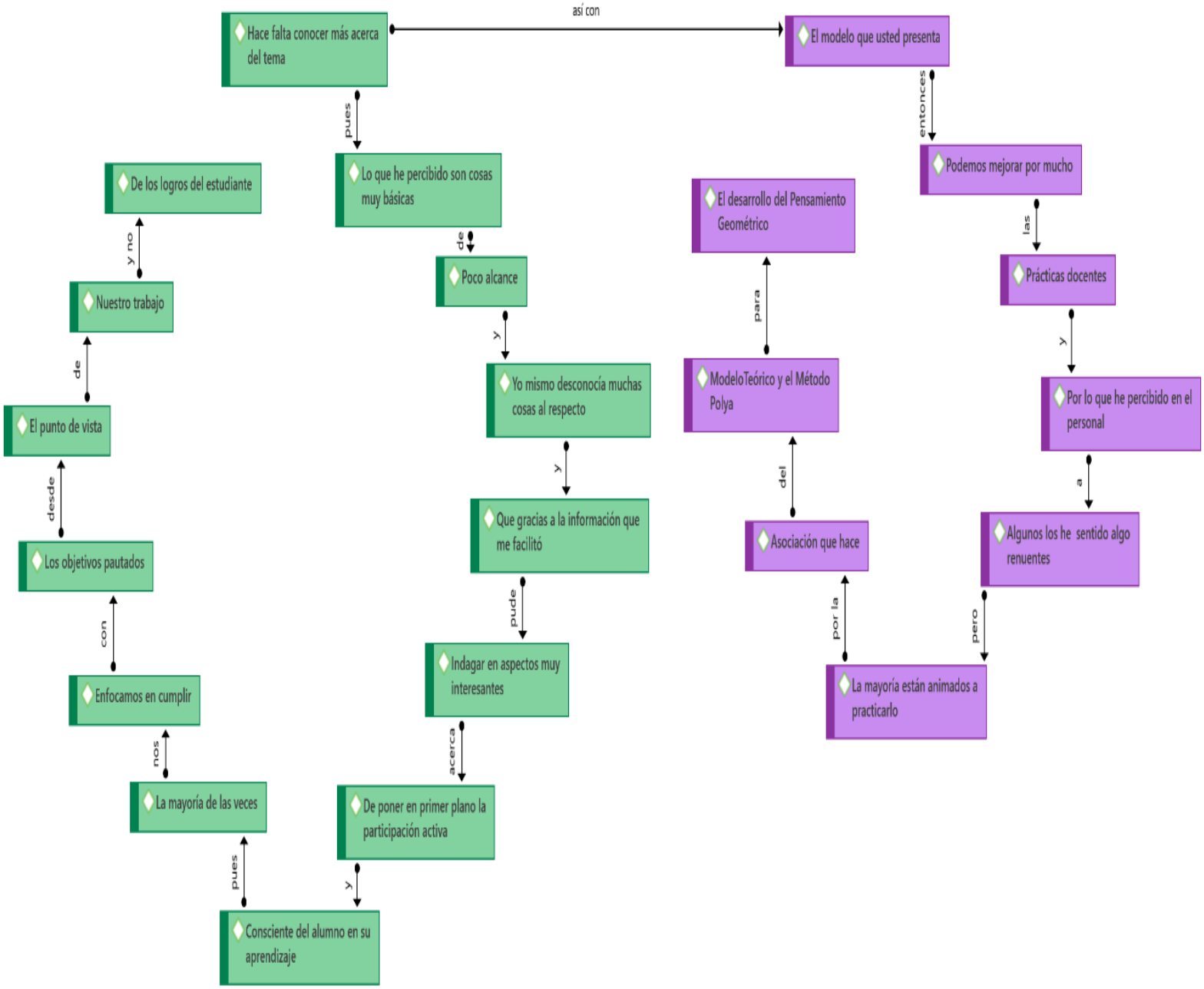


Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 5.

Codificación UH5-IC1

UH5-IC1: Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Matriz Categorial

En la investigación cualitativa de orientación fenomenológico-hermenéutica, la matriz categorial constituye la herramienta mediante la cual se organiza y analiza la información obtenida en el trabajo de campo, toda vez que agrupa los datos en temas y subcategorías que revelan la estructura de sentido del fenómeno estudiado, lo que facilita la identificación de patrones, conexiones y significados emergentes en el corpus de datos. Conviene precisar que, a diferencia de los enfoques basados en fenomenología donde predominan categorías de carácter explicativo, en esta investigación el contenido de la matriz corresponde a temas fenomenológicos que capturan las esencias de la experiencia vivida por los informantes clave, en coherencia con la naturaleza del paradigma asumido.

Desde esta perspectiva, la construcción de la matriz se alineó con las actividades tres, cuatro y seis propuestas por Van Manen (2003). La actividad tres, orientada a reflexionar sobre los temas esenciales, se refleja en la columna de temas fenomenológicos emergentes, los cuales revelan las estructuras de sentido del fenómeno a partir de las expresiones significativas identificadas. La actividad cuatro, referida a escribir y reescribir para profundizar la comprensión mediante ciclos iterativos de descripción, se materializa en la columna de interpretación del investigador, que recoge la reflexión hermenéutica desplegada a lo largo del proceso analítico. La actividad seis, que propone equilibrar las partes y el todo mediante el círculo hermenéutico, se concreta en el contraste sistemático entre las expresiones significativas de cada informante clave y los temas fenomenológicos construidos, garantizando así la validez comprensiva del análisis.

La estructura de la matriz categorial fenomenológica se organizó en seis columnas articuladas entre sí. La primera, a) Unidad Hermenéutica, identifica el núcleo temático asociado a cada propósito específico de la investigación y permite ordenar el análisis de manera coherente con sus objetivos. La segunda, b) Expresiones Significativas, recoge las citas textuales de los informantes clave registradas como quotations en ATLAS.ti 9, con el propósito de preservar la voz auténtica de la experiencia vivida. La tercera, c) Sustento Teórico, contrasta los datos con los referentes conceptuales que fundamentan la

investigación, entre ellos los aportes de Polya y Van Hiele, situando así las experiencias dentro del marco teórico asumido.

Las columnas restantes completan el proceso interpretativo de la siguiente manera. La cuarta, d) Interpretación del Investigador, constituye el espacio destinado a la reflexión hermenéutica sobre el significado de las expresiones, profundizando en la comprensión del fenómeno mediante la aplicación del círculo hermenéutico. La quinta, e) Temas Fenomenológicos Emergentes, registra las esencias que revelan la estructura de sentido de la experiencia vivida y que constituyen el producto principal del análisis fenomenológico, razón por la cual no deben equipararse con las categorías propias de otros enfoques cualitativos. La sexta, f) Subcategorías Complementarias, presenta las dimensiones específicas que matizan y detallan los aspectos particulares de cada tema esencial identificado.

Tabla 7.

Matriz categorial IC-1

Pregunta UH	Anécdota IC-1	Sustento teórico	Interpretación investigador	Categorías	Subcategorías
1. En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?	- El impacto - A depender - Conocimiento - Teorías que lo sustentan - Determinante para el cambio - Del enfoque pragmático - Tomar en cuenta - Circunstancias que nos rodean - Indagar, descubrir00000 y utilizar - Sea de utilidad - Innovar, crear, generar soluciones - Favor del educando - Repotenciar así la calidad educativa - Incluyendo a la familia	- Islas-Arias et al. (2024), la perspectiva de modelos y modelación es una aproximación didáctica que promueve el aprendizaje de matemáticas a través de tareas que incluyen contextos cercanos a la realidad e intereses de los estudiantes. - Lester (2005), una teoría o modelo teórico tiene la finalidad de permitirnos trascender el sentido común. Los constructos teóricos son herramientas que nos permiten ver aspectos del proceso educativo que no serían posibles sin el uso de la teoría.	En opinión del entrevistado, el impacto que puede tener el Modelo Teórico Educativo (MTE), basado en el Método Polya (MP); para el desarrollo del Pensamiento Geométrico (PG), se basa en el conocimiento y dominio que se alcance a tener del mismo así como de las teorías que lo soportan. Desde una perspectiva pragmática el IC1, considera de sumo interés tomar en cuenta la realidad circundante, en base a lo cual se han de tomar iniciativas para indagar y descubrir e innovar en torno a esta misma realidad, con todo lo que ofrece para el aprendizaje de los educandos, de manera que les sea de utilidad en su cotidianidad contextual.	Apropiación del modelo teórico	- Fundamentación teórica - Perspectiva pragmática
				Innovación pedagógica	- Desarrollo del pensamiento geométrico - Calidad educativa institucional
2. Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?	- Está muy interesante - También investigué - Encontré mucho sentido a la propuesta - Es fundamental en estos momentos - Lo académico, lo social y lo familiar - Vida del estudiante como la nuestra - Individualmente aprender hace bien - A la institución - Determinante conocer - Estudiante - Responderles consecuentemente - Este modelo	- May-Cen (2015), en relación a la obra de Polya, su objetivo principal fue que, tanto profesores como estudiantes, tuvieran, a través de su obra, una metodología heurística que contribuyera no sólo a la solución de problemas matemáticos sino a problemas de la vida cotidiana. - Van Hiele (1957, en Vargas y	La respuesta del IC-1, consistió en una reflexión de dos aspectos determinantes en la vida de la institución educativa y la de los que en ella hacen vida, en primer lugar el aspecto académico, donde ubica su interés en torno a la propuesta del modelo teórico educativo, resaltando el momento histórico que vive el sector educativo colombiano,	Integralidad formativa	- Dimensiones del proceso educativo - Necesidades de aprendizaje

	- Cuanto a las experiencias vividas - Puedo interpretar - Un aprendizaje - Todo lo sucedido dentro - Fuera del establecimiento escolar - Producto del escaso ingreso económico - Se ven en la necesidad - Buscar otras alternativas - Ingreso - Personas inescrupulosas - A jóvenes, niños, niñas y padres desesperados - Hacer dinero fácil - Rutas equivocadas - Es preciso seguir trabajando - Empeño, dedicación y auténtico compromiso - La mejor manera de salir de esta pobreza - Estudiando, prepararse para ejercer - Un trabajo digno, honesto y seguro	Gamboa, 2013), se refiere al pensamiento geométrico como un proceso mental en el cuál se adquieren habilidades, capacidades y destrezas para comprender el pensamiento tridimensional.	particularmente en las zonas rurales, donde se establece el segundo elemento, el socioeconómico, por ser una zona donde la calidad de vida es muy precaria para las familias que en ella habitan, donde factores desestabilizadores acechan a los habitantes con propuestas engañosas para aumentar sus ingresos, situación que amenaza la vida de las personas, especialmente la de niños y jóvenes estudiantes de la institución afectando su rendimiento escolar.	Contexto socioeconómico vulnerable	- Riesgos sociales - Vulnerabilidad estudiantil
3. Desde su posición como Rector ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?	- En estos momentos de tantas dificultades - Momento es oportuno para retomar el ritmo de trabajo - Los alumnos su ritmo académico - Ya hemos detectado - Apatía y adormecimiento - Algunos no regresaron a la escuela - Este modelo lo podemos emplear - Me parecen muy apropiadas - Sugiere en su trabajo - Investigación - Cuanto al aspecto educativo - Ejercer la práctica de la matemática - Suprema importancia privilegiar - Contenido de los valores	- Castro y Ramírez (2013), son escasos los esfuerzos que se realizan para lograr el desarrollo de competencias procedimentales en los estudiantes, siendo la principal razón el mantener un modelo tradicional memorístico para la enseñanza de la matemática. - Vargas y Gamboa (2013), La geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo, así como	De acuerdo con la respuesta del entrevistado en relación a los contenidos que privilegian el modelo teórico educativo, enfoca sus comentarios en tres direcciones; la primera retomar el ritmo de trabajo, tanto docente como educando, para el segundo enfoque, lo dirige hacia el MTE como una posible forma de movilizar y agilizar el aprendizaje de las matemáticas en especial el pensamiento geométrico,	Estrategias metodológicas	- Trabajo colaborativo - Práctica matemática
				Resolución de problemas	- Pensamiento geométrico aplicado

	- La resolución de problemas - Convivencia humana	transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad.	mediante las estrategias dinámicas sugeridas en dicho modelo; y el tercero, lo enfoca en privilegiar el contenido de los valores a través de la práctica de resolución de problemas en la convivencia humana.	Formación axiológica	- Valores para la convivencia
4. Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?	- El Estado Colombiano necesita mejorar - Propuesta educativa del momento - Restructuración contextualizada - Zonas donde la pobreza amenaza - Gran parte de la población - Particularmente - Infantil, la de mayor edad y a los jóvenes - Adolescentes en términos de violencia - Adicción y delincuencia - Dadas las circunstancias - Presentan actualmente - Mi experiencia - Decirle que fomentar - Pararse de frente a la situación - A mi entender - Más importante - Permita abrir espacios edu-creativos - Formar en función - Realidad de vida	- Meneses y Peñaloza (2019), una de las causas por las cuales los estudiantes presentan estas dificultades es la dinámica escolar que hace que el docente centre su atención en cumplir con una serie de contenidos obligatorios establecidos por el MEN. - Vargas y Gamboa (2013), esto se traduciría en una mejor experiencia de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. - MEN (2024), el Estado se propone garantizar mediante estrategias de acceso y	El IC-1 durante la entrevista se mostró algo escéptico, ya que consideró que las políticas educativas vigentes, no cubren las expectativas de la población. Desde el punto de vista de autogestión, consideró que el trabajo investigativo ofrece la posibilidad de aperturar espacios de inclusión edu-creativos para integrar escuela, familia y comunidad donde todos puedan aprender.	Políticas educativas nacionales	- Insuficiencia de políticas públicas - Desatención a zonas rurales
				Pedagogía contextualizada	- Espacios edu-creativos - Integración escuela-familia-comunidad

	- Una evaluación previa - Conocer sus propias inquietudes - Diseñar un plan de acción - Se involucre también la familia - El propósito de que ellos mismos - Darle continuidad - Aprendizaje en sus hogares - Que ellos también aprendan - El asesoramiento y guía - Componente docente - Agentes calificados - Conocedores del tema - Adquirir competencias - Destrezas creativas inteligentes	permanencia, el derecho a la educación y desarrollo integral.		Gestión de recursos	- Recurso humano - Movilización educativa
5. Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?	- Hace falta conocer más acerca del tema - Lo que he percibido son cosas muy básicas - Poco alcance - Yo mismo desconocía muchas cosas al respecto - Gracias a la información que me facilitó - Indagar en aspectos muy interesantes - Por ejemplo - De poner en primer plano la participación activa - La mayoría de las veces - Enfocamos en cumplir - Los objetivos pautados - El punto de vista de nuestro trabajo - De los logros del estudiante - El modelo que usted presenta - Por lo que he percibido en el personal - Algunos los he sentido algo renuentes - La mayoría están animados a practicarlo - Asociación que hace	- Peñaloza (2019), El método o pasos de Polya son estrategias didácticas útiles en la resolución de problemas matemáticos, debido a que fortalece la competencia matemática favoreciendo las operaciones básicas. - Polya (1945): fases del MP: 1. Comprender el problema, 2. Concebir un plan, 3. Ejecución del plan, 4. Examinar la solución obtenida.	En este momento de la entrevista, el IC-1 tiene dos visiones en la respuesta; la primera la enfoca en la necesidad de conocer en profundidad lo referente al método Polya, puesto que admite no tener dominio del mismo, de hecho, se manifestó muy interesado en el tema por lo que tomó la iniciativa de investigar al respecto, sobre todo en cuanto a dejar de limitar la actividad pedagógica al mero cumplimiento de los objetivos y ocuparnos más en el aprendizaje de los educandos.	Formación docente	- Profundización metodológica - Dominio del Método Polya
				Receptividad institucional	- Disposición positiva - Mejoramiento de prácticas pedagógicas

Nota. Elaboración propia.

Tabla 8.

Entrevista IC-2

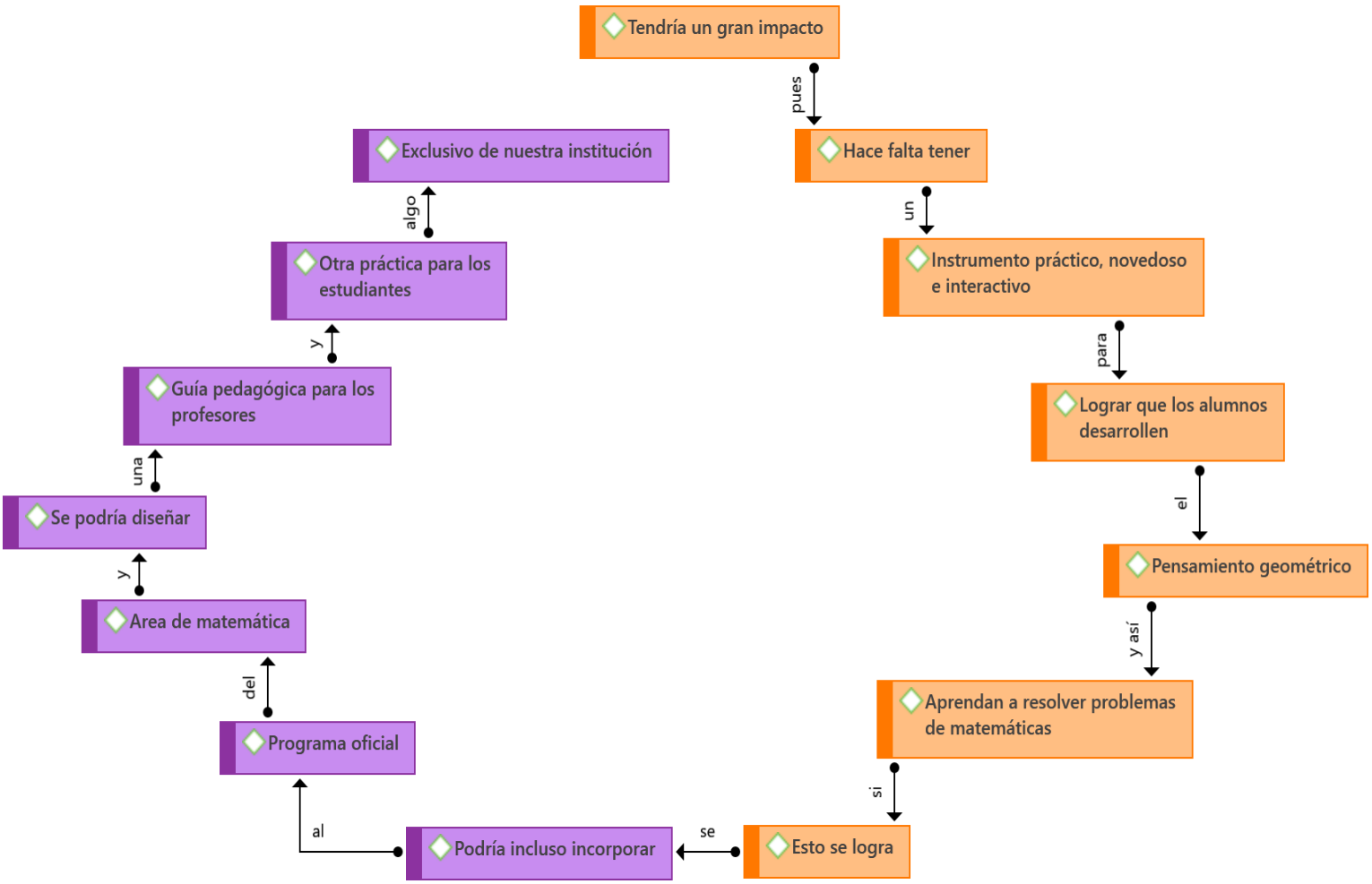
Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos. Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.	
Datos del Entrevistado	
Género: masculino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 36 años	**Fecha de la Entrevista: 11/09/25**
Tiempo de servicio en la institución: 7 años	
Compromiso con la profesión docente: profesional, responsable, dedicado.	
Vinculación con la investigación: Profesor de la institución	
Unidades Hermenéuticas	
UH-2	***En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-1	Honestamente hablando…creo que tendría un gran impacto, ya que hace falta tener un instrumento práctico, novedoso e interactivo para lograr que los alumnos desarrollen el pensamiento geométrico y aprendan a resolver problemas de matemáticas, si esto se logra se podría incluso incorporar al programa oficial del área de matemática, también se podría diseñar una guía pedagógica para los profesores y otra práctica para los estudiantes, algo exclusivo de nuestra institución.
UH-2	***Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Pues mire, desde el 2020 que nos sorprendió lo de la pandemia, las cosas han cambiado mucho, nos ha cambiado la vida en muchos sentidos, mis dos viejos fallecieron a causa del Covid 19, se produjo una transformación en los procesos de enseñanza y aprendizaje, del modo presencial al virtual o a distancia, luego empezaron a emigrar una multitud de venezolanos, son situaciones que han repercutido en la población estudiantil, y en particular en este último año escolar, con el cambio de gobierno se ha vuelto a enrarecer el clima político, se ha incrementado la inseguridad y han resurgido con furor las bandas organizadas … y hasta aquí le llego porque usted sabe lo delicado que es hablar de eso aquí…(gesto de temor)
UH-3	***Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?***
R-3	Mire de acuerdo con la información que me entregó, que por cierto de allí fue que se me ocurrió la idea de elaborar las guías de las que le hablé antes, porque este método Polya se basa en cuatro pasos, yo los llamaría momentos, si esos cuatro momentos se cumplen … la enseñanza para el docente se facilita y el aprendizaje para el alumno está garantizado; comprender el problema por ambas partes, concebir un plan entre las dos partes, ejecutarlo por ambas partes y examinar la solución entre ambos grupos, esto es involucrarnos todos en la actividad de cada uno de los momentos, esto permite hacer sugerencias, generar ideas, hacer inferencias y por supuesto habrán muchas preguntas de ambas partes…hay que estar preparados.
UH-4	***Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?***
R-4	Ni hablar hermano!!! Se la pasan hablando y publicando sobre mejoras, de cambios, de

	restructuración, de refinanciamiento y pare usted de contar… incluso de capacitación docente para potenciar la calidad de la educación… en especial en las zonas rurales y aquí todo sigue igual o peor, la infraestructura de las instituciones deterioradas, el salario no es compensatorio, comunidades rurales desasistidas, en verdad no se ven esos cambios y mucho menos mejoras.
UH-5	***Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-5	En mi opinión yo siento que hay buena receptividad, uno que otro que aún no entiende… pero ya entenderán, porque estoy seguro que aplicar este modelo si se van a generar cambios, tanto en el personal docente y su desempeño, como en el rendimiento académico de los alumnos, porque el tema más complicado aquí es el de matemáticas, sobre todo en lo relacionado a las pruebas estandarizadas que aplica el MEN por medio del ICFES.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 6.
Codificación UH1-IC2

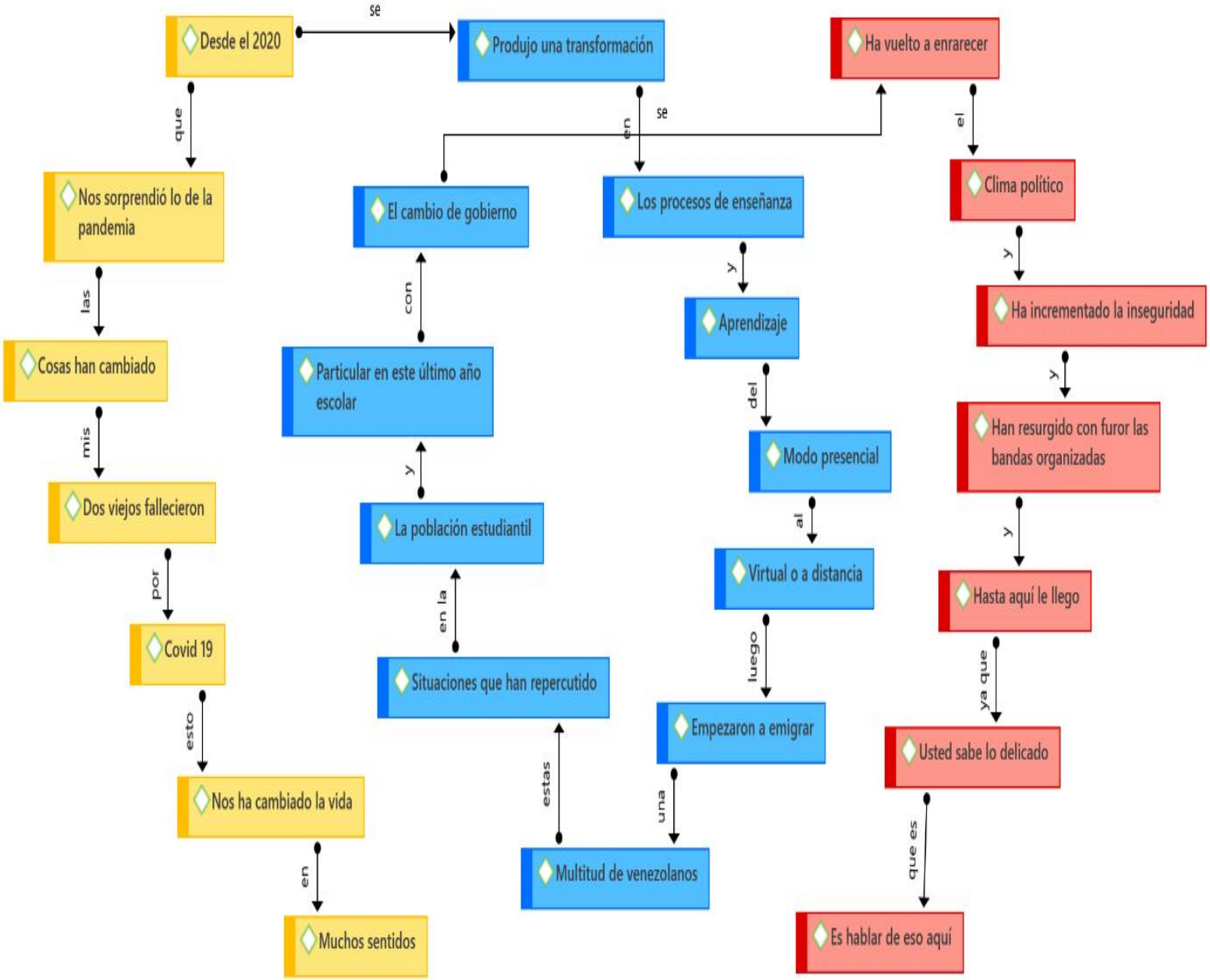
UH1-IC2: En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 7.
Codificación UH2-IC2

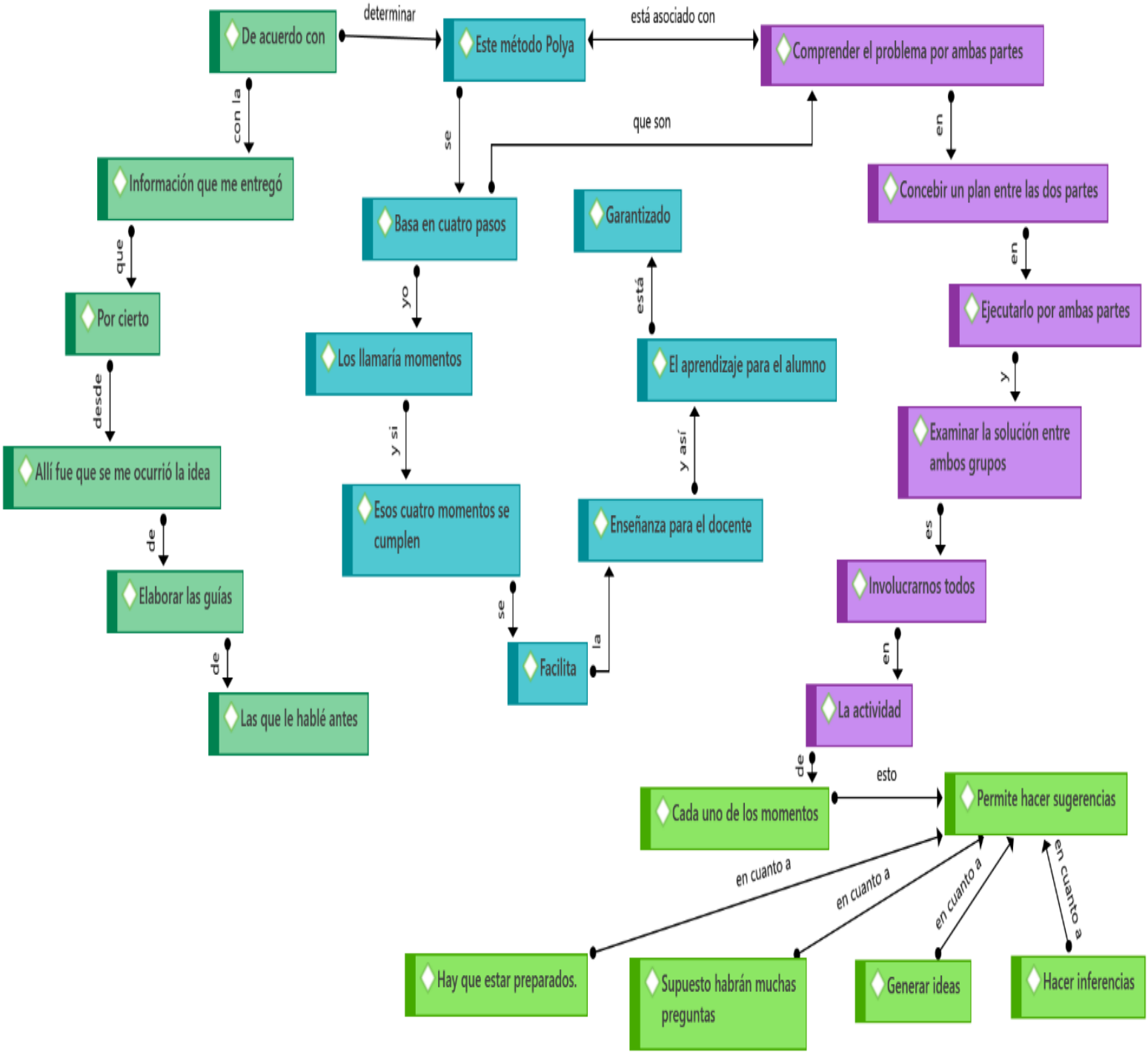
UH2-IC2: Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 8.
Codificación UH3-IC2

UH3-IC2: Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 9.
Codificación UH4-IC2

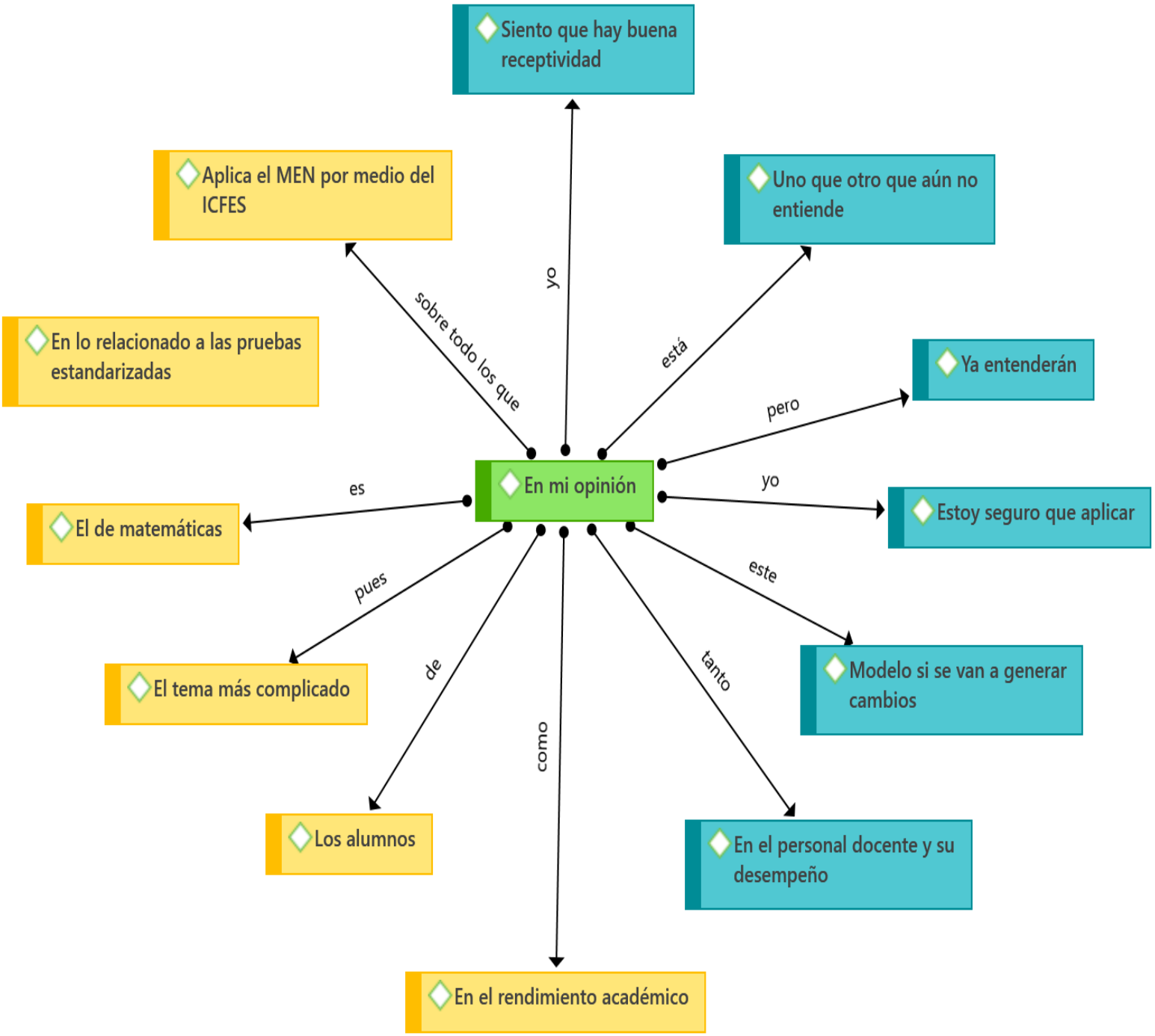
UH4-IC2: Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Figura 10.
Codificación UH4-IC2

UH4-IC2: Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Tabla 9.

Matriz categorial IC-2

Pregunta UH	Anécdota IC-2	Sustento teórico	Interpretación investigador	Categorías	Subcategorías
1. En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?	- Honestamente hablando…creo que tendría un gran impacto - Hace falta tener - Instrumento práctico, novedoso e interactivo - Lograr que los alumnos desarrollen - Pensamiento geométrico - Aprendan a resolver problemas de matemáticas - Esto se logra - Podría incluso incorporar - Programa oficial del área de matemática - Diseñar una guía pedagógica para los profesores - Otra práctica para los estudiantes - Algo exclusivo de nuestra institución	- Vargas y Gamboa (2013), la geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo. - Islas-Arias et al. (2024), la perspectiva de modelos y modelación es una aproximación didáctica que promueve el aprendizaje de matemáticas a través de tareas que incluyen contextos cercanos a la realidad.	En esta primera respuesta, el IC-2 ha manifestado el interés por la propuesta del Modelo teórico, tanto así que se le ocurrió la brillante idea, crear dos guías, una para profesores y otra para estudiantes. Asimismo, sugirió la incorporación del modelo al programa oficial de matemática, como valor agregado a la investigación y de uso exclusivo de la institución.	Desarrollo cognitivo matemático	- Pensamiento geométrico - Resolución de problemas
				Recursos didácticos complementarios	- Guías pedagógicas - Instrumentos de apoyo
2. Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?	- Desde el 2020 que nos sorprendió lo de la pandemia - Cosas han cambiado mucho - Nos ha cambiado la vida en muchos sentidos - Mis dos viejos fallecieron a causa del Covid 19 - Produjo una transformación en los procesos - Del modo presencial al virtual o a distancia - Empezaron a emigrar una multitud de venezolanos - Situaciones que han repercutido en la población estudiantil - Con el cambio de gobierno se ha vuelto a enrarecer el clima político - Se ha incrementado la inseguridad - Han resurgido con furor las bandas organizadas	- May-Cen (2015), su objetivo principal fue que, tanto profesores como estudiantes, tuvieran una metodología heurística que contribuyera no sólo a la solución de problemas matemáticos sino a problemas de la vida cotidiana. - Polya (1945), su metodología consiste básicamente en hacer un acompañamiento y seguimiento paso a paso del alumno.	La respuesta del IC-2 consistió en una reflexión de dos aspectos determinantes, en primer lugar el aspecto académico, donde ubica su interés en torno a la propuesta del modelo teórico educativo, resaltando el momento histórico que vive el sector educativo colombiano, particularmente en las zonas rurales.	Transformaciones educativas post-pandemia	- Cambio de modalidad educativa - Adaptación pedagógica
				Contexto sociopolítico adverso	- Inseguridad social - Afectación estudiantil

3. Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?	- De acuerdo con la información que me entregó - De allí fue que se me ocurrió la idea de elaborar las guías - Este método Polya se basa en cuatro pasos - Yo los llamaría momentos - Si esos cuatro momentos se cumplen - La enseñanza para el docente se facilita - El aprendizaje para el alumno está garantizado - Comprender el problema por ambas partes - Concebir un plan entre las dos partes - Ejecutarlo por ambas partes - Examinar la solución entre ambos grupos - Esto es involucrarnos todos en la actividad - Esto permite hacer sugerencias, generar ideas, hacer inferencias - Habrán muchas preguntas de ambas partes	- May-Cen (2015), descripción del Método de Polya: 1) En el salón de clases, 2) Cómo resolver problemas, 3) Un breve diccionario de heurística, 4) Problemas, sugerencias, soluciones. - Polya (1945): 1. Comprender el problema. 2. Concebir un plan. 3. Ejecución del plan. 4. Examinar la solución obtenida.	En la presente respuesta, el IC-2 prácticamente intuyó lo que sería el modelo teórico, ya que para el mismo no se pueden obviar los cuatro pasos que sugiere el autor del método Polya, siendo el elemento principal del mismo.	Estructura metodológica	- Fases del Método Polya - Momentos pedagógicos
				Facilitación del aprendizaje	- Participación - Garantía de aprendizaje
4. Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?	- Ni hablar hermano!!! - Se la pasan hablando y publicando sobre mejoras, de cambios - De restructuración, de refinanciamiento - Capacitación docente para potenciar la calidad de la educación - En especial en las zonas rurales - Aquí todo sigue igual o peor - La infraestructura de las instituciones deterioradas - El salario no es compensatorio - Comunidades rurales desasistidas - En verdad no se ven esos cambios y mucho menos mejoras	- El MEN (2024), anuncia los cinco (5) desafíos: 1. Reducir las desigualdades 2. Reconocer a maestras y maestros 3. Construir la paz desde la educación 4. Construir acuerdos ambiciosos 5. Aumentar la financiación	Para este aspecto, el entrevistado realiza una crítica a las políticas que actualmente anuncia el gobierno, en el sentido de la contradicción que existe entre lo que publican o dicen hacer, y lo que en realidad hacen.	Brecha entre discurso y realidad política	- Políticas no materializadas - Deterioro institucional
				Necesidades de formación docente	- Capacitación docente - Mejoramiento de la calidad

5. Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?	- En mi opinión yo siento que hay buena receptividad - Uno que otro que aún no entiende… pero ya entenderán - Estoy seguro que aplicar este modelo si se van a generar cambios - Tanto en el personal docente y su desempeño - Como en el rendimiento académico de los alumnos - El tema más complicado aquí es el de matemáticas - Sobre todo en lo relacionado a las pruebas estandarizadas que aplica el MEN por medio del ICFES	- Van Hiele (1957), se refiere al pensamiento geométrico como un proceso mental en el cuál se adquieren habilidades, capacidades y destrezas. - Polya (1945): 1. Comprender el problema, 2. Concebir un plan, 3. Ejecución del plan, 4. Examinar la solución.	En esta última respuesta, el IC-2 se manifiesta abiertamente identificado con el modelo teórico, al mostrarse animado junto con los otros profesores en cuanto a la receptividad de la aplicación del modelo teórico.	Disposición institucional favorable	- Receptividad docente - Cambios en desempeño
				Expectativas de mejoramiento	- Rendimiento académico - Resultados en pruebas estandarizadas

Nota. Elaboración propia.

Tabla 10.

Entrevista IC-3

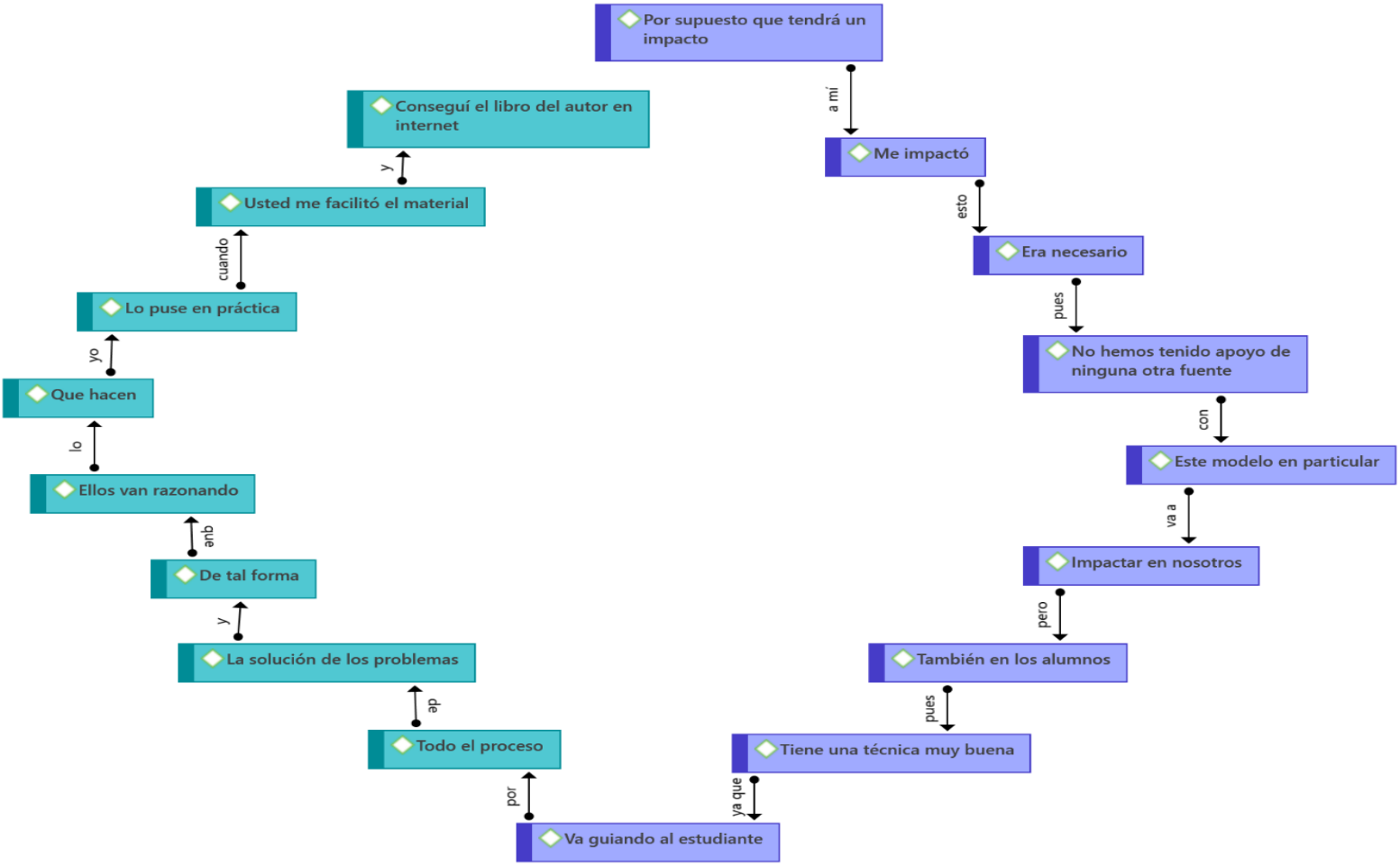
Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos. Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.	
Datos del Entrevistado	
Género: femenino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 32 años	**Fecha de la Entrevista: 15/09/25**
Tiempo de servicio en la institución: 5 años	
Compromiso con la profesión docente: profesional, responsable, emprendedora.	
Vinculación con la investigación: Profesora de la institución	
Unidades Hermenéuticas	
UH-2	***En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-1	Por supuesto que tendrá un impacto, a mí me impactó, esto era necesario porque no hemos tenido apoyo de ninguna otra fuente, por decir lo mejor mi profe. Este modelo en particular va a impactar en nosotros pero también en los alumnos porque tiene una técnica muy buena porque va guiando al estudiante durante todo el proceso de la solución de los problemas, pero de tal forma que ellos van razonando lo que hacen, yo lo puse en práctica cuando usted me facilitó el material y conseguí el libro del autor en internet. Gracias profe Julián.
UH-2	***Como docente comprometida con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Reconozco que hemos transitado por muchas dificultades, y seguirán pasando, pero debemos enfocarnos en lo que tenemos y podemos hacer y no paralizarnos a lamentarnos, mientras haya vida hay esperanza, las cosas no están fáciles por acá pero hay que atender la educación de estos estudiantes, que los sueldos no son los mejores…también es cierto, pero hicimos un compromiso y hay que cumplir, con este modelo teórico que usted propone será un gran paso para adelantar el conocimiento de la matemática, el desarrollo del pensamiento geométrico y la resolución de problemas no solo matemáticos.
UH-3	***Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?***
R-3	Pues mire profe Julián, el contenido que mejor lo puede privilegiar es el del mismo autor que creó el método, como le dije yo lo estuve practicando con los alumnos y me pareció estupendo, es sencillo, fácil de entender, y para ellos por lo que percibí, quedaron sorprendidos cuando lograron resolver los tres problemas que se propusieron, claro fueron algo sencillos para empezar, pero en la medida que vayan adquiriendo las habilidades cognitivas necesarias se puede ir incrementando la dificultad. Si se puede profe., ¡claro que se puede!
UH-4	***Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?***
R-4	Bueno sin ánimos de ofender a nadie por lo que voy a decir, pero todo lo que se refiere a las política es pura palabrería, se llenan la boca diciendo que van a hacer esto lo otro y más allá, y que…estamos en lo mismo, con sueldos bajos, con escasa asistencia, con establecimientos deteriorados, en pobreza, la inseguridad y delincuencia organizada, pero le repito, hay que seguir

	adelante para sacar, al menos unos cuanto de estos jóvenes por buenos caminos, ya hemos visto como otros se han perdido por tomar el sendero equivocado.
UH-5	***Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-5	Yo lo veo muy factible, además es necesario, nada nos cuesta aprovechar esta oportunidad que nos está ofreciendo, porque sabemos la problemática que existe con el tema de la matemática, nuestros estudiantes siempre han obtenido los índices más bajos, y eso dice mucho de nosotros sus profesores y de la institución, sé que parte de esta iniciativa es para superar esa situación y sé que lo vamos a lograr, es cuestión de proponérselo, si hemos llegado hasta aquí ya falta poco, el método Polya será el impuso y con el desarrollo del pensamiento geométrico para la resolución de problemas será el resultado, ya lo verá…

Fuente: Elaboración propia.

Figura 11.
Codificación UH1-IC3

UH1-IC3: En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Figura 12.
Codificación UH2-IC3

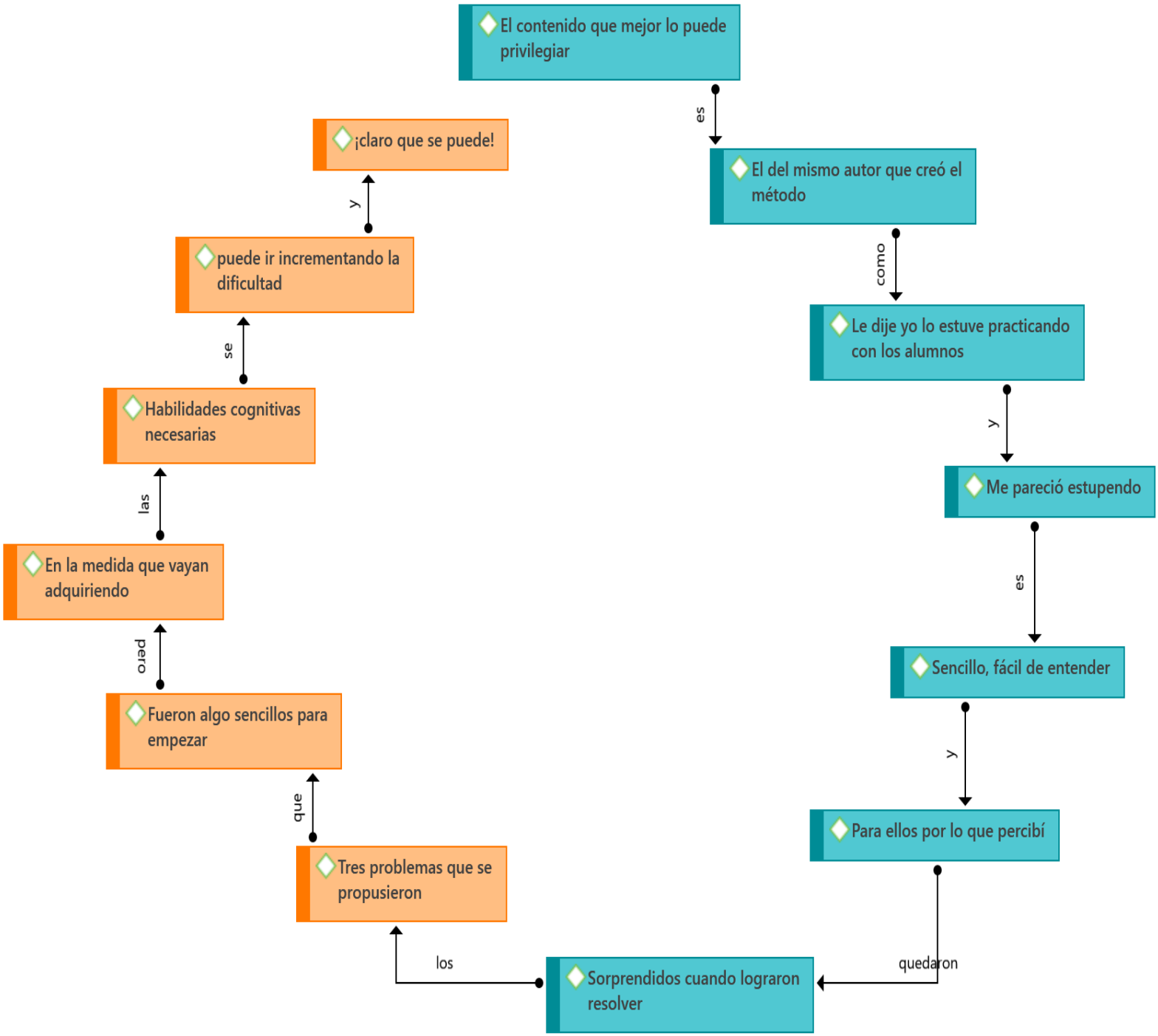
UH2-IC3: Como docente comprometida con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Figura 13.
Codificación UH3-IC3

UH3-IC3: Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Figura 14.
Codificación UH4-IC3

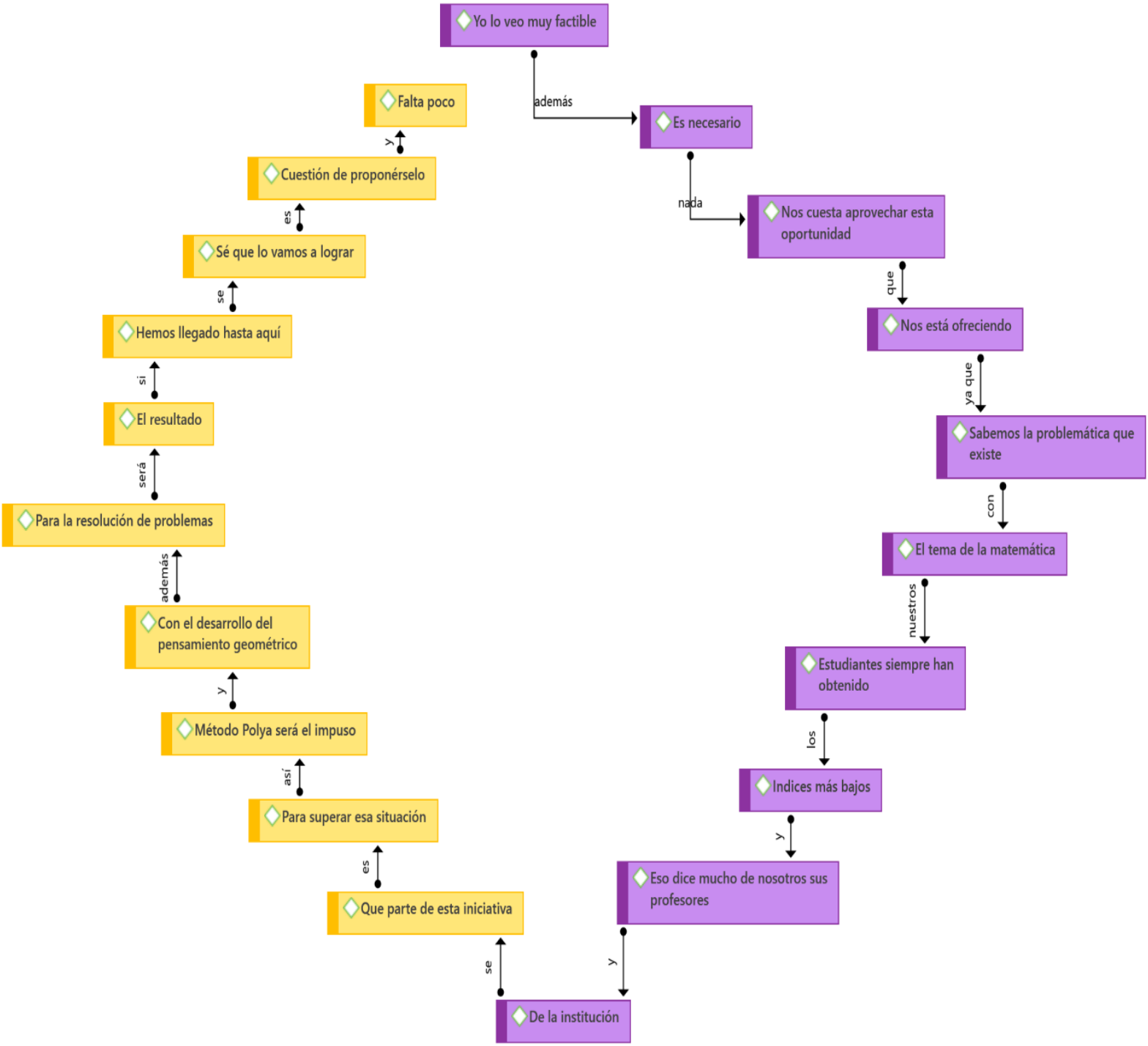
UH4-IC3: Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti

Figura 15.
Codificación UH5-IC3

UH5-IC3: Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Tabla 11.

Matriz categorial IC-3

Pregunta UH	Anécdota IC-3	Sustento teórico	Interpretación investigador	Categorías	Subcategorías
1. En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?	- Por supuesto que tendrá un impacto - A mí me impactó - Era necesario - No hemos tenido apoyo de ninguna otra fuente - Este modelo en particular - Impactar en nosotros - También en los alumnos - Tiene una técnica muy buena - Va guiando al estudiante - Todo el proceso - La solución de los problemas - De tal forma - Ellos van razonando lo que hacen - Lo puse en práctica - Usted me facilitó el material - Conseguí el libro del autor en internet	- Arce-Sánchez et al. (2019). Cada teoría tiene diferentes formas de concebir qué son las matemáticas, qué es el conocimiento, qué es el aprendizaje y cuáles son los medios o mecanismos más adecuados para promover el aprendizaje. - Lester (2005), menciona: una teoría o modelo teórico tiene la finalidad de permitirnos trascender el sentido común. Los constructos teóricos son herramientas que nos permiten ver aspectos del proceso educativo que no serían posibles sin el uso de la teoría. - Peñaloza (2019), El método o pasos de Polya son estrategias didácticas útiles en la resolución de problemas matemáticos, debido a que fortalece la competencia matemática favoreciendo las operaciones básicas.	El IC-3 en su respuesta expresó estar convencido de que el MTE resultado de la investigación, causará un gran impacto a la comunidad escolar de la IED Rodrigo Vives de Andreís, debido a la técnica que emplea para mantener la atención del alumno durante el proceso de aplicación del mismo, incrementando el razonamiento lógico matemático, el pensamiento deductivo y la capacidad cognitiva en la medida que avanza en la resolución del problema, ella lo comprobó al realizar una práctica con los alumnos haciendo uso de la información que se le facilitó, además se dio a la tarea de conseguir el libro del autor para indagar acerca del método.	Impacto del modelo teórico	- Técnica efectiva - Necesidad institucional
				Desarrollo de procesos cognitivos	- Razonamiento durante la resolución - Comprensión progresiva
2. Como docente comprometida con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la	- Reconozco que hemos transitado - Muchas dificultades, y seguirán pasando - Debemos enfocarnos en lo que tenemos - Podemos hacer - No paralizarnos - Lamentarnos	- Contreras (2022): desde las exigencias de formación en el mundo actual se requiere enfoques diferentes a la educación tradicional, y reconociendo la importancia de la naturaleza de la matemática por su aplicación de conocimientos en diferentes contextos, resulta fundamental emplear la	Esta es la respuesta de una docente comprometida con su profesión, consciente del compromiso adquirido cuando decidió estudiar para ejercer la actividad docente y hacer de los problemas una fuente de oportunidades y emprendimientos	Resiliencia y compromiso docente	- Actitud proactiva - Responsabilidad profesional

institución?	- Haya vida hay esperanza - Cosas no están fáciles por acá - Hay que atender la educación de estos estudiantes - Los sueldos no son los mejores - Es cierto - Hicimos un compromiso - Hay que cumplir - Este modelo teórico - Usted propone - Un gran paso para adelantar - Conocimiento de la matemática - Desarrollo del pensamiento geométrico - Resolución de problemas - Matemáticos	resolución de problemas en situaciones concretas, buscando promover el desarrollo del razonamiento y argumentación en la enseñanza de la matemática. - Guzmán y Moreira (2014), En la Matemática escolar que se imparte en cada una de las enseñanzas, dentro de sus contenidos se encuentran los referentes a igualdad y semejanza de figuras. Para ello es necesario que los estudiantes realicen operaciones mentales tales como, analizar y sintetizar, comparar, clasificar, generalizar, concretar, abstraer y particularizar.	creativos, evidentemente es una persona resiliente, le sabe sacar provecho a la situación, tan pronto como tuvo el conocimiento del método lo puso en práctica, lo que representa otro avance en la investigación al comprobar el resultado positivo que obtuvo la docente con los alumnos.	Avances pedagógicos esperados	- Conocimiento matemático - Pensamiento geométrico aplicado
3. Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?	- Pues mire profe Julián - El contenido que mejor lo puede privilegiar - El del mismo autor que creó el método - Como le dije yo lo estuve practicando con los alumnos - Me pareció estupendo - Es sencillo, fácil de entender - Y para ellos por lo que percibí - Quedaron sorprendidos cuando lograron resolver - Los tres problemas que se propusieron - Claro fueron algo sencillos para empezar - Pero en la medida que vayan adquiriendo - Las habilidades cognitivas necesarias - Se puede ir incrementando la dificultad - Si se puede profe., ¡claro que se	- Guzmán y Moreira (2014), esta disciplina (la geometría), contribuye al desarrollo del pensamiento, en particular del pensamiento lógico, del pensamiento geométrico-espacial y del pensamiento heurístico. - Van Hiele (1957), se refiere al pensamiento geométrico como un proceso mental en el cuál se adquieren habilidades, capacidades y destrezas para comprender el pensamiento tridimensional. Se adquiere de forma progresiva a medida que avanza el desarrollo psicoevolutivo del niño. - Polya (1945), propone cuatro fases para la resolución de problemas: 1. Comprender el problema. 2. Concebir un plan. 3. Ejecución del plan. 4. Examinar la solución obtenida.	En esta tercera respuesta, la docente entrevistada corrobora lo interpretado en la anterior, dirigiendo el discurso, no solo a su experiencia sino también la de sus alumnos, al verse sorprendidos por haber resuelto tres problemas en una clase y la profesora calificó el método como sencillo y fácil de entender, con lo que suma otro punto favorable para la investigación, lo cual le facilitó el proceso por el hecho de haber entendido el planteamiento, además de saber y comprender el por qué se hacen determinadas operaciones.	Accesibilidad metodológica	- Simplicidad del método - Comprensión facilitada
				Desarrollo gradual de habilidades	- Habilidades cognitivas - Complejidad progresiva

	puede!				
4. Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?	- Bueno sin ánimos de ofender a nadie por lo que voy a decir - Pero todo lo que se refiere a las política es pura palabrería - Se llenan la boca diciendo que van a hacer esto lo otro y más allá - Y que…estamos en lo mismo - Con sueldos bajos - Con escasa asistencia - Con establecimientos deteriorados - En pobreza - La inseguridad y delincuencia organizada - Pero le repito, hay que seguir adelante para sacar - Al menos unos cuanto de estos jóvenes por buenos caminos - Ya hemos visto como otros se han perdido por tomar el sendero equivocado	- El MEN (2014), apunta hacia una educación de calidad centrada en la transformación pedagógica y curricular a través de la formación integral, la formación y desarrollo de la profesión docente así como la construcción y mejoramiento de ambientes de aprendizaje pertinentes al territorio. - MEN (2024), el Estado se propone garantizar mediante estrategias de acceso y permanencia, el derecho a la educación y desarrollo integral de las niñas, niños, adolescentes y adultos, desde la educación inicial hasta la posmedia. Los cinco desafíos son: 1. Reducir las desigualdades 2. Reconocer a maestras y maestros 3. Construir la paz desde la educación 4. Construir acuerdos ambiciosos 5. Aumentar la financiación.	Definitivamente, por lo recorrido hasta el momento con las entrevistas, puedo interpretar que las políticas anunciadas por el gobierno colombiano están lejos de ser efectivas, de promover y aplicar verdaderamente esos cinco ejes propuestos, cuantas cosas no cambiarían, es a lo que se refiere la docente cuando dice que son pura palabrería, sin embargo como ser resiliente que se muestra, sugiere seguir adelante y de nuevo toma la bandera del compromiso docente para enfocarlo en la finalidad de la misión educativa, ubicar al estudiante en el camino correcto de la vida, a fin de que no se desvíe como ha sucedido con otros.	Crítica a políticas públicas	- Discurso vs realidad - Condiciones precarias
				Compromiso con la formación estudiantil	- Orientación positiva - Prevención de riesgos sociales
5. Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo	- Yo lo veo muy factible - Además es necesario - Nada nos cuesta aprovechar esta oportunidad - Que nos está ofreciendo - Porque sabemos la problemática que existe - Con el tema de la matemática	- Polya (1945). Por ello, un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario,	La IC-3 en esta última respuesta consolida su filiación con el MTE basado en el método Polya, para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos, enfocada en la posible superación del problema que prevalece en la	Factibilidad de implementación	- Oportunidad institucional - Necesidad reconocida

basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?	- Nuestros estudiantes siempre han obtenido - Los índices más bajos - Y eso dice mucho de nosotros sus profesores - Y de la institución - Sé que parte de esta iniciativa - Es para superar esa situación - Y sé que lo vamos a lograr - Es cuestión de proponérselo - Si hemos llegado hasta aquí ya falta poco - El método Polya será el impuso - Y con el desarrollo del pensamiento geométrico - Para la resolución de problemas será el resultado - Ya lo verá…	pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. - Van Hiele (1957), señala que en su modelo de pensamiento matemático, el cuerpo teórico está integrado por dos componentes principales: (a) Descripción de las diferentes formas de razonamiento o pensamiento que llevan a cabo los estudiantes desde el razonamiento intuitivo hasta el razonamiento formal y abstracto; y (b) Descripción de las características de cada fase o etapa del proceso de instrucción que puede ayudar a los estudiantes a alcanzar un nivel de pensamiento o razonamiento superior al que poseen en un momento dado.	institución con respecto a los índices de rendimiento en el área de matemática, tal como la misma entrevistada lo manifestó, reforzando su entusiasmo cuando afirma muy segura que se va a lograr. En este punto puedo decir, que ese entusiasmo me llena de mucha esperanza, me transmite seguridad, al saber que ya lo aplicó y le dio resultado, esto se puede repetir con los otros docentes.	Expectativa de superación	- Mejora de resultados - Confianza en el modelo

Nota. Elaboración propia

Tabla 12.

Entrevista IC-4

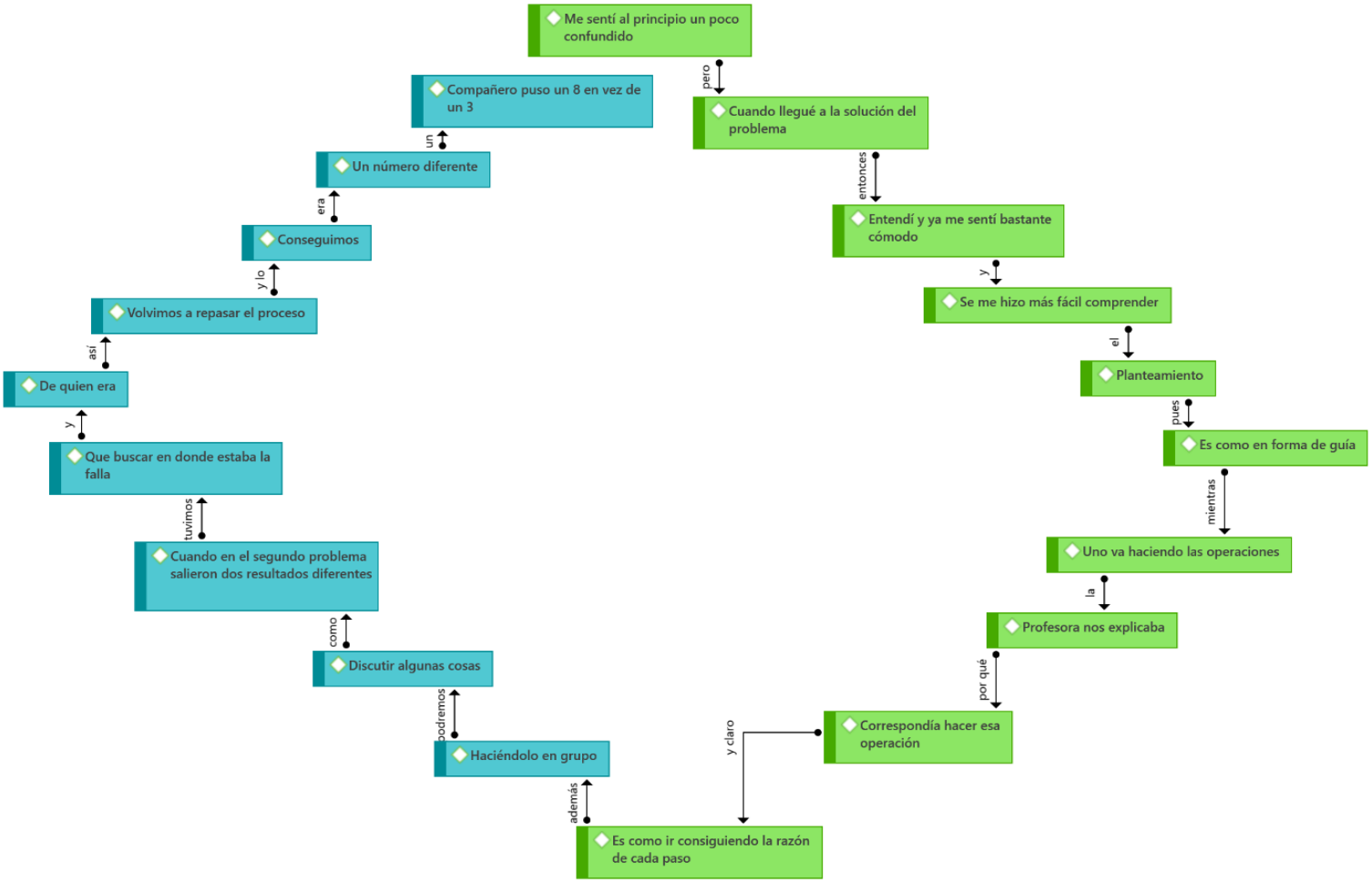
Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos. Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.	
Datos del Entrevistado	
Género: masculino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 15 años	**Fecha de la Entrevista: 16/09/25**
Tiempo de estudio en la institución: 5 años	
Compromiso como estudiante: alumno disciplinado, buen promedio,	
Vinculación con la investigación: Estudiante de décimo grado	
Unidades Hermenéuticas	
UH-1	***Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método Polya que te expliqué previo a esta entrevista?***
R-1	Como le digo… vea yo me sentí al principio un poco confundido, pero más adelante, cuando llegué a la solución del problema, lo entendí y ya me sentí bastante cómodo, porque se me hizo más fácil comprender el planteamiento, porque es como en forma de guía, mientras uno va haciendo las operaciones la profesora nos explicaba por qué correspondía hacer esa operación y claro es como ir consiguiendo la razón de cada paso, además haciéndolo en grupo podíamos discutir algunas cosas, como cuando en el segundo problema salieron dos resultados diferentes, tuvimos que buscar en donde estaba la falla y de quien era, así volvimos a repasar el proceso y comparando cada paso lo conseguimos, había un número diferente, el compañero puso un 8 en vez de un 3.
UH-2	***Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Bueno profe Julián yo estuve hablando con el compañero al que le consiguieron el "paquete" y lo que me dijo me asustó mucho, porque él tenía que "*entregalo*" antes de entrar al instituto y se le olvidó y ya ve que no ha vuelto a venir y en su casa no saben nada de él … él era o es… no se… buena persona y no usaba nada de eso, ahí lo que pasó es que su mamá estaba enferma y no tenían *pa'comprar* los remedios y se metió a hacer ese "*manadao*" porque le iban a pagar por "*entregalo*" … mire que meterse en eso … cuando lo que hay que estar pendiente es de estudiar… que por cierto profe, me gusto bastante ese método oyó, por fin creo que vamos a salir *pa'lante* con la matemática… ¡Que bacano!
UH-3	***Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos te pareció más interesante?***
R-3	Bueno lo que le dije antes profe, es la forma en que lo va guiando a uno pa'resolver el problema, va explicando cosa que se va haciendo, de como se hace y por qué se hace… y seguramente que después uno con la práctica ya va cogiendo el ritmo y va saliendo solo, o sea que ya lo puede hacer uno sin que lo guíen…si?
UH-4	***Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?***
R-4	A mí me parecen bien, como en todo… hay algunas fallas, pero como dicen… en este mundo nada es perfecto solo Dios es perfecto…pero bueno… aquí puedo decir que el problema más grave es precisamente lo mal que andamos con la matemática, por ejemplo a mí la geometría me trae loco pero creo…que ya se va remediar eso… porque si es así como nos explicó la profesora Adelaida, yo

	creo que ahora si vamos a echar *pa'lante*
UH-5	***Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?***
R-5	Yo creo que si profe… ¿sabe por qué? Pues porque se hace más fácil, al facilitarnos las cosas vamos a poder entender mejor, el problema era que no entendíamos, tampoco nos guiaban en los pasos para resolver los problemas, además las clases eran muy aburridas… en cambio ahora pueden ser más entretenidas trabajando por grupo…bueno así lo hicimos en la práctica que tuvimos con la profe y logramos resolver los tres problemas…

Fuente: Elaboración propia

Figura 16.
Codificación UH1-IC4

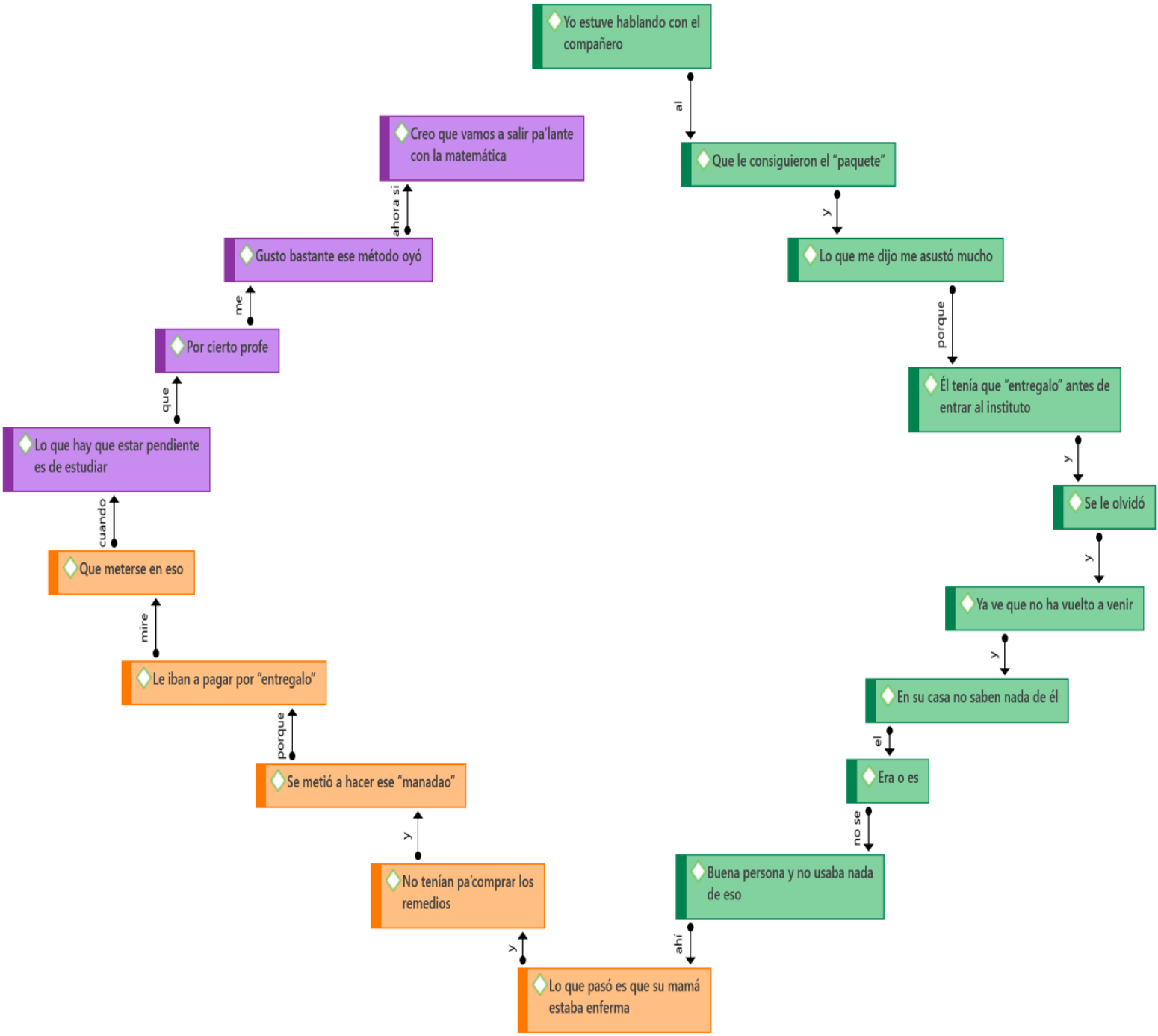
UH1-IC4: Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método



ATLAS.ti 9 (En la imagen 2: explicando geometría según el método Polya a los alumnos, distribuidos.

Figura 17.
Codificación UH2-IC4

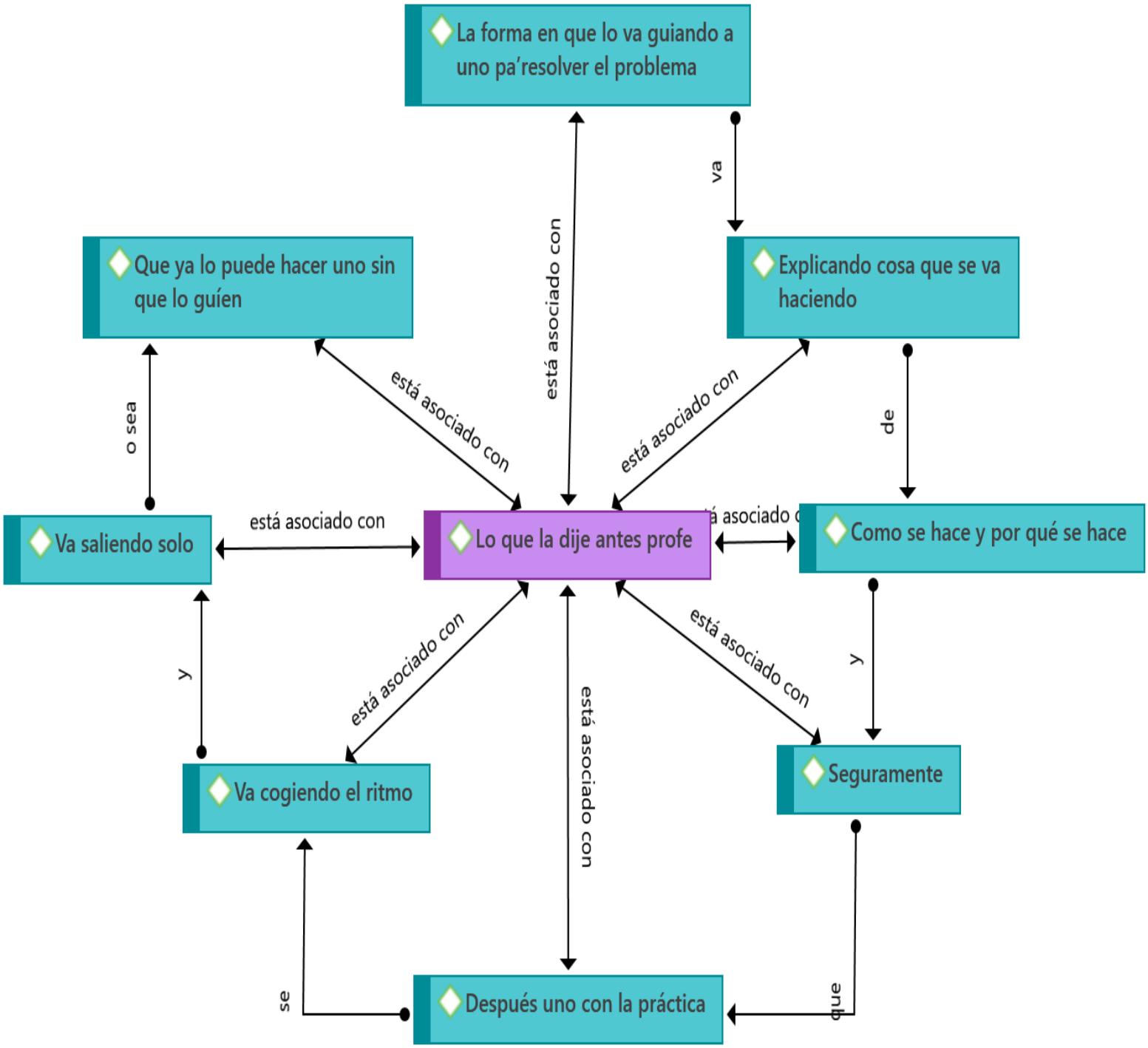
UH2-IC4: Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9 (En la imagen: explicando geometría según el método Polya a estudiantes.

Figura 18.
Codificación UH3-IC4

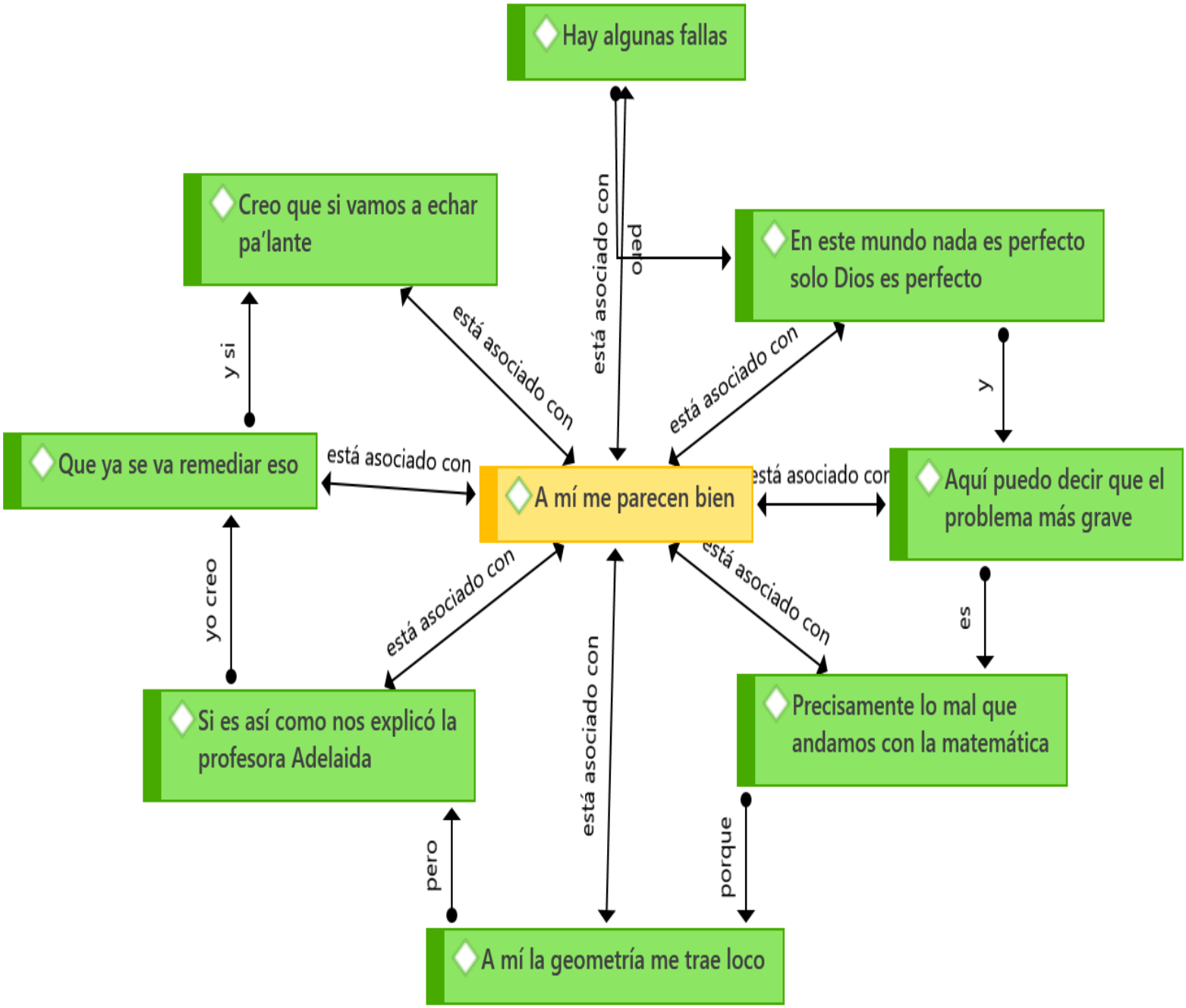
UH3-IC4: Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos te pereció más interesante?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Figura 19.
Codificación UH4-IC4

UH4-IC4: Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Figura 20

Codificación UH5-IC4: Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9

Tabla 13.

Matriz categorial IC-4

Pregunta UH	Anécdota IC-4	Sustento teórico	Interpretación investigador	Categorías	Subcategorías
1. Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método Polya que te expliqué previo a esta entrevista?	- Como le digo… vea yo me sentí al principio un poco confundido - Pero más adelante, cuando llegué a la solución del problema - Lo entendí y ya me sentí bastante cómodo - Porque se me hizo más fácil comprender el planteamiento - Porque es como en forma de guía - Mientras uno va haciendo las operaciones - La profesora nos explicaba por qué correspondía hacer esa operación - Y claro es como ir consiguiendo la razón de cada paso - Además haciéndolo en grupo podíamos discutir algunas cosas - Como cuando en el segundo problema salieron dos resultados diferentes - Tuvimos que buscar en donde estaba la falla - Y de quien era - Así volvimos a repasar el proceso - Y comparando cada paso lo conseguimos - Había un número diferente - El compañero puso un 8 en vez de un 3	- Polya (1945), su metodología consiste básicamente en hacer un acompañamiento y seguimiento paso a paso del alumno, donde el docente juega un papel preponderante como instructor pero también de animador o guía, conduciendo, asesorando y motivando al alumno a través del proceso de forma amigable, sin presionarlo, haciéndole sentir protagonista, sacando de él su creatividad, induciéndolo a pensar, a analizar el problema planteado, a reconocer los recursos con que cuenta dentro y fuera de su capacidad cognitiva mediante preguntas, provocando respuestas que desde una perspectiva heurística le permitan visualizar otras formas de solución del problema, donde su ingenio ya despierto alcanza su máxima expresión desde el impulso motivacional recibido, para luego obtener el reconocimiento por el éxito alcanzado y la propia satisfacción de haberlo logrado.	El estudiante entrevistado, no solo está comprometido con sus estudios, también tiene una clara percepción de lo que este método Polya le puede ofrecer en cuanto a las ventajas para resolver problemas, no solamente de matemática sino de geometría y hasta personales, ya que con la práctica de este método va a ir incrementando sus capacidades cognitivas como la intuición, la lógica, el análisis reflexivo, tomar decisiones y lo más importante, a no darse por vencido, que si se equivoca puede rectificar, y en el mejor de los casos, en la equivocación puede llegar a un nuevo descubrimiento, lo que se conoce como serendipia.	Proceso de comprensión gradual	- Guía paso a paso - Razonamiento de cada operación
				Aprendizaje colaborativo	- Trabajo en grupo - Revisión y corrección

2. Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?	- Bueno profe Julián yo estuve hablando con el compañero - Al que le consiguieron el "paquete" - Y lo que me dijo me asustó mucho - Porque él tenía que "entregalo" antes de entrar al instituto - Y se le olvidó - Y ya ve que no ha vuelto a venir - Y en su casa no saben nada de él - Él era o es… no se… buena persona - Y no usaba nada de eso - Ahí lo que pasó es que su mamá estaba enferma - Y no tenían pa'comprar los remedios - Y se metió a hacer ese "manadao" - Porque le iban a pagar por "entregalo" - Mire que meterse en eso - Cuando lo que hay que estar pendiente es de estudiar - Que por cierto profe, me gusto bastante ese método oyó - Por fin creo que vamos a salir pa'lante con la matemática - ¡Que bacano!	- Polya (1945): Ayudar al alumno. Una de las más importantes tareas del maestro es ayudar a sus alumnos. Tarea nada fácil. Requiere tiempo, práctica, dedicación y buenos principios. El estudiante debe adquirir en su trabajo personal la más amplia experiencia posible. Pero si se le deja solo frente a su problema, sin ayuda alguna o casi sin ninguna, puede que no progrese. Por otra parte, si el maestro le ayuda demasiado nada se le deja al alumno. El maestro debe ayudarle, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir una parte razonable del trabajo. - González (2023), dinamizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del planteo y resolución de problemas comprende rasgos fundamentales: 1. Estimular el aprendizaje desarrollador 2. Formar modos de actuación 3. Promover una concepción crítica del conocimiento matemático y didáctico.	Al parecer se tocó en esta respuesta un evento bastante delicado, pues un compañero del IC-4 se le encontró algo ilegal en su morral, porque olvidó entregarlo antes de entrar al recinto escolar. El incidente trajo como consecuencia que el adolescente no volviera a clases. Retomando la orientación del análisis, el estudiante IC-4 se manifestó responsable de sus estudios al enfatizar en la atención que le debe a su preparación, además de manifestarse entusiasta y confiado con la novedad del método Polya y consideró la franca posibilidad de avanzar en la disciplina matemática.	Contexto de riesgo social	- Vulnerabilidad estudiantil - Situaciones de peligro
				Enfoque en el aprendizaje	- Prioridad académica - Expectativa de mejora
3. Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos te pereció más interesante?	- Eso mismo profe - Que con ese modo de "hacelo" es mucho mejor - La forma en que lo va guiando a uno pa'resolver el problema - Va explicando cosa que se va haciendo - De como se hace y por qué se hace… - Y seguramente que después uno con la práctica	- Guzmán y Moreira (2014), esta disciplina (la geometría), contribuye al desarrollo del pensamiento, en particular del pensamiento lógico, del pensamiento geométrico-espacial y del pensamiento heurístico. - Van Hiele (1957), se refiere al pensamiento geométrico como un	Reiterando su interés e identificación con el método Polya, el estudiante en un lenguaje muy sencillo y propio de su condición, expone también cuatro fases, que a su entender suceden en el proceso: 1. La guía que lo conduce a la solución. 2. La explicación de cada operación. 3. La práctica de	Guía metodológica	- Explicación paso a paso - Comprensión del procedimiento

	- Ya va cogiendo el ritmo - Y va saliendo solo - O sea que ya lo puede hacer uno sin que lo guíen…si?	proceso mental en el cuál se adquieren habilidades, capacidades y destrezas para comprender el pensamiento tridimensional. Se adquiere de forma progresiva a medida que avanza el desarrollo psicoevolutivo del niño. - Polya (1945), propone cuatro fases para la resolución de problemas: 1. Comprender el problema. 2. Concebir un plan. 3. Ejecución del plan. 4. Examinar la solución obtenida.	ejercicios. 4. La experiencia que se adquiere con la práctica. De esto se infiere que el estudiante está dispuesto a enfrentarse, con la nueva herramienta a los desafíos matemáticos que se le presenten al consolidar el pensamiento geométrico.	Autonomía progresiva	- Práctica continua - Independencia en la resolución
4. Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?	- A mí me parecen bien - Como en todo… hay algunas fallas - Pero como dicen… en este mundo nada es perfecto solo Dios es perfecto… - Pero bueno… aquí puedo decir que el problema más grave - Es precisamente lo mal que andamos con la matemática - Por ejemplo a mí la geometría me trae loco - Pero creo…que ya se va remediar eso… - Porque si es así como nos explicó la profesora Adelaida - Yo creo que ahora si vamos a echar pa'lante	- Guzmán y Moreira (2014). En la Matemática escolar que se imparte en cada una de las enseñanzas, dentro de sus contenidos se encuentran los referentes a igualdad y semejanza de figuras. Para ello es necesario que los estudiantes realicen operaciones mentales tales como, analizar y sintetizar, comparar, clasificar, generalizar, concretar, abstraer y particularizar. Estas operaciones están presentes tanto en el trabajo con la nueva materia, como en la resolución de ejercicios y problemas. Lo anterior expresa la necesidad de buscar alternativas para el desarrollo de habilidades en los estudiantes para enfrentar estos tipos de problemas.	En esta cuarta respuesta, el estudiante reconoció la incidencia que ha representado para ellos el problema para entender, procesar y adquirir competencias para la solución de problemas matemáticos y por deducción ahora con la geometría, sin embargo reconoce que con este método podrán salir adelante, pues al haber realizado la práctica del mismo por primera vez se sintió esperanzado.	Dificultades en matemáticas	- Problemática específica - Geometría como desafío
				Expectativa de mejoramiento	- Confianza en el método - Perspectiva positiva
5. Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?	- Yo creo que si profe… ¿sabe por qué? - Pues porque se hace más fácil - Al facilitarnos las cosas vamos a poder entender mejor - El problema era que no entendíamos - Tampoco nos guiaban en los pasos para resolver los problemas - Además las clases eran muy aburridas… - En cambio ahora pueden ser más	- Guzmán y Moreira (2014), esta disciplina contribuye al desarrollo del pensamiento, en particular del pensamiento lógico, del pensamiento geométrico-espacial y del pensamiento heurístico. - Contreras (2022), desde las exigencias de formación en el mundo	Una vez más el estudiante entusiasmado reconfirma la posibilidad de progresar en el área de matemática confiando en el aporte de método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico y la resolución de problemas matemáticos, debido a la experiencia que tuvo en la	Facilitación del aprendizaje	- Comprensión mejorada - Metodología clara

	entretenidas trabajando por grupo… - Bueno así lo hicimos en la práctica que tuvimos con la profe - Y logramos resolver los tres problemas…	actual se requiere enfoques diferentes a la educación tradicional, y reconociendo la importancia de la naturaleza de la matemática por su aplicación de conocimientos en diferentes contextos, resulta fundamental emplear la resolución de problemas en situaciones concretas, buscando promover el desarrollo del razonamiento y argumentación en la enseñanza de la matemática. - Polya (1945). La experiencia muestra que las preguntas y sugerencias de la lista, empleadas apropiadamente, ayudan con frecuencia al alumno.	práctica que realizó con la profesora al aplicar los cuatro pasos sugeridos por el autor, lo cual le facilitó el proceso por el hecho de haber entendido el planteamiento, además de saber y comprender el por qué se hacen determinadas operaciones.	Motivación estudiantil	- Clases dinámicas - Trabajo colaborativo

Nota. Elaboración propia.

Tabla 14.

Entrevista IC-5

Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos. Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.	
Datos del Entrevistado	
Género: masculino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 14 años	**Fecha de la Entrevista: 16/09/25**
Tiempo de estudio en la institución: 4 años	
Compromiso como estudiante: alumno disciplinado, buen promedio, colaborador	
Vinculación con la investigación: Estudiante de décimo grado	
Unidades Hermenéuticas	
UH-1	***Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método Polya que te expliqué previo a esta entrevista?***
R-1	¡Oiga… como me voy a sentir pues! *Requete* bien profe… no se imagina lo bacano que se siente poder resolver tres… no uno ni dos… tres problemas de matemáticas en un día… ¡*ui* profe… no lo podía creer! sentí como si me hubieran "*cambiao"* la cabeza… porque yo no entendía nada, pero con este método todo sale tan fácil, pero claro, es porque ahora si entiendo, porque este paso a paso va explicando cada detalle de lo que se hace y cómo se debe ir de un paso a otro, esto debe ser como cuando "*aprendej'a"* bailar, los primeros pasos te tropiezas, pero con la práctica te "*vuelvej'un"* súper bailarín, ¡ ja, ja , ja !!! Todavía no me lo creo…
UH-2	***Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Bien "*pesaitas"* oyó… ya vio lo que pasó con… (Se suprimió el nombre por razones legales). Hay que andar ojo *pelao* profe, porque esos manes andan rondando a ver a quien pescan. Yo cuando veo un *man* de esos, me corro de allí… no sé si son o no pero prefiero evitar acercarme a quien no conozco si ve… a mí lo que me interesa está aquí en lo que tengo que estudiar, y en mi casa con mi jefa (mamá), porque papá se peló y tengo que "*ayudala"* con los *pelaitos,* uno de 9 y otro de 5 años. Y bueno profe con esto del nuevo método pa'las matemáticas está bien bacano porque a mi si me gustan, pero soy un poco lento pa'entender profe y con esta forma se me hace más fácil *entedelo* porque va diciendo como hay que *hacelo* de verdad profe estoy muy animado con eso…
UH-3	***Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos te pereció más interesante?***
R-3	Eso mismo profe, que con ese modo de "*hacelo"* es mucho mejor, se entiende mejor, es más rápido, cuando se hace en grupo es mejor la clase, porque podemos compartir lo que hacemos y salen "*otraj'ideas",* podemos comparar los resultados y ver como lo hizo el otro compañero y la clase es "*maj'entretenida*
UH-4	***Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?***
R-4	Me parecen normales… pero deberían mejorarlas… como lo está haciendo usted profe, con este método seguramente va a mejorar por lo menos la parte de matemática, "*pa'ver"* si subimos los índices de las pruebas que hace el ministerio… esto es un ejemplo "*pa'otros"* profesores.
UH-5	***Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?***

R-5	Profe yo pienso que si… porque he comentado con otros compañeros la práctica que hicimos con la profe Adelaida y se han animado, ellos también quieren probar a ver si se les hace tan fácil como yo les digo, sería bueno así se animan más… profe por lo que leí ese método tiene mucho tiempo, y ¿Por qué no lo había traído antes? **Investigador:** tienes razón hijo, en verdad de haberlo aplicado antes ya estuvieran adelantados, pero es ahora que estoy haciendo el doctorado y decidí hacer esta investigación, precisamente con el propósito de hacer un aporte que los ayude a mejorar esa área de conocimiento. IC-5: está bien profe, dicen que nunca es tarde pa' mejorar las cosas.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 20.
Codificación UH1-IC5

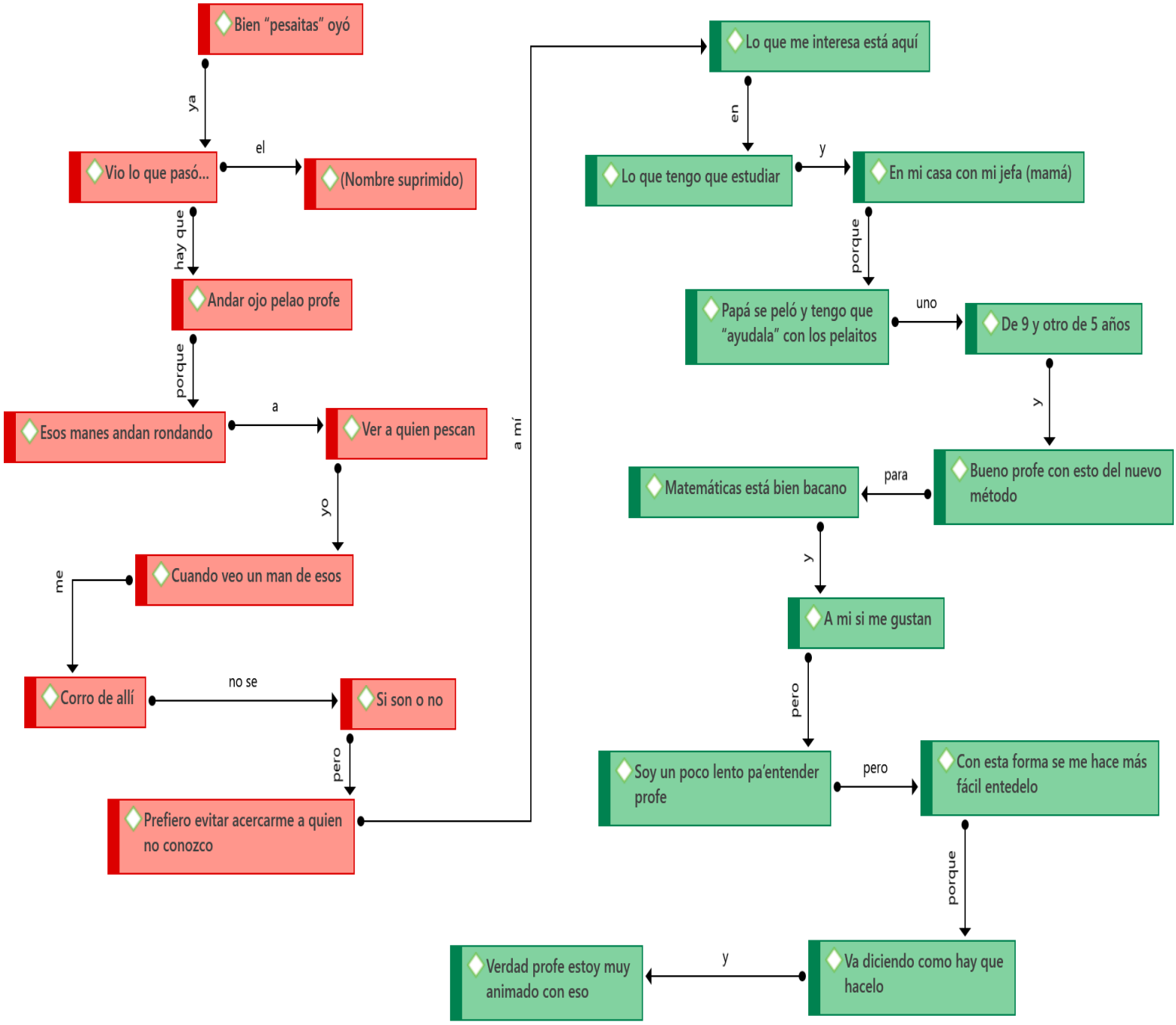
UH1-IC5: Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método Polya que te expliqué previo a esta entrevista?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9. (En la imagen 4: la profesora Adelaida explicando al grupo de alumnos el método Polya)

Figura 21.
Codificación UH2-IC5

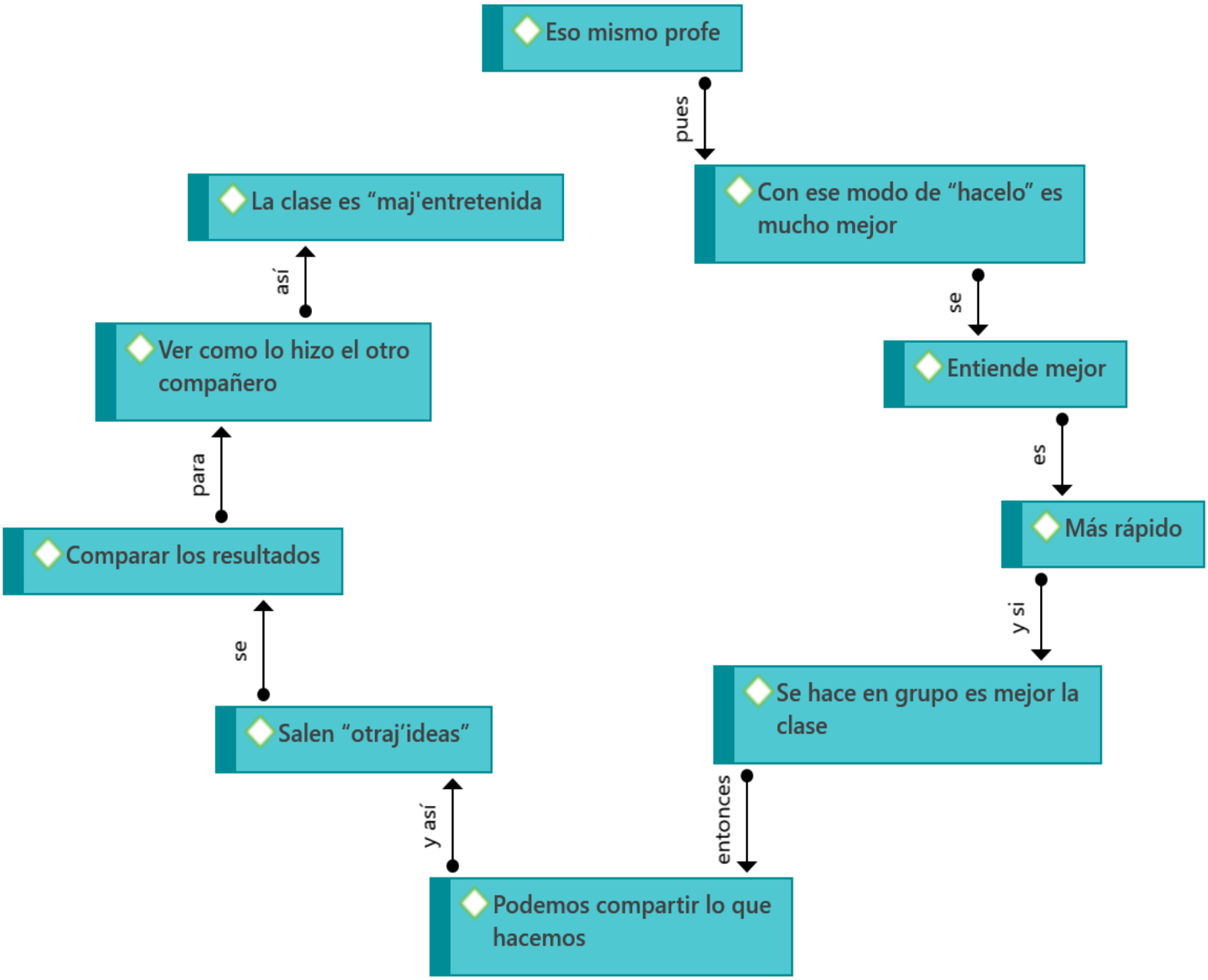
UH2-IC5: Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 22.
Codificación UH3-IC5

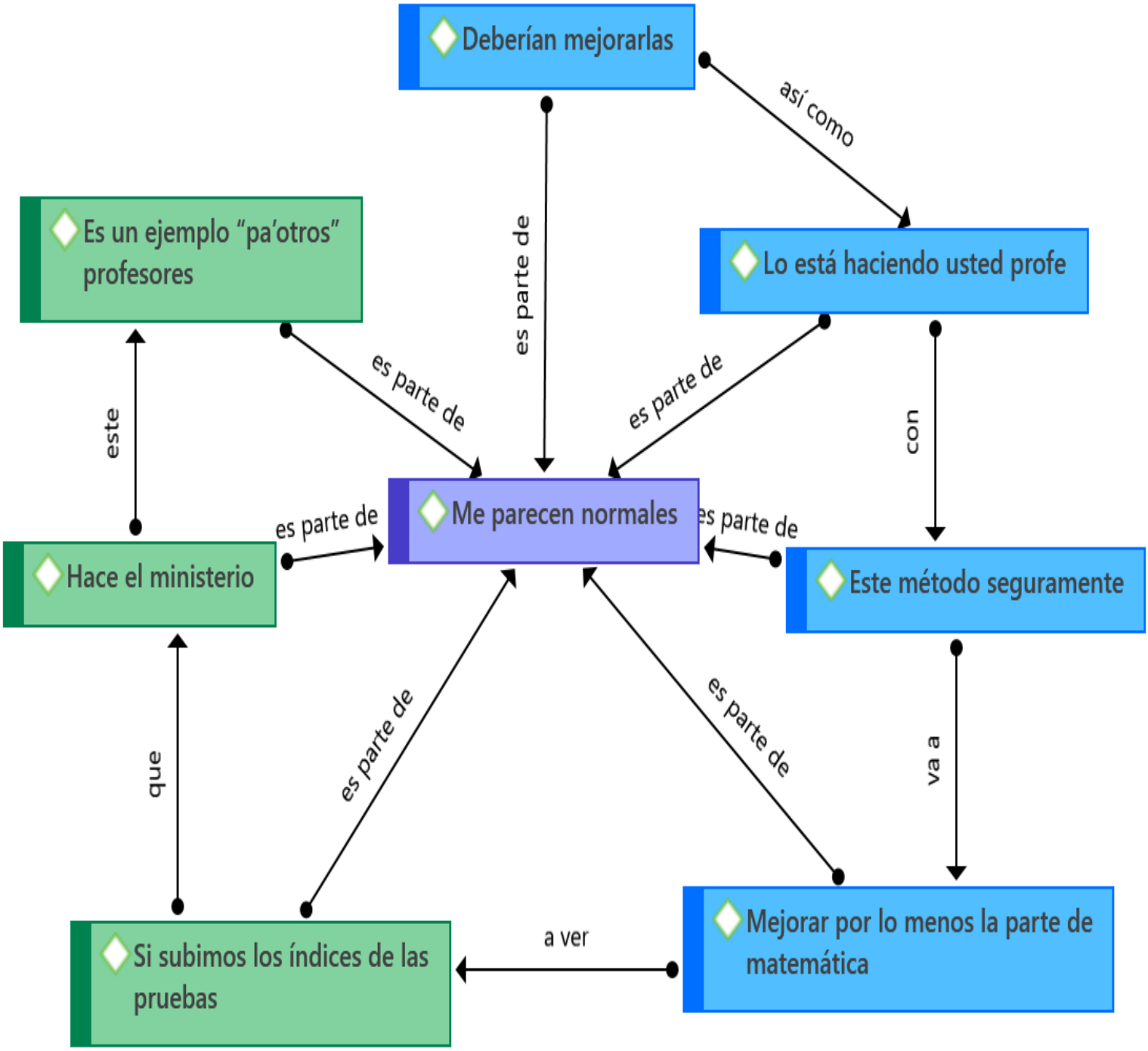
UH3-IC5: Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos te pereció más interesante?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 23.
Codificación UH4-IC5

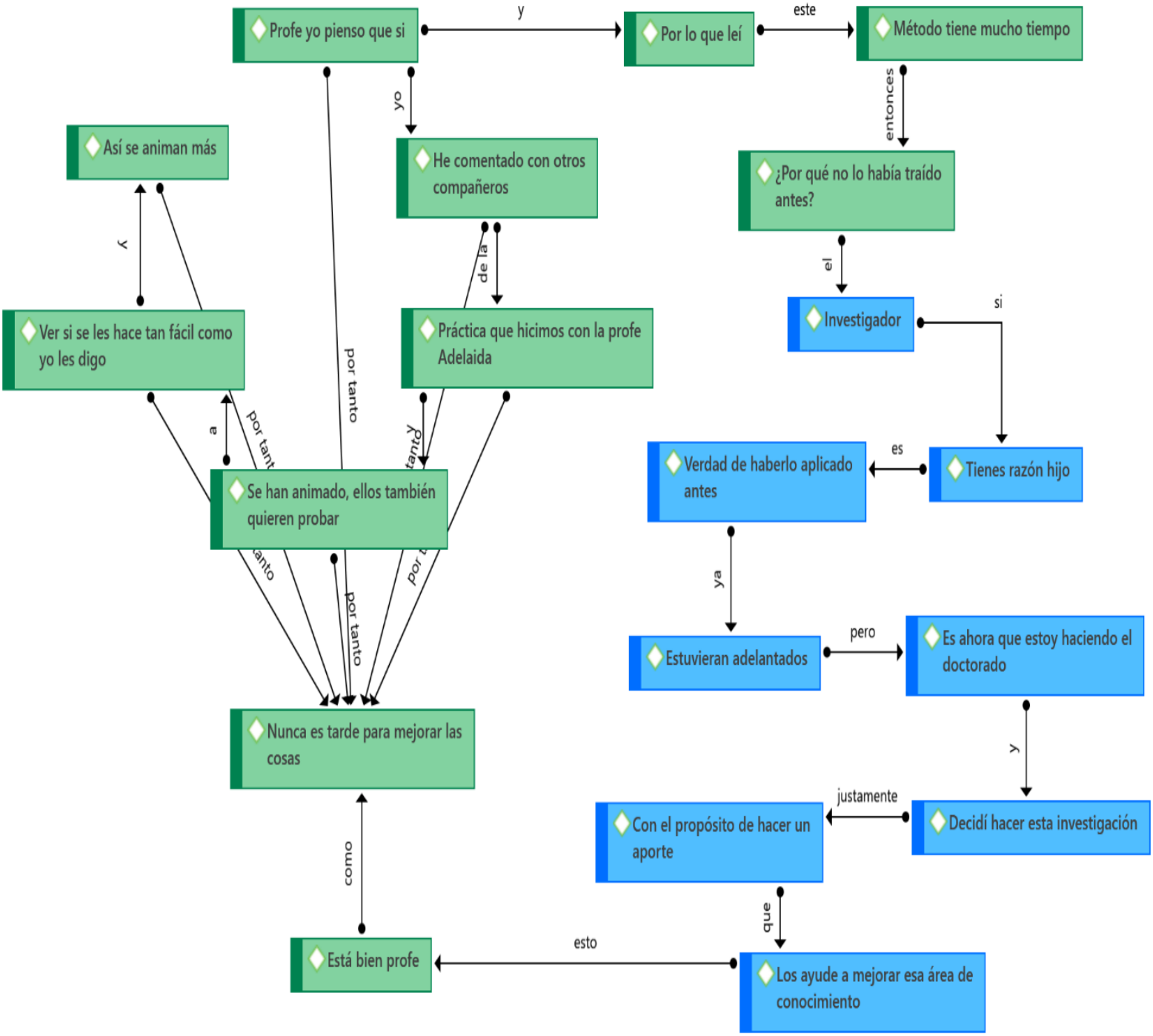
UH4-IC5: Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Figura 24.
Codificación UH5-IC5

UH5-IC5: Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?



Nota: Análisis de los datos cualitativos mediante red semántica generada en el software ATLAS.ti 9.

Tabla 15.

Matriz categorial IC-5

Pregunta UH	Anécdota IC-5	Sustento teórico	Interpretación investigador	Categorías	Subcategorías
1. Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método Polya que te expliqué previo a esta entrevista?	- ¡Oiga… como me voy a sentir pues! - Requete bien profe… - No se imagina lo bacano que se siente poder resolver tres… no uno ni dos… tres problemas de matemáticas en un día… - ¡Ui profe… no lo podía creer! - Sentí como si me hubieran "cambiao" la cabeza… - Porque yo no entendía nada - Pero con este método todo sale tan fácil - Pero claro, es porque ahora si entiendo - Porque este paso a paso va explicando cada detalle de lo que se hace - Y cómo se debe ir de un paso a otro - Esto debe ser como cuando "aprendej'a" bailar - Los primeros pasos te tropiezas - Pero con la práctica te "vuelvej'un" súper bailarín - ¡Ja, ja, ja!!! - Todavía no me lo creo…	- Polya (1945), su metodología consiste básicamente en hacer un acompañamiento y seguimiento paso a paso del alumno, donde el docente juega un papel preponderante como instructor pero también de animador o guía, conduciendo, asesorando y motivando al alumno a través del proceso de forma amigable, sin presionarlo, haciéndole sentir protagonista, sacando de él su creatividad, induciéndolo a pensar, a analizar el problema planteado, a reconocer los recursos con que cuenta dentro y fuera de su capacidad cognitiva mediante preguntas, provocando respuestas que desde una perspectiva heurística le permitan visualizar otras formas de solución del problema, donde su ingenio ya despierto alcanza su máxima expresión desde el impulso motivacional recibido, para luego obtener el reconocimiento por el éxito alcanzado y la propia satisfacción de haberlo logrado.	En la respuesta del estudiante se denota el entusiasmo que tiene al saber que puede mejorar las dificultades que tiene con las matemáticas, siendo una disciplina que le gusta pero reconoce que se le dificulta entenderla. Al realizar la práctica con la profesora se percató que es un método que lo lleva paso a paso, informando y explicando los procedimientos para la solución de los problemas, en este punto también se asomó un despertar del pensamiento lógico al hacer la analogía del método de aprendizaje con el del baile, que al principio cuesta hacer la sincronización de los movimientos de los pies con el ritmo musical, pero que con la práctica se mejora la técnica, aspecto que evidencia el alcance cognitivo del estudiante en esta comparación.	Satisfacción por el logro	- Éxito en resolución de problemas - Comprensión efectiva
				Analogía del aprendizaje	- Práctica progresiva - Desarrollo de habilidades

2. Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?	- Bien "pesaitas" oyó… ya vio lo que pasó con… (Se suprimió el nombre por razones legales). - Hay que andar ojo pelao profe - Porque esos manes andan rondando a ver a quien pescan - Yo cuando veo un man de esos, me corro de allí… - No sé si son o no pero prefiero evitar acercarme a quien no conozco si ve… - A mí lo que me interesa está aquí - En lo que tengo que estudiar - Y en mi casa con mi jefa (mamá) - Porque papá se peló y tengo que "ayudala" con los pelaitos - Uno de 9 y otro de 5 años - Y bueno profe con esto del nuevo método pa'las matemáticas está bien bacano - Porque a mi si me gustan - Pero soy un poco lento pa'entender profe - Y con esta forma se me hace más fácil entedelo - Porque va diciendo como hay que hacelo - De verdad profe estoy muy animado con eso…	- Polya (1945): Ayudar al alumno. Una de las más importantes tareas del maestro es ayudar a sus alumnos. Tarea nada fácil. Requiere tiempo, práctica, dedicación y buenos principios. El estudiante debe adquirir en su trabajo personal la más amplia experiencia posible. Pero si se le deja solo frente a su problema, sin ayuda alguna o casi sin ninguna, puede que no progrese. Por otra parte, si el maestro le ayuda demasiado nada se le deja al alumno. El maestro debe ayudarle, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir una parte razonable del trabajo. - González (2023), dinamizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del planteo y resolución de problemas comprende tres rasgos fundamentales en el marco de la formación: 1. Estimular el aprendizaje desarrollador 2. Formar modos de actuación 3. Promover una concepción crítica del conocimiento matemático y didáctico.	En este punto se rescata la prevención que deben tener los estudiantes en esta zona, pues existen riesgos que amenazan de alguna manera su vulnerabilidad. En el caso del alumno, deja manifiesto un buen sentido de precaución, como una forma de evitarse problemas, este tipo de pensamiento analítico reflexivo, es también cónsono con el tema de estudio, pues como bien lo expresa el mismo Polya, este método no solo facilita la resolución de problemas matemáticos o geométricos, sino también problemas personales o contextuales como el del presente caso.	Precaución ante riesgos sociales	- Prevención de situaciones peligrosas - Pensamiento analítico aplicado
				Compromiso académico y familiar	- Prioridad en el estudio - Responsabilidad familiar
3. Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la	- Eso mismo profe - Que con ese modo de "hacelo" es mucho mejor - Se entiende mejor - Es más rápido - Cuando se hace en grupo es mejor la clase	- Guzmán y Moreira (2014), esta disciplina (la geometría), contribuye al desarrollo del pensamiento, en particular del pensamiento lógico, del pensamiento geométrico-espacial y del pensamiento heurístico.	El adolescente entrevistado ha tenido una buena experiencia con la práctica realizada con el Método Polya para la resolución de problemas, esto se trasluce en su discurso al caracterizar el método como entendible,	Ventajas del trabajo colaborativo	- Intercambio de ideas - Comparación de procedimientos

resolución de problemas matemáticos te pereció más interesante?	- Porque podemos compartir lo que hacemos - Y salen "otraj'ideas" - Podemos comparar los resultados - Y ver como lo hizo el otro compañero - Y la clase es "maj'entretenida	- Van Hiele (1957), se refiere al pensamiento geométrico como un proceso mental en el cuál se adquieren habilidades, capacidades y destrezas para comprender el pensamiento tridimensional. Se adquiere de forma progresiva a medida que avanza el desarrollo psicoevolutivo del niño. - Polya (1945), propone cuatro fases para la resolución de problemas: 1. Comprender el problema. 2. Concebir un plan. 3. Ejecución del plan. 4. Examinar la solución obtenida.	mejora el proceso al facilitar la experiencia, es interactivo e inclusivo, dialógico y heurístico, también se sintió entretenido en vez de aburrido como se podía sentir anteriormente.	Dinamismo en el aula	- Clase más entretenida - Mayor comprensión
4. Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?	- Me parecen normales… - Pero deberían mejorarlas… - Como lo está haciendo usted profe - Con este método seguramente - Va a mejorar por lo menos la parte de matemática - "Pa'ver" si subimos los índices de las pruebas que hace el ministerio… - Esto es un ejemplo "pa'otros" profesores	- Guzmán y Moreira (2014). En la Matemática escolar que se imparte en cada una de las enseñanzas, dentro de sus contenidos se encuentran los referentes a igualdad y semejanza de figuras. Para ello es necesario que los estudiantes realicen operaciones mentales tales como, analizar y sintetizar, comparar, clasificar, generalizar, concretar, abstraer y particularizar. Estas operaciones están presentes tanto en el trabajo con la nueva materia, como en la resolución de ejercicios y problemas. Lo anterior expresa la necesidad de buscar alternativas para el desarrollo de habilidades en los estudiantes para enfrentar estos tipos de problemas.	En la voz del IC-5, se percibe un llamado a mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en la institución educativa, es un punto de inflexión que se debe considerar toda vez que ellos son los beneficiarios de dicho proceso y los docentes estamos comprometidos, como profesionales de la educación a llenar esos vacíos que reflejan en sus comportamientos, dejando evidencias en sus bajos rendimientos, y en muchos casos en la deserción.	Necesidad de mejora educativa	- Oportunidad de cambio - Mejoramiento en matemáticas
				Modelo como referente	- Ejemplo para otros docentes - Impacto en resultados

5. Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?	- Profe yo pienso que si… - Porque he comentado con otros compañeros - La práctica que hicimos con la profe Adelaida - Y se han animado - Ellos también quieren probar a ver si se les hace tan fácil como yo les digo - Sería bueno así se animan más… - Profe por lo que leí ese método tiene mucho tiempo - Y ¿Por qué no lo había traído antes? Investigador: tienes razón hijo, en verdad de haberlo aplicado antes ya estuvieran adelantados, pero es ahora que estoy haciendo el doctorado y decidí hacer esta investigación, precisamente con el propósito de hacer un aporte que los ayude a mejorar esa área de conocimiento. IC-5: está bien profe, dicen que nunca es tarde pa' mejorar las cosas.	- Guzmán y Moreira (2014), esta disciplina contribuye al desarrollo del pensamiento, en particular del pensamiento lógico, del pensamiento geométrico-espacial y del pensamiento heurístico. - Contreras (2022), desde las exigencias de formación en el mundo actual se requiere enfoques diferentes a la educación tradicional, y reconociendo la importancia de la naturaleza de la matemática por su aplicación de conocimientos en diferentes contextos, resulta fundamental emplear la resolución de problemas en situaciones concretas, buscando promover el desarrollo del razonamiento y argumentación en la enseñanza de la matemática. - Polya (1945). La experiencia muestra que las preguntas y sugerencias de la lista, empleadas apropiadamente, ayudan con frecuencia al alumno. Tienen dos características comunes, el sentido común y la generalización.	Con esta respuesta se nos abren las puertas para iniciar el camino del cambio, este joven ha demostrado una madurez de pensamiento que ha cultivado desde sus propias experiencias de vida, pues le ha tocado convertirse en padre de familia con apenas catorce años, pues debe apoyar a su mamá con sus dos hermanos menores porque su papá ya no está, además está comprometido con sus estudios para procurar hacer una carrera universitaria, hacerse profesional y sacar a su familia adelante, esto si es un ejemplo de juventud.	Difusión entre pares	- Comunicación del éxito - Motivación colectiva
				Oportunidad de implementación	- Momento oportuno - Aporte investigativo

Nota. Elaboración propia.

La Tabla 14 presenta la matriz de reducción de datos, herramienta metodológica que sintetiza las categorías y subcategorías emergentes del análisis hermenéutico de Van Manen (2003) de las cinco entrevistas realizadas. Esta matriz integra sistemáticamente los hallazgos obtenidos de cada informante clave (tres docentes y dos estudiantes), organizados por unidades hermenéuticas. Representa la condensación analítica del discurso transcrito, mostrando las convergencias temáticas que fundamentan el Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos.

Tabla 14

Matriz de reducción de datos

UH	Categorías	Subcategorías
1	Apropiación del Método Polya	Comprensión de las fases metodológicas / Guía paso a paso en la resolución de problemas
2	Transformación de Prácticas Pedagógicas	Rol docente como facilitador heurístico / Trabajo colaborativo en el aula
	Desarrollo del Pensamiento Geométrico	Razonamiento espacial progresivo / Habilidades cognitivas matemáticas
3	Contexto Socioeducativo Vulnerable	Riesgos sociales y vulnerabilidad estudiantil / Resiliencia pedagógica docente
	Insuficiencia de Políticas Educativas	Brecha entre discurso y realidad institucional / Desatención a zonas rurales
4	Metacognición y Autorregulación	Verbalización de procesos de razonamiento / Monitoreo y evaluación de soluciones
5	Aprendizaje Significativo Estudiantil	Comprensión conceptual sobre memorización / Autonomía progresiva en resolución
	Receptividad y Expectativas de Mejora	Disposición institucional favorable / Confianza en el modelo para mejorar resultados

Nota: Expresiones significativas

Categorías Emergentes

A partir del análisis hermenéutico interpretativo de las entrevistas realizadas a los cinco informantes clave, emergieron cuatro categorías fundamentales que sintetizan las transformaciones generadas por la implementación del Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya.

Las categorías emergentes fueron identificadas mediante análisis hermenéutico interpretativo que integró tres fuentes complementarias de comprensión: las voces de los participantes expresadas en transcripciones textuales de entrevistas, los referentes teóricos

del campo de educación matemática y didáctica de la geometría, y el posicionamiento interpretativo del investigador como docente conocedor del contexto institucional específico. Este proceso de triangulación hermenéutica permitió trascender descripciones superficiales para alcanzar comprensiones profundas sobre significados que docentes y estudiantes construyeron respecto a sus experiencias vividas durante implementación del modelo Polya. Las cuatro categorías emergentes no fueron predefinidas en el diseño inicial de la investigación, sino que surgieron inductivamente del diálogo sostenido entre datos empíricos recolectados y marcos teóricos consultados, mediante ciclos iterativos de lectura, codificación, interpretación y refinamiento conceptual.

El proceso de identificación de estas categorías emergentes comenzó con análisis detallado de las matrices categoriales individuales construidas para cada informante clave, donde se había realizado contrastación sistemática entre expresiones significativas extraídas de transcripciones y sustento teórico pertinente. Al examinar convergencias y divergencias entre las cinco matrices individuales mediante la matriz de reducción de datos, se identificaron núcleos temáticos recurrentes que atravesaban perspectivas de los tres docentes y dos estudiantes participantes.

Estos núcleos temáticos iniciales fueron posteriormente profundizados mediante escritura analítica extensa que exploró relaciones conceptuales, tensiones dialécticas y significados subyacentes, proceso que generó los cuatro grandes ejes interpretativos presentados en el análisis hermenéutico. Cada categoría emergente integra múltiples subcategorías identificadas previamente en matrices individuales, representando síntesis interpretativas de nivel superior que articulan hallazgos fragmentados en comprensiones holísticas coherentes.

Las categorías emergentes revelaron que implementación del Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya generó transformaciones sustantivas que excedieron mejoramiento técnico-didáctico de enseñanza geométrica para involucrar dimensiones ontológicas, epistemológicas, éticas y políticas. Estas categorías mostraron convergencias significativas entre perspectivas docentes y estudiantiles, aunque con énfasis diferenciados según posicionamiento en proceso pedagógico. Mientras docentes focalizaron en dimensiones de implementación institucional, formación requerida y transformación de prácticas, estudiantes enfatizaron experiencias vividas de aprender, transformaciones en

comprensión y cambios en disposiciones afectivas. Ambas perspectivas resultaron complementarias para comprensión integral del fenómeno estudiado.

Tabla 16.

Matriz Categorial de Categorías Emergentes

Pregunta UH	Anécdota (Expresiones Significativas)	Sustento Teórico	Interpretación Investigador	Categorías	Subcategorías
UH-1: ¿Cómo se transformó el rol docente durante la implementación del método Polya?	- IC-2: "esto es involucrarnos todos en la actividad de cada uno de los momentos, esto permite hacer sugerencias, generar ideas, hacer inferencias" (R-3) - IC-3: "va guiando al estudiante durante todo el proceso de la solución de los problemas, pero de tal forma que ellos van razonando lo que hacen" (R-1) - IC-4: "la profesora nos explicaba por qué correspondía hacer esa operación y claro es como ir consiguiendo la razón de cada paso" (R-1) - IC-1: "conocer muy bien los intereses y necesidades de aprendizaje del estudiante para responderles consecuentemente" (R-2) - IC-3: "en la medida que vayan adquiriendo las habilidades cognitivas necesarias se puede ir incrementando la dificultad" (R-3)	- Polya (1945): Ayudar al alumno constituye una de las más importantes tareas del maestro. Requiere tiempo, práctica, dedicación y buenos principios. El maestro debe ayudarle, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir una parte razonable del trabajo. - Schoenfeld (1985): La enseñanza efectiva de resolución de problemas requiere que docente modele estrategias metacognitivas explícitamente, promoviendo reflexión sobre propio pensamiento matemático mediante verbalización de procesos de razonamiento. - May-Cen (2015): El objetivo principal de Polya fue que estudiantes adquirieran la más amplia experiencia posible en actividad heurística, desarrollando capacidades de descubrimiento independiente.	La implementación del método Polya implicó transformaciones profundas en concepciones sobre el rol docente en procesos de enseñanza-aprendizaje matemático. IC-2 manifestó tránsito conceptual desde modelos donde docente monopoliza transmisión de conocimientos hacia configuraciones dialógicas donde docente y estudiante participan conjuntamente. La noción de acompañamiento paso a paso emergió como característica distintiva evidenciada por IC-3. Las prácticas de cuestionamiento orientador señaladas por IC-4 favorecen desarrollo de comprensión conceptual profunda. El equilibrio entre asistencia y autonomía constituyó desafío identificado por IC-1. La evaluación formativa continua caracterizó nuevas prácticas según IC-3, evidenciando monitoreo activo de desarrollo estudiantil.	**Transformación del rol docente de transmisor a facilitador heurístico**	• Acompañamiento paso a paso • Cuestionamiento orientador y equilibrio asistencia-autonomía
UH-2: ¿Cómo se construyó socialmente el conocimiento geométrico mediante trabajo colaborativo?	- IC-4: "haciéndolo en grupo podíamos discutir algunas cosas, como cuando en el segundo problema salieron dos resultados diferentes, tuvimos que buscar en donde estaba la falla" (R-1) - IC-5: "podemos compartir lo que	- Vygotsky (1978): La construcción de significados matemáticos ocurre mediante procesos de interacción social donde se negocian interpretaciones, se contrastan perspectivas y se construyen consensos progresivos que transitan	El trabajo colaborativo emergió como modalidad pedagógica privilegiada que transformó dinámicas de construcción de conocimientos matemáticos. IC-4 reveló que discrepancias en resultados generaron oportunidades para negociación de significados y	**Construcción social del conocimiento geométrico: del aprendizaje individual al colaborativo**	• Negociación dialógica de significados • Conflicto sociocognitivo como motor de aprendizaje

	hacemos y salen otras ideas, podemos comparar los resultados y ver como lo hizo el otro compañero" (R-3) - IC-2: "comprender el problema por ambas partes, concebir un plan entre las dos partes, ejecutarlo por ambas partes, examinar la solución entre ambos grupos" (R-3) - IC-4: "así volvimos a repasar el proceso, y comparando cada paso lo conseguimos, había un número diferente, el compañero puso un 8 en vez de un 3" (R-1) - IC-5: "cuando se hace en grupo es mejor la clase porque podemos compartir lo que hacemos, y la clase es más entretenida" (R-3)	desde comprensiones fragmentadas individuales hacia entendimientos más completos. - Duval (2005): La capacidad para resolver problemas mediante métodos diversos constituye indicador robusto de comprensión matemática profunda, reflejando flexibilidad cognitiva que trasciende aplicación mecánica de algoritmos memorizados. - Flavell (1976): El monitoreo metacognitivo implica evaluación continua, identificación de momentos de bloqueo y detección de inconsistencias lógicas.	construcción de consensos validados mediante argumentación. La comparación de estrategias resolutivas descrita por IC-5 favoreció desarrollo de flexibilidad cognitiva. El conflicto sociocognitivo evidenciado en la situación narrada por IC-4 constituyó motor de desarrollo conceptual mediante autorregulación grupal efectiva. La dimensión dialógica del aprendizaje fue explícita en conceptualización de IC-2. Las dinámicas grupales según IC-5 favorecieron motivación intrínseca y experiencias más satisfactorias.		
UH-3: ¿Cómo se desarrolló metacognición y autorregulación en los estudiantes?	- IC-4: "es como ir consiguiendo la razón de cada paso, explicando lo que se va haciendo, de cómo se hace y por qué se hace, llega un momento en que ya lo puede hacer uno sin que lo guíen" (R-3) - IC-5: "este paso a paso va explicando cada detalle de lo que se hace, y cómo se debe ir de un paso a otro" (R-1) - IC-4: "cuando salieron dos resultados diferentes, tuvimos que buscar en donde estaba la falla, así volvimos a repasar el proceso, y comparando cada paso lo conseguimos" (R-1) - IC-5: "esto debe ser como	- Flavell (1976): La metacognición, entendida como conocimiento y control sobre propios procesos cognitivos, resulta fundamental para desarrollo de competencias matemáticas avanzadas, implicando capacidades para planificar estrategias, monitorear progreso, identificar momentos de bloqueo y evaluar razonabilidad de soluciones mediante procesos de verificación reflexiva. - Schoenfeld (1985): La verbalización de procesos de razonamiento constituye estrategia metacognitiva fundamental que permite hacer explícitos supuestos implícitos,	El desarrollo de consciencia metacognitiva sobre propios procesos de razonamiento emergió como transformación fundamental evidenciada por IC-4, revelando tránsito desde ejecución mecánica de procedimientos hacia comprensión explícita de racionalidad subyacente. La verbalización de procesos de razonamiento señalada por IC-5 constituyó práctica metacognitiva central que facilitó autorregulación. El monitoreo activo durante resolución descrito por IC-4 permitió identificación temprana de errores y revisión reflexiva efectiva. La construcción de analogías por IC-5	**Metacognición y autorregulación: del hacer mecánico al razonamiento consciente**	• Verbalización y consciencia de procesos cognitivos • Monitoreo activo y autonomía intelectual progresiva

	cuando aprendes a bailar, los primeros pasos te tropiezas pero con la práctica te vuelves un súper bailarín" (R-1) - IC-3: "en la medida que vayan adquiriendo las habilidades cognitivas necesarias se puede ir incrementando la dificultad" (R-3)	identificar lagunas en comprensión, detectar inconsistencias lógicas y construir coherencia conceptual. - Polya (1945): Examinar solución implica verificar no solamente corrección aritmética sino también razonabilidad de resultado.	reveló pensamiento metacognitivo sofisticado sobre naturaleza del aprendizaje como práctica deliberada progresiva. El desarrollo de autonomía intelectual fue progresivo según observación de IC-3.		
UH-4: ¿Cómo se manifestó la resiliencia pedagógica en el contexto de vulnerabilidad social?	- IC-3: "reconozco que hemos transitado muchas dificultades, y seguirán pasando, pero debemos enfocarnos en lo que tenemos y podemos hacer... hay que seguir adelante para sacar, al menos unos cuanto de estos jóvenes por buenos caminos" (R-2) - IC-1: "zonas donde la pobreza amenaza con su guadaña gran parte de la población, particularmente la infantil, la de mayor edad y a los jóvenes y adolescentes en términos de violencia, adicción y delincuencia" (R-4) - IC-2: "aquí todo sigue igual o peor, la infraestructura de las instituciones deterioradas, el salario no es compensatorio, comunidades rurales desasistidas, en verdad no se ven esos cambios y mucho menos mejoras" (R-4) - IC-4: "ya vio lo que pasó con... él tenía que 'entregalo' antes de entrar al instituto y se le olvidó y ya ve que no ha vuelto a venir" (R-2)	- Contreras (2022): El compromiso docente constituye variable mediadora fundamental entre conocimientos pedagógicos disponibles y prácticas efectivas de enseñanza, influyendo en disposición para innovar, persistencia ante dificultades de implementación e inversión de tiempo en preparación de clases. - Batanero, Godino y Roa (2004): La dimensión ecológica de enseñanza matemática reconoce que prácticas pedagógicas ocurren en contextos institucionales y sociales específicos con recursos limitados y condiciones frecuentemente adversas que configuran posibilidades y limitaciones reales. - Gómez-Chacón (2000): Las identidades profesionales docentes incorporan dimensiones vocacionales y éticas que trascienden aspectos técnicos para incluir compromisos con desarrollo integral de estudiantes, disposiciones hacia justicia social y esperanzas sobre posibilidades transformadoras de educación.	La implementación del modelo teórico educativo ocurrió en contexto caracterizado por múltiples adversidades estructurales. IC-3 reveló resiliencia docente que trasciende obstáculos contextuales mediante compromiso ético profundo con desarrollo integral de estudiantes. Las condiciones socioeconómicas vulnerables descritas por IC-1 configuraron realidad institucional compleja donde pobreza, violencia y delincuencia amenazan población estudiantil. Los riesgos sociales narrados por IC-4 e IC-5 afectaron directamente estudiantes, evidenciando captación por grupos delincuenciales. Las políticas educativas fueron percibidas como insuficientes según crítica de IC-2 sobre brecha entre discursos oficiales y realidades institucionales. El método Polya emergió como herramienta de resistencia pedagógica según valoración de IC-1. La esperanza pedagógica sustentó persistencia docente.	**Resiliencia pedagógica en contextos de vulnerabilidad: educación matemática como resistencia social**	• Compromiso ético docente en adversidad • Innovación pedagógica como resistencia social

	- IC-5: "hay que andar ojo pelao profe, porque esos manes andan rondando a ver a quien pescan" (R-2) - IC-1: "este modelo lo podemos emplear como herramienta dinamizadora" (R-3)				
UH-5: ¿Cómo se transformaron las disposiciones afectivo-motivacionales hacia las matemáticas?	- IC-5: "¡Oiga... como me voy a sentir pues! Requete bien profe... no se imagina lo bacano que se siente poder resolver tres... no uno ni dos... tres problemas de matemáticas en un día... ¡ui profe... no lo podía creer!" (R-1) - IC-4: "por fin creo que vamos a salir pa'lante con la matemática... ¡Que bacano!" (R-2) - IC-5: "sentí como si me hubieran 'cambiao' la cabeza... porque yo no entendía nada, pero con este método todo sale tan fácil" (R-1) - IC-4: "el problema era que no entendíamos, tampoco nos guiaban... además las clases eran muy aburridas... en cambio ahora pueden ser más entretenidas trabajando por grupo" (R-5) - IC-3: "quedaron sorprendidos cuando lograron resolver los tres problemas que se propusieron" (R-3) - IC-2: "estoy seguro que aplicar este modelo si se van a generar cambios, tanto en el personal docente y su desempeño, como en el rendimiento académico de	- Gómez-Chacón (2000): Las dimensiones cognitivas y afectivas del aprendizaje matemático resultan inseparables, configurando sistemas complejos donde emociones median procesos de construcción conceptual, influyendo en disposición hacia aprendizaje, persistencia ante dificultades y evaluación de propias capacidades matemáticas. - Espinoza, Lupiáñez y Segovia (2014): Los métodos heurísticos bien estructurados reducen ansiedad matemática y promueven perseverancia ante problemas desafiantes, generando experiencias caracterizadas por balance apropiado entre desafío cognitivo y soporte pedagógico. - Santos (2014): Las experiencias exitosas de resolución mediante enfoques sistemáticos generan transformaciones en autoeficacia, modificando percepciones sobre propias capacidades mediante evidencias concretas que desafían creencias previas de incapacidad.	Las transformaciones afectivo-motivacionales constituyeron dimensión fundamental del proceso vivido por estudiantes. IC-5 expresó entusiasmo profundo ante logros alcanzados, manifestando sorpresa por capacidad desarrollada para resolver múltiples problemas. IC-4 evidenció tránsito desde desánimo hacia esperanza fundamentada de mejoramiento académico. La transformación en autopercepción descrita por IC-5 mediante metáfora de "cambio de cabeza" reveló reestructuración de creencias sobre propias capacidades matemáticas. IC-4 contrastó aburrimiento de clases tradicionales con entretenimiento de dinámicas colaborativas. La observación de IC-3 sobre sorpresa estudiantil validó transformaciones afectivas. IC-2 articuló expectativas de cambios tanto en desempeño docente como en rendimiento estudiantil. Estas transformaciones evidencian que método Polya no solo desarrolló competencias cognitivas sino también disposiciones afectivas positivas.	**Transformaciones afectivo-motivacionales: del rechazo matemático hacia disposiciones positivas de aprendizaje**	• Experiencias de éxito y transformación de autoeficacia • Motivación intrínseca y disfrute del aprendizaje matemático

	los alumnos" (R-5)				

Nota. Elaboración propia a partir del análisis hermenéutico interpretativo.

Los resultados evidencian convergencia significativa entre los informantes clave respecto al impacto positivo del modelo teórico propuesto. Las categorías emergentes revelan tres ejes fundamentales: apropiación metodológica del método Polya, transformación de prácticas pedagógicas y desarrollo de procesos cognitivos en los estudiantes. Los docentes reconocen la necesidad institucional de herramientas didácticas innovadoras, mientras los estudiantes manifiestan satisfacción por el logro alcanzado mediante la guía paso a paso. Esta triangulación de perspectivas valida la pertinencia del modelo para contextos educativos rurales colombianos.

El análisis categorial identificó problemáticas comunes que contextualizan la investigación: insuficiencia de políticas educativas efectivas, vulnerabilidad socioeconómica estudiantil y dificultades específicas en matemáticas. Sin embargo, emerge un consenso optimista sobre la factibilidad de implementación del modelo Polya como estrategia de mejoramiento. Las subcategorías revelan aspectos operativos clave: trabajo colaborativo, comprensión facilitada, autonomía progresiva y motivación estudiantil. Los hallazgos demuestran que el modelo no solo desarrolla pensamiento geométrico, sino que fortalece resiliencia docente y compromiso académico estudiantil.

Análisis hermenéutico interpretativo

Transformación del rol docente: de transmisor a facilitador heurístico

La implementación del método Polya implicó transformaciones profundas en concepciones sobre el rol docente en procesos de enseñanza-aprendizaje matemático. IC-2 manifestó que el método "facilita la enseñanza para el docente" y "el aprendizaje para el alumno está garantizado" al implementar los cuatro momentos de manera que "esto es involucrarnos todos en la actividad" (IC-2, Entrevista, 11 de septiembre, 2025). Esta expresión reveló tránsito conceptual desde modelos donde docente monopoliza transmisión de conocimientos hacia configuraciones dialógicas donde docente y estudiante participan conjuntamente en construcción de comprensiones. Polya (1945) sostiene que ayudar al alumno constituye una de las tareas más importantes del maestro, requiriendo equilibrio delicado donde debe ayudarse sin hacer demasiado ni demasiado poco, permitiendo que estudiante asuma parte razonable del trabajo para adquirir mediante experiencia personal la más amplia práctica posible en actividad heurística que desarrolla capacidades de descubrimiento independiente.

La noción de acompañamiento paso a paso emergió como característica distintiva del rol docente transformado. IC-3 expresó que el método "va guiando al estudiante todo el proceso de la solución de los problemas de tal forma ellos van razonando lo que hacen" (IC-3, Entrevista, 15 de septiembre, 2025). Esta conceptualización contrasta con prácticas previas identificadas donde predominaba presentación directa de procedimientos algorítmicos para memorización mecánica. Schoenfeld (1985) señala que enseñanza efectiva de resolución de problemas requiere que docente modele estrategias metacognitivas explícitamente, promoviendo reflexión sobre propio pensamiento matemático mediante verbalización de procesos de razonamiento, identificación de momentos de bloqueo, selección de estrategias alternativas cuando aproximaciones iniciales resultan infructuosas, y evaluación crítica de razonabilidad de soluciones obtenidas.

Las prácticas de cuestionamiento orientador emergieron como estrategia mediadora fundamental. IC-4 señaló: "La profesora nos explicaba por qué correspondía hacer esa operación y claro es como ir consiguiendo la razón de cada paso" (IC-4, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta práctica docente de explicitar racionalidad subyacente a procedimientos favorece desarrollo de comprensión conceptual profunda. May-Cen (2015) indica que objetivo principal de Polya fue que estudiantes adquirieran en su trabajo personal la más amplia experiencia posible en actividad heurística, desarrollando capacidades de descubrimiento independiente mediante guía reflexiva del docente que promueve razonamiento autónomo sin proporcionar soluciones directas que inhibirían desarrollo de pensamiento crítico, favoreciendo construcción progresiva de repertorio de estrategias transferibles.

El equilibrio entre asistencia y autonomía constituyó desafío identificado. IC-1 mencionó la importancia de "conocer las teorías que lo sustentan" y "tomar en cuenta las circunstancias que nos rodean" para "indagar, descubrir y utilizar" el modelo efectivamente (IC-1, Entrevista, 11 de septiembre, 2025). Esta manifestación evidenció consciencia sobre necesidad de apropiación profunda del método. Castro y Ramírez (2013) señalan que son escasos los esfuerzos para lograr que estudio de geometría contribuya al desarrollo integral del estudiante mediante metodologías que integren dimensiones cognitivas, afectivas y sociales del aprendizaje matemático, limitando oportunidades para que estudiantes desarrollen comprensiones holísticas.

La evaluación formativa continua caracterizó nuevas prácticas docentes. IC-3 manifestó que "en la medida que vayan adquiriendo las habilidades cognitivas necesarias se puede ir incrementando la dificultad" (IC-3, Entrevista, 15 de septiembre, 2025), evidenciando monitoreo activo de desarrollo estudiantil. Espinoza, Lupiáñez y Segovia (2014) indican que métodos heurísticos bien estructurados reducen ansiedad matemática y promueven perseverancia ante problemas desafiantes, generando experiencias de aprendizaje caracterizadas por balance apropiado entre desafío cognitivo y soporte pedagógico que mantiene a estudiantes en zonas donde pueden avanzar sin experimentar frustración paralizante ni aburrimiento por tareas excesivamente simples.

La intencionalidad de cultivar independencia intelectual fue explícita. IC-4 expresó: "Llega un momento en que ya lo puede hacer uno sin que lo guíen" (IC-4, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Este reconocimiento de trayectoria desde dependencia hacia autonomía evidencia comprensión de aprendizaje como proceso de apropiación progresiva. Vygotsky (1978) postula que aprendizaje efectivo ocurre en zona de desarrollo próximo mediante andamiaje gradual que transita desde dependencia hacia autonomía progresiva, proceso mediado por herramientas culturales que inicialmente requieren guía externa explícita pero gradualmente se internalizan como capacidades psicológicas superiores que posibilitan autorregulación y desempeño independiente.

Construcción social del conocimiento geométrico: del aprendizaje individual al colaborativo

El trabajo colaborativo emergió como modalidad pedagógica privilegiada que transformó dinámicas de construcción de conocimientos matemáticos. IC-4 manifestó: "Haciéndolo en grupo podíamos discutir algunas cosas, como cuando en el segundo problema salieron dos resultados diferentes, tuvimos que buscar en donde estaba la falla" (IC-4, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta expresión reveló que discrepancias en resultados, lejos de constituir problemas, generaron oportunidades para negociación de significados y construcción de consensos validados mediante argumentación. Vygotsky (1978) postula que construcción de significados matemáticos ocurre mediante procesos de interacción social donde se negocian interpretaciones, se contrastan perspectivas y se construyen consensos progresivos que transitan desde comprensiones fragmentadas

individuales hacia entendimientos más completos mediante contribuciones complementarias de múltiples participantes.

La comparación de estrategias resolutivas favoreció desarrollo de flexibilidad cognitiva. IC-5 expresó: "Podemos compartir lo que hacemos y salen otras ideas, podemos comparar los resultados y ver como lo hizo el otro compañero" (IC-5, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta práctica de exposición a métodos diversos contrasta con enfoques que privilegian única ruta canónica de solución. Duval (2005) señala que capacidad para resolver problemas mediante métodos diversos constituye indicador robusto de comprensión matemática profunda, reflejando flexibilidad cognitiva que trasciende aplicación mecánica de algoritmos memorizados para involucrar comprensión relacional de estructuras matemáticas subyacentes que permiten identificación de múltiples rutas válidas.

El conflicto sociocognitivo constituyó motor de desarrollo conceptual. La situación descrita por IC-4 donde "salieron dos resultados diferentes" generó necesidad de "volver a repasar el proceso" comparando "cada paso" hasta identificar que "había un número diferente, el compañero puso un 8 en vez de un 3" (IC-4, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta revisión colaborativa evidenció autorregulación grupal efectiva. Flavell (1976) establece que monitoreo metacognitivo durante resolución de problemas implica evaluación continua de progreso hacia metas, identificación de momentos de bloqueo que señalan necesidad de cambios de estrategia, detección de inconsistencias lógicas que revelan errores, y ajustes flexibles de aproximaciones según retroalimentación obtenida.

La dimensión dialógica del aprendizaje matemático fue explícita. IC-2 conceptualizó las fases como momentos donde se debe "comprender el problema por ambas partes, concebir un plan entre las dos partes, ejecutarlo por ambas partes, examinar la solución entre ambos grupos" (IC-2, Entrevista, 11 de septiembre, 2025). Esta formulación enfatizó carácter conjunto del proceso resolutivo. Castro y Ramírez (2013) establecen que geometría ofrece oportunidades únicas para desarrollo integral de estudiantes cuando se implementan metodologías que favorecen construcción colaborativa de conocimientos mediante interacciones dialógicas que permiten negociación de significados, contrastación de perspectivas e identificación de errores conceptuales.

Las dinámicas grupales favorecieron motivación intrínseca. IC-5 manifestó: "Cuando se hace en grupo es mejor la clase porque podemos compartir lo que hacemos, y la clase es

más entretenida" (IC-5, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta expresión reveló que dimensión social del aprendizaje generó experiencias más satisfactorias. Gómez-Chacón (2000) establece que dimensiones cognitivas y afectivas del aprendizaje matemático resultan inseparables, configurando sistemas complejos donde emociones median procesos de construcción conceptual, influyendo en disposición hacia aprendizaje, persistencia ante dificultades y evaluación de propias capacidades matemáticas.

La distribución de la cognición en el grupo permitió alcanzar soluciones que excedían capacidades individuales. IC-4 señaló que mediante discusión grupal "podíamos discutir algunas cosas", evidenciando que colectivo funcionó como sistema cognitivo ampliado. Gamboa y Ballestero (2010) establecen que pensamiento geométrico constituye capacidad cognitiva compleja que requiere desarrollo sistemático mediante situaciones didácticas específicamente diseñadas para promover visualización, razonamiento espacial y argumentación deductiva, procesos que se enriquecen mediante interacciones colaborativas donde se comparten representaciones mentales diversas.

Metacognición y autorregulación: del hacer mecánico al razonamiento consciente

El desarrollo de consciencia metacognitiva sobre propios procesos de razonamiento emergió como transformación fundamental. IC-4 expresó: "Es como ir consiguiendo la razón de cada paso, explicando lo que se va haciendo, de cómo se hace y por qué se hace, llega un momento en que ya lo puede hacer uno sin que lo guíen" (IC-4, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta manifestación reveló tránsito desde ejecución mecánica de procedimientos hacia comprensión explícita de racionalidad subyacente. Flavell (1976) establece que metacognición, entendida como conocimiento y control sobre propios procesos cognitivos, resulta fundamental para desarrollo de competencias matemáticas avanzadas, implicando capacidades para planificar estrategias, monitorear progreso, identificar momentos de bloqueo y evaluar razonabilidad de soluciones mediante procesos de verificación reflexiva.

La verbalización de procesos de razonamiento constituyó práctica metacognitiva central. IC-5 señaló: "Este paso a paso va explicando cada detalle de lo que se hace, y cómo se debe ir de un paso a otro" (IC-5, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta articulación lingüística de procesos mentales facilitó autorregulación. Schoenfeld (1985) señala que verbalización de procesos de razonamiento constituye estrategia metacognitiva

fundamental que permite hacer explícitos supuestos implícitos, identificar lagunas en comprensión, detectar inconsistencias lógicas y construir coherencia conceptual mediante articulación lingüística de procesos mentales que al permanecer tácitos dificultan autorregulación y evaluación crítica.

El monitoreo activo durante resolución permitió identificación temprana de errores. IC-4 describió que cuando "salieron dos resultados diferentes, tuvimos que buscar en donde estaba la falla, así volvimos a repasar el proceso, y comparando cada paso lo conseguimos" (IC-4, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta práctica de revisión reflexiva evidenció autorregulación efectiva. May-Cen (2015) señala que aunque las cuatro etapas del método Polya se presentan secuencialmente, en práctica se entrecruzan iterativamente mediante movimientos recursivos que permiten retornos a comprensión cuando planificación o ejecución revelan interpretaciones inadecuadas del problema, procesos de refinamiento progresivo que caracterizan resolución auténtica.

La construcción de analogías reveló pensamiento metacognitivo sofisticado. IC-5 manifestó mediante analogía: "Esto debe ser como cuando aprendes a bailar, los primeros pasos te tropiezas pero con la práctica te vuelves un súper bailarín" (IC-5, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta comparación evidenció comprensión de que dominio requiere práctica deliberada progresiva. Battista (2007) expresa que razonamiento geométrico sofisticado implica capacidades de abstracción progresiva según niveles de complejidad creciente, transitando desde reconocimiento perceptual de figuras hacia análisis de propiedades, deducción de relaciones y construcción de argumentos formales.

La evaluación crítica de soluciones trascendió verificación aritmética. IC-4 mencionó que grupo identificó discrepancias y procedió a "buscar en dónde estaba la falla", evidenciando disposición hacia validación reflexiva. Polya (1945) sostiene que examinar solución implica verificar no solamente corrección aritmética sino también razonabilidad de resultado mediante estimaciones aproximadas, consistencia lógica de argumentos, posibilidad de resolver problema mediante métodos alternativos, y exploración de generalizaciones que conecten problema resuelto con situaciones más amplias.

El desarrollo de autonomía intelectual fue progresivo. IC-3 señaló que "en la medida que vayan adquiriendo las habilidades cognitivas necesarias, el docente puede ir incrementando la dificultad de los problemas progresivamente" (IC-3, Entrevista, 15 de septiembre, 2025). Esta graduación evidenció comprensión de andamiaje pedagógico.

Vygotsky (1978) postula que andamiaje gradual transita desde dependencia hacia autonomía progresiva, proceso que se potencia en contextos de interacción social donde estudiantes más avanzados proporcionan mediación que facilita apropiación de herramientas culturales que inicialmente requieren guía externa pero gradualmente se internalizan como capacidades cognitivas autónomas.

Resiliencia pedagógica en contextos de vulnerabilidad: educación matemática como resistencia social

La implementación del modelo teórico educativo ocurrió en contexto caracterizado por múltiples adversidades estructurales. IC-3 expresó: "Reconozco que hemos transitado muchas dificultades, y seguirán pasando, pero de esto se trata, de ir mejorando, hay que seguir adelante, sacar al menos unos cuantos de estos jóvenes por buenos caminos" (IC-3, Entrevista, 15 de septiembre, 2025). Esta manifestación reveló resiliencia docente que trasciende obstáculos contextuales mediante compromiso ético profundo con desarrollo integral de estudiantes. Contreras (2022) indica que compromiso docente constituye variable mediadora fundamental entre conocimientos pedagógicos disponibles y prácticas efectivas de enseñanza, influyendo en disposición para innovar, persistencia ante dificultades de implementación e inversión de tiempo en preparación de clases.

Las condiciones socioeconómicas vulnerables configuraron realidad institucional compleja. IC-1 señaló: "Zonas donde la pobreza amenaza a gran parte de la población, particularmente infantil, la de mayor edad y a los jóvenes adolescentes en términos de violencia, adicción y delincuencia" (IC-1, Entrevista, 11 de septiembre, 2025). Este contexto demandó pedagogías sensibles a realidades vitales estudiantiles. Batanero, Godino y Roa (2004) sugieren que dimensión ecológica de enseñanza matemática reconoce que prácticas pedagógicas ocurren en contextos institucionales y sociales específicos con recursos limitados y condiciones frecuentemente adversas que configuran posibilidades y limitaciones reales para implementación de innovaciones educativas.

Los riesgos sociales afectaron directamente a población estudiantil. IC-4 describió situación de compañero al que "le consiguieron el paquete" ilegal y que "no ha vuelto a venir" a la institución, expresando: "A mí lo que me interesa está aquí, en lo que tengo que estudiar" (IC-4, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta priorización del aprendizaje pese a presiones contextuales reveló agencia estudiantil. Rojas (2011) establece que aprendizaje

matemático no ocurre en vacío social sino en contextos complejos donde estudiantes enfrentan múltiples desafíos vitales que compiten por atención y energía cognitiva.

Las políticas educativas fueron percibidas como insuficientes. IC-3 manifestó: "Se llenan la boca diciendo que van a hacer esto lo otro y más allá, y qué… estamos en lo mismo, con sueldos bajos, con escasa asistencia, con establecimientos deteriorados, en pobreza, la inseguridad y delincuencia organizada" (IC-3, Entrevista, 15 de septiembre, 2025). Esta crítica evidenció brecha entre discursos oficiales y realidades institucionales. Cedillo y Cruz (2012) sostienen que innovaciones curriculares exitosas requieren considerar dimensión ecológica que reconoce que enseñanza matemática ocurre en contextos con recursos limitados y condiciones adversas que median posibilidades de implementación.

El método Polya emergió como herramienta de resistencia pedagógica. IC-1 manifestó: "En estos momentos de tantas dificultades el momento es oportuno para retomar el ritmo de trabajo, este modelo lo podemos emplear" (IC-1, Entrevista, 11 de septiembre, 2025). Esta valoración evidenció que innovación pedagógica constituyó estrategia activa frente a adversidades. Gómez-Chacón (2000) establece que identidades profesionales docentes incorporan dimensiones vocacionales y éticas que trascienden aspectos técnicos de enseñanza para incluir compromisos con desarrollo integral de estudiantes, disposiciones hacia justicia social y esperanzas sobre posibilidades transformadoras de educación.

La esperanza pedagógica sustentó persistencia docente. IC-2 expresó confianza en que "aplicar este modelo si se van a generar cambios tanto en el personal docente y su desempeño como en el rendimiento académico de los alumnos" (IC-2, Entrevista, 11 de septiembre, 2025). Esta expectativa reveló que innovación metodológica alimentó renovación de esperanzas profesionales. Santos (2014) expresa que experiencias exitosas de resolución mediante enfoques sistemáticos generan transformaciones en autoeficacia, modificando percepciones sobre propias capacidades mediante evidencias concretas que desafían creencias previas de incapacidad, iniciando círculos virtuosos donde confianza incrementada favorece mayor inversión de esfuerzo.

La triangulación hermenéutica entre perspectivas de informantes clave, referentes teóricos y posicionamiento del investigador reveló que implementación del Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya generó transformaciones sustantivas en múltiples dimensiones del proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría. Los hallazgos

evidenciaron que más allá de constituir técnica didáctica específica, el método configuró marco filosófico-pedagógico que reconceptualizó roles docentes, privilegió construcción social de conocimientos, cultivó metacognición estudiantil y constituyó estrategia de resistencia pedagógica en contexto de vulnerabilidad social.

Las categorías emergentes mostraron convergencias significativas entre perspectivas docentes y estudiantiles, aunque con énfasis diferenciados según posicionamiento en proceso pedagógico. Mientras docentes focalizaron en dimensiones de implementación institucional, formación requerida y transformación de prácticas, estudiantes enfatizaron experiencias vividas de aprender, transformaciones en comprensión y cambios en disposiciones afectivas. Ambas perspectivas resultaron complementarias para comprensión integral del fenómeno estudiado.

Socialización

La jornada de socialización evidenció receptividad mixta hacia el método Polya entre los participantes, quienes reconocieron potencialidades pedagógicas, pero también manifestaron preocupaciones legítimas sobre viabilidad de implementación. El IC-1 expresó preocupación por sostenibilidad señalando que "mi temor es que esto funcione mientras usted esté aquí pero cuando se vaya todo vuelva a lo mismo de siempre", cuestionamiento que revela escepticismo fundamentado en experiencias previas con innovaciones pedagógicas que no lograron institucionalizarse después de concluir procesos investigativos. Adicionalmente cuestionó carga laboral docente expresando que "los profesores ya están recargados, no sé si tendrán tiempo para preparar clases así de detalladas", preocupación válida considerando condiciones reales de trabajo donde múltiples responsabilidades administrativas limitan tiempos disponibles para planificación didáctica elaborada.

El IC-2 manifestó inseguridad sobre capacidades propias para replicar lo observado señalando que "cuando usted lo hace se ve fácil pero aplicarlo uno ya es diferente", evidenciando que observar modelamiento no garantiza automáticamente apropiación práctica de estrategias complejas que requieren desarrollo de competencias específicas mediante práctica guiada sostenida. Adicionalmente advirtió sobre dificultades de manejo grupal expresando que "hay estudiantes muy indisciplinados que en grupo solo hacen desorden", identificando desafío organizativo real en aulas donde heterogeneidad conductual dificulta dinámicas colaborativas efectivas. La IC-3 manifestó resistencia al

cambio señalando que "cambiar la forma como uno ha enseñado toda la vida no es fácil, uno tiene sus mañas", reconocimiento honesto sobre inercias profesionales arraigadas que constituyen barreras afectivas para transformación de prácticas pedagógicas consolidadas durante trayectorias laborales extensas.

Los estudiantes también expresaron incomodidades y resistencias que evidencian tensiones entre metodologías activas y expectativas tradicionales. El IC-4 señaló momentos de bloqueo expresando que "hubo momentos donde nos trabamos y no sabíamos cómo seguir, tuvimos que esperar que el profe viniera", manifestando que autonomía cognitiva requiere desarrollo progresivo y genera temporalmente frustraciones cuando estudiantes acostumbrados a recibir soluciones directas enfrentan demandas de construcción independiente. El IC-5 manifestó preferencia por enseñanza directa afirmando que "a veces es más rápido que el profesor explique directo cómo se hace, porque pensar tanto cansa", expresión que revela valoración de eficiencia sobre comprensión profunda, prioridad comprensible en estudiantes habituados a pedagogías transmisivas donde éxito se mide por cantidad de procedimientos memorizados.

El IC-5 expresó además temor a exposición pública señalando que "me dio pena cuando me tocó explicarle a los otros mi forma de resolver porque de pronto estaba mal", evidenciando que participación genera vulnerabilidad emocional en contextos donde errores han sido históricamente sancionados en lugar de aprovecharse formativamente. Este estudiante manifestó también ansiedad evaluativa expresando que "si nos van a calificar así me da miedo sacar malas notas porque uno se puede equivocar pensando", preocupación que revela cómo sistemas tradicionales de calificación punitiva inhiben disposición hacia procesos exploratorios que implican riesgo de error, componente inevitable del aprendizaje genuino mediante resolución heurística de problemas.

Los aportes formulados revelaron necesidades de adaptación contextual y andamiaje institucional para implementación viable. El IC-1 sugirió pilotaje limitado indicando que "mejor empezar solo con un grupo de cada profesor, no con todos de una vez", propuesta que reconoce necesidad de apropiación gradual evitando sobrecargas que generan frecuentemente abandono de innovaciones excesivamente demandantes. El IC-2 solicitó acompañamiento sostenido expresando que "necesitaríamos que usted nos acompañe las primeras clases, no solo esta explicación y ya nos deja solos", demanda legítima que evidencia insuficiencia de socializaciones puntuales para desarrollar competencias

complejas requiriendo mentoría práctica continua durante fases iniciales de implementación.

La IC-3 planteó necesidad de materiales específicos señalando que "necesitamos ejemplos concretos de problemas para cada tema de geometría" y expresó preocupación por tensión entre profundidad metodológica y cobertura curricular afirmando que "con este método se gasta mucho más tiempo que explicando directo, y el programa hay que cumplirlo completo". Los estudiantes solicitaron mayor andamiaje y explicaciones previas, evidenciando que transición desde dependencia hacia autonomía requiere gradualidad cuidadosa. Estas preocupaciones, resistencias y solicitudes constituyeron insumos valiosos que informaron posteriormente el diseño del modelo teórico educativo, incorporando estrategias de implementación progresiva, acompañamiento docente, gestión de tiempos y diferenciación pedagógica que atienden desafíos reales identificados durante la socialización.

MOMENTO V

LA EXPERIENCIA VIVIDA DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO: MODELO TEÓRICO EDUCATIVO BASADO EN EL MÉTODO POLYA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE BÁSICA SECUNDARIA DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS DEL DEPARTAMENTO DEL MAGDALENA

La educación matemática en los contextos rurales colombianos enfrenta desafíos particulares que demandan respuestas pedagógicas fundamentadas y contextualizadas de manera rigurosa. El desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de básica secundaria constituye uno de los aspectos más críticos del aprendizaje matemático, no solamente por la complejidad conceptual inherente a la geometría como disciplina, sino por las dificultades que los estudiantes evidencian sistemáticamente para razonar espacialmente, visualizar configuraciones geométricas, establecer relaciones entre propiedades y argumentar conclusiones mediante justificaciones lógicas coherentes. Estas dificultades se manifiestan consistentemente en desempeños bajos en las evaluaciones estandarizadas nacionales e internacionales, revelando que los enfoques pedagógicos tradicionales centrados en la memorización mecánica de fórmulas y la aplicación algorítmica de procedimientos resultan insuficientes para cultivar las competencias geométricas profundas que trascienden la mera reproducción de conocimientos declarativos.

En respuesta a esta problemática, el Modelo Teórico Educativo que se presenta constituye una síntesis integradora que articula los principios heurísticos del método Polya con fundamentos contemporáneos sobre el pensamiento geométrico, la construcción social del conocimiento y el desarrollo metacognitivo, generando así una configuración conceptual inédita que responde específicamente a las necesidades identificadas en las instituciones educativas rurales del Departamento del Magdalena. De esta manera, este modelo no reproduce mecánicamente la propuesta original de Polya (1945) diseñada para la resolución de problemas matemáticos generales, sino que constituye una adaptación situada que

especifica cómo los principios heurísticos se materializan en el contexto particular de la geometría escolar, considerando las características cognitivas de los estudiantes de básica secundaria, las realidades contextuales de las zonas rurales vulnerables y las posibilidades institucionales de las escuelas con recursos limitados.

Asimismo, la construcción del modelo se fundamenta en los hallazgos empíricos derivados del análisis fenomenológico-hermenéutico de Van Manen (2003) que reveló categorías emergentes sobre la apropiación del modelo teórico, la innovación pedagógica, el desarrollo de procesos cognitivos, la transformación de los roles docentes, la construcción social del conocimiento, la estructura metodológica accesible, el desarrollo gradual de habilidades, la resiliencia pedagógica en contextos adversos y la receptividad institucional favorable. En consecuencia, estas categorías evidencian que la implementación del método Polya adaptado para la geometría genera transformaciones sustantivas en las dimensiones cognitivas (desarrollo de razonamiento geométrico, visualización espacial, metacognición), afectivas (autoeficacia matemática, motivación intrínseca, satisfacción por logros) y sociales (colaboración auténtica, argumentación dialógica, construcción colectiva de significados), configurando impactos múltiples que trascienden la adquisición de conocimientos declarativos para involucrar transformaciones identitarias en la relación con las matemáticas.

Por consiguiente, el modelo teórico que se sistematiza a continuación responde a los propósitos específicos de la investigación mediante cinco componentes estructurales interdependientes: (1) Fundamentos Epistemológicos que reconceptualizan el conocimiento geométrico como construcción heurística contextualizada, (2) Principios Pedagógicos que orientan la mediación docente facilitadora y la construcción social, (3) Sistematización Metodológica del Método Polya que adapta las cuatro fases para el pensamiento geométrico, (4) Trayectorias de Desarrollo del Pensamiento Geométrico que secuencian las progresiones cognitivas, y (5) Dimensión Afectiva-Social-Contextual que integra los factores de vulnerabilidad con las estrategias de resiliencia pedagógica. Estos componentes configuran una arquitectura conceptual coherente donde los elementos se articulan orgánicamente generando una totalidad que trasciende la suma de las partes.

Justificación del modelo teórico educativo

La construcción del Modelo Teórico Educativo surge como una respuesta necesaria y fundamentada a la problemática identificada mediante la convergencia de evidencias múltiples que incluyen los desempeños históricamente bajos de los estudiantes en los componentes geométricos de las evaluaciones estandarizadas, los reportes académicos sobre las dificultades sostenidas para enseñar geometría efectivamente, las observaciones de clases que evidencian el predominio de enfoques transmisivos centrados en la memorización mecánica, y la carencia institucional reconocida de recursos didácticos sistemáticos para el desarrollo del pensamiento geométrico. En este sentido, el IC-2 manifestó explícitamente esta necesidad al expresar: "Hace falta tener un instrumento práctico, novedoso e interactivo, lograr que los alumnos desarrollen pensamiento geométrico, aprendan a resolver problemas de matemáticas" (IC-2, Entrevista, 11 de septiembre, 2025), testimonio que evidencia el vacío pedagógico que el modelo busca llenar mediante una propuesta sistemática, fundamentada conceptualmente y viable operativamente en los contextos institucionales con recursos limitados.

De manera complementaria, la IC-3 expresó una autocrítica institucional que trasciende la culpabilización de los estudiantes para asumir la responsabilidad colectiva: "Nuestros estudiantes siempre han obtenido los índices más bajos y eso dice mucho de nosotros sus profesores y de la institución, sé que parte de esta iniciativa es para superar esa situación y sé que lo vamos a lograr" (IC-3, Entrevista, 15 de septiembre, 2025). Esta manifestación revela la consciencia de que los resultados insatisfactorios no reflejan incapacidades innatas de los estudiantes sino las limitaciones de las prácticas pedagógicas previas que no cultivaron sistemáticamente el pensamiento geométrico, generando círculos viciosos donde las experiencias acumuladas de fracaso erosionaron la autoeficacia matemática, reduciendo la inversión de esfuerzo que generó más fracasos que reforzaron las creencias de incapacidad. Por tanto, el modelo propuesto busca romper estos círculos mediante experiencias estructuradas de éxito incremental que reconstruyan la confianza mientras desarrollan las competencias genuinas.

Por otra parte, la justificación empírica del modelo se sustenta sólidamente en las evidencias derivadas de la implementación piloto que documentó transformaciones significativas verificables. Al respecto, la IC-3 reportó tras aplicar el método: "Me pareció estupendo, es sencillo, fácil de entender, y para ellos por lo que percibí quedaron

sorprendidos cuando lograron resolver los tres problemas que se propusieron, claro fueron algo sencillos para empezar, pero en la medida que vayan adquiriendo las habilidades cognitivas necesarias, se puede ir incrementando la dificultad" (IC-3, Entrevista, 15 de septiembre, 2025). Este testimonio evidencia dos aspectos cruciales: la accesibilidad metodológica que permite logros inmediatos contrastando con las frustraciones previas, y la comprensión del andamiaje progresivo que gradúa la complejidad según el desarrollo observado, principio pedagógico fundamental que respeta los umbrales cognitivos sin subestimar las potencialidades.

Coherentemente con estos hallazgos, el IC-5 manifestó una transformación afectiva profunda que trasciende la dimensión puramente cognitiva: "No se imagina lo bacano que se siente poder resolver tres problemas de matemáticas en un día, sentí como si me hubieran cambiado la cabeza, porque yo no entendía nada pero con este método todo sale tan fácil, pero claro, es porque ahora sí entiendo" (IC-5, Entrevista, 16 de septiembre, 2025). Esta expresión revela no solamente el logro procedimental de resolver problemas sino una transformación cualitativa en la autocomprensión como aprendiz matemático: el tránsito desde una identidad de "no entiendo nada" hacia el reconocimiento de la capacidad de comprender cuando se proporcionan las estructuras apropiadas. Esta transformación identitaria constituye un impacto educativo tan significativo como la adquisición de conocimientos específicos, configurando la base motivacional que sustenta la inversión sostenida de esfuerzo en los aprendizajes futuros.

En el mismo orden de ideas, el modelo reconoce explícitamente las particularidades de los contextos rurales colombianos caracterizados por la vulnerabilidad socioeconómica múltiple que configura las condiciones extraordinariamente adversas para la labor educativa. Desde esta perspectiva, el IC-1 describió la gravedad contextual: "Zonas donde la pobreza amenaza a gran parte de la población, particularmente infantil, la de mayor edad y a los jóvenes adolescentes en términos de violencia, adicción y delincuencia" (IC-1, Entrevista, 11 de septiembre, 2025). Complementariamente, la IC-3 expresó la frustración con las políticas educativas desconectadas de las realidades institucionales: "Se llenan la boca diciendo que van a hacer esto lo otro y más allá, y qué... estamos en lo mismo, con sueldos bajos, con escasa asistencia, con establecimientos deteriorados, en pobreza, la inseguridad y delincuencia organizada, pero le repito, hay que seguir adelante para sacar al

menos unos cuantos de estos jóvenes por buenos caminos" (IC-3, Entrevista, 15 de septiembre, 2025).

Estos testimonios revelan que la educación matemática en los contextos rurales ocurre frecuentemente en condiciones donde los estudiantes enfrentan amenazas vitales que compiten dramáticamente con las prioridades académicas, la infraestructura física deteriorada limita las posibilidades pedagógicas, los recursos materiales escasos demandan creatividad adaptativa y las condiciones laborales docentes precarias afectan la motivación profesional. En consecuencia, el modelo no asume condiciones ideales de recursos abundantes, estudiantes sin preocupaciones vitales urgentes y docentes con tiempo ilimitado para la preparación, sino que diseña estrategias pedagógicas viables con los recursos mínimos, priorizando la accesibilidad metodológica sobre la sofisticación tecnológica, cultivando la resiliencia pedagógica que sostiene el compromiso educativo pese a las adversidades y desarrollando la adaptabilidad contextual que permite la implementación flexible según las posibilidades institucionales específicas sin traicionar los principios fundamentales.

Finalmente, la vinculación del modelo con los propósitos y preguntas de investigación configura una coherencia sistemática. El Componente 3 sobre Sistematización Metodológica responde directamente a la pregunta sobre cómo se sistematiza el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico, especificando las adaptaciones de las cuatro fases originales mediante subcomponentes que explicitan los procesos cognitivos, sociales y metacognitivos involucrados en cada momento resolutivo. Asimismo, el Componente 1 sobre Fundamentos Epistemológicos explora los aportes específicos del enfoque heurístico para el pensamiento geométrico, develando cómo la perspectiva del conocimiento como construcción activa mediante la resolución de problemas favorece el desarrollo de competencias que los enfoques transmisivos no cultivan.

Por su parte, el Componente 2 sobre Principios Pedagógicos interpreta los significados que los docentes construyeron, evidenciando las transformaciones en las concepciones sobre la naturaleza de la enseñanza matemática que transitan desde la transmisión autoritativa hacia la mediación facilitadora. Finalmente, el Componente 5 sobre Dimensión Afectiva-Social-Contextual evalúa los resultados de la aplicación, integrando las evidencias de los impactos cognitivos, afectivos y sociales documentados en la implementación piloto.

Estructura del modelo teórico

Componente 1: Fundamentos epistemológicos del modelo

El conocimiento geométrico como construcción heurística contextualizada

El modelo teoriza que el conocimiento geométrico en la educación básica secundaria no constituye un repertorio de definiciones, teoremas y fórmulas transmitidas desde la autoridad docente hacia los receptores pasivos, sino que se construye activamente mediante procesos de resolución de problemas auténticos que demandan la movilización integrada de la visualización espacial, el razonamiento conceptual, la ejecución procedimental y la reflexión metacognitiva. Fundamentándose en la perspectiva heurística propuesta por Polya (1945), quien concibe las matemáticas como una actividad de hacer más que como un cuerpo estático de verdades, el modelo establece que el aprendizaje geométrico efectivo ocurre cuando los estudiantes se involucran en experiencias de exploración, conjeturas, argumentación y verificación que replican, en una escala apropiada, las actividades auténticas de los matemáticos profesionales que construyen conocimientos mediante la investigación sistemática más que mediante la revelación autoritativa.

Esta reconceptualización epistemológica contrasta radicalmente con las concepciones tradicionales que asumen que la geometría consiste primariamente en un sistema axiomático-deductivo donde todo el conocimiento se deriva lógicamente de los axiomas mediante cadenas de razonamiento rigurosas, concepción que, aunque válida para la geometría formal profesional, se aleja de la manera en que los estudiantes de básica secundaria construyen realmente su comprensión geométrica, dado que la mayoría de ellos no se convertirán en matemáticos, sino en ciudadanos que requieren competencias de razonamiento espacial y resolución de problemas en contextos vitales diversos. En este sentido, Godino (2002) sostiene que el conocimiento geométrico escolar debe articular coherentemente los aspectos visuales que involucran el reconocimiento y la construcción de figuras, los aspectos conceptuales que comprenden las propiedades y relaciones geométricas, y los aspectos procedimentales que incluyen los cálculos y construcciones, configurando un sistema integrado irreducible a alguno de estos componentes aisladamente.

Por consiguiente, el modelo propone que esta integración no se logra mediante las secuencias didácticas que enseñan los componentes separadamente esperando que los estudiantes eventualmente los conecten, sino mediante la inmersión en situaciones

problemáticas auténticas que demandan naturalmente la articulación simultánea desde el inicio. Por ejemplo, determinar el área de un lote familiar de cultivo de irregular, propio del entorno agrícola de la Zona Bananera del departamento del Magdalena, demanda visualizar la configuración espacial identificando la forma general del terreno, descomponerla conceptualmente en figuras geométricas conocidas cuyas áreas pueden calcularse, ejecutar los procedimientos de medición y cálculo aplicando las fórmulas apropiadas, y verificar metacognitivamente la razonabilidad del resultado mediante estimaciones visuales o comparaciones con referencias conocidas. Esta articulación orgánica cultiva la comprensión de la geometría como herramienta para comprender y transformar el espacio físico, generando una percepción de relevancia que los enfoques descontextualizados no logran.

Al respecto de esta especificidad epistemológica, Duval (2005) señala que la geometría radica en la necesidad de coordinación entre múltiples registros de representación semiótica que incluyen las figuras visuales que presentan configuraciones perceptibles, las descripciones verbales que articulan propiedades mediante el lenguaje matemático, las expresiones simbólicas algebraicas que cuantifican las relaciones métricas y los esquemas deductivos que organizan las argumentaciones lógicas. Coherentemente, el modelo establece que la comprensión geométrica profunda demanda no solamente el dominio de cada registro aisladamente sino las capacidades de conversión que permiten traducir la información entre registros manteniendo invariantes las propiedades matemáticas fundamentales, competencia cognitivamente demandante que caracteriza el pensamiento geométrico competente y que se desarrolla mediante las experiencias acumuladas con problemas que requieren la movilización flexible entre representaciones diversas.

La perspectiva heurística adaptada al pensamiento geométrico

El modelo adopta la orientación heurística propuesta por Polya (1945), quien privilegia el desarrollo de las capacidades generales de resolución sobre la memorización de procedimientos específicos, pero especifica que en el contexto de la geometría escolar, el enfoque heurístico demanda cultivar disposiciones geométricas particulares que incluyen la inclinación a visualizar los problemas mediante la construcción de diagramas y representaciones gráficas que externalizan las configuraciones espaciales, el hábito de buscar patrones y regularidades en las configuraciones mediante la exploración sistemática de casos particulares, la tendencia a descomponer las figuras complejas en componentes

manejables cuyas propiedades son conocidas, la disposición a verificar la razonabilidad de los resultados mediante estimaciones visuales que detectan los errores de magnitud, y la persistencia en explorar las aproximaciones alternativas cuando las estrategias iniciales resultan infructuosas.

Desde esta perspectiva, May-Cen (2015) señala que el objetivo principal de Polya fue que los estudiantes adquirieran mediante el trabajo personal una experiencia amplia en la actividad heurística que desarrolle las capacidades de descubrimiento independiente transferibles más allá de los dominios matemáticos específicos. En consecuencia, el modelo establece que en la geometría, esta actividad heurística se manifiesta mediante los procesos de experimentación con configuraciones espaciales que generan intuiciones sobre las relaciones geométricas, la formulación de conjeturas sobre las propiedades observadas en casos particulares, la construcción de argumentos que justifican por qué las conjeturas son válidas universalmente, y el refinamiento progresivo de las comprensiones mediante ciclos de exploración-conjeturación-argumentación-verificación que replican la lógica de la investigación matemática auténtica.

Por otra parte, Schoenfeld (1985) distingue entre el conocimiento de recursos que incluye los conceptos, algoritmos y teoremas disponibles en la memoria, las estrategias heurísticas que constituyen los principios generales para abordar los problemas novedosos, el monitoreo metacognitivo que regula los procesos de resolución mediante la evaluación continua del progreso, y el sistema de creencias sobre la naturaleza de las matemáticas que media las disposiciones hacia la inversión de esfuerzo. Coherentemente con esta distinción, el modelo establece que el desarrollo del pensamiento geométrico mediante el enfoque heurístico demanda el cultivo equilibrado de estos cuatro aspectos: los recursos conceptuales y procedimentales de la geometría (definiciones, propiedades, teoremas, fórmulas), las estrategias heurísticas geométricas (visualización mediante diagramas, descomposición de figuras, búsqueda de sub configuraciones conocidas, aplicación de teoremas pertinentes), las capacidades metacognitivas de planificación-monitoreo-evaluación, y las creencias productivas sobre la geometría como dominio comprensible mediante el razonamiento sistemático más que el talento innato.

La construcción social del conocimiento geométrico

Fundamentándose en los planteamientos de Vygotsky (1978), quien postula que las funciones psicológicas superiores emergen primero en el plano interpsicológico mediante

las interacciones sociales y posteriormente se internalizan en el plano intrapsicológico como capacidades individuales autónomas, el modelo teoriza que el pensamiento geométrico se construye fundamentalmente mediante los procesos dialógicos donde los significados se negocian colectivamente, las interpretaciones visuales divergentes se contrastan argumentativamente, los errores se identifican mediante la retroalimentación de los pares y los consensos sobre la validez de los razonamientos se construyen mediante la justificación racional más que la apelación a la autoridad externa. Esta perspectiva socioconstructivista contrasta con las concepciones individualistas que asumen que el aprendizaje ocurre primariamente en la interioridad de las mentes aisladas que posteriormente comunican los resultados prefabricados.

En este orden de ideas, Castro y Ramírez (2013) establecen que la geometría ofrece oportunidades únicas para la construcción social cuando se implementan las metodologías colaborativas que favorecen la negociación de significados mediante los intercambios verbales que demandan la articulación explícita de los razonamientos tácitos, la contrastación de las perspectivas diferentes que revelan la multiplicidad de interpretaciones posibles de una misma configuración, la identificación de los errores conceptuales mediante los cuestionamientos de los pares que detectan las inconsistencias, y la construcción progresiva de las comprensiones cada vez más sofisticadas mediante las contribuciones complementarias de múltiples participantes. Por tanto, el modelo establece que estas interacciones dialógicas no constituyen una modalidad organizativa opcional sino una condición constitutiva de la construcción genuina del conocimiento geométrico que trasciende la acumulación individual de información para involucrar la participación en las prácticas sociales de la comunidad matemática.

Asimismo, Gamboa y Ballestero (2010) señalan que el pensamiento geométrico involucra las capacidades de visualización espacial, razonamiento sobre propiedades y relaciones, argumentación deductiva y comunicación matemática, competencias que se enriquecen significativamente mediante las interacciones colaborativas donde la diversidad de perspectivas amplía el repertorio de aproximaciones disponibles, las discrepancias en las interpretaciones generan las necesidades de justificación que cultivan el rigor argumentativo, y los procesos de explicación a los pares demandan la reorganización conceptual que profundiza la comprensión del explicador además de beneficiar al receptor. En consecuencia, el modelo teoriza que el trabajo colaborativo en la geometría genera una

zona de desarrollo próximo colectiva donde el grupo alcanza comprensiones que exceden las capacidades de los miembros individuales, constituyendo un sistema cognitivo distribuido que amplifica las posibilidades intelectuales mediante la sinergia de las contribuciones diversas.

La metacognición como dimensión constitutiva del conocimiento geométrico

El modelo establece que la consciencia metacognitiva sobre los propios procesos de razonamiento geométrico constituye no un componente suplementario sino una dimensión constitutiva del conocimiento geométrico profundo que diferencia cualitativamente la comprensión relacional del conocimiento instrumental. Desde esta perspectiva, Flavell (1976) define la metacognición como el conocimiento sobre los propios procesos cognitivos que incluye la consciencia sobre las fortalezas y limitaciones cognitivas propias, el conocimiento sobre las demandas específicas de las tareas diferentes, la familiaridad con las estrategias disponibles y las condiciones de aplicabilidad apropiada, además de las capacidades ejecutivas de planificación que anticipa la secuencia de acciones, el monitoreo que evalúa el progreso durante la ejecución, y la evaluación que juzga la razonabilidad de los resultados obtenidos.

Al respecto, Schoenfeld (1985) documenta que los resolutores expertos de problemas geométricos dedican una proporción sustantiva del tiempo total a las actividades metacognitivas del análisis inicial del problema antes de ejecutar los cálculos, la evaluación periódica durante la ejecución verificando si la aproximación conduce hacia la solución, y la examinación crítica de la solución obtenida mediante múltiples estrategias de verificación, contrastando marcadamente con los resolutores novatos que ejecutan mecánicamente los procedimientos sin reflexión sobre la adecuación ni evaluación de la razonabilidad. Por consiguiente, el modelo teoriza que estas diferencias en las conductas metacognitivas explican la variabilidad en los desempeños mejor que las diferencias en los conocimientos declarativos de teoremas o procedimientos, sugiriendo que el cultivo de la metacognición constituye una intervención pedagógica potencialmente más impactante que la simple ampliación del repertorio conceptual.

Coherentemente, Battista (2007) señala que el desarrollo del razonamiento geométrico involucra un tránsito progresivo desde el pensamiento sincrético donde las configuraciones se procesan globalmente sin análisis de componentes, hacia el pensamiento analítico que identifica los elementos y propiedades específicas, posteriormente hacia el

pensamiento relacional que organiza las propiedades mediante las relaciones lógicas, y eventualmente hacia el pensamiento deductivo que construye las cadenas argumentativas rigurosas. En este sentido, el modelo establece que estas transiciones desarrollativas demandan no solamente la acumulación de conocimientos sino las transformaciones metacognitivas en la consciencia sobre los propios procesos de razonamiento, las capacidades de regular deliberadamente el pensamiento geométrico y las disposiciones de evaluar críticamente la validez de los razonamientos propios, competencias que se cultivan mediante las prácticas pedagógicas que incorporan sistemáticamente la verbalización de los procesos mentales, el cuestionamiento sobre las racionalidades subyacentes y la reflexión explícita sobre la efectividad de las estrategias empleadas.

Figura 25.
Estructuración del modelo teórico



Nota. La figura hace referencia al modelo propuesto centrado en el conocimiento geométrico. Elaboración propia.

Componente 2: Principios pedagógicos orientadores

La mediación docente facilitadora del descubrimiento

El modelo teoriza que el rol docente en el desarrollo del pensamiento geométrico mediante el método Polya no consiste en transmitir los conocimientos acabados sino en facilitar los descubrimientos estudiantiles mediante la estructuración de las condiciones que posibilitan la actividad matemática productiva sin substituir el trabajo intelectual del aprendiz. En este sentido, Polya (1945) sostiene que ayudar al alumno constituye una tarea compleja que demanda un equilibrio delicado: si el docente deja al estudiante completamente solo puede que no progrese por carecer de los recursos necesarios, pero si ayuda demasiado resolviendo el problema en su lugar, priva al estudiante de la experiencia valiosa de la lucha intelectual que cultiva las competencias auténticas. En consecuencia, el maestro debe ayudar, pero ni demasiado ni demasiado poco, proporcionando el andamiaje que mantiene el desafío productivo sin generar la frustración paralizante.

Este principio se materializa mediante las prácticas de cuestionamiento socrático donde el docente no proporciona las respuestas directas, sino que formula las preguntas orientadoras que dirigen la atención hacia los aspectos relevantes de las configuraciones geométricas, activan los conocimientos previos pertinentes, sugieren las estrategias potencialmente útiles sin prescribirlas autoritativamente y promueven la reflexión metacognitiva sobre los procesos de razonamiento propios. Al respecto, May-Cen (2015) señala que mediante las preguntas apropiadamente calibradas, el docente puede despertar el gusto por el pensamiento independiente y proporcionar los recursos para cultivarlo sin imponer las soluciones que inhibirían el desarrollo de la autonomía intelectual. Por tanto, el modelo establece que la efectividad de la mediación docente no se mide por la elegancia de las explicaciones sino por el grado en que los estudiantes desarrollan las capacidades de razonar autónomamente, criterio que invierte las prioridades de las pedagogías tradicionales que valoran la transmisión elocuente sobre la facilitación de la construcción.

Desde esta perspectiva, Vygotsky (1978) teoriza que el aprendizaje efectivo ocurre en la zona de desarrollo próximo, entendida como el espacio conceptual entre lo que el aprendiz puede hacer autónomamente y lo que puede alcanzar con la asistencia apropiada, mediante el andamiaje que proporciona los soportes temporales gradualmente retirados conforme se desarrolla la competencia independiente. Coherentemente, el modelo establece que en la geometría, el andamiaje docente incluye la provisión de las

representaciones visuales que externalizan las configuraciones espaciales facilitando el análisis, la formulación de las preguntas que estructuran los procesos de exploración sin revelar las soluciones, el modelamiento de las estrategias metacognitivas mediante la verbalización de los procesos de pensamiento usualmente tácitos, y la calibración responsiva del nivel de asistencia según las evidencias de comprensión observadas en las interacciones con los estudiantes. Esta mediación demanda las competencias pedagógicas sofisticadas que trascienden el dominio disciplinar de la geometría para involucrar la sensibilidad diagnóstica que detecta los umbrales de comprensión y la creatividad didáctica que diseña los andamiajes apropiados.

La construcción colaborativa de los significados geométricos

El modelo teoriza que el aprendizaje de la geometría se potencia significativamente cuando ocurre en los contextos de interacción dialógica donde los estudiantes trabajan colaborativamente resolviendo los problemas, discutiendo las estrategias, contrastando las interpretaciones, justificando los razonamientos y construyendo los consensos validados mediante la argumentación racional. Esta construcción social no constituye simplemente una modalidad organizativa que distribuye el trabajo sino un proceso epistemológico fundamental mediante el cual los conocimientos individuales fragmentados se transforman en las comprensiones colectivas más robustas mediante la negociación de significados, la identificación de los errores mediante la retroalimentación de los pares, la exposición a las perspectivas diversas que amplían el repertorio de aproximaciones, y el cultivo de las normas de rigor intelectual que valoran la justificación sobre la autoridad.

En este orden de ideas, Castro y Ramírez (2013) establecen que las metodologías colaborativas en la geometría favorecen el desarrollo integral cuando se estructuran apropiadamente evitando las disfunciones frecuentes como la dominación de los miembros más competentes que marginaliza las contribuciones de otros, la división de labor donde cada estudiante resuelve una parte independientemente sin genuina interacción, o los consensos prematuros sin discusión crítica que reproduzcan los errores compartidos. Por consiguiente, el modelo prescribe que la colaboración auténtica demanda la interdependencia positiva donde el éxito individual depende del éxito grupal, la responsabilidad individual que previene el aprovechamiento gratuito, la interacción promotora cara a cara que favorece las explicaciones mutuas, el desarrollo de las habilidades colaborativas mediante las prácticas deliberadas, y el procesamiento grupal que

evalúa metacognitivamente el funcionamiento colaborativo identificando las fortalezas y las áreas de mejoramiento.

Asimismo, Vygotsky (1978) postula que la construcción de los significados matemáticos ocurre primero en el plano social mediante las interacciones donde se contrastan las perspectivas y se negocian las interpretaciones, y posteriormente se internaliza como capacidad individual mediante la apropiación progresiva. En este sentido, el modelo teoriza que en la geometría, esta secuencia genética resulta particularmente evidente cuando los estudiantes con interpretaciones visuales divergentes de una misma configuración discuten argumentativamente hasta alcanzar el consenso que incorpora las perspectivas múltiples, proceso que enriquece la comprensión de todos los participantes mediante la exposición a los modos alternativos de ver que individualmente no habrían generado. Esta productividad epistemológica de la diversidad fundamenta la organización de los grupos heterogéneos que maximizan la variabilidad de las competencias y las perspectivas, contrastando con los agrupamientos homogéneos que aunque reducen las demandas de coordinación, limitan las oportunidades de aprendizaje mediante el intercambio con los pares diferentemente competentes.

La problematización auténtica como motor del aprendizaje

El modelo teoriza que el desarrollo genuino del pensamiento geométrico demanda la inmersión en las situaciones problemáticas auténticas que generan la perplejidad genuina motivando la inversión sostenida de esfuerzo, admiten múltiples aproximaciones favoreciendo la flexibilidad cognitiva, conectan con las experiencias vitales generando la percepción de relevancia, permiten la verificación de razonabilidad cultivando la autorregulación, y generan las oportunidades de generalización que trasciende la situación específica para revelar los principios matemáticos transferibles. Desde esta perspectiva, Polya (1945) distingue entre los problemas que demandan creatividad y adaptación versus los ejercicios que requieren solamente la aplicación mecánica de los procedimientos conocidos, argumentando que aunque ambos tienen lugar en la educación matemática, los problemas genuinos cultivan el pensamiento matemático profundo que la ejercitación rutinaria no desarrolla.

Al respecto, Contreras (2022) señala que desde las exigencias de formación en el mundo contemporáneo se requieren los enfoques diferentes a la educación tradicional que

reconozcan la importancia de la matemática por la aplicabilidad de los conocimientos en los contextos diversos, resultando fundamental emplear la resolución de problemas en las situaciones concretas que promuevan el desarrollo del razonamiento y la argumentación. Coherentemente, el modelo establece que en la geometría, la problematización efectiva demanda la selección cuidadosa de las situaciones que: conecten con las experiencias espaciales cotidianas de los estudiantes (calcular las áreas de terrenos, determinar las alturas mediante las sombras y la semejanza, diseñar las distribuciones espaciales óptimas), sean accesibles mediante los conocimientos previos pero no inmediatamente resolubles mediante la aplicación directa de las fórmulas memorizadas, admitan las soluciones mediante las estrategias diversas permitiendo la comparación de las eficiencias, y generen las oportunidades de extensión mediante las variaciones que revelan los alcances y las limitaciones de las estrategias particulares.

Por otra parte, Godino (2002) sostiene que los problemas auténticos contrastan con los pseudo-problemas que aunque formulados como preguntas, admiten las respuestas únicas mediante los procedimientos algorítmicos que los estudiantes ejecutan mecánicamente sin comprensión de la racionalidad subyacente. En consecuencia, el modelo teoriza que estas diferencias cualitativas en la naturaleza de las tareas median dramáticamente los tipos de aprendizaje que se cultivan: los pseudo-problemas desarrollan los automatismos procedimentales útiles para la eficiencia computacional pero que no involucran el pensamiento matemático genuino, mientras los problemas auténticos demandan el razonamiento, la creatividad, la toma de decisiones bajo incertidumbre y la persistencia ante las dificultades, competencias que caracterizan la actividad matemática profesional y que resultan transferibles más allá de los dominios específicos donde se desarrollaron inicialmente.

El desarrollo progresivo mediante la secuenciación adaptativa

El modelo teoriza que el pensamiento geométrico se desarrolla mediante las trayectorias progresivas que transitan desde las intuiciones perceptuales concretas hacia las abstracciones conceptuales formales, progresión que demanda la secuenciación cuidadosa de las experiencias que respetan los umbrales de madurez cognitiva sin subestimar las potencialidades ni imponer las formalizaciones prematuras que generan el rechazo. En este sentido, Battista (2007) documenta que el razonamiento geométrico evoluciona mediante los niveles que incluyen el reconocimiento visual donde las figuras se identifican por la

apariencia global, el análisis descriptivo donde se nombran los componentes y las propiedades, el ordenamiento informal donde las propiedades se relacionan lógicamente, y la deducción formal donde se construyen los argumentos rigurosos, niveles que aunque no constituyen etapas discretas universales, describen las tendencias del desarrollo generales que orientan el diseño instruccional.

Al respecto, Vargas y Gamboa (2013) referencian el modelo de Van Hiele que especifica que el progreso entre los niveles de razonamiento geométrico no ocurre automáticamente mediante la maduración sino que demanda las experiencias instruccionales apropiadamente diseñadas que incluyen la información que introduce el vocabulario y los conceptos nuevos, la orientación dirigida que estructura la exploración de las propiedades mediante las actividades guiadas, la explicitación que articula verbalmente las relaciones descubiertas, la orientación libre que permite la aplicación autónoma en las situaciones novedosas, y la integración que sintetiza los aprendizajes en las estructuras coherentes.

Por consiguiente, el modelo establece que esta secuenciación didáctica fundamenta la planificación de las trayectorias de aprendizaje que comienzan con los problemas estructurados que proporcionan los andamiajes explícitos, transitan gradualmente hacia los problemas semiestructurados que demandan mayor autonomía, y eventualmente presentan los problemas abiertos que requieren la definición de metas, la selección de estrategias y la evaluación de resultados sin guía externa.

Asimismo, Espinoza, Lupiáñez y Segovia (2014) señalan que los métodos heurísticos bien estructurados reducen la ansiedad matemática y promueven la perseverancia ante los problemas desafiantes cuando generan las experiencias caracterizadas por el balance apropiado entre el desafío cognitivo que previene el aburrimiento y el soporte pedagógico que previene la frustración. Desde esta perspectiva, el modelo teoriza que este balance se logra mediante la evaluación formativa continua que diagnostica las comprensiones actuales y ajusta responsivamente las demandas de las tareas subsiguientes, cultivando lo que Vygotsky (1978) conceptualizó como la zona de desarrollo próximo donde los aprendices operan en los límites de las competencias actuales con la asistencia apropiada. Esta calibración demanda la sensibilidad pedagógica que detecta las señales sutiles de comprensión o confusión y la creatividad didáctica que genera los andamiajes diferenciados

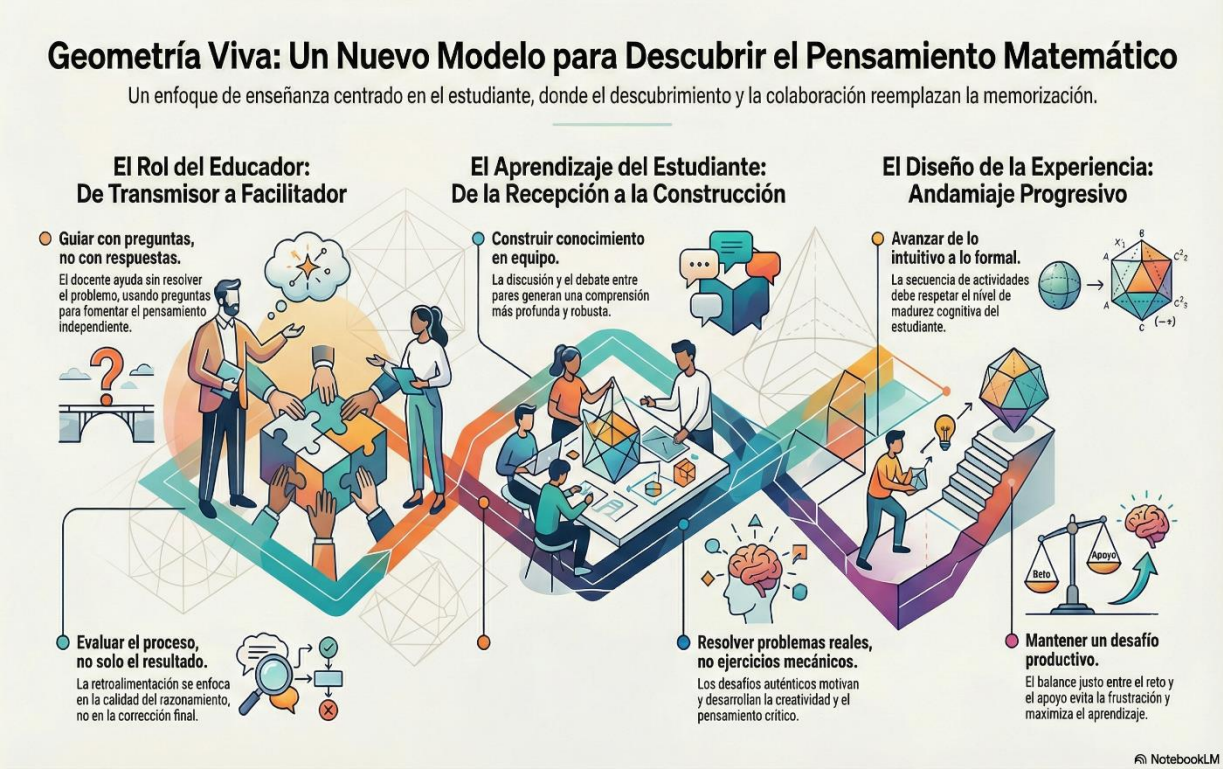
según las necesidades heterogéneas de los estudiantes que inevitablemente varían en los conocimientos previos, las velocidades de aprendizaje y los estilos cognitivos preferidos.

La evaluación formativa como retroalimentación continua

El modelo teoriza que la evaluación en el contexto del desarrollo del pensamiento geométrico mediante el método Polya no constituye una actividad terminal que certifica los logros mediante las calificaciones sumativas sino un proceso continuo que proporciona la retroalimentación formativa que informa los ajustes instruccionales responsivos y cultiva las capacidades autoevaluativas que habilitan la autorregulación progresiva del aprendizaje. En este sentido, Godino (2002) distingue entre la evaluación que mide los productos finales versus la evaluación que examina los procesos de razonamiento, argumentando que en la geometría, la comprensión profunda se manifiesta no solamente en la corrección de las respuestas sino en la calidad de los razonamientos, la flexibilidad de las estrategias, las capacidades de justificación argumentativa y las disposiciones metacognitivas de verificación, aspectos que las evaluaciones centradas exclusivamente en los resultados no capturan.

Al respecto, Schoenfeld (1985) documenta que la evaluación auténtica de la competencia en la resolución de problemas geométricos demanda el examen de múltiples dimensiones que incluyen los conocimientos de recursos (conceptos, teoremas, procedimientos disponibles), el dominio de las estrategias heurísticas (visualización, descomposición, búsqueda de analogías), las capacidades metacognitivas (planificación, monitoreo, evaluación) y el sistema de creencias (concepciones sobre la naturaleza de la geometría, atribuciones sobre las causas de éxito o fracaso). Por consiguiente, el modelo establece que la evaluación formativa efectiva proporciona la retroalimentación descriptiva específica que identifica las fortalezas particulares y orienta las direcciones de mejoramiento sin reducir los desempeños a las calificaciones numéricas descontextualizadas que aunque eficientes administrativamente, proporcionan información insuficiente para guiar el aprendizaje. Coherentemente, Flavell (1976) señala que el desarrollo de las capacidades autoevaluativas constituye un objetivo educativo fundamental que habilita el aprendizaje autónomo que trasciende los contextos escolares formales para constituir una competencia de aprender a aprender valiosa a lo largo de la vida.

Figura 26.
Principios pedagógicos orientadores del modelo teórico



Nota. La anterior figura sintetiza los Principios pedagógicos orientadores del modelo teórico basados en el rol del educador, el aprendizaje del estudiantes y el diseño de la experiencia. Elaboración propia.

Componente 3: Sistematización metodológica del método Polya para el pensamiento geométrico

La adaptación de las cuatro fases al contexto geométrico

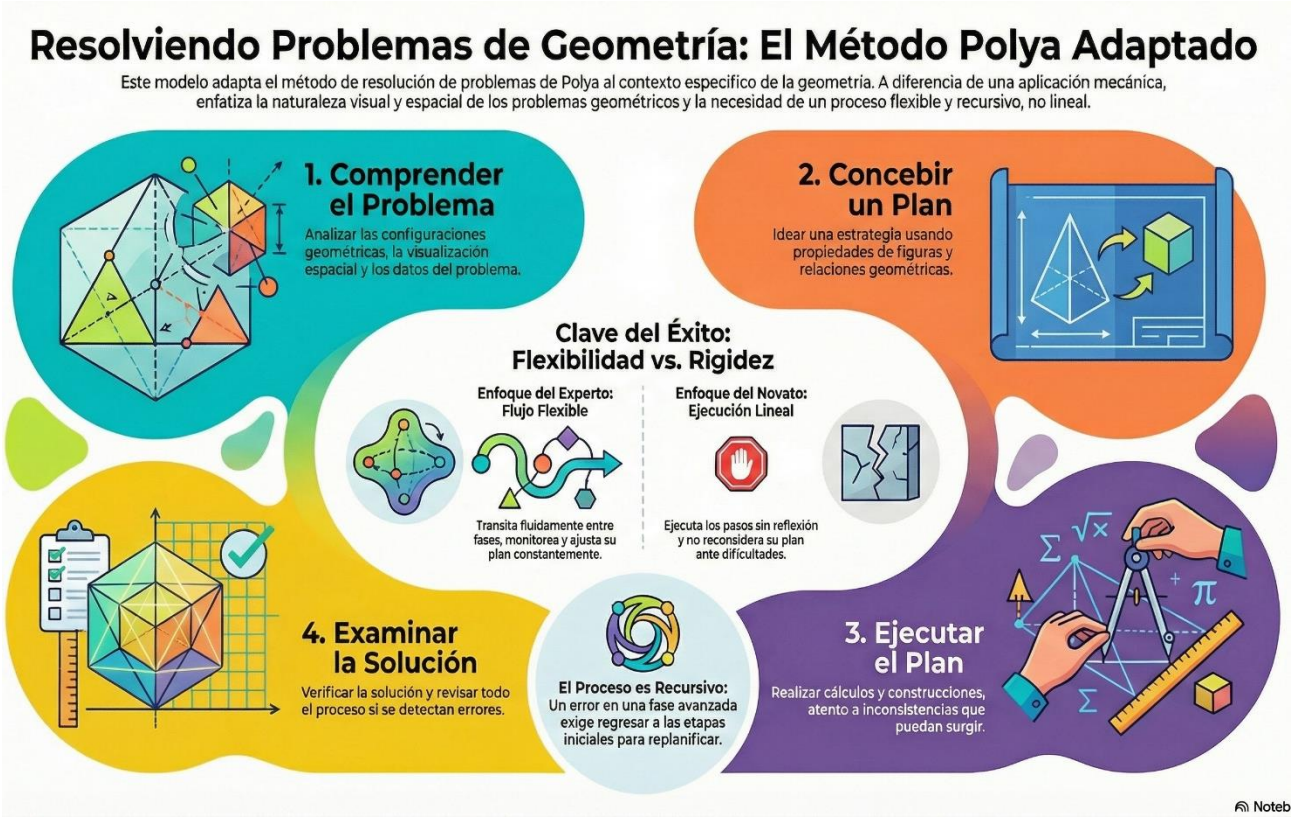
El modelo sistematiza el método Polya mediante la especificación de las cuatro fases constitutivas (comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan, examinar la solución) adaptadas específicamente para el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes de básica secundaria, considerando las particularidades cognitivas del razonamiento espacial, la naturaleza visual-conceptual de la geometría y las realidades contextuales de las instituciones rurales con recursos limitados. De esta manera, esta sistematización no reproduce mecánicamente la propuesta original de Polya (1945) diseñada para los problemas matemáticos generales, sino que constituye una adaptación situada que explicita los procesos cognitivos, sociales y metacognitivos que ocurren en cada fase cuando el contexto específico involucra las configuraciones geométricas, la

visualización espacial, las propiedades de las figuras y el razonamiento sobre las relaciones geométricas.

En este sentido, May-Cen (2015) señala que, aunque Polya presentó las fases secuencialmente con propósitos heurísticos pedagógicos, enfatizó la necesidad de flexibilidad, reconociendo que la resolución auténtica involucra movimientos recursivos donde la comprensión inadecuada revelada durante la ejecución demanda el retorno a la fase inicial, la estrategia planificada que resulta infructuosa requiere la replanificación, y la verificación de la solución que detecta el error activa la revisión completa del proceso. Por consiguiente, el modelo establece que estas recursividades resultan particularmente frecuentes en los problemas geométricos, donde se presentan de tres maneras: primero, cuando las interpretaciones visuales erróneas de las configuraciones se revelan durante los cálculos, generando incongruencias entre lo observado y lo calculado; segundo, cuando las construcciones auxiliares planificadas resultan insuficientes, demandando la exploración de alternativas; y tercero, cuando las verificaciones visuales detectan incoherencias entre el resultado obtenido y la configuración geométrica original, activando la búsqueda de los errores en los razonamientos previos.

Al respecto, Schoenfeld (1985) documenta que los resolutores expertos transitan fluidamente entre las fases mediante el monitoreo metacognitivo continuo que evalúa si el progreso es coherente con las expectativas y ajusta las aproximaciones responsivamente, contrastando con los novatos que ejecutan linealmente sin reflexión sobre la adecuación ni disposición para reconsiderar cuando las evidencias sugieren la inviabilidad. Coherentemente, el modelo teoriza que el desarrollo de estas competencias metacognitivas de navegación flexible constituye un aprendizaje tan valioso como los conocimientos geométricos específicos que se adquieren, sugiriendo que la sistematización metodológica debe explicitar no solamente los contenidos conceptuales y procedimentales de cada fase sino también los procesos reflexivos de planificación, monitoreo y evaluación que regulan los tránsitos entre las fases según demanden las circunstancias particulares de cada problema.

Figura 27.
Sistematización metodológica del método Polya aplicada al modelo propuesto



Nota. La figura representa las fases metodológicas del método Polya aplicado al modelo propuesto. Elaboración propia.

La Fase 1: Comprender el problema geométrico

El modelo teoriza que la comprensión de los problemas geométricos demanda la construcción de una representación mental coherente de la configuración espacial que articula los elementos conocidos (datos proporcionados, propiedades especificadas, relaciones establecidas), los elementos desconocidos (magnitudes a determinar, propiedades a verificar, construcciones a realizar) y las condiciones restrictivas (ángulos rectos, segmentos congruentes, figuras inscritas, paralelismos) que configuran el espacio de las soluciones posibles. Desde esta perspectiva, Polya (1945) establece que la comprensión constituye una condición necesaria para la resolución exitosa, implicando no solamente la lectura superficial del enunciado sino el análisis profundo que identifica claramente qué se proporciona, qué se busca y qué restricciones se imponen, proceso que frecuentemente demanda las reformulaciones sucesivas hasta alcanzar la claridad conceptual suficiente.

Esta fase en el contexto geométrico involucra específicamente la construcción de una representación visual mediante los diagramas que externalizan la configuración espacial descrita verbalmente, permitiendo el acceso perceptual que facilita la identificación de las relaciones no evidentes en la descripción lingüística. Al respecto, Duval (2005) señala que la traducción entre el registro verbal y el gráfico constituye una operación cognitiva fundamental en la geometría que demanda las competencias de conversión semiótica no triviales, evidenciadas por los errores frecuentes donde los estudiantes construyen los diagramas que contradicen las especificaciones verbales o interpretan las representaciones visuales ignorando las propiedades explícitamente indicadas. En consecuencia, el modelo establece que la comprensión genuina demanda la coherencia entre las representaciones múltiples verificada mediante la contrastación sistemática: los datos mencionados verbalmente deben estar visualmente representados en el diagrama, las incógnitas deben indicarse mediante los símbolos interrogativos apropiados, las condiciones deben reflejarse mediante las notaciones convencionales (ángulos rectos marcados con cuadrados, segmentos congruentes señalados con marcas idénticas).

Adicionalmente, la fase de comprensión en el contexto del trabajo colaborativo demanda la negociación dialógica donde el grupo construye la comprensión compartida mediante la verbalización de las interpretaciones individuales, la identificación de las divergencias interpretativas y la discusión argumentativa hasta alcanzar el consenso validado. Desde esta perspectiva, Vygotsky (1978) teoriza que estas negociaciones sociales no constituyen obstáculos a superar sino oportunidades epistemológicas donde la confrontación de las perspectivas diferentes genera las necesidades de clarificación que profundizan la comprensión de todos los participantes. Por tanto, el modelo establece que el docente facilita esta fase mediante el cuestionamiento que activa la visualización (¿Puedes dibujar la configuración descrita?), la identificación de los elementos (¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la incógnita?), la activación de los conocimientos previos (¿Conoces una figura con propiedades similares?) y la verificación de la comprensión compartida (¿Todos en el grupo entienden lo mismo?).

Figura 28.

Fase uno del modelo- Comprensión del problema geométrico



Nota. La figura representa los elementos claves para la consecución de fase 1 de comprensión del problema geométrico. Elaboración propia.

La Fase 2: Concebir un plan de resolución

El modelo teoriza que la concepción del plan demanda el diseño de una estrategia que conecta los datos con la incógnita mediante la movilización de los conocimientos geométricos previos, la identificación de los problemas análogos cuyas soluciones pueden adaptarse, la selección de los teoremas o procedimientos potencialmente útiles y la anticipación de la secuencia de pasos que conduzcan hacia la solución. En este sentido, Polya (1945) sostiene que esta fase constituye el corazón de la actividad heurística donde se manifiesta la creatividad matemática mediante la identificación de las conexiones no obvias, la adaptación ingeniosa de los métodos conocidos a las situaciones novedosas y el diseño de las construcciones auxiliares que simplifican la complejidad aparente, procesos que trascienden la aplicación mecánica de los algoritmos para involucrar el verdadero razonamiento matemático.

En el contexto geométrico, la planificación involucra específicamente la activación del repertorio de las estrategias heurísticas que incluyen la construcción de los elementos

auxiliares (alturas, medianas, diagonales, círculos circunscritos) que revelan las relaciones ocultas, la descomposición de las figuras complejas en componentes manejables cuyas propiedades son conocidas, la identificación de las subconfiguraciones que satisfacen las condiciones de los teoremas aplicables (triángulos semejantes, cuadriláteros inscribibles, configuraciones de Tales), y la exploración de los casos particulares o límites que sugieren las aproximaciones generales. Al respecto, Gamboa y Ballestero (2010) señalan que estas estrategias no se enseñan abstractamente mediante la instrucción directa, sino que emergen de las experiencias acumuladas con los problemas diversos que revelan los patrones recurrentes, sugiriendo que el desarrollo del repertorio heurístico demanda la inmersión prolongada en la resolución auténtica más que la exposición a los catálogos de técnicas descontextualizadas.

Por otra parte, el modelo establece que la planificación en el contexto colaborativo se enriquece mediante el diseño dialógico donde el grupo explora colectivamente las aproximaciones alternativas, evalúa las viabilidades relativas mediante el análisis de los recursos disponibles y las restricciones problemáticas, anticipa las dificultades potenciales y prevé las verificaciones intermedias que permitirán detectar los errores tempranamente. Coherentemente, Schoenfeld (1985) documenta que los resolutores expertos dedican una proporción sustantiva del tiempo total a la planificación antes de ejecutar los cálculos, contrastando con los novatos que comienzan las ejecuciones prematuras sin análisis suficiente, resultando en los bloqueos frecuentes que podrían prevenirse mediante la planificación más cuidadosa.

En consecuencia, el modelo teoriza que el docente facilita la planificación mediante el cuestionamiento que activa los conocimientos previos (¿Recuerdas un teorema que relacione estos elementos?), sugiere la búsqueda de analogías (¿Has resuelto un problema similar?), orienta la consideración de las estrategias (¿Podrías trazar un elemento auxiliar? ¿Podrías descomponer la figura?) y promueve la anticipación metacognitiva (¿Qué información necesitarás? ¿Cómo verificarás si el plan funciona?).

Figura 29.
Fase dos del modelo-Concepción del plan de resolución



Nota. La anterior ilustración representa de forma sintetizada los elementos necesarios según el modelo para concebir un plan de resolución. Elaboración propia.

La Fase 3: Ejecutar el plan con el monitoreo continuo

El modelo teoriza que la ejecución del plan no constituye una aplicación mecánica de la secuencia predeterminada sino un proceso autorregulado donde los estudiantes monitorean continuamente si el progreso es coherente con las expectativas, si los resultados intermedios son razonables, si la aproximación conduce hacia la solución y si los ajustes son necesarios cuando las evidencias revelan las inadecuaciones. Desde esta perspectiva, Flavell (1976) establece que el monitoreo metacognitivo durante la ejecución implica la evaluación periódica del progreso hacia las metas, la identificación de los momentos de bloqueo que señalan la necesidad de cambios de estrategia, la detección de las inconsistencias lógicas que revelan los errores conceptuales o procedimentales, y los ajustes flexibles de las aproximaciones según la retroalimentación proporcionada por los resultados parciales, procesos de autorregulación que diferencian a los resolutores expertos de los novatos que ejecutan ciegamente sin evaluación crítica de la coherencia.

En el contexto geométrico, la ejecución involucra específicamente la realización de las construcciones planificadas, los cálculos de las magnitudes mediante las fórmulas apropiadas, la aplicación de los teoremas que conectan los elementos conocidos con los desconocidos y la verificación continua de la razonabilidad mediante las estimaciones visuales que detectan los errores de magnitud sin requerir los recálculos precisos. Al respecto, Duval (2005) señala que estas verificaciones visuales constituyen una fortaleza específica de la geometría que otras ramas matemáticas no poseen: el resultado que contradice el diagrama activa la alarma de implausibilidad que motiva la búsqueda del error incluso cuando los cálculos formales parecen correctos, cultivando el hábito saludable de desconfianza hacia los resultados que no superan la prueba de razonabilidad múltiple.

Asimismo, el modelo establece que la ejecución colaborativa se enriquece mediante la distribución de las responsabilidades que incluye los roles de coordinador que organiza el trabajo, registrador que documenta los procesos, verificador que revisa la razonabilidad de los resultados parciales y vocero que prepara la presentación de la solución, roles que rotan periódicamente asegurando que todos desarrollen las competencias múltiples. En este sentido, Castro y Ramírez (2013) señalan que esta estructura promueve la interdependencia positiva donde el éxito individual depende del éxito grupal, la responsabilidad individual que previene el aprovechamiento gratuito y la interacción promotora que favorece las explicaciones mutuas y la construcción colectiva. Por consiguiente, el modelo teoriza que el docente facilita la ejecución mediante la circulación que observa los procesos grupales, cuestiona cuando detecta los errores conceptuales sin revelar las soluciones directamente (¿Ese resultado parece razonable dado el diagrama? ¿Cómo podrían verificarlo?), y promueve la persistencia ante las dificultades normalizando los obstáculos temporales como parte natural de la resolución auténtica.

Figura 30.
Fase tres del modelo-Ejecución del plan con el monitoreo continuo



Nota. La figura 30 representa las etapas y los roles de los participantes durante la fase de implementación y monitoreo de la resolución de problemas geométricos. Elaboración propia.

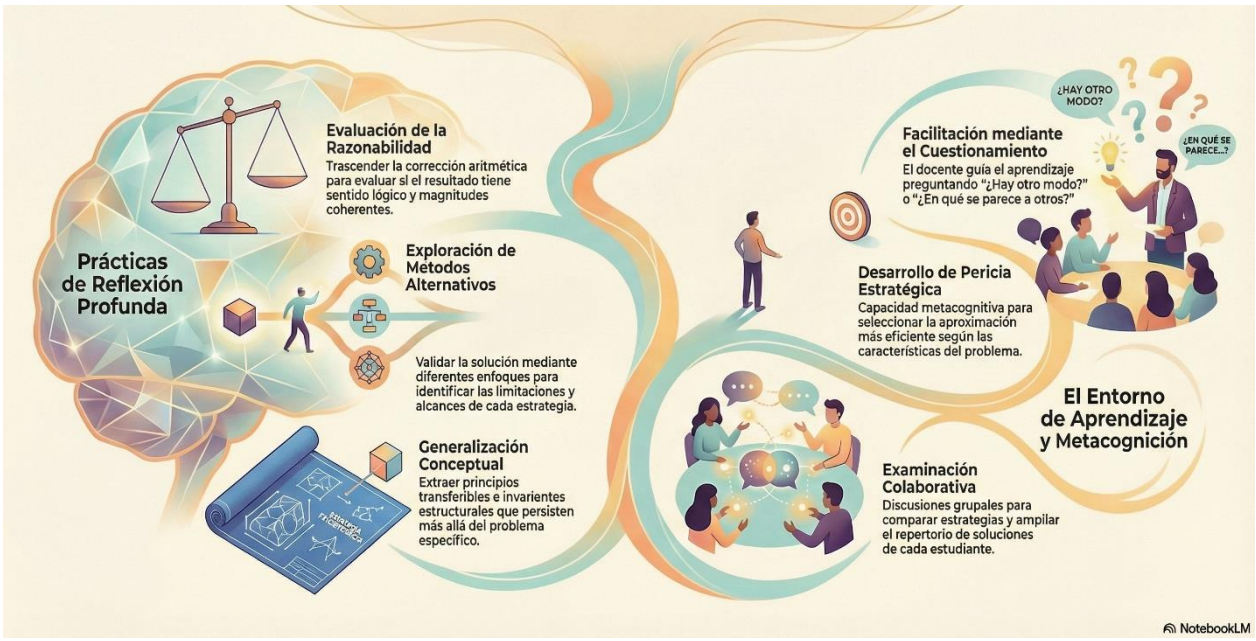
La Fase 4: Examinar la solución y generalizar

El modelo teoriza que la examinación de la solución trasciende la verificación aritmética de la corrección para involucrar la evaluación crítica de la razonabilidad mediante las estimaciones, la exploración de los métodos alternativos que proporcionen la validación independiente, la identificación de las extensiones que revelan los alcances y las limitaciones de las estrategias empleadas, y la generalización conceptual que extrae los principios transferibles más allá del problema específico. En este sentido, Polya (1945) sostiene que esta fase constituye una oportunidad valiosa de aprendizaje frecuentemente desperdiciada cuando los estudiantes terminan abruptamente tras obtener la respuesta, perdiendo las chances de profundizar la comprensión mediante la reflexión sobre el proceso completo, la comparación con las aproximaciones alternativas y la conexión con los problemas relacionados que comparten las estructuras similares pese a las diferencias superficiales.

En el contexto geométrico, la examinación involucra específicamente la verificación mediante la substitución en las condiciones originales confirmando que la solución las satisface, la estimación visual comparando el resultado numérico con las magnitudes aparentes en el diagrama, la exploración de los métodos alternativos cuando el problema admite las aproximaciones diversas (descomposición versus fórmula directa, construcciones auxiliares diferentes, teoremas alternativos), y la generalización mediante las variaciones que revelan qué aspectos de la solución dependen de las especificidades particulares versus qué principios se mantienen bajo las modificaciones. Al respecto, Battista (2007) señala que estas prácticas de generalización cultivan el pensamiento matemático profundo que trasciende la resolución mecánica de los problemas aislados para construir la comprensión de las familias de problemas relacionados mediante la identificación de los invariantes estructurales que persisten bajo las transformaciones superficiales.

Por otra parte, el modelo establece que la examinación colaborativa se enriquece mediante las discusiones plenarias donde los múltiples grupos presentan las soluciones, explican los razonamientos, responden los cuestionamientos críticos y comparan las estrategias alternativas identificando las ventajas relativas, proceso que expone a todos los estudiantes a la diversidad de aproximaciones ampliando el repertorio más allá de lo que habrían generado individualmente. Coherentemente, Schoenfeld (1985) documenta que estas comparaciones metacognitivas desarrollan las capacidades de evaluación estratégica que permiten seleccionar las aproximaciones apropiadas según las características específicas de los problemas, competencia que caracteriza la pericia matemática y que se cultiva mediante las experiencias acumuladas de contrastar las eficiencias de los métodos diversos aplicados a los mismos problemas. En consecuencia, el modelo teoriza que el docente facilita la examinación mediante el cuestionamiento que promueve la verificación (¿Cómo saben que la solución es correcta?), la exploración de alternativas (¿Hay otro modo de resolverlo?), la generalización (¿Qué aprendieron que podría aplicarse a problemas diferentes?) y la conexión (¿En qué se parece este problema a otros que han resuelto?).

Figura 31.
Fase cuatro del modelo-Examen de la solución



Nota. La figura hace referencia de la cuarta fase del modelo/prácticas reflexivas. **Fuente:** Elaboración propia

Componente 4: Trayectorias de desarrollo del pensamiento geométrico

La visualización espacial como competencia fundamental

El modelo teoriza que la visualización espacial constituye una competencia fundamental para el pensamiento geométrico que se desarrolla mediante las experiencias sistemáticas de construcción, manipulación y transformación de las representaciones de las configuraciones geométricas en múltiples registros semióticos. En este sentido, Duval (2005) establece que la geometría demanda la coordinación entre las representaciones gráficas bidimensionales de las configuraciones espaciales, las descripciones verbales que articulan las propiedades mediante el lenguaje matemático preciso, las expresiones simbólicas algebraicas que cuantifican las relaciones métricas y los esquemas deductivos que organizan las argumentaciones lógicas, coordinación que constituye la especificidad epistemológica de la geometría diferenciándola de otras ramas matemáticas donde predominan los registros simbólicos algebraicos.

Coherentemente, el modelo establece que el desarrollo de la visualización demanda el cultivo de las capacidades múltiples que incluyen la construcción de los diagramas precisos que representan fielmente las configuraciones descritas verbalmente, la

interpretación de las representaciones gráficas identificando las propiedades implícitas no explícitamente marcadas, la transformación mental de las figuras mediante las rotaciones-traslaciones-reflexiones que preservan los invariantes geométricos, la visualización de las configuraciones tridimensionales a partir de las representaciones bidimensionales (proyecciones, desarrollos, vistas múltiples), y la estimación visual de las magnitudes que desarrolla el sentido geométrico intuitivo permitiendo detectar las implausibilidades sin los cálculos precisos. Al respecto, Vargas y Gamboa (2013) señalan que estas capacidades se desarrollan progresivamente mediante las experiencias acumuladas que transitan desde la manipulación de los objetos físicos concretos que proporcionan el andamiaje perceptual directo, hacia las representaciones gráficas bidimensionales que demandan la abstracción intermedia, eventualmente hacia las visualizaciones mentales puras que operan con las imágenes internas sin los soportes externos.

El razonamiento geométrico: la progresión hacia la abstracción

El modelo teoriza que el razonamiento geométrico evoluciona mediante las trayectorias progresivas que transitan desde el reconocimiento perceptual de las figuras basado en la apariencia visual global hacia el análisis de los componentes y las propiedades específicas, posteriormente hacia el ordenamiento de las propiedades mediante las relaciones lógicas de implicación y eventualmente hacia la construcción de los argumentos deductivos que conectan las hipótesis con las conclusiones mediante las cadenas de razonamiento rigurosas. Desde esta perspectiva, Battista (2007) documenta que estas progresiones no constituyen etapas discretas universales sino tendencias de desarrollos generales que describen los tránsitos típicos aunque reconociendo la variabilidad sustantiva entre los individuos según las experiencias previas, la madurez cognitiva y la naturaleza de los contenidos geométricos específicos (geometría plana versus espacial, estática versus transformacional).

Por consiguiente, el modelo establece que la facilitación de estas progresiones demanda la secuenciación didáctica que comienza con las experiencias de clasificación y reconocimiento que cultivan el vocabulario geométrico y la familiaridad con las figuras básicas, transita hacia las actividades de análisis que identifican los componentes y las propiedades mediante las mediciones-comparaciones-exploraciones que revelan las regularidades, posteriormente introduce las justificaciones informales que explican por qué las propiedades se cumplen mediante los argumentos intuitivos no formales, y

eventualmente presenta las demostraciones semiformales apropiadas para la básica secundaria que construyen las cadenas deductivas accesibles sin el rigor axiomático completo de la geometría euclidiana formal. En este sentido, Godino (2002) sostiene que estas secuencias deben respetar los umbrales cognitivos evitando las formalizaciones prematuras que generan el rechazo, sin subestimar las capacidades potenciales cuando se proporcionan los andamiajes apropiados que mantienen a los estudiantes en las zonas de desarrollo próximo.

La argumentación como práctica social constitutiva

El modelo teoriza que la argumentación geométrica constituye no un suplemento opcional sino una práctica social constitutiva del pensamiento geométrico que se cultiva mediante la participación en las comunidades discursivas donde se valoran las explicaciones, se cuestionan las afirmaciones no fundamentadas y se construyen los consensos mediante la justificación racional. Al respecto, Castro y Ramírez (2013) establecen que la argumentación trasciende la simple comunicación de los razonamientos prefabricados para constituir un proceso epistemológico mediante el cual las comprensiones implícitas se transforman en los conocimientos explícitos articulados lingüísticamente, proceso que reorganiza conceptualmente los conocimientos del argumentador además de informar al receptor, configurando los beneficios bidireccionales que justifican la inversión de tiempo en las prácticas discursivas que las pedagogías tradicionales frecuentemente omiten por las presiones de la cobertura curricular.

Por consiguiente, el modelo establece que el desarrollo de la argumentación demanda el cultivo de las competencias múltiples que incluyen la formulación clara de las afirmaciones geométricas especificando las condiciones de validez, la provisión de las evidencias que sustentan las afirmaciones mediante los datos-mediciones-propiedades-teoremas, la articulación de los razonamientos que conectan las evidencias con las afirmaciones mediante las cadenas lógicas explícitas, la anticipación de las objeciones potenciales y la construcción de las refutaciones que fortalecen los argumentos, y la evaluación crítica de los argumentos de otros identificando las fortalezas y las debilidades lógicas. Desde esta perspectiva, Schoenfeld (1985) señala que estas competencias se desarrollan mediante la participación prolongada en las prácticas argumentativas auténticas más que mediante la instrucción directa sobre la estructura de los argumentos abstractos, sugiriendo que la inmersión en las comunidades donde la argumentación constituye una

norma valorada cultiva las competencias mediante la apropiación progresiva de las prácticas observadas y practicadas repetidamente.

Las conexiones como construcción de la coherencia conceptual

El modelo teoriza que el pensamiento geométrico se enriquece mediante la construcción deliberada de las conexiones tanto dentro de la geometría (conexiones intra-geométricas que vinculan los tópicos diversos como áreas, perímetros, semejanza, congruencia, teorema de Pitágoras) como entre la geometría y otras áreas matemáticas (álgebra, aritmética, trigonometría) o disciplinas extra-matemáticas (física, arte, arquitectura, biología), conexiones que revelan la coherencia profunda del conocimiento matemático superando la fragmentación artificial de las organizaciones curriculares que aíslan los tópicos en las unidades estancas. En este sentido, Godino et al. (2003) señalan que estas conexiones favorecen la construcción de los significados integrados que contextualizan los conceptos particulares dentro de las redes conceptuales amplias, generando la comprensión de la geometría como un sistema coherente más que una colección desarticulada de hechos aislados.

Coherentemente, el modelo establece que la facilitación de las conexiones demanda las prácticas pedagógicas que explicitan las relaciones mediante el cuestionamiento (¿Cómo se relaciona el cálculo de área de triángulo con el área de paralelogramo?), la selección de los problemas que integran múltiples conceptos geométricos demandando la movilización coordinada (problemas sobre las figuras compuestas que requieren la descomposición, la aplicación de las fórmulas múltiples, el razonamiento proporcional), y los proyectos integradores que demandan la aplicación de la geometría en los contextos auténticos revelando la utilidad práctica (diseño de los planos arquitectónicos, cálculo de los materiales para la construcción, análisis de las formas en la naturaleza o el arte). Al respecto, Contreras (2022) señala que estas aplicaciones contextualizadas generan la percepción de relevancia que incrementa la motivación intrínseca, contrastando con los aprendizajes descontextualizados que los estudiantes perciben como los ejercicios escolares arbitrarios sin conexión con las realidades vitales.

Figura 32.
Componente cuatro-Pilares del pensamiento geométrico del modelo propuesto



Nota. La figura representa de forma sintetizada los elementos asociados las claves del pensamiento geométrico. Elaboración propia.

Componente 5: Dimensión afectiva, social y contextual

El desarrollo de la autoeficacia matemática

El modelo teoriza que la autoeficacia matemática, entendida como la percepción sobre las propias capacidades para enfrentar exitosamente los desafíos geométricos, constituye una variable mediadora fundamental que influye en la selección de las tareas (los estudiantes con baja autoeficacia evitan los problemas desafiantes), el esfuerzo invertido (la inversión mínima cuando se anticipa el fracaso), la persistencia ante las dificultades (el abandono prematuro versus la perseverancia sostenida) y los niveles de logro alcanzados (las profecías autocumplidas donde las expectativas de fracaso inhiben los desempeños). En este sentido, Santos (2014) establece que la autoeficacia se construye mediante cuatro fuentes principales: las experiencias de dominio que proporcionan las evidencias directas de competencia, las experiencias vicarias mediante la observación de los pares similares que tienen éxito, la persuasión verbal de otros significativos que expresan la confianza en las

capacidades, y los estados fisiológicos donde la ansiedad se interpreta como señal de incapacidad versus desafío productivo.

Por consiguiente, el modelo establece que el cultivo de la autoeficacia demanda el diseño de las experiencias que generen los éxitos incrementales mediante los problemas accesibles que permiten los logros tempranos construyendo la confianza, los andamiajes que mantienen a los estudiantes en las zonas de desafío productivo sin la frustración paralizante, las atribuciones que enfatizan el esfuerzo y la estrategia sobre la habilidad innata cultivando las mentalidades de crecimiento, y la celebración de los progresos que valora el mejoramiento sobre la perfección absoluta. Al respecto, Gómez-Chacón (2000) señala que cuando los estudiantes atribuyen los éxitos al esfuerzo personal y el uso de las estrategias apropiadas (factores controlables), desarrollan las expectativas de que la inversión futura generará los logros, mientras las atribuciones a la habilidad innata (factor incontrolable percibido como fijo) generan la vulnerabilidad donde los fracasos se interpretan como evidencias de la incapacidad inmutable inhibiendo el esfuerzo sostenido.

La motivación intrínseca mediante la relevancia y la satisfacción

El modelo teoriza que la motivación intrínseca hacia el aprendizaje geométrico se cultiva mediante dos vías complementarias: la conexión con la relevancia personal mediante los problemas que vinculan con las experiencias vitales generando la percepción de la utilidad práctica, y la satisfacción inherente derivada de experimentar la comprensión profunda, resolver los desafíos genuinos y participar en la comunidad intelectual donde las contribuciones propias son valoradas. Desde esta perspectiva, Contreras (2022) señala que la contextualización de los problemas en las situaciones cotidianas que los estudiantes reconocen (calcular las áreas de los terrenos familiares, determinar los materiales para la construcción de las viviendas, diseñar las distribuciones espaciales) genera la percepción de que la geometría constituye una herramienta útil para comprender y transformar la realidad circundante, contrastando con los problemas abstractos descontextualizados que los estudiantes perciben como los ejercicios escolares arbitrarios sin conexión con las vidas reales.

Asimismo, el modelo establece que además de la relevancia externa, la motivación se cultiva mediante las satisfacciones intrínsecas derivadas de la naturaleza misma de la actividad matemática cuando se experimenta como un desafío intelectual estimulante más que una tarea tediosa impuesta. En este sentido, Gómez-Chacón (2000) señala que las

dimensiones cognitivas y afectivas resultan inseparables en las experiencias de aprendizaje matemático: la comprensión genuina genera la satisfacción emocional que refuerza el compromiso cognitivo, mientras la confusión persistente genera la frustración que inhibe la inversión de esfuerzo, configurando los círculos virtuosos o viciosos según la calidad de las experiencias acumuladas. Por consiguiente, el modelo teoriza que el trabajo colaborativo potencia las satisfacciones mediante las dimensiones sociales que complementan los logros cognitivos: el placer de la participación en la comunidad intelectual solidaria, el reconocimiento de las contribuciones propias, y la celebración colectiva de los éxitos grupales generan las experiencias emocionalmente gratificantes que sustentan el compromiso sostenido.

La colaboración como construcción de la comunidad solidaria

El modelo teoriza que la colaboración auténtica trasciende la organización instrumental que distribuye el trabajo para constituir la construcción de una comunidad intelectual solidaria donde los estudiantes desarrollan no solamente las competencias cognitivas sino también las capacidades sociales de la escucha respetuosa, la construcción sobre las ideas de otros, la resolución constructiva de los desacuerdos y la celebración colectiva de los logros. Al respecto, Vygotsky (1978) postula que la participación en las prácticas sociales de las comunidades configura las identidades donde los individuos se reconocen como miembros legítimos que contribuyen valientemente, identidades que trascienden las competencias técnicas para involucrar los sentidos de pertenencia y el compromiso con el bienestar colectivo que caracteriza a las comunidades solidarias versus los agregados individualistas donde cada quien persigue los logros privados ignorando a los otros.

Por consiguiente, el modelo establece que el cultivo de la comunidad demanda la estructuración deliberada de la interdependencia positiva donde el éxito individual depende del éxito grupal incentivando la ayuda mutua, la responsabilidad individual que previene el aprovechamiento gratuito asegurando las contribuciones equitativas, y las normas de respeto que valoran la diversidad de las perspectivas prohibiendo las burlas o descalificaciones que inhiben la participación. Desde esta perspectiva, Castro y Ramírez (2013) señalan que cuando estas condiciones se establecen consistentemente, los grupos desarrollan las culturas intelectuales productivas caracterizadas por la valoración de las explicaciones claras, el cuestionamiento respetuoso de las afirmaciones no fundamentadas,

la persistencia colectiva ante las dificultades y la celebración compartida de las comprensiones alcanzadas, culturas que contrastan dramáticamente con los climas competitivos individualistas donde los éxitos ajenos se perciben como amenazas relativas más que los logros colectivos celebrables.

La resiliencia pedagógica en los contextos de vulnerabilidad

El modelo reconoce que la educación matemática en los contextos rurales colombianos ocurre frecuentemente en las condiciones de vulnerabilidad social extrema donde los estudiantes enfrentan la pobreza estructural limitando el acceso a los recursos educativos, las amenazas de violencia y las economías ilícitas que compiten con las prioridades académicas, y la infraestructura deteriorada con los recursos materiales escasos. En este sentido, Batanero, Godino y Roa (2004) señalan que la dimensión ecológica de la enseñanza matemática reconoce que las prácticas pedagógicas no ocurren en el vacío sino en los contextos institucionales y sociales específicos con las restricciones materiales y las presiones múltiples que median dramáticamente las posibilidades de implementación, demandando los diseños contextualizados que reconozcan las limitaciones reales sin naturalizarlas como inmutables.

Por consiguiente, el modelo establece que la resiliencia pedagógica se cultiva mediante el compromiso ético sostenido que se materializa en los esfuerzos persistentes orientados a la transformación incremental pese a las adversidades, la construcción de las comunidades profesionales donde los docentes se apoyan mutuamente compartiendo los desafíos y las soluciones creativas, la celebración de los pequeños logros que sustentan la motivación profesional cuando las transformaciones sistémicas parecen inalcanzables, y la adaptación creativa que diseña las estrategias viables con los recursos mínimos sin esperar las condiciones ideales.

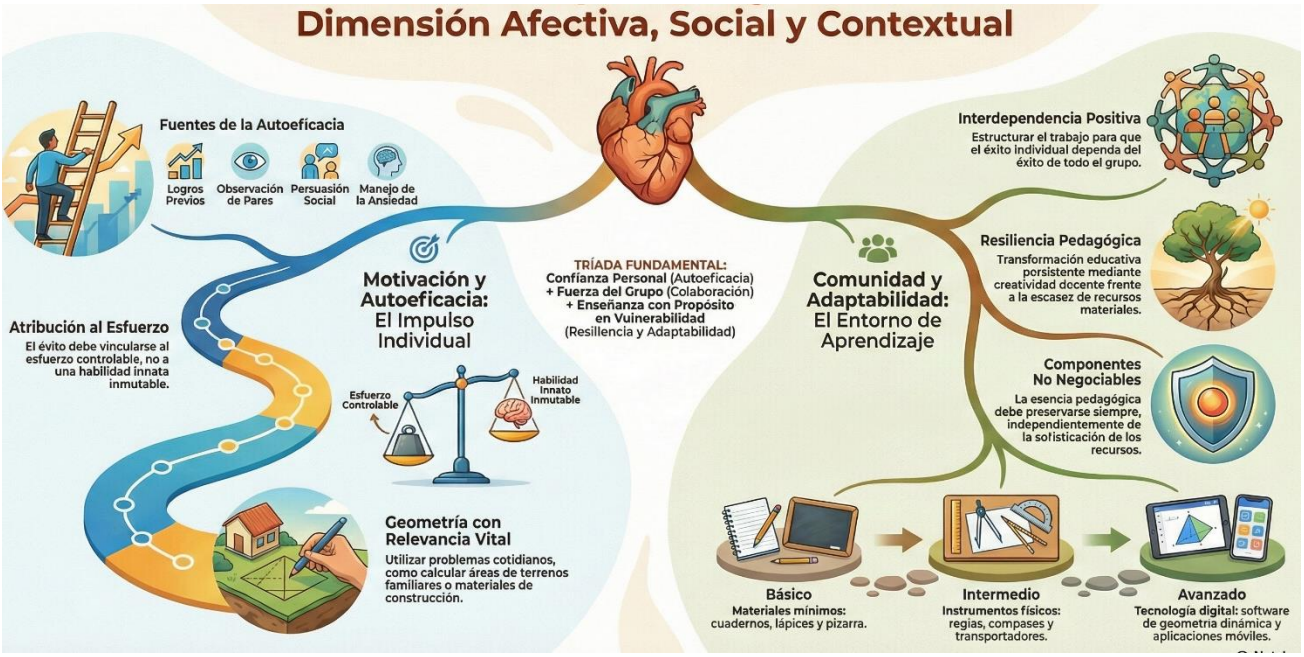
La adaptabilidad contextual del modelo

El modelo reconoce que los contextos institucionales varían sustantivamente en los recursos disponibles, las características estudiantiles, las culturas institucionales y las restricciones contextuales, demandando la flexibilidad implementativa que permita las adaptaciones responsivas sin traicionar los principios fundamentales. Desde esta perspectiva, el modelo prescribe los niveles de implementación que permiten la gradación: el nivel básico que requiere solamente los materiales mínimos (cuadernos, lápices, pizarra) implementando las fases del método mediante los problemas resueltos colaborativamente

con las representaciones en papel, el nivel intermedio que incorpora los instrumentos geométricos físicos (reglas, compases, transportadores) cuando disponibles favoreciendo las construcciones precisas, y el nivel avanzado que integra la tecnología digital (software de geometría dinámica, aplicaciones móviles) cuando el acceso a los dispositivos lo permite, reconociendo que la efectividad no depende críticamente de la sofisticación tecnológica sino de la implementación fiel de los principios pedagógicos fundamentales.

Esta gradación reconoce la realidad de que las instituciones rurales frecuentemente carecen de los recursos tecnológicos sofisticados pero que las limitaciones materiales no justifican la resignación a las prácticas pedagógicas deficientes, sino que demandan la creatividad adaptativa que diseña las experiencias de calidad con los recursos disponibles. En consecuencia, el modelo establece los componentes no negociables que deben preservarse (la estructura de cuatro fases, el trabajo colaborativo, el cuestionamiento heurístico, la integración visualización-razonamiento-argumentación, el cultivo de la autoeficacia) y los componentes adaptables según los recursos (el uso de tecnología, los manipulativos físicos, el tamaño de los grupos, la duración de las unidades), proporcionando el criterio rector: ¿Esta adaptación preserva o traiciona los fundamentos epistemológicos y los principios pedagógicos? Si preserva, es legítima; si traiciona, debe rechazarse incluso si parece pragmática.

Figura 33.
Dimensión afectiva, social y contextual del modelo



Nota. La anterior figura representa los aspectos de la dimensión afectiva, social y contextual abordad en el modelo propuesto. Elaboración propia.

Articulación sistémica del modelo

El Modelo Teórico Educativo constituye una totalidad orgánica donde los cinco componentes estructurales se articulan sistémicamente mediante las interrelaciones múltiples que generan la coherencia interna. Los Fundamentos Epistemológicos (Componente 1) proporcionan la justificación conceptual que fundamenta los Principios Pedagógicos (Componente 2), que a su vez orientan el diseño de la Sistematización Metodológica (Componente 3), que operacionaliza el desarrollo del Pensamiento Geométrico (Componente 4), integrando la Dimensión Afectiva-Social-Contextual (Componente 5) que reconoce que el aprendizaje no ocurre en el vacío sino en los contextos sociales con características específicas. Estas interrelaciones configuran una arquitectura coherente donde los componentes se refuerzan mutuamente generando los efectos sinérgicos que trascienden los impactos aditivos de los elementos aislados.

De esta manera, la sistematización de las cuatro fases del método Polya operacionaliza concretamente el principio pedagógico de la mediación docente mediante el cuestionamiento heurístico específico en cada fase que facilita sin substituir el razonamiento estudiantil. Simultáneamente, la estructura metodológica cultiva el

pensamiento geométrico mediante las experiencias que demandan la visualización durante la comprensión de los problemas, el razonamiento durante la concepción de los planes, el procedimiento durante la ejecución y la argumentación durante la examinación de las soluciones. Estas experiencias generan la autoeficacia cuando los estudiantes experimentan los éxitos que desafían las creencias previas de incapacidad, la motivación intrínseca al vivenciar la satisfacción de comprender profundamente, y la colaboración al resolver colectivamente.

Por otra parte, la coherencia interna del modelo se manifiesta en la consistencia entre los fundamentos epistemológicos y las prescripciones: si el conocimiento geométrico se conceptualiza como construcción heurística, coherentemente los principios privilegian la problematización sobre la transmisión y la metodología estructura los procesos de resolución. Si el pensamiento geométrico se comprende como integración de visualización-conceptualización-procedimiento, coherentemente el desarrollo enfatiza la articulación entre las representaciones. Si el aprendizaje se conceptualiza como mediado socialmente, coherentemente los principios privilegian la construcción colectiva y la dimensión social cultiva la colaboración. Esta consistencia contrasta con los modelos eclécticos que yuxtaponen los componentes derivados de los marcos incompatibles generando las tensiones internas.

Finalmente, el modelo equilibra la prescriptividad con la flexibilidad, especificando los componentes no negociables que preservan la integridad conceptual mientras permite las adaptaciones contextuales que reconocen la variabilidad institucional. Los componentes no negociables incluyen la estructura de cuatro fases, la organización colaborativa, el cuestionamiento heurístico, la integración de las competencias geométricas y el cultivo de la autoeficacia. Los componentes adaptables incluyen el uso de tecnología versus los manipulativos físicos, el tamaño de los grupos, la duración de las unidades y la selección de los contextos problemáticos. Esta flexibilidad no implica el relativismo sino la adaptación responsable que preserva los principios fundamentales ajustando las implementaciones superficiales según las posibilidades y las restricciones contextuales específicas.

MOMENTO VI

HALLAZGOS DE LA INVESTIGACIÓN

Habiendo cumplido con el propósito principal de la investigación, orientado a generar un Modelo Teórico Educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria de las Instituciones Educativas del Departamento del Magdalena, se presentan los hallazgos fundamentales que emergen del proceso investigativo desarrollado mediante el método fenomenológico-hermenéutico de Van Manen (2003). Estos hallazgos constituyen la síntesis interpretativa de las experiencias vividas documentadas, articuladas con los marcos teóricos que fundamentaron la investigación, configurando comprensiones profundas sobre el fenómeno estudiado que alcanzan el nivel de teorización conceptual característico de la construcción de modelos educativos fundamentados.

La investigación reveló que la reconceptualización epistemológica del conocimiento geométrico desde un enfoque heurístico, privilegiando la construcción activa mediante resolución de problemas sobre la transmisión pasiva de contenidos declarativos, resulta viable y efectiva en contextos de básica secundaria rural colombiana. Las transformaciones cualitativas observadas en los modos de abordar los problemas geométricos evidenciaron que los estudiantes transitaron desde aproximaciones mecánicas caracterizadas por búsqueda de fórmulas memorizadas, hacia aproximaciones reflexivas que involucraron análisis de configuraciones espaciales, identificación de relaciones geométricas relevantes, diseño de estrategias resolutivas y evaluación crítica de razonabilidad de resultados. Este tránsito contradice concepciones arraigadas que asumen que estudiantes rurales con trayectorias académicas de rezagos múltiples solamente pueden acceder a conocimientos matemáticos elementales mediante ejercitación algorítmica repetitiva. Las evidencias documentadas revelan que cuando se proporcionan estructuras metodológicas apropiadas y mediación docente facilitadora, estos estudiantes evidencian capacidades de razonamiento geométrico, visualización espacial y metacognición equivalentes a las reportadas para

poblaciones en contextos privilegiados, sugiriendo que las brechas de desempeño reflejan primariamente inequidades pedagógicas más que diferencias en potencialidades cognitivas inherentes.

Asimismo, la implementación generó transformaciones profundas en las identidades profesionales docentes, manifestadas en reconceptualizaciones de roles que transitan desde concepciones de transmisor autoritativo de conocimientos hacia comprensiones de mediador facilitador de descubrimientos estudiantiles. Esta transformación no constituye cambio superficial en técnicas didácticas sino reconstitución fundamental de autocomprensiones sobre qué significa enseñar matemáticas efectivamente, implicando descentramientos donde la actividad cognitiva estudiantil se posiciona como núcleo del proceso educativo. Las categorías emergentes de apropiación del modelo teórico, formación docente y receptividad institucional evidenciaron que los docentes no solamente aprendieron procedimientos del método Polya sino que desarrollaron comprensiones conceptuales de racionalidades epistemológicas y pedagógicas subyacentes, habilitando apropiaciones creativas que adaptan el modelo responsivamente a particularidades contextuales sin traicionar principios fundamentales. Esta apropiación conceptual profunda contrasta con capacitaciones tradicionales que generan aplicaciones mecánicas de recetas que colapsan cuando situaciones reales se desvían de casos prototípicos entrenados.

Por otra parte, la sistematización del método Polya específicamente adaptada para el desarrollo del pensamiento geométrico constituyó aporte metodológico sustantivo que trasciende la propuesta original diseñada para problemas matemáticos generales. La especificación de las cuatro fases (comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan, examinar la solución) considerando particularidades cognitivas del razonamiento espacial, naturaleza visual-conceptual de la geometría y realidades contextuales de instituciones rurales con recursos limitados, generó arquitectura metodológica que operacionaliza concretamente principios heurísticos abstractos. Las categorías de estructura metodológica, guía metodológica y accesibilidad del método evidenciaron que la sistematización proporciona andamiaje suficientemente estructurado para organizar procesos de resolución sin mecanizarlos, cultivando disposiciones heurísticas que gradualmente se internalizan hasta permitir desempeño autónomo. Esta sistematización resuelve tensión persistente en educación matemática entre provisión de estructura que

previene desorientación paralizante versus preservación de apertura que habilita creatividad y razonamiento genuino.

La dimensión afectiva emergió como hallazgo de significación equivalente a transformaciones cognitivas, revelando que el modelo cultiva autoeficacia matemática mediante experiencias de éxito incremental que desafían creencias arraigadas de incapacidad. Las categorías de satisfacción por el logro, desarrollo de autoeficacia y motivación intrínseca evidenciaron transformaciones identitarias donde estudiantes reconceptualizaron autocomprensiones desde "no entiendo nada de geometría" hacia reconocimiento de capacidades de comprender cuando se proporcionan estructuras apropiadas. Esta transformación afectiva resulta tan significativa como adquisición de conocimientos geométricos específicos, configurando base motivacional que sustenta inversión sostenida de esfuerzo en aprendizajes futuros. Las expresiones de asombro, satisfacción y empoderamiento manifestadas tras resolver exitosamente problemas previamente percibidos como inaccesibles, revelan que el modelo no solamente enseña geometría sino que reconstruye relaciones con las matemáticas, rompiendo círculos viciosos donde fracasos acumulados erosionan confianza que reduce esfuerzo que genera más fracasos.

La construcción social del conocimiento geométrico mediante trabajo colaborativo auténtico constituyó hallazgo que valida perspectivas socioconstructivistas frecuentemente invocadas retóricamente pero raramente implementadas genuinamente en aulas reales. Las categorías de aprendizaje colaborativo, construcción social y ventajas del trabajo en grupo evidenciaron que la colaboración estructurada apropiadamente genera productividad epistemológica donde discrepancias en interpretaciones visuales activan negociaciones dialógicas, errores detectados por pares generan oportunidades de aprendizaje, y exposición a estrategias diversas amplía repertorios. Esta construcción social trasciende dimensión meramente organizativa para constituir proceso epistemológico mediante el cual conocimientos individuales fragmentados se transforman en comprensiones colectivas robustas. La evidencia documentada de que grupos alcanzaron soluciones que excedían capacidades iniciales de miembros individuales, demuestra que colaboración genera zonas de desarrollo próximo colectivas donde el grupo funciona como sistema cognitivo distribuido que amplifica posibilidades intelectuales mediante sinergias de contribuciones diversas.

El desarrollo metacognitivo emergió como competencia transversal cultivada sistemáticamente mediante el modelo, evidenciado en categorías de metacognición y autorregulación, razonamiento de cada operación y autonomía progresiva. Los estudiantes desarrollaron consciencia sobre propios procesos de razonamiento geométrico, capacidades de planificar estrategias, monitorear progreso, identificar errores tempranamente y evaluar razonabilidad de resultados mediante múltiples estrategias de verificación. Estas competencias metacognitivas trascienden dominios geométricos específicos para constituir capacidades de aprender a aprender transferibles a múltiples contextos que demandan pensamiento sistemático y autorregulación deliberada. La verbalización de racionalidades subyacentes a procedimientos, práctica central del modelo, transforma razonamiento implícito en explícito, habilitando escrutinio reflexivo que caracteriza pensamiento de orden superior. Este desarrollo metacognitivo diferencia cualitativamente comprensión relacional profunda de conocimiento instrumental superficial que caracteriza aprendizajes memorísticos.

La resiliencia pedagógica en contextos de vulnerabilidad social extrema constituyó hallazgo de profunda significación ética que revela que educación matemática de calidad resulta posible incluso en condiciones materiales extraordinariamente adversas cuando existe compromiso docente sostenido. Las categorías de resiliencia y compromiso docente, contexto de vulnerabilidad y crítica a políticas públicas evidenciaron que implementación exitosa ocurrió pese a múltiples adversidades contextuales: pobreza estructural, amenazas de violencia, infraestructura deteriorada, recursos materiales escasos y condiciones laborales docentes precarias. Este hallazgo contradice determinismos que asumen que calidad educativa depende críticamente de recursos materiales abundantes, demostrando que aunque condiciones óptimas facilitan labor pedagógica, transformaciones sustantivas resultan alcanzables mediante diseños conceptualmente fundamentados, creatividad adaptativa y esperanza pedagógica que se materializa en esfuerzos sostenidos orientados a transformación incremental. La persistencia docente documentada representa forma de resistencia social frente a reproducción de desigualdades estructurales mediante educación deficiente que perpetúa exclusiones.

Finalmente, la receptividad institucional favorable que contrastó dramáticamente con anticipaciones iniciales de posible rechazo, revela que comunidades educativas rurales valoran genuinamente innovaciones pedagógicas fundamentadas que responden a

necesidades concretas identificadas colectivamente. Las categorías de receptividad institucional, oportunidad institucional y difusión entre pares evidenciaron que desde directivos evidenciando apertura al cambio, pasando por docentes mostrando entusiasmo por apropiarse de nuevas estrategias, hasta estudiantes celebrando posibilidades de avanzar en matemáticas, la implementación generó consenso institucional que augura sostenibilidad más allá de intervención investigativa puntual. Esta receptividad sugiere que resistencias frecuentemente atribuidas a culturas institucionales conservadoras reflejan más bien rechazos justificados a imposiciones verticales de innovaciones descontextualizadas que ignoran realidades locales, mientras propuestas co-construidas que reconocen saberes y necesidades contextuales encuentran acogidas favorables que habilitan transformaciones pedagógicas sustantivas y sostenibles en el tiempo.

La investigación realizada trasciende ampliamente el cumplimiento del requisito académico doctoral, constituyendo un esfuerzo comprometido con la transformación educativa contextualizada que responde a necesidades concretas de comunidades rurales históricamente marginadas del Departamento del Magdalena. El Modelo Teórico Educativo construido representa síntesis integradora que articula principios heurísticos del método Polya con fundamentos contemporáneos sobre pensamiento geométrico, construcción social del conocimiento y desarrollo metacognitivo, generando configuración conceptual inédita que demuestra viabilidad empírica en contextos institucionales caracterizados por vulnerabilidad social múltiple y recursos materiales limitados. Esta demostración de viabilidad resulta particularmente significativa considerando que literatura internacional sobre educación matemática se genera mayoritariamente en contextos privilegiados del Norte Global, existiendo escasez dramática de investigaciones situadas que aborden particularidades de enseñanza y aprendizaje en contextos rurales vulnerables que caracterizan realidades de mayorías estudiantiles colombianas y latinoamericanas.

Los resultados positivos y hallazgos alentadores fundamentan la decisión de socializar sistemáticamente el Modelo Teórico Educativo con las instituciones educativas de la Zona Bananera que forman parte del complejo educativo regional, permitiendo que dichas instituciones accedan a beneficios equivalentes para superar dificultades crónicas en enseñanza y aprendizaje de matemáticas que afectan transversalmente a escuelas rurales del sector.

Esta socialización constituye no solamente responsabilidad ética derivada del compromiso con equidad educativa sino también oportunidad para validación externa mediante implementaciones en contextos diversos que permitirán refinar progresivamente componentes del modelo según experiencias acumuladas, generando conocimientos cada vez más robustos sobre condiciones que favorecen u obstaculizan implementaciones exitosas. La construcción de comunidades de práctica profesional que vinculen docentes implementadores de múltiples instituciones potenciará aprendizajes colectivos mediante intercambios de experiencias, estrategias y soluciones creativas a desafíos compartidos.

Sin embargo, resulta fundamental formular un respetuoso pero firme llamado a directivos y docentes para que recuerden el compromiso vocacional adquirido al decidir convertirse en gestores educativos en contextos rurales, asumiendo conscientemente las dificultades inherentes que caracterizan estos entornos. Este compromiso demanda atender con profesionalidad rigurosa simultáneamente con amor genuino, paciencia sostenida, comprensión empática y consideración profunda hacia la formación integral de seres humanos encomendados para educarlos académicamente, formarlos éticamente y prepararlos competentemente para vidas dignas.

La resiliencia pedagógica documentada revela que pese a adversidades contextuales múltiples, docentes comprometidos sostienen esfuerzos educativos que aunque no resuelven problemáticas sistémicas, generan diferencias tangibles en trayectorias vitales de estudiantes individuales. Esta resiliencia fundamentada en esperanza pedagógica reconoce que educación de calidad constituye herramienta poderosa de movilidad social que amplía horizontes de posibilidad para juventudes rurales enfrentando opciones vitales dramáticamente restringidas por circunstancias de nacimiento.

No obstante, resulta igualmente indispensable reconocer que los esfuerzos extraordinarios que realizan cotidianamente los docentes en condiciones adversas son compartidos multiplicada mente por los estudiantes, quienes frecuentemente caminan distancias considerables atravesando terrenos difíciles y condiciones climáticas adversas para llegar diariamente a instituciones educativas, demostrando niveles de compromiso y persistencia que merecen ser honrados mediante educación de la más alta calidad posible. Esta constatación fundamenta un llamado urgente a autoridades competentes en niveles municipal, departamental y nacional para que atiendan prioritariamente aspectos

infraestructurales, logísticos y presupuestales que afectan el derecho fundamental a educación de calidad de poblaciones rurales históricamente marginadas.

Las políticas educativas deben trascender retóricas grandilocuentes que prometen transformaciones que nunca se materializan, para concretarse en inversiones sustantivas en infraestructura, recursos didácticos, formación docente continua, condiciones laborales dignas y sistemas de acompañamiento pedagógico sostenido que habiliten genuinamente excelencia educativa en todos los contextos independientemente de ubicaciones geográficas o características socioeconómicas de poblaciones atendidas.

RECOMENDACIONES

A partir de los hallazgos obtenidos y las reflexiones desarrolladas, se formulan recomendaciones orientadas a potenciar la implementación del Modelo Teórico Educativo y promover su apropiación sistemática en contextos institucionales similares. A las autoridades educativas departamentales y municipales se recomienda considerar la incorporación del modelo como estrategia pedagógica oficial en orientaciones curriculares para instituciones educativas rurales, diseñando programas de formación docente continua que proporcionen no solamente capacitación técnica sino también apropiación conceptual de fundamentos epistemológicos y pedagógicos subyacentes, asegurando implementaciones fieles que preserven integridad del modelo. Adicionalmente, se recomienda establecer mecanismos de acompañamiento pedagógico sostenido que proporcionen asesoría durante fases iniciales de implementación, favoreciendo reflexiones colectivas que permitan ajustes contextualizados responsivos a particularidades institucionales sin traicionar principios fundamentales.

A los directivos institucionales se recomienda promover la creación de comunidades de aprendizaje profesional donde docentes implementadores puedan reunirse periódicamente para compartir experiencias, socializar estrategias exitosas, discutir dificultades encontradas y construir colectivamente soluciones creativas a los desafíos que surgen durante la puesta en práctica del modelo. Estas comunidades profesionales constituyen, ante todo, un factor protector frente al aislamiento característico de la labor docente rural, así como frente al agotamiento que resulta de enfrentar individualmente múltiples demandas contextuales. Asimismo, se recomienda asignar tiempos institucionales específicos para la planificación colaborativa de secuencias didácticas basadas en el modelo,

reconociendo que una preparación cuidadosa constituyecondición necesaria para implementaciones efectivas que trascienden improvisaciones que aunque bien intencionadas, frecuentemente resultan insuficientes para generar transformaciones pedagógicas profundas.

A los docentes de matemáticas se recomienda apropiarse reflexivamente del modelo mediante estudio cuidadoso de fundamentos epistemológicos, principios pedagógicos y estructura metodológica, trascendiendo aplicación mecánica de pasos procedimentales para comprender racionalidad profunda que fundamenta cada componente. Esta apropiación conceptual habilita adaptaciones contextualizadas responsables que preservan integridad del modelo mientras responden creativamente a particularidades de estudiantes específicos, recursos institucionales disponibles y restricciones contextuales inevitables. Adicionalmente, se recomienda documentar sistemáticamente experiencias de implementación mediante registros reflexivos que capturen logros estudiantiles, dificultades encontradas, ajustes realizados y aprendizajes profesionales obtenidos, generando conocimientos situados que enriquezcan progresivamente comprensiones colectivas sobre enseñanza efectiva de geometría en contextos rurales para que puedan ser estudiadas en otras investigaciones futuras.

A las facultades de educación y programas de formación docente se recomienda incorporar en currículos de formación inicial y continua de profesores de matemáticas el estudio sistemático de enfoques heurísticos para enseñanza de geometría, trascendiendo énfasis tradicionales en contenidos disciplinares desconectados de consideraciones pedagógicas. Los futuros docentes deben desarrollar no solamente dominios conceptuales de matemáticas sino también competencias pedagógicas especializadas que incluyen diseño de secuencias didácticas, mediación mediante cuestionamiento socrático, facilitación de colaboración auténtica, cultivo de metacognición y evaluación formativa.

A los investigadores en educación matemática se recomienda desarrollar investigaciones longitudinales que documenten impactos sostenidos del modelo en trayectorias de aprendizaje extendidas más allá de intervenciones puntuales, examinando si transformaciones en pensamiento geométrico, autoeficacia matemática y disposiciones hacia matemáticas se mantienen en el tiempo y se transfieren a otros dominios o contextos vitales. Estas investigaciones longitudinales proporcionarían evidencias robustas sobre efectividad del modelo que complementarían hallazgos alentadores pero preliminares de

esta investigación inicial. Adicionalmente, se recomienda realizar estudios comparativos que examinen implementación en contextos institucionales diversos, identificando qué adaptaciones contextuales resultan necesarias y qué componentes se mantienen invariantes, generando comprensiones sofisticadas sobre balance apropiado entre fidelidad al diseño original y flexibilidad adaptativa.

A las familias y comunidades rurales se recomienda involucrarse activamente en acompañamiento de procesos educativos, reconociendo que aunque frecuentemente tienen limitaciones en formación académica formal, poseen saberes valiosos sobre contextos locales que pueden conectarse productivamente con aprendizajes escolares. Los problemas geométricos contextualizados en realidades comunitarias generan oportunidades para diálogos intergeneracionales donde conocimientos tradicionales y saberes escolares se enriquecen mutuamente. Asimismo, se recomienda valorar y celebrar logros académicos, reforzando mensajes de que esfuerzo sostenido en educación constituye inversión valiosa que ampliará horizontes de posibilidad vitales.

Finalmente, a la comunidad académica nacional e internacional se recomienda prestar atención creciente a particularidades de educación matemática en contextos rurales vulnerables de países del Sur Global, que enfrentan desafíos cualitativamente diferentes de aquellos que caracterizan contextos urbanos privilegiados donde se genera mayoritariamente investigación internacional dominante.

Los modelos pedagógicos desarrollados para contextos con recursos abundantes requieren adaptaciones sustantivas para resultar viables en contextos de escasez material, demandando investigaciones situadas que generen conocimientos contextualizados más que importaciones descontextualizadas frecuentemente inaplicables. La justicia cognitiva demanda reconocer y valorar saberes pedagógicos producidos en y para contextos del Sur Global, contribuyendo a democratización del conocimiento educativo que trascienda hegemonías epistémicas que históricamente han marginalizado experiencias de mayorías globales.

REFERENCIAS

Árias. F. (2012). El Proyecto de Investigación. Introducción a la Metodología científica. 6ª edición. Editorial Episteme. https://tauniversity.org/sites/default/files/libro_el_proyecto_de_investigacion_de_fidias_g_arias.pdf

Arce-Sánchez, M., Conejo-Garrote, L., Muñoz-Escolano, J. M., (2019). Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Síntesis, Madrid. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7308211

Barrón-Parado, J., Basto-Herrera, I., y Garro-Aburto, L., (2021). Método Polya en la mejorar del aprendizaje matemático en estudiantes de primaria. 593 Digital Publisher CEIT, 6(5-1), 166-176. https://doi.org/10.33386/593dp.2021.5-1.752

Buitrago, J. (2023). Enseñanza de la matemática y procesos cognitivos: realidades significados y experiencias, con impacto en el aprendizaje. Tesis Doctoral en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, en su Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio". https://espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/624/564

Castro, A., y Ramírez, R. (2013). Enseñanza de las ciencias naturales para el desarrollo de competencias científicas. Amazonia Investiga, 2(3), 30-53. https://amazoniainvestiga.info/index.php/amazonia/article/view/646

Colón, C. (2023). Propuesta de un Modelo de Enseñanza en las Matemáticas Enfocado en la Solución de Problemas en el Nivel Secundario en Puerto Rico. Tesis Doctoral en Nova *Southeastern University*. Florida, *United States.* https://www.researchgate.net/publication/371253137_Propuesta_de_un_Modelo_de_Ensenanza_en_las_Matematicas_Enfocado_en_la_Solucion_de_Problemas_en_el_Nivel_Secundario_en_Puerto_Rico

Contreras, Y. (2022). Constructos teóricos sobre el razonamiento y argumentación en la resolución de problemas trigonométricos en educación media. Tesis Doctoral. Universidad Pedagógica Experimental Libertador en su Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubiohttps://espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/198/199

González, N. (2023). El proceso de visualización en el planteo y resolución de problemas para la enseñanza de la matemática. Tesis científico de Doctoral en Ciencias de la Educación. Universidad de Holguín, Cuba. https://www.researchgate.net/profile/NolbertGonzalezHernandez/publication/377359891_el_proceso_de_visualizacion_en_el_planteo_y_resolucion_de_problemas_para_la_ensenanza_de_la_matematica/links/65a1d91140ce1c5902da7f0d/el-proceso-de-visualizacion-en-el-planteo-y-resolucion-de-problemas-para-la-ensenanza-de-la-matematica.pdf [Consultado: 2023, octubre 16]

Gonzales, E. (2013). Acerca del estado de la cuestión o sobre un pasado reciente en la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico. Uni-pluriversidad, 13(1), https://revistas.udea.edu.co/index.php/unip/article/view/16119 [Consultado: 2024, abril 10]

Gurdián-Fernández, A. (2007). El Paradigma Cualitativo en la Investigación Socio-Educativa. San José, Costa Rica. https://ice.ua.es/es/documentos/recursos/materiales/el-paradigma-cualitativo-en-la-investigacion-socio-educativa.pdf

Guzmán, S. y Moreira, Y. (2014). La resolución de problemas geométricos en Matemática utilizando la computadora. Artículo en EduSol, vol. 14, núm. 46, enero-marzo, 2014, pp. 1-8 Centro Universitario de Guantánamo. Cuba. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=475747187009

Huerga, P. (2009). El fin de la educación. Atlántica XXII: Revista asturiana de información y pensamiento, 1, 58-62. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2964783

Lester, F. (2005). *On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* 37(6), 457-467. Doi: https://doi.org/10.1007/

Lima, 2023 [Tesis doctoral, Universidad].

Martínez, M. (2011) Epistemología y Metodología Cualitativa en las Ciencias Sociales. Trillas 2008 (reimp. 2011). https://www.worldcat.org/es/title/epistemologia-y-metodologia-cualitativa-en-las-ciencias-sociales/oclc/318905975

Martínez-Miguélez, M. (2004). Ciencia y arte en la metodología-cualitativa. Editorial Trillas 1ª edición. México, D. F. https://www.academia.edu/29811850/Ciencia_y_Arte_en_La_Metodologia_Cualitativa_Martinez_Miguelez_PDF

Márquez, E. (2009). La perspectiva Epistemológica Cualitativa en la formación de docentes en investigación educativa. Revista de Investigación, Caracas. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010291420090001000002&lng=es&nrm=iso

May-Cen, I. (2015). George Polya (1965). Cómo plantear y resolver problemas [título original: *How To Solve It?*]. México: Trillas. 215 pp. Entre ciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=457644946012

Meneses, M. y Peñaloza, D. (2019). Método de Pólya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas. Artículo de Investigación. https://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/view/10168/214421443864 [Consultado: 2024, febrero 14]

Monarca, H. (2009). Los fines en educación. Sobre la necesidad de recuperar y revisar el debate teleológico. Madrid: Narcea/MEC. https://revistas.comillas.edu/index.php/miscelaneacomillas/article/view/799/672

Muñoz, J. (1998). Materiales para una ética ciudadana. Barcelona: Ariel https://www.abebooks.co.uk/9788434411593/bolsavaloresmateriales%C3%A9tica-ciudadana-8434411598/plp

Plan Decenal de Educación (2016-2026). El cambio hacia la calidad y la equidad. https://www.mineducacion.gov.co/1780/articles-392871_recurso_1.pdf

Polya, G. (1981). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas. [Libro en línea] Disponible en: https://www.academia.edu/search?q=Polya,%20G.%20(1981).%20C%C3%B3mo%20plantear%20y%20resolver%20problemas.%20M%C3%A9xico:%20Trillas

Proenza, Y. y Leyva, L. (2008). Aprendizaje desarrollador en la matemática: estimulación del pensamiento geométrico en escolares primarios. Artículo en Revista Iberoamericana de Educación. Cuba. https://rieoei.org/historico/expe/2235Garrido-Maq.pdf

Reich, W. (editor principal) (1995): Encyclopedia of Bioethics (2ª edición). Mac Millán, Nueva York. https://www.ugr.es/~eianez/Biotecnologia/bioetica.htm

Reyero, D. (2001). El valor educativo de las identidades colectivas: cultura y nación en la formación del individuo. Revista española de pedagogía. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=23680

Ruiz, R., Ochoa, M., La Rosa, D. & García, A. (2018). Las competencias argumentativas en la formación universitaria. INNOVA *Research Journal*, 3(1), 30-41. https://doi.org/10.33890/innova.v3.n1.2018.336

Sandín, M. (2003). Investigación Cualitativa en Educación Fundamentos y tradiciones. Universidad de Barcelona. McGraw-Hill/Interamericana de España, http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S079897922005000300007

Seijo, C. (2009). Los valores desde las principales teorías axiológicas: Cualidades apriorísticas e independientes de las cosas y los actos humanos. Artículo en Clío América. Julio - Diciembre 2009 https://www.redalyc.org/pdf/1956/195617795007.pdf

Servicio Autónoma de la Propiedad Intelectual (SAPI, 1993). Ley sobre el derecho de autor https://sapi.gob.ve/wpcontent/uploads/2020/09/ley_derecho_de_autor.pdf

UPEL. Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales (2016). FEDUPEL 5ª edición. https://www.studocu.com/latam/document/universidadcatólicaAndrésbello/metodología-del-software/manual-upel2016normasdelaupelpararealizartrabajos/21823036

Van manen, M. (2003). Investigación Educativa y experiencia vivida. Ciencia humana para una pedagogía de la acción y la sensibilidad. Colección Idea Universitaria-Educación.https://es.scribd.com/doc/172841140/Libro-Investigacion-educativa-y-experiencia-de-vida-Van-Manen

Vargas, G. y Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la Geometría. Artículo. UNICIENCIA Vol. 27. Disponible en: https://documat.unirioja.es/descarga/articulo/4945319.pdf

Villamizar, C. (2023). Fundamentos teóricos para un aprendizaje significativo de las matemáticas desde la resolución de problemas en la educación básica colombiana. . Tesis Doctoral en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, en su Instituto Pedagógico Rural "Gervasio Rubio". https://espacio.digital.upel.edu.ve/index.php/TD/article/view/766/688

Ziliman, M. (2023). Aplicación del método de Polya en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de una institución educativa estatal- Lima, 2023. Tesis

Doctoral en la Universidad César Vallejo. Lima, Perú. [https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/123511/Ziliman_LMA-SD.pdf?sequence=11 [Consultado: 2024, abril 02]

ANEXOS

Anexo A. Formato guion de entrevistas para informantes claves

GUION DE LAS ENTREVISTAS A DOCENTES

<table>
<tr><td colspan="3">Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos.
Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Datos del Entrevistado</td></tr>
<tr><td colspan="2">Género:</td><td>Lugar de la entrevista:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Edad:</td><td>Fecha de la Entrevista:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tiempo de servicio en la institución:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Compromiso con la profesión docente:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Vinculación con la investigación:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Unidades Hermenéuticas</td></tr>
<tr><td>UH-2</td><td colspan="2">En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?</td></tr>
<tr><td>UH-2</td><td colspan="2">Como docente comprometida con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?</td></tr>
<tr><td>UH-3</td><td colspan="2">Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?</td></tr>
<tr><td>UH-4</td><td colspan="2">Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?</td></tr>
<tr><td>UH-5</td><td colspan="2">Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?</td></tr>
</table>

GUION ENTREVISTAS A ALUMNOS

Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos. Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.	
Datos del Entrevistado	
Género: masculino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 14 años	**Fecha de la Entrevista: 16/09/25**
Tiempo de estudio en la institución: 4 años	
Compromiso como estudiante: alumno disciplinado, buen promedio, colaborador	
Vinculación con la investigación: Estudiante de décimo grado informante clave	
Unidades Hermenéuticas	
UH-1	Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método Polya que te expliqué previo a esta entrevista?
UH-2	Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?
UH-3	Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos te pereció más interesante?
UH-4	Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?
UH-5	Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?

Anexo B. Transcripción de entrevistas de informantes claves

TRANSCRIPCIÓN DE LAS ENTREVISTAS

Entrevista IC-1

Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos. Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.	
Datos del Entrevistado	
Género: masculino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 52 años	**Fecha de la Entrevista: 10/09/25**
Tiempo de servicio en la institución: 10 años	
Compromiso con la profesión docente: profesional, responsable, dedicado.	
Vinculación con la investigación: Rector de la institución	
Unidades Hermenéuticas	
UH1	***En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-1	Pues mire, de acuerdo a la información que me entregó, el impacto que tenga generar este modelo teórico, va a depender del conocimiento que tengamos de la novedad metodológica, a pesar de habernos realizado el taller para su presentación, está de nuestra parte profundizar en ese conocimiento. Es preciso encontrar la forma de dominarlo, porque solo así nos preparamos para aplicarlo correctamente, sobre todo que nuestros muchachos lo aprovechen al máximo. Esto lo digo en relación a las teorías que lo sustentan, y por otro lado el aspecto educativo del PG, elemento determinante para el cambio que buscamos (énfasis en el tono), además del enfoque pragmático, que para mí, en pocas palabras, no es más que tomar en cuenta todo los elementos y circunstancias que nos rodean… para indagar, descubrir y utilizar lo que sea de utilidad para innovar, crear, generar soluciones en favor del educando, repotenciar así la calidad educativa en la institución, donde necesariamente estaríamos incluyendo a la familia.
UH2	***Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Bien profesor, como ya le dije, estuve revisando la información que me hizo llegar, que por cierto está muy interesante… tanto que también investigué algo, pues me movió a la curiosidad y le encontré mucho sentido a la propuesta que usted nos

	presenta, ya que además de útil yo diría que es fundamental en estos momentos para todos, en lo personal, lo familiar y lo institucional, porque entre lo académico, lo social y lo familiar transcurre, tanto la vida del estudiante como la nuestra y no se le puede restar importancia a ninguno de ellos, pues individualmente aprender hace bien, familiarmente nos apoyamos unos a otros y en cuanto a la institución, es determinante conocer muy bien los intereses y necesidades de aprendizaje del estudiante para responderles consecuentemente mediante este modelo basado en el Método Polya para el Pensamiento Geométrico. En cuanto a las experiencias vividas con los estudiantes durante este año escolar, las puedo interpretar como un aprendizaje, porque a esto me refería en la respuesta anterior, todo lo sucedido dentro y fuera del establecimiento escolar, no es sino producto del escaso ingreso económico que hay en los hogares del sector, por lo que se ven en la necesidad de buscar otras alternativas de ingreso, situación que es capitalizada por personas inescrupulosas captando a jóvenes, niños, niñas y padres desesperados para "hacer dinero fácil" por rutas equivocadas. En vista de esto, es preciso seguir trabajando con empeño, dedicación y auténtico compromiso hasta que se convenzan que la mejor manera de salir de esta pobreza es estudiando, prepararse para ejercer un trabajo digno, honesto y seguro, pues ya han comprobado que esas rutas equivocadas solo conducen a desenlaces fatales, ya lo han experimentado muy de cerca.
UH3	***Desde su posición como Rector ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?***
R-3	Debo decirle Julián, que en estos momentos de tantas dificultades después de haber pasado por el problema pandemia, el aislamiento social, el luto por la pérdida de familiares y amigos y la suspensión de actividades escolares el momento es oportuno para retomar el ritmo de trabajo y los alumnos su ritmo académico, porque ya hemos detectado la apatía y adormecimiento que tienen, es más, algunos no regresaron a la escuela (†) y no solo por enfermedad, ya sabe a qué me refiero... Pienso que este modelo lo podemos emplear como herramienta dinamizadora, y me parecen muy apropiadas las que sugiere en su trabajo de investigación, en cuanto al aspecto educativo, enfocar las dinámicas de trabajo en equipo para ejercer la práctica de la matemática, es de suprema importancia privilegiar el contenido de los valores para la resolución de problemas en la convivencia humana y ecológica-ambiental.
UH4	***Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?***
R-4	Pues mire… mi percepción es que el Estado Colombiano necesita mejorar por mucho la propuesta educativa del momento, especialmente hacer una restructuración contextualizada en las zonas donde la pobreza amenaza con su guadaña gran parte de la población, particularmente la infantil, la de mayor edad y a los jóvenes y adolescentes en términos de violencia, adicción y delincuencia. Como una forma de continuar o reforzar la respuesta anterior, y dadas las circunstancias que se presentan actualmente, desde mi experiencia puedo decirle que fomentar una formación enfocada en la pedagogía, el MP y el PG, pasa por pararse de frente a la situación, hacer un análisis, que por cierto, no hace falta ser

	una gran analista para entender lo que sucede, pero en fin…es bueno hacer por lo menos un análisis para establecer los pro y los contra, determinar los recursos, siendo a mi entender el más importante el recurso humano con la voluntad, el ánimo, la disposición al trabajo, mucho optimismo, compromiso y confianza en lo que se haga, para emprender una movilización inteligente, educativa, inclusiva e integral, que permita abrir espacios edu-creativos, es decir, formar en función de la realidad de vida, haciendo una evaluación previa de la misma a fin de conocer sus propias inquietudes para diseñar un plan de acción, donde se involucre también la familia con el propósito de que ellos mismos puedan darle continuidad a ese aprendizaje en sus hogares y para que ellos también aprendan, bajo el asesoramiento y guía del componente docente como agentes calificados y conocedores del tema, a fin de adquirir competencias y destrezas creativas inteligentes.
UH5	***Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-5	Lo primero que debo decirle es que hace falta conocer más acerca del tema, profundizar en él ya que lo que he percibido son cosas muy básicas, con poco alcance, incluso yo mismo desconocía muchas cosas al respecto, y que gracias a la información que me facilitó pude indagar en aspectos muy interesantes, como por ejemplo el hecho de poner en primer plano la participación activa y consciente del alumno en su aprendizaje, porque la mayoría de las veces nos enfocamos en cumplir con los objetivos pautados desde el punto de vista de nuestro trabajo y no de los logros del estudiante. Con el modelo que usted presenta creo que podemos mejorar por mucho las prácticas docentes, y por lo que he percibido en el personal, aunque algunos los he sentido algo renuentes, pero la mayoría están animados a practicarlo, por la asociación que hace del MT y el MP para el desarrollo del PG con los cuales ya hemos trabajado.

Entrevista IC-2

Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos.

Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.

Datos del Entrevistado	
Género: masculino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 36 años	**Fecha de la Entrevista: 11/09/25**
Tiempo de servicio en la institución: 7 años	

Compromiso con la profesión docente: profesional, responsable, dedicado.	
Vinculación con la investigación: Rector de la institución	
Unidades Hermenéuticas	
UH-2	***En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-1	Honestamente hablando…creo que tendría un gran impacto, ya que hace falta tener un instrumento práctico, novedoso e interactivo para lograr que los alumnos desarrollen el pensamiento geométrico y aprendan a resolver problemas de matemáticas, si esto se logra se podría incluso incorporar al programa oficial del área de matemática, también se podría diseñar una guía pedagógica para los profesores y otra guía práctica para los estudiantes, algo exclusivo de nuestra institución.
UH-2	***Como docente comprometido con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Pues mire, desde el 2020 que nos sorprendió lo de la pandemia, las cosas han cambiado mucho, nos ha cambiado la vida en muchos sentidos, mis dos viejos fallecieron a causa del Covid 19, se produjo una transformación en los procesos de enseñanza y aprendizaje, del modo presencial al virtual o a distancia, luego empezaron a emigrar una multitud de venezolanos, son situaciones que han repercutido en la población estudiantil, y en particular en este último año escolar, con el cambio de gobierno se ha vuelto a enrarecer el clima político, se ha incrementado la inseguridad y han resurgido con furor las bandas organizadas … y hasta aquí le llego porque usted sabe lo delicado que es hablar de eso aquí…(gesto de temor)
UH-3	***Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?***
R-3	Mire de acuerdo con la información que me entregó, que por cierto de allí fue que se me ocurrió la idea de elaborar las guías de las que le hablé antes, porque este método Polya se basa en cuatro pasos, yo los llamaría momentos, si esos cuatro momentos se cumplen … se facilita la enseñanza para el docente y el aprendizaje para el alumno está garantizado; comprender el problema por ambas partes, concebir un plan entre las dos partes, ejecutarlo por ambas partes y examinar la solución entre ambos grupos, esto es involucrarnos todos en la actividad de cada uno de los momentos, esto permite hacer sugerencias, generar ideas, hacer inferencias y por supuesto habrán muchas preguntas de ambas partes…hay que estar preparados.
UH-4	***Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?***
R-4	Ni hablar hermano!!! Se la pasan hablando y publicando sobre mejoras, de cambios, de restructuración, de refinanciamiento y pare usted de contar… incluso de capacitación docente para potenciar la calidad de la educación… en especial en las zonas rurales y aquí todo sigue igual o peor, la infraestructura de las

	instituciones deterioradas, el salario no es compensatorio, comunidades rurales desasistidas, en verdad no se ven esos cambios y mucho menos mejoras.
UH-5	***Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-5	En mi opinión yo siento que hay buena receptividad, uno que otro que aún no entiende… pero ya entenderán, porque estoy seguro que aplicar este modelo si se van a generar cambios, tanto en el personal docente y su desempeño, como en el rendimiento académico de los alumnos, porque el tema más complicado aquí es el de matemáticas, sobre todo en lo relacionado a las pruebas estandarizadas que aplica el MEN por medio del ICFES.

Entrevista IC-3

Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos.

Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.

Datos del Entrevistado	
Género: femenino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 32 años	**Fecha de la Entrevista: 15/09/25**
Tiempo de servicio en la institución: 5 años	
Compromiso con la profesión docente: profesional, responsable, emprendedora.	
Vinculación con la investigación: Rector de la institución	
Unidades Hermenéuticas	
UH-2	***En su opinión ¿Qué impacto tendría el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-1	Por supuesto que tendrá un impacto, a mí me impactó, esto era necesario porque no hemos tenido apoyo de ninguna otra fuente, por decir lo mejor mi profe. Este modelo en particular va a impactar en nosotros pero también en los alumnos porque tiene una técnica muy buena porque va guiando al estudiante durante todo el proceso de la solución de los problemas, pero de tal forma que ellos van razonando lo que hacen, yo lo puse en práctica cuando usted me facilitó el

	material y conseguí el libro del autor en internet. Gracias profe Julián.
UH-2	***Como docente comprometida con su profesión: ¿Cómo interpretaría las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Reconozco que hemos transitado por muchas dificultades, y seguirán pasando, pero debemos enfocarnos en lo que tenemos y podemos hacer y no paralizarnos a lamentarnos, mientras haya vida hay esperanza, las cosas no están fáciles por acá pero hay que atender la educación de estos estudiantes, que los sueldos no son los mejores…también es cierto, pero hicimos un compromiso y hay que cumplir, con este modelo teórico que usted propone será un gran paso para adelantar el conocimiento de la matemática, el desarrollo del pensamiento geométrico y la resolución de problemas no solo matemáticos.
UH-3	***Desde su posición como docente ¿Qué contenidos privilegian el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria para la institución en estos momentos?***
R-3	Pues mire profe Julián, el contenido que mejor lo puede privilegiar es el del mismo autor que creó el método, como le dije yo lo estuve practicando con los alumnos y me pareció estupendo, es sencillo, fácil de entender, y para ellos por lo que percibí, quedaron sorprendidos cuando lograron resolver los tres problemas que se propusieron, claro fueron algo sencillos para empezar, pero en la medida que vayan adquiriendo las habilidades cognitivas necesarias se puede ir incrementando la dificultad. Si se puede profe., ¡claro que se puede!
UH-4	***Desde su experiencia: ¿Cómo percibe las políticas educativas que rigen actualmente en Colombia?***
R-4	Bueno sin ánimos de ofender a nadie por lo que voy a decir, pero todo lo que se refiere a las política es pura palabrería, se llenan la boca diciendo que van a hacer esto lo otro y más allá, y que…estamos en lo mismo, con sueldos bajos, con escasa asistencia, con establecimientos deteriorados, en pobreza, la inseguridad y delincuencia organizada, pero le repito, hay que seguir adelante para sacar, al menos unos cuanto de estos jóvenes por buenos caminos, ya hemos visto como otros se han perdido por tomar el sendero equivocado.
UH-5	***Desde su interacción con los otros miembros de la institución: ¿Cuál es la receptividad de los docentes en cuanto a ejecutar el Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria en nuestra institución?***
R-5	Yo lo veo muy factible, además es necesario, nada nos cuesta aprovechar esta oportunidad que nos está ofreciendo, porque sabemos la problemática que existe con el tema de la matemática, nuestros estudiantes siempre han obtenido los índices más bajos, y eso dice mucho de nosotros sus profesores y de la institución, sé que parte de esta iniciativa es para superar esa situación y sé que lo vamos a lograr, es cuestión de proponérselo, si hemos llegado hasta aquí ya falta poco, el método Polya será el impuso y con el desarrollo del pensamiento geométrico para la resolución de problemas será el resultado, ya lo verá…

Entrevista IC-4 (Alumno)

Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos.

Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.

Datos del Entrevistado	
Género: masculino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 15 años	**Fecha de la Entrevista: 16/09/25**
Tiempo de estudio en la institución: 5 años	
Compromiso como estudiante: alumno disciplinado, buen promedio,	
Vinculación con la investigación: Estudiante de décimo grado informante clave	

Unidades Hermenéuticas	
UH-1	***Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método Polya que te expliqué previo a esta entrevista?***
R-1	Como le digo… vea yo me sentí al principio un poco confundido, pero más adelante, cuando llegué a la solución del problema, lo entendí y ya me sentí bastante cómodo, porque se me hizo más fácil comprender el planteamiento, porque es como en forma de guía, mientras uno va haciendo las operaciones la profesora nos explicaba por qué correspondía hacer esa operación y claro es como ir consiguiendo la razón de cada paso, además haciéndolo en grupo podíamos discutir algunas cosas, como cuando en el segundo problema salieron dos resultados diferentes, tuvimos que buscar en donde estaba la falla y de quien era, así volvimos a repasar el proceso y comparando cada paso lo conseguimos, había un número diferente, el compañero puso un 8 en vez de un 3.
UH-2	***Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Bueno profe Julián yo estuve hablando con el compañero al que le consiguieron el "paquete" y lo que me dijo me asustó mucho, porque él tenía que "*entregalo*" antes de entrar al instituto y se le olvidó y ya ve que no ha vuelto a venir y en su casa no saben nada de él … él era o es… no se… buena persona y no usaba nada de eso, ahí lo que pasó es que su mamá estaba enferma y no tenían *pa'comprar* los remedios y se metió a hacer ese "*manadao*" porque le iban a pagar por "*entregalo*" … mire que meterse en eso … cuando lo que hay que estar pendiente es de estudiar… que por cierto profe, me gusto bastante ese método oyó, por fin

	creo que vamos a salir *pa'lante* con la matemática… ¡Que bacano!
UH-3	***Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos te pereció más interesante?***
R-3	Bueno lo que le dije antes profe, es la forma en que lo va guiando a uno pa'resolver el problema, va explicando cosa que se va haciendo, de cómo se hace y por qué se hace… y seguramente que después uno con la práctica ya va cogiendo el ritmo y va saliendo solo, o sea que ya lo puede hacer uno sin que lo guíen…si?
UH-4	***Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?***
R-4	A mí me parecen bien, como en todo… hay algunas fallas, pero como dicen… en este mundo nada es perfecto solo Dios es perfecto…pero bueno… aquí puedo decir que el problema más grave es precisamente lo mal que andamos con la matemática, por ejemplo a mí la geometría me trae loco pero creo…que ya se va remediar eso… porque si es así como nos explicó la profesora Adelaida, yo creo que si vamos a echar *pa'lante*
UH-5	***Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?***
R-5	Yo creo que si profe… ¿sabe por qué? Pues porque se hace más fácil, al facilitarnos las cosas vamos a poder entender mejor, el problema era que no entendíamos, tampoco nos guiaban en los pasos para resolver los problemas, además las clases eran muy aburridas… en cambio ahora pueden ser más entretenidas trabajando por grupo…bueno así lo hicimos en la práctica que tuvimos con la profe y logramos resolver los tres problemas…

Entrevista IC-5

Estimado participante, con el fin de indagar diversas informaciones en torno a: Modelo Teórico educativo basado en el método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de básica secundaria, se está efectuando la presente entrevista, la cual tiene fines plenamente académicos.

Los resultados derivados aquí, representan un primer acercamiento para establecer una investigación en la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL). La información suministrada será plenamente confidencial. En este sentido, agradezco dar su respuesta con la mayor transparencia y veracidad posible a las diversas preguntas que a continuación se le presentan. De igual forma, le damos las gracias de antemano por su valiosa participación.

Datos del Entrevistado	
Género: masculino	**Lugar de la entrevista: sala de profesores**
Edad: 14 años	**Fecha de la Entrevista: 16/09/25**
Tiempo de estudio en la institución: 4 años	
Compromiso como estudiante: alumno disciplinado, buen promedio, colaborador	
Vinculación con la investigación: Estudiante de décimo grado informante clave	

Unidades Hermenéuticas	
UH-1	***Como estudiantes de educación media ¿Cómo te sientes ante la posibilidad de desarrollar el pensamiento geométrico en la resolución de problemas con el método Polya que te expliqué previo a esta entrevista?***
R-1	¡Oiga… como me voy a sentir pues! *Requete* bien profe… no se imagina lo bacano que se siente poder resolver tres… no uno ni dos… tres problemas de matemáticas en un día… ¡*ui* profe… no lo podía creer! sentí como si me hubieran "*cambiao"* la cabeza… porque yo no entendía nada, pero con este método todo sale tan fácil, pero claro, es porque ahora si entiendo, porque este paso a paso va explicando cada detalle de lo que se hace y cómo se debe ir de un paso a otro, esto debe ser como cuando "*aprendej'a"* bailar, los primeros pasos te tropiezas, pero con la práctica te "*vuelvej'un"* súper bailarín, ¡ ja, ja , ja !!! Todavía no me lo creo…
UH-2	***Como alumno comprometido con sus estudios: ¿Cómo interpretarías las experiencias vividas durante este año escolar con los estudiantes en la institución?***
R-2	Bien "*pesaitas"* oyó… ya vio lo que pasó con… (Se suprimió el nombre por razones legales). Hay que andar ojo *pelao* profe, porque esos manes andan rondando a ver a quien pescan. Yo cuando veo un *man* de esos, me corro de allí… no sé si son o no pero prefiero evitar acercarme a quien no conozco si ve… a mí lo que me interesa está aquí en lo que tengo que estudiar, y en mi casa con mi jefa (mamá), porque papá se peló y tengo que "*ayudala"* con los *pelaitos*, uno de 9 y otro de 5 años. Y bueno profe con esto del nuevo método pa'las matemáticas está bien bacano porque a mi si me gustan, pero soy un poco lento pa'entender

	profe y con esta forma se me hace más fácil *entedelo* porque va diciendo como hay que *hacelo* de verdad profe estoy muy animado con eso…
UH-3	***Desde tu posición como alumno ¿Qué contenido del método Polya para el desarrollo del pensamiento geométrico en la resolución de problemas matemáticos te pereció más interesante?***
R-3	Eso mismo profe, que con ese modo de "*hacelo"* es mucho mejor, se entiende mejor, es más rápido, cundo se hace en grupo es mejor la clase, porque podemos compartir lo que hacemos y salen "*otraj'ideas",* podemos comparar los resultados y ver como lo hizo el otro compañero y la clase es "*maj'entretenida*
UH-4	***Desde tu experiencia: ¿Cómo percibes las prácticas educativas que hay actualmente en la institución?***
R-4	Me parecen normales… pero deberían mejorar… como lo está haciendo usted profe, con este método seguramente va a mejorar por lo menos la parte de matemática, "*pa'ver"* si subimos los índices de las pruebas que hace el ministerio… esto es un ejemplo "*pa'otros"* profesores.
UH-5	***Desde tu interacción con los otros estudiantes de la institución: ¿tú crees que tendrán la disposición para trabajar con el método Polya?***
R-5	Profe yo pienso que si… porque le he comentado a otros compañeros la práctica que hicimos con la profe Adelaida y se han animado, ellos también quieren probar a ver si se les hace tan fácil como yo les digo, sería bueno así se animan más… profe por lo que leí ese método tiene mucho tiempo, y ¿Por qué no lo había traído antes? **Investigador:** tienes razón hijo, en verdad de haberlo aplicado antes ya estuvieran adelantados, pero es ahora que estoy haciendo el doctorado y decidí hacer esta investigación, precisamente con el propósito de hacer un aporte que los ayude a mejorar esa área de conocimiento. IC-5: está bien profe, dicen que nunca es tarde para mejorar las cosas.

Anexo C. Consolidado aportes de la socialización

Matriz de Registro de la Socialización del modelo

Participante	Apreciaciones sobre el Método	Aportes para Implementación
IC-1	El IC-1 reconoció potencial institucional expresando que "vi resultados durante la práctica, los muchachos lograron resolver problemas trabajando en grupo", aunque manifestó preocupación por sostenibilidad señalando que "mi temor es que esto funcione mientras usted esté aquí pero cuando se vaya todo vuelva a lo mismo de siempre". Valoró estructura sistemática indicando que "tiene pasos definidos, eso ayuda", pero cuestionó carga laboral expresando que "los profesores ya están recargados, no sé si tendrán tiempo para preparar clases así de detalladas".	Sugirió pilotaje limitado indicando que "mejor empezar solo con un grupo de cada profesor, no con todos de una vez, para ir aprendiendo sin saturarnos". Planteó necesidad de evidencias señalando que "habría que demostrar que esto mejora las notas en las pruebas Saber, si no las directivas departamentales no lo van a apoyar". Expresó disposición condicionada manifestando que "yo lo apoyo si veo que es viable, que no se queda en teoría bonita".
IC-2	El IC-2 apreció la claridad metodológica expresando que "las cuatro fases son comprensibles, uno puede seguirlas", pero manifestó inseguridad señalando que "mi duda es si yo solo voy a poder guiar así a los estudiantes, porque cuando usted lo hace se ve fácil pero aplicarlo uno ya es diferente". Reconoció valor del trabajo grupal indicando que "vi que funcionó el trabajo en equipos", aunque advirtió limitación expresando que "hay estudiantes muy indisciplinados que en grupo solo hacen desorden, no sé cómo manejar eso".	Solicitó acompañamiento continuo indicando que "necesitaríamos que usted nos acompañe las primeras clases, no solo esta explicación y ya nos deja solos". Propuso reducir grupos señalando que "tal vez trabajar máximo con cuatro estudiantes por grupo, más de eso es inmanejable en nuestras aulas". Expresó disposición cautelosa manifestando que "voy a intentarlo pero no prometo que me va a salir bien de una vez".
IC-3	La IC-3 valoró resultados observados expresando que "los estudiantes sí lograron resolver problemas durante la práctica, eso me sorprendió", pero manifestó escepticismo señalando que "una cosa es aquí con usted presente y otra cuando uno esté solo en el salón con treinta y cinco estudiantes preguntando al	Solicitó materiales específicos indicando que "necesitamos ejemplos concretos de problemas para cada tema de geometría, no generalidades". Planteó preocupación por tiempos expresando que "con este método se gasta mucho más tiempo que explicando directo, y el programa hay que cumplirlo completo". Expresó

	tiempo". Reconoció necesidad de cambio indicando que "algo hay que hacer diferente porque lo que hacemos no está funcionando", aunque expresó resistencia afirmando que "cambiar la forma como uno ha enseñado toda la vida no es fácil, uno tiene sus mañas".	apertura limitada manifestando que "puedo probar con algunos temas pero no con todo el contenido del año".
IC-4	El IC-4 destacó la experiencia positiva expresando que "me gustó trabajar en grupo porque aprendimos entre todos", pero señaló dificultad manifestando que "hubo momentos donde nos trabamos y no sabíamos cómo seguir, tuvimos que esperar que el profe viniera a ayudarnos". Reconoció comprensión lograda indicando que "cuando lo logramos resolver sentí que sí entendí", aunque advirtió frustración expresando que "el tercer problema fue muy difícil, casi nos rendimos porque no le encontrábamos la vuelta".	Solicitó mayor andamiaje señalando que "el profesor debería dar más pistas cuando uno se traba mucho tiempo, porque si no uno se desespera". Planteó diferencias individuales expresando que "hay compañeros que son muy rápidos y otros muy lentos, eso complica trabajar juntos". Manifestó disposición condicional indicando que "está bien si no es todo el tiempo así, porque cansa pensar tanto".
IC-5	El IC-5 valoró la experiencia inicial expresando que "al principio me gustó porque era diferente a las clases normales", pero manifestó incomodidad señalando que "me dio pena cuando me tocó explicarle a los otros mi forma de resolver porque de pronto estaba mal". Reconoció logro alcanzado indicando que "sí pude resolver dos problemas", aunque expresó preferencia tradicional afirmando que "a veces es más rápido que el profesor explique directo cómo se hace, porque pensar tanto cansa y no siempre uno llega a la respuesta".	Solicitó explicaciones previas indicando que "sería bueno que primero el profesor diera un ejemplo resuelto y después sí nosotros intentáramos solos". Planteó temor a calificaciones expresando que "si nos van a calificar así me da miedo sacar malas notas porque uno se puede equivocar pensando". Manifestó resistencia inicial señalando que "prefiero que me enseñen normal, esto de pensar tanto me estresa".

Anexo D. Resumen curricular investigador y Tutora



Julián Alfonso Campo Parodis, Licenciado en Educación Básica Primaria con énfasis en Matemáticas y Especialista en Pedagogía Ambiental. Con más de veinte años de experiencia en los niveles de educación primaria y secundaria, con destacada trayectoria en la enseñanza de las matemáticas en educación media. Mi labor profesional se fundamenta en el desarrollo del pensamiento lógico Matemático, la formación integral del estudiante y el fortalecimiento de competencias académicas. Me distingo por el compromiso con la excelencia educativa, la innovación pedagógica y la actualización permanente, incorporando estrategias didácticas que favorecen aprendizajes significativos y contribuyen al mejoramiento continuo de los procesos de enseñanza y aprendizaje.



Dra. Marta De Sousa es docente, investigadora y tutora académica, egresada de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico "José Manuel Siso Martínez", en la especialidad de Educación Integral. Posee una Especialización en Dinámica de Grupos otorgada por la Universidad Central de Venezuela, una Maestría en Educación con mención en Orientación Educativa por la UPEL-Instituto Pedagógico de Caracas. Asimismo, es Doctora del Doctorado Latinoamericano en Educación: Políticas Públicas de Profesión Docente. En su trayectoria académica se distingue por su contribución a la formación docente, la orientación educativa, la investigación pedagógica y el análisis profundo de las políticas públicas en el contexto educativo latinoamericano.